

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ  
МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ)  
ФИЗТЕХ-ШКОЛА ЭЛЕКТРОНИКИ, ФОТОНИКИ  
И МОЛЕКУЛЯРНОЙ ФИЗИКИ

Лабораторная работа № 4.7.1

**Двойное лучепреломление**

выполнил студент 2 курса  
группы Б04-006  
**Белостоцкий Артемий**  
**Вовк Дмитрий**

Долгопрудный, 2022 г.

## Цель работы

Изучение зависимости показателя преломления необыкновенной волны от направления в двоякопреломляющем кристалле; определение главных показателей преломления по – обыкновенной и по – необыкновенной волны в кристалле; наблюдение эффекта полного внутреннего отражения.

## В работе используются

- гелий-неоновый лазер
- вращающийся столик с неподвижным лимбом
- призма из исландского шпата
- поляроид

## Теоретические сведения

При падении световой волны на границу изотропной среды в этой среде от границы распространяется одна волна. Если среда анизотропна, то в ней в общем случае возникают две волны, распространяющиеся от границы в разных направлениях и с разными скоростями. Это явление называется *двойным лучепреломлением*

## Плоские волны в кристаллах

Фундаментальные уравнения Максвелла справедливы без всяких изменений и в кристаллических средах.

В отсутствие электрических зарядов и токов они имеют вид

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \quad \operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (1)$$

Если среды прозрачны и однородны, то в них могут распространяться плоские монохроматические волны. Запишем такую волну в комплексном виде:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\omega t - \vec{k}\vec{r})}; \quad \vec{B} = \vec{H} = \vec{H}_0 e^{i(\omega t - \vec{k}\vec{r})}; \quad \vec{D} = \vec{D}_0 e^{i(\omega t - \vec{k}\vec{r})}$$

Заметим, что  $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = i\omega \vec{D}$ , т.е. операция дифференцирования сводится к умножению на  $i\omega$ . Аналогично дифференцирование по координатам  $x, y, z$  сводится к умножению на  $-ik_x, -ik_y, -ik_z$ .

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ H_x & H_y & H_z \end{vmatrix} = -i \begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ k_x & k_y & k_z \\ H_x & H_y & H_z \end{vmatrix} = -i[\vec{k}\vec{H}]$$

и аналогично для  $\operatorname{rot} \vec{E}$ . В результате (1) перейдут в

$$[\vec{k}\vec{H}] = -\frac{\omega}{c} \vec{D}; \quad [\vec{k}\vec{E}] = \frac{\omega}{c} \vec{B}.$$

Введем единичный вектор нормали  $\vec{N}$  к фронту волны и скорость распространения фронт  $a$  в направлении этой нормали  $v$ . Тогда  $\vec{k} = \frac{\omega}{v}\vec{N}$  и предыдущие соотношения перейдут в

$$\vec{D} = -\frac{c}{v}[\vec{N}\vec{H}]; \quad \vec{B} = \frac{c}{v}[\vec{N}\vec{E}] \quad (2)$$

Отсюда видно, что векторы  $\vec{D}, \vec{H}, \vec{N}$  взаимно перпендикулярны. Значит, плоские волны в кристалле поперечны в отношении векторов  $\vec{D}$  и  $\vec{H}$ . Однако в общем случае они не поперечны в отношении вектора  $\vec{E}$

Благодаря тензорной связи между  $\vec{D}$  и  $\vec{E}$  направления этих векторов в кристаллах, вообще говоря, не совпадают. Плоскость  $(\vec{E}, \vec{H})$  обладает тем свойством, что перпендикуляр к ней определяет направление вектора Пойнтинга

$$\vec{S} = \frac{c}{4\pi} [\vec{E}, \vec{H}]$$

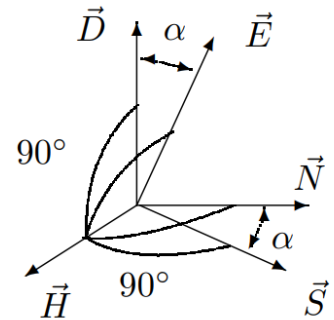


Рис. 1: Расположение векторов  $\vec{D}, \vec{E}, \vec{N}, \vec{S}$  в анизотропной среде

## Оптически одноосные кристаллы

В оптически одноосном кристалле, каковым является исландский шпат, эллипсоид диэлектрической проницаемости представляет собой эллипсоид вращения. В нем оптическая ось совпадает с осью вращения эллипсоида диэлектрических проницаемостей. Для главных значений диэлектрических проницаемостей приняты обозначения:  $\varepsilon_z = \varepsilon_{||}$  и  $\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_{\perp}$ . В дальнейшем нам потребуется связь между проекциями векторов  $\vec{D}$  и  $\vec{E}$  на оптическую ось кристалла ( $\vec{D}_{||}$  и  $\vec{E}_{||}$ ) и на плоскость перпендикулярную оси ( $\vec{D}_{\perp}$  и  $\vec{E}_{\perp}$ ):

$$\vec{D}_{||} = \varepsilon_{||}\vec{E}_{||}, \quad \vec{D}_{\perp} = \varepsilon_{\perp}\vec{E}_{\perp} \quad (3)$$

Волну, распространяющуюся в одноосном кристалле, можно разделить на две линейно поляризованные волны: обыкновенную, вектор электрической индукции  $\vec{D}_o$  которой перпендикулярен главному сечению, и необыкновенную, с вектором электрической индукции  $\vec{D}_e$ , лежащим в главном сечении (рис. 2). Главным сечением кристалла называется плоскость, в которой лежит оптическая ось кристалла и нормаль к фронту волны

Для обыкновенной волны материальное уравнение имеет такой же вид, как и в изотропной среде, а скорость распространения и ее показатель преломления не зависят от направления распространения:

$$v_o = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_{\perp}}} \quad \text{и} \quad n_o = \frac{c}{v_o} = \sqrt{\varepsilon_{\perp}}$$

Для необыкновенной волны  $\varepsilon$  и соответственно скорость распространения и показатель преломления зависят от угла между оптической осью кристалла и направлением распространения волны.

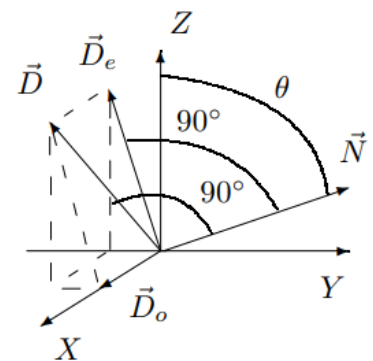


Рис. 2: Расположение векторов  $\vec{D}, \vec{N}$  в анизотропной среде

$$\frac{1}{[n(\theta)]^2} = \frac{\sin^2 \theta}{n_e^2} + \frac{\cos^2 \theta}{n_o^2} \quad (4)$$

При  $n_o - n_e \ll n_o$  и  $n_e$  (4) можно упростить:  $n(\theta) \approx n_e + (n_o - n_e) \cos^2 \theta$

## Двойное лучепреломление в призме из исландского шпата.

Рассмотрим, как по преломлению лучей в кристаллической призме можно определить показатели преломления для обыкновенной и необыкновенной волны. В работе исследуется одна из двух призм, составляющих поляризатор (рис. 3).

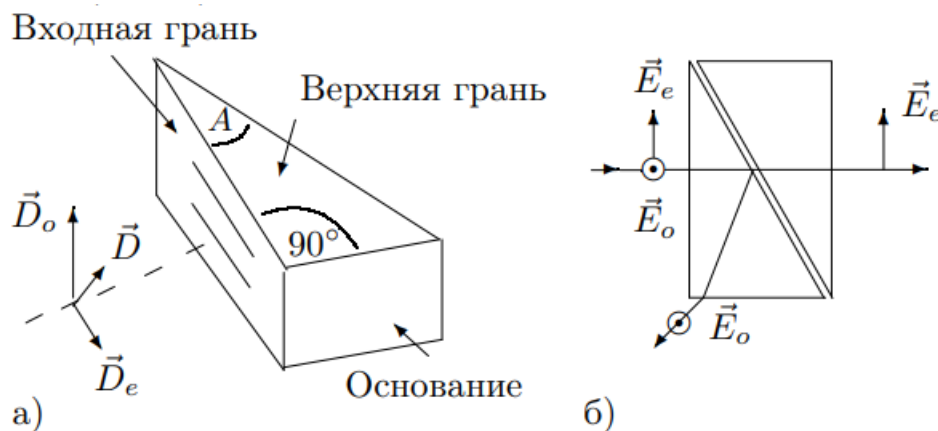


Рис. 3: а) Исследуемая призма из исландского шпата. Штриховкой указано направление оптической оси кристалла. б) Ход лучей в поляризационной призме

В исследуемой призме ось кристалла лежит в плоскости, параллельной верхней грани призмы, причем она параллельна входной грани призмы (длинному катету). При этом в обыкновенной волне вектор  $\vec{D}_o$  перпендикулярен верхней грани призмы, а в необыкновенной волне вектор  $\vec{D}_e$  параллелен верхней грани

Волну, падающую на входную грань призмы, можно представить в виде суммы двух ортогональных линейно поляризованных волн. Преломление этих двух волн на грани призмы можно рассматривать независимо. Волна, в которой вектор  $\vec{D}$  направлен вертикально (перпендикулярно верхней грани и оси кристалла), внутри кристалла будет распространяться как обыкновенная. Для этой волны выполняется закон Снеллиуса, а показатель преломления призмы для нее равен  $n_o = \sqrt{\epsilon_{\perp}}$ . Волна, в которой вектор  $\vec{D}$  направлен горизонтально, в кристалле будет распространяться как необыкновенная. Для этой волны также будет выполняться закон Снеллиуса, но с тем отличием, что показатель преломления призмы для нее будет зависеть от угла между осью кристалла и волновой нормалью/

Значение показателя преломления и угол, под которым преломилась волна в призме, можно найти, измерив угол падения на входную грань призмы  $\varphi_1$  и угол  $\varphi_2$  на выходе призмы (рис. 4)

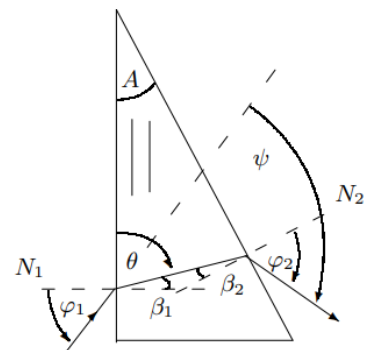


Рис. 4: Ход лучей в призме

$$n = \frac{1}{\sin A} \sqrt{\sin^2 \varphi_1 + \sin^2 \varphi_2 + 2 \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 \cos A} \quad (5)$$

$$\cos \theta = \frac{\sin \varphi_1}{n}$$

Показатель преломления призмы из изотропного материала удобно находить по углу наименьшего отклонения луча от первоначального направления. Угол отклонения луча призмой ( $\psi$  на рис. 4) минимален для симметричного хода лучей, т.е. когда  $\varphi_1 = \varphi_2$ . Тогда показатель преломления можно рассчитать по формуле

$$n = \frac{\sin\left(\frac{\psi_m + A}{2}\right)}{\sin\left(\frac{A}{2}\right)} \quad (6)$$

где  $\psi_m$  – угол наименьшего отклонения

## Экспериментальная установка

Схема экспериментальной установки изображена на рис. 5. Источником излучения служит He-Ne лазер ( $\lambda = 0,63$  мкм). Излучение лазера поляризовано линейно за счет наличия брюстерских окошек в кювете лазера. Направление вектора  $\vec{E}$  в луче можно изменять с помощью поляроида, установленного на выходе лазера. Исследуемая призма из исландского шпата закреплена в центре поворотного столика с неподвижным лимбом для отсчета углов

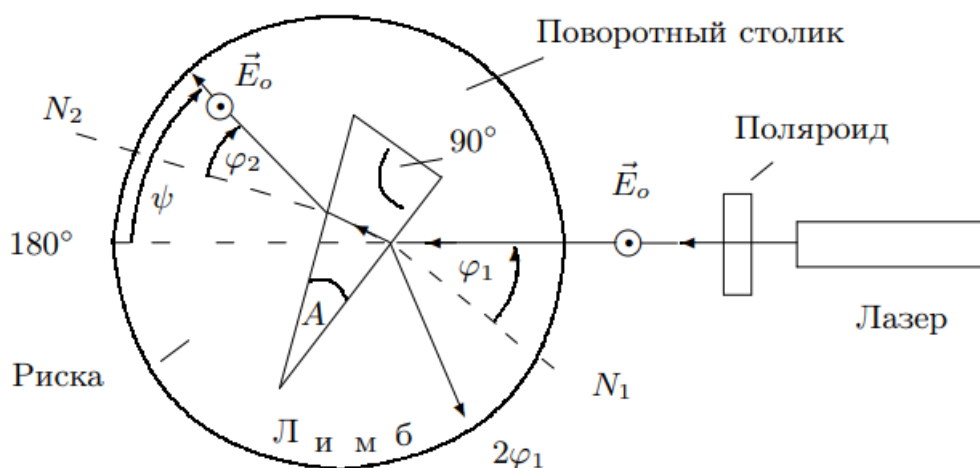


Рис. 5: Схема экспериментальной установки

## Ход работы

Определим угол  $A$  при вершине призмы: вначале нужно добиться, чтобы луч, отражённый от входной грани (длинного катета), шёл точно назад, заметим положение отсчётной риски на лимбе ( $\varphi_1 = 320^\circ$ ), а затем повторим эту операцию для второй рабочей грани (гипотенузы) ( $\varphi_2 = 180^\circ$ ). Тогда угол  $A = 180 - (\varphi_1 - \varphi_2) = 38^\circ$ .

Определим разрешенное направление поляризатора, глядя через него на отраженный свет и добиваясь минимума интенсивности.

Получим на лимбе изображение преломленных лучей так, как показано на рис.5. Установим поляризатор в луче перед призмой. Вращая поляризатор, определим какой луч соответствует вертикальной поляризованному свету, а какой горизонтально поляризованному (обыкновенный и необыкновенный лучи).

Вращая столик с призмой, снимем зависимость углов отклонения на выходе из призмы для обыкновенной и необыкновенной волн от угла падения луча на призму. Данные занесем в Таблицу 1.

Таблица 1: Зависимость углов отклонения от угла падения

$2\varphi_1$	$\psi_o$	$\varphi_{2o}$	$\psi_e$	$\varphi_{2e}$
10	36	70	24	58
20	32,5	61,5	22	51
40	38	57	20,5	39,5
60	27	36	20,5	29,5
80	27,5	26,5	22	21
100	29,5	18,5	25	14
120	33	12	28,5	7,5
140	38,5	7,5	35	4

На компьютере в программе SIGMA PLOT по полученным данным построим зависимость  $n(\cos^2 \theta)$ :

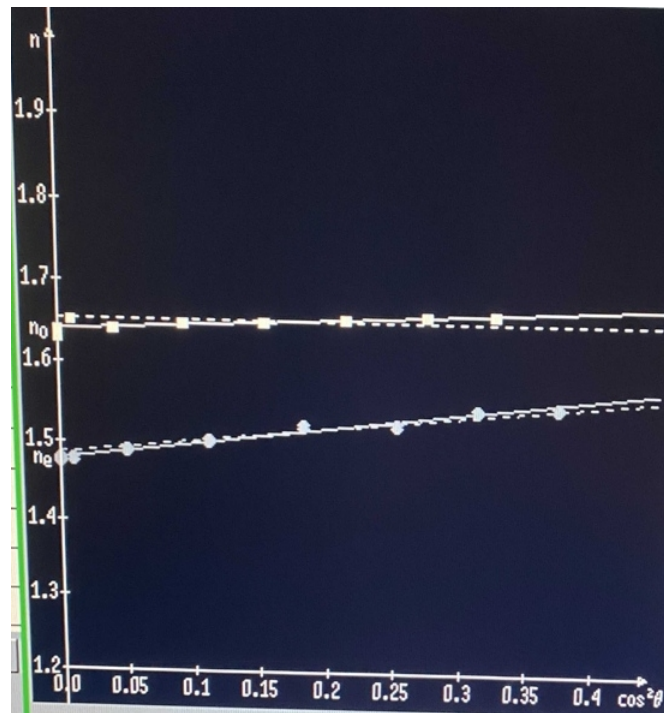


Рис. 6: Зависимость  $n(\cos^2 \theta)$  для обыкновенной и необыкновенной волны

Из графика –  $n_e = 1,478 \pm 0.003$ ,  $n_o = 1,641 \pm 0.005$ .

Установим призму так, чтобы были видны оба преломленных луча, затем, уменьшая угол падения, добьемся для каждого из лучей полного внутреннего отражения. Определим соответствующие углы:  $\varphi_{1e} = 2^\circ$ ,  $\varphi_{1o} = -7,5^\circ$

Тогда по формуле (5) показатели преломления:  $n_e = 1,463$ ,  $n_o = 1,669$

## Выводы

1. В результате работы двумя способами были получены показатели преломления для обыкновенной и необыкновенной волн для исландского шпата.
2. Для обыкновенной волны показатели преломления отличаются на 5%, а для необыкновенной на 1%