$+ \quad \times$

$- \quad \div$

§2. Векторы

2. Умножение вектора на скаляр

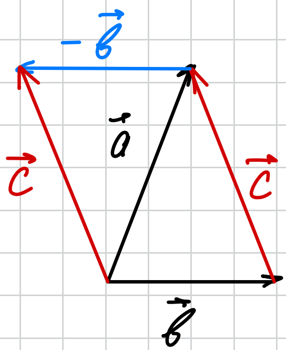
Опр. 6: Произведением вектора $\vec{a}$ на число k называют вектор $\vec{b} = k\vec{a}$, коллинеарный в-ру $\vec{a}$, направленный в ту же сторону если $k>0$, и в противоположную, если $k<0$. Причем $|\vec{b}| = k|\vec{a}|$

3. Разность векторов

$$\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$$

Есть 2 пути найти $\vec{c}$:

1. Найти вектор такой, что $\vec{a} = \vec{c} + \vec{b}$
2. $\vec{c} = \vec{a} + (-\vec{b})$



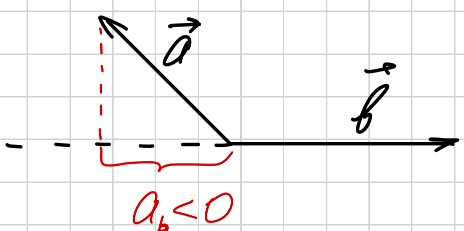
4. Проекция вектора на заданное направление

<u>Опр.7</u>: Пусть даны 2 в-ра $\vec{a}$ и $\vec{b}$ – приведем их к общему началу O. Тогда угол м/у в-рами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ есть угол, образованный исходящими из точки O и направленными вдоль $\vec{a}$ и $\vec{b}$ лучами.

<u>Опр 8</u>: Пусть даны векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$, угол м/у которыми равен α. Тогда $a_b = a\cos\alpha$ – проекция $\vec{a}$ на напр-е $\vec{b}$

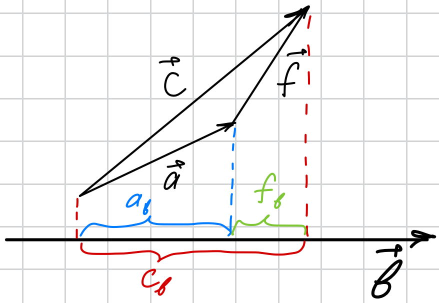
это число!!!

<u>Замечание 1</u>: Угол α может принимать значения от 0 до π ⇒ проекция может быть отрицательной!!!



<u>Замечание 2</u>: Проекция равна нулю, если в-ры перпендикулярны

Замечание 3: Проекция суммы векторов есть сумма проекций △

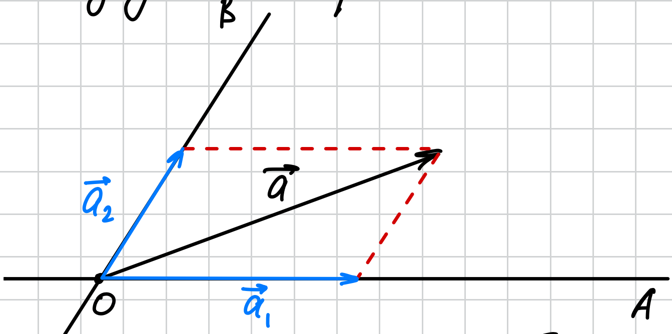


▥

5. Разложение вектора

Разложение - "обратная" к сложению векторов операция: необходимо найти несколько векторов, которые в сумме дают данный.

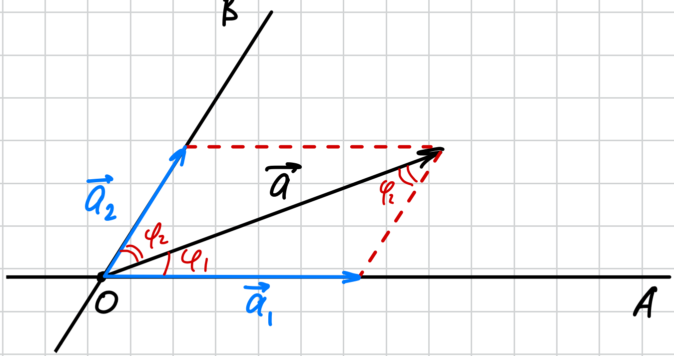
Приведем пример разложения вектора $\vec{a}$ на 2 в-ра, вдоль заданных прямых



По сути проводим операцию обратную правилу параллелограмма: из конца в-ра $\vec{a}$ проведем 2 отрезка параллельно OB и OA до пересечения с прямыми. Получили параллелограмм — его стороны есть составляющие в-ра $\vec{a}$

Очевидно: $\vec{a} = \vec{a}_1 + \vec{a}_2$ — разложение в-ра по 2-м неколлинеарным напр-ям.

Пример: Пусть $a = 1$, угол м/у OA и OB: $\varphi = 45^\circ$, а угол м/у $\vec{a}$ и $\vec{a}_1$: $\varphi_1 = 15^\circ$. Найти: проекции $\vec{a}$, a_1, a_2



1) Проекции $a_{a_1} = a\cos\varphi_1$, $a_{a_2} = a\cos(\varphi - \varphi_1)$

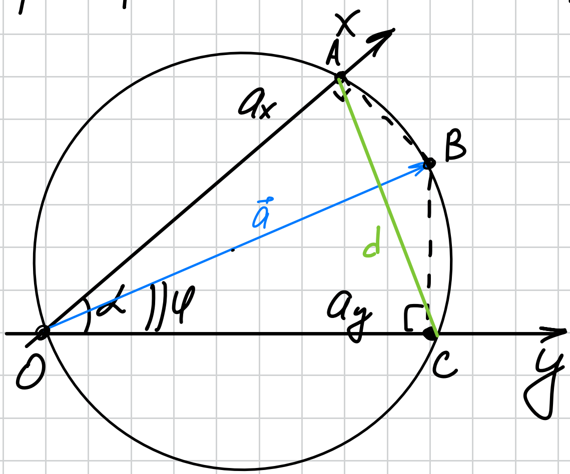
2) По Т. синусов: $\dfrac{a}{\sin(\pi - \varphi_1 - \varphi_2)} = \dfrac{a_1}{\sin(\varphi - \varphi_1)}$

$$a_1 = \frac{\sin\frac{\pi}{6}}{\sin(\pi - \varphi_1 - (\varphi - \varphi_1))}\, a = \frac{\sin\frac{\pi}{6}}{\sin(\pi - \varphi)} = \frac{\sin\frac{\pi}{6}}{\sin\frac{\pi}{4}}$$

6. Проектирование вектора на оси координат

Пример: восстановление в-ра по проекциям

$a, \varphi - ?$



1 способ: $\begin{cases} a\cos\varphi = a_y \\ a\cos(\alpha - \varphi) = a_x \end{cases}$ - сложно решать

2 способ:

Заметим, что около Δ-ков OAB и OBC можно описать окружность, причем это будет одна и та же окр-ть (центр на середине гипотенузы)

Проведем $AC = d$, по Т. косинусов:

$$d^2 = a_x^2 + a_y^2 - 2a_x a_y \cos\alpha$$

По Т. синусов:

$$2R = \frac{d}{\sin\alpha} = \frac{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 - 2a_x a_y \cos\alpha}}{\sin\alpha}$$

$\|$

a