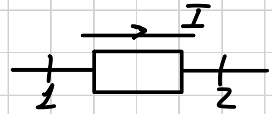
$+ \quad \times$

$- \quad \div$

# §1. Бесконечные цепи

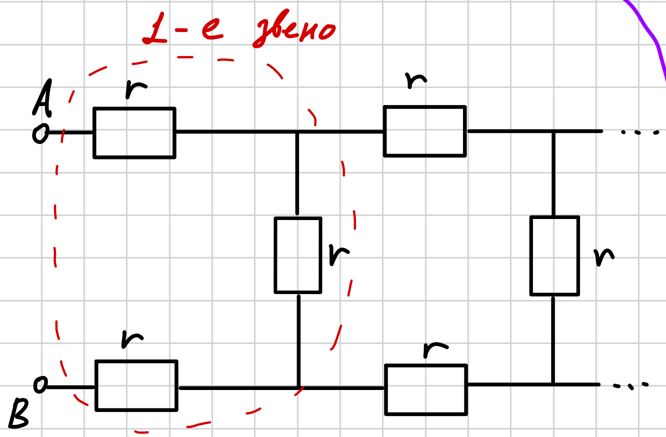
$$\sum I_i = 0$$



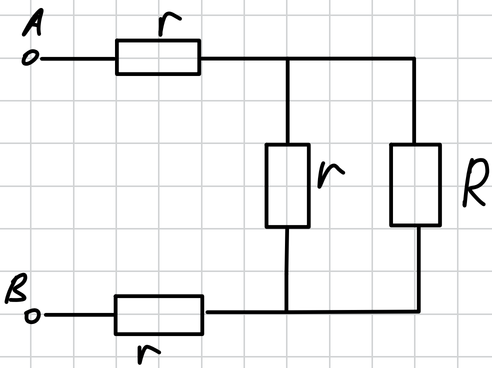

$$\varphi_1 - \varphi_2 = IR$$

$$R_{экв} = \frac{\varphi_+ - \varphi_-}{I_{общ}}$$

**№1**




1) Цепь бесконечная => если удалим первое звено, то сопротивление не изменится. Обозначим сопротивление без первого звена — R. Тогда экв. схема:




И:

$$R = 2r + \frac{rR}{r+R}$$

или

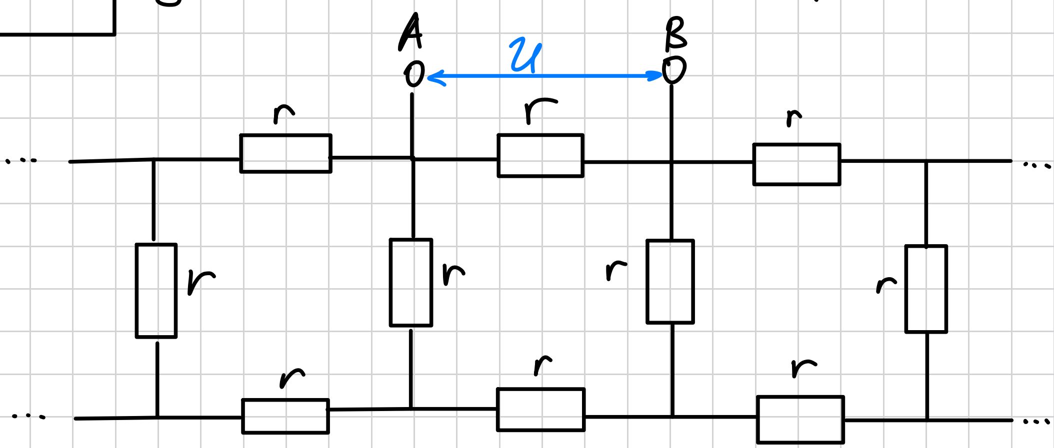
$$R^2 - 2Rr - 2r^2 = 0$$

$$\Rightarrow R = (1 \pm \sqrt{3})r$$

$R$ должно быть $>0$, тогда:

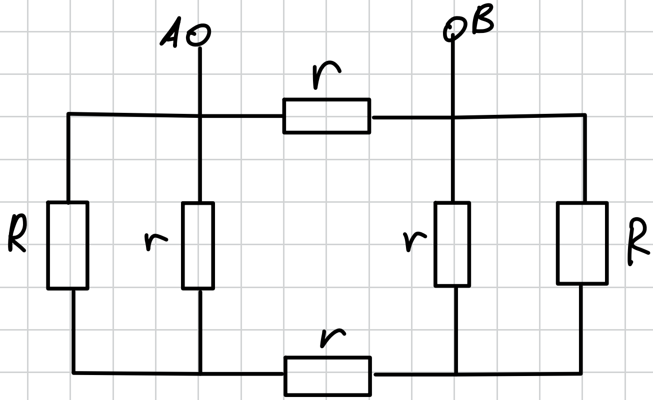
$$R = (1+\sqrt{3})r$$

$\boxed{№2}$ Цепь бесконечная в обе стороны




$I$ - ?, $P$ (расс. в цепи), $\delta = \dfrac{Q_1}{Q_\Sigma}$

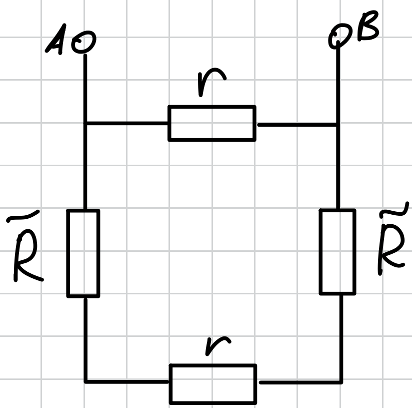
1) Аналогично предыдущему рисуем эквивалентную цепь:




2) Из предыдущей задачи: $R=(1+\sqrt{3})r$. Тогда вместе с $\parallel$-но подключенным $r$ это даст

$$\tilde{R}=\frac{(1+\sqrt{3})r^2\cdot(2-\sqrt{3})}{(2+\sqrt{3})r\cdot(2-\sqrt{3})}=\frac{(1+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})r}{(4-3)}=(\sqrt{3}-1)r$$

3) Получаем




$$R_{экв}=\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{2\tilde{R}+r}\right)^{-1}=\frac{(2\tilde{R}+r)r}{2(\tilde{R}+r)}=$$

$$=\frac{(2\sqrt{3}-1)r}{2\sqrt{3}}=\left(1-\frac{\sqrt{3}}{6}\right)r\approx 0{,}71\,r$$

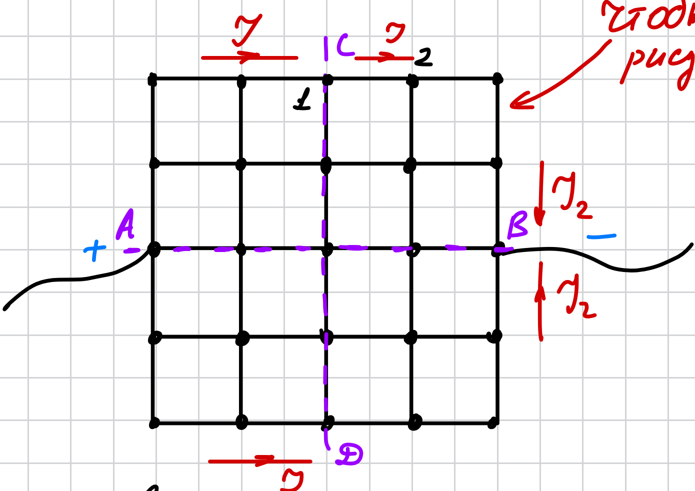
$$I = \frac{U}{R_{экв}} \simeq 1,4A$$

$$P = \frac{U^2}{R_{экв}} \simeq 1,4Вт$$

На резисторе:

$$P_1 = \frac{U^2}{r} = 1Вт \Rightarrow \delta = \frac{P_1}{P} = 0,71$$

## §2 Симметричные цепи




чтобы не рисовать $\boxed{\phantom{x}}^{r}$ рисуют проволочки

Есть 2 вида симметрии - "хорошая" и "плохая". Рассмотрим на примере этой проволочной схемы хорошую симметрию.

Это симметрия относительно направления протекания эл. тока. (прямая AB).

Что значит такая симметрия? Пусть сверху течет $I$, тогда отзеркалим схему относительно AB. Для стороннего наблюдателя ничего не изменилось => внизу тоже ток $I$

И это верно для любых токов верхней половины (например $I_2$)

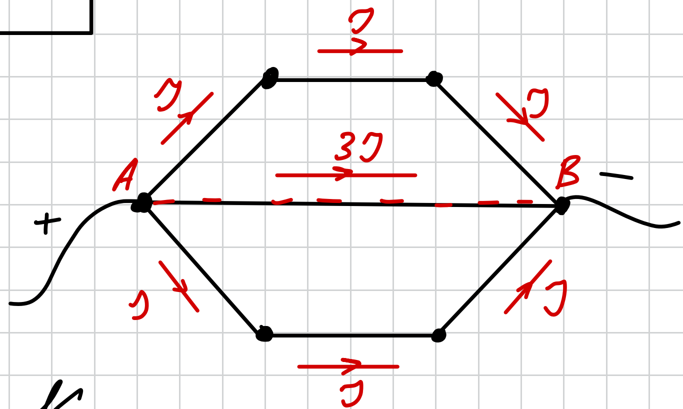
Что такое "плохая" симметрия – это симметрия относительно прямой, перпендикулярной AB и проходящей через середину м/у контактами (CD)

Рассмотрим как ей пользоваться на примере участка 1-2. Отзеркалим схему отн. CD => "+" и "–" меняются местами и по 1-2 ток течет от 2 к 1.

Поменяем "+" и "–" обратно, тогда потенциалы точек 1 и 2 поменяются местами => величина тока не поменяется, изменится напр-е => ток течет от 1 к 2.

Т.к. при плохой симметрии мы разварачиваем ток

$\boxed{№1}$ Найти $R_{экв}$



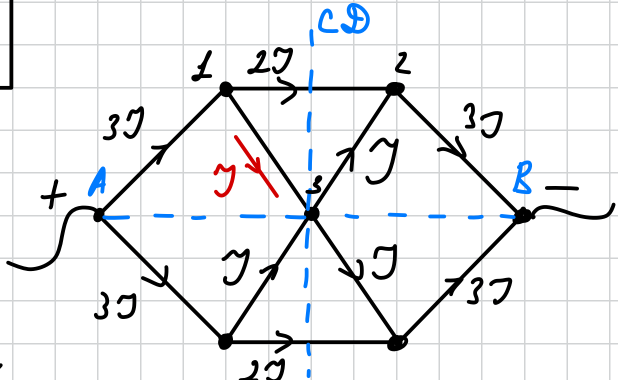

1) Какие есть симметрии: относительно AB (хорошая)

2) Из симм. отн. AB: Пусть "вверх" течет $I$, тогда внизу тоже $I$

3) Как на прошлом занятии, посчитаем ток через AB: $\Delta\varphi_{сверху} = \Delta\varphi_{AB} = 3IR \Rightarrow I_{AB} = 3I$

$$R_{экв} = \frac{\varphi_+ - \varphi_-}{I_{общ}} = \frac{3IR}{I + I + 3I} = \frac{3}{5}R = 0{,}6R$$

## №2




1) Хорошая симм. есть (отн AB), плохая тоже есть (отн. CD)

2) Введем ток $I$ по диагонали и расставим остальные токи по симметриям

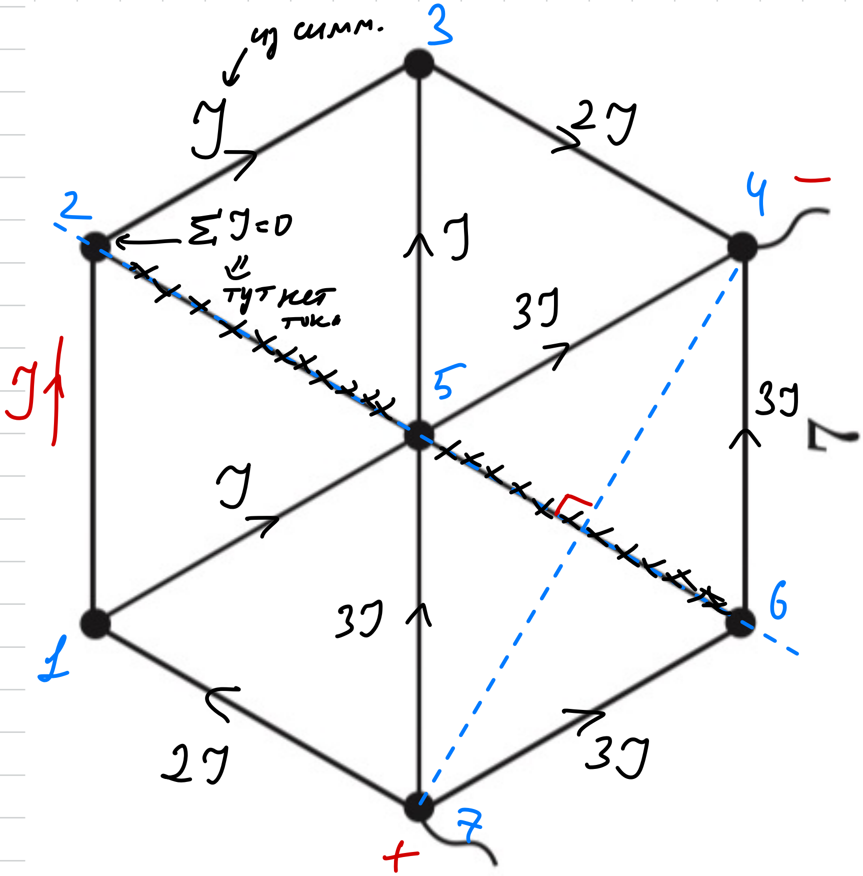
3) Ток через верхний находим из рав-ва напряжений

$$\Delta\varphi_{12} = \Delta\varphi_{13} + \Delta\varphi_{32} = IR + IR = 2IR \Rightarrow I_{12} = 2I$$

4) Находим ост. токи по симм и $\sum I_i = 0$.

$$R_{экв} = \frac{8IR}{6I} = \frac{4}{3}R = 1,33R$$

№3




1) Хорошей симметрии нет. Плохая есть

2) Расставляем токи.

$1-2: I$. По симм: $2-3: I$.

Для 2: $\sum_i I_i = 0 \Rightarrow 2-5$: не течет ток

$1-5: I_1$, по симм $5-3: I_1$

$\Delta\varphi_{123} = \Delta\varphi_{153} \Rightarrow I_1 = I$

Для 1: $\sum I_i = 0 \Rightarrow$ 7-1: $2I$, по симм 3-4: $2I$

$\Delta\varphi_{715} = \Delta\varphi_{75} \Rightarrow$ 7-5: $3I$, по симм 5-4: $3I$

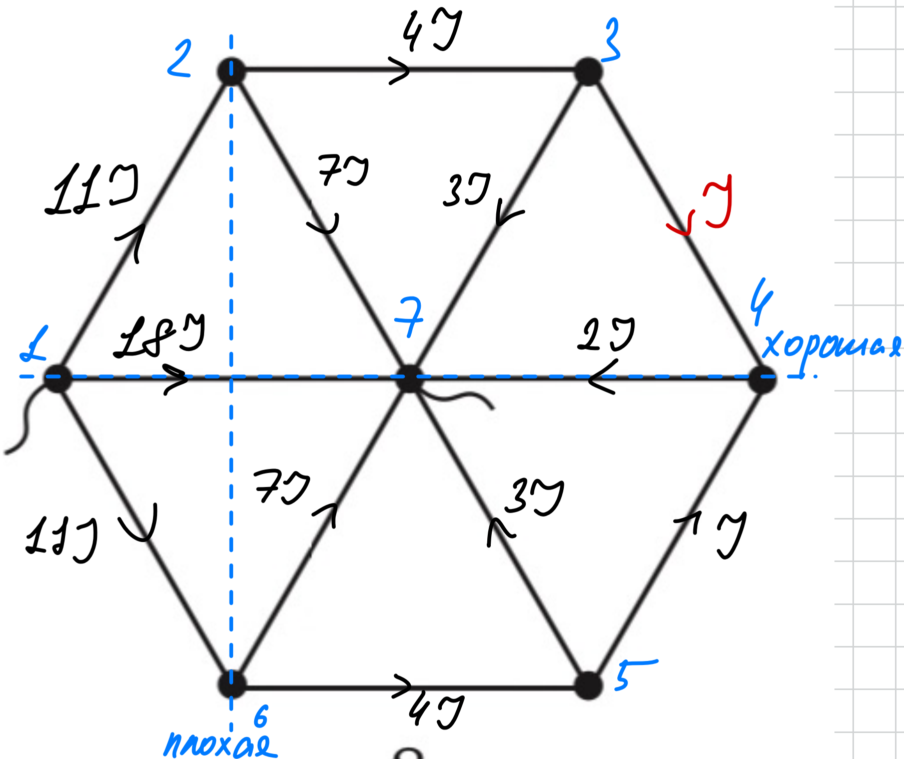
Для 5: $\sum I_i = 0 \Rightarrow$ 5-6: нет тока

Аналогично 7-6: $I_2 \Rightarrow$ 6-4: $I_2$, $\Delta\varphi_{754} = \Delta\varphi_{764}$ $\Rightarrow I_2 = 3I$.

$$R_{экв} = \frac{6IR}{8I} = \frac{3}{4}R = 0{,}75R$$

! Замечание: По проводам вдоль плохой симметрии ток не течет, т.к. потенциалы всех узлов на оси плохой симметрии равны м/у собой

№4




8

1) Хорошая есть, плохой нет

2) Находим токи:

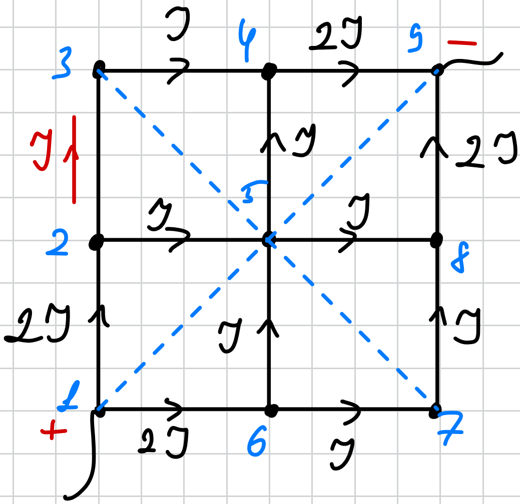
- 3-4: $I$ ⇒ по симм 5-4: $I$
- Для 4: $\sum I_i = 0$ ⇒ 4-7: $2I$
  - $\Delta\varphi_{347} = \Delta\varphi_{37}$ ⇒ $I_{37} = 3I$ ⇒ по симм 5-7: $3I$
- Для 3: $\sum I_i = 0$ ⇒ $I_{23} = 4I$ ⇒ по симм 6-5: $4I$
  - $\Delta\varphi_{27} = \Delta\varphi_{237}$ ⇒ $I_{27} = 7I$ ⇒ по симм 6-7: $7I$

• Для 1: $\sum_1 I_i = 0 \Rightarrow I_{12} = 11I \Rightarrow$ по симм 1-6: $11I$

• $\Delta\varphi_{17} = \Delta\varphi_{127} \Rightarrow I_{17} = 18I$

$$R_{экв} = \frac{18IR}{40I} = \frac{9}{20}R = 0,45R$$

## $\boxed{№5}$




1) Хорошая есть, плохая тоже есть

2) Расставляем токи

• По симм 3-4: $I$

• Пусть 2-5: $I_2 \Rightarrow$ по симм 5-4: $I_2$, $\Delta\varphi_{234} = \Delta\varphi_{254}$

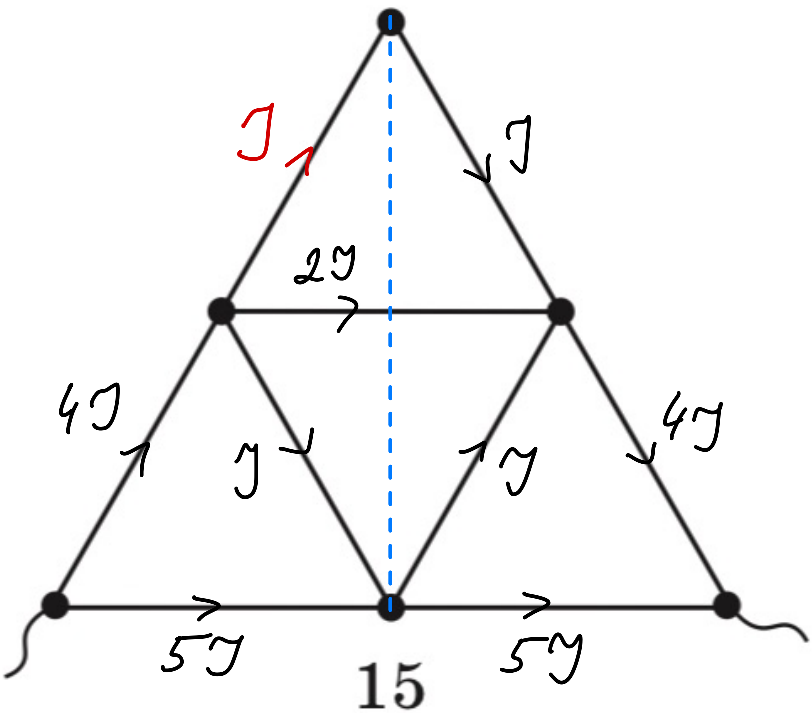
$\Rightarrow I_2 = I$

• Для 4: $\sum_1 I_i = 0 \Rightarrow$ 4-9: $I_{49} = 2I$

- Для 2: $\sum' I_i = 0 \Rightarrow I_{12} = 2I$
- Остальные токи отмечаем по хорошей симм

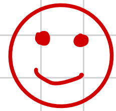
$$R_{экв} = \frac{6IR}{4I} = 1,5R$$

$\boxed{№6}$

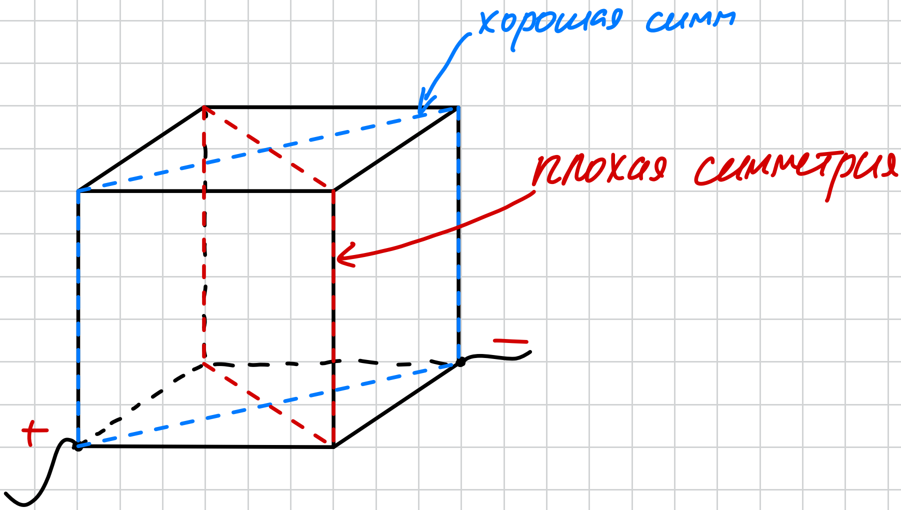



2) Плохая симметрия

2) Далее очевидно.



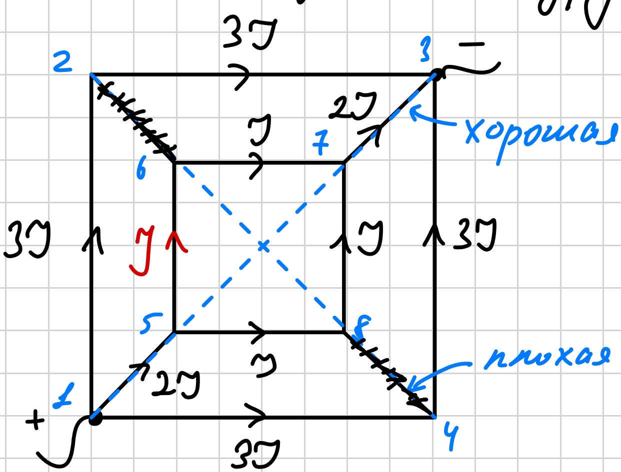
## №7




1) Для 3D фигур можно искать плоскости симметрии

2) Есть плохая и хорошая симметрии

3) Либо можно "сплющить" фигуру "вниз":



4) Расставляем токи: 5-6: $I$

- Из хорошей симм.: 5-8: $I$
- Из плохой: 6-7: $I$, 7-8: $I$
- Для узла 5: $\Sigma' I_i = 0 \Rightarrow$ 1-5: $2I$
- Для узлов 6,8 аналогично: 2-6, 8-4 - нет токов
- Для узла 7-3: $2I$
- $\Delta\varphi_{12} = \Delta\varphi_{156} \Rightarrow I_{12} = 3I$, по хорошей симм. $I_{14} = 3I$,

по плохой симм $I_{23} = I_{43} = 3I$

$$R_{экв} = \frac{6IR}{8I} = 0{,}75R$$