

+

×

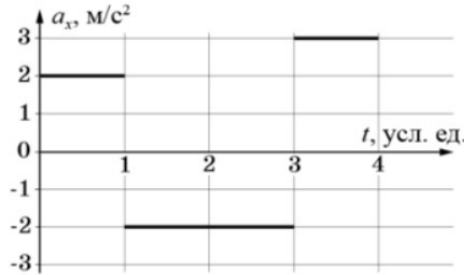
—

÷

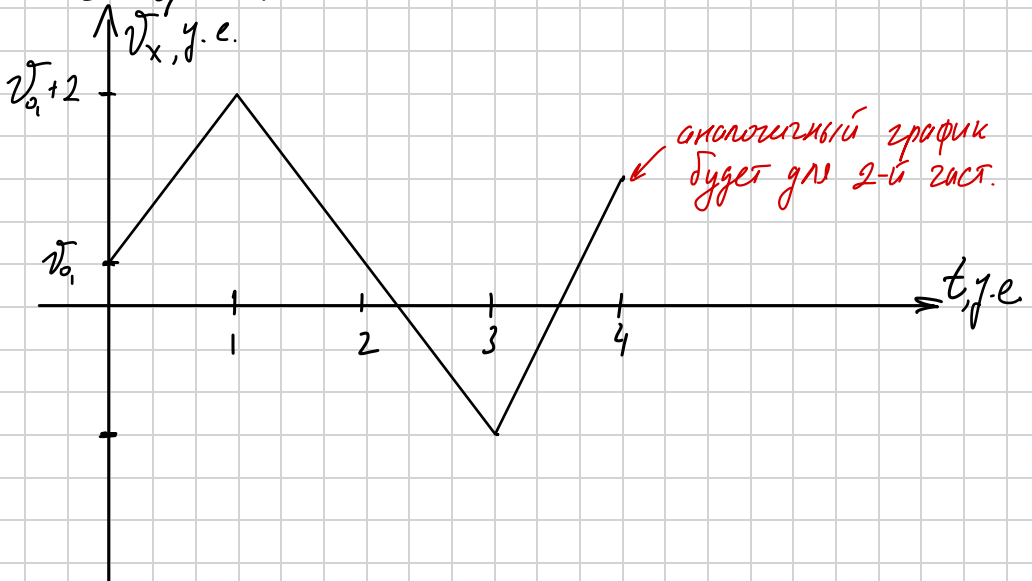
§5. Решение задачи

11

Две частицы движутся вдоль оси Ox . Зависимости их ускорений a_x от времени оказались одинаковыми (см. рисунок). За всё время наблюдений проекция скорости v_x каждой из частиц ровно один раз обращалась в ноль, а пройденные пути отличались на $\Delta S = 16$ см. Определите пути S_1 и S_2 , пройденные частицами, и время τ их движения.



1) Пусть v_{01}, v_{02} - соотв. проекции начальных скоростей.
Нарисуем график $v_1(t)$ и $v_2(t)$ - проекций скоростей частиц от времени:



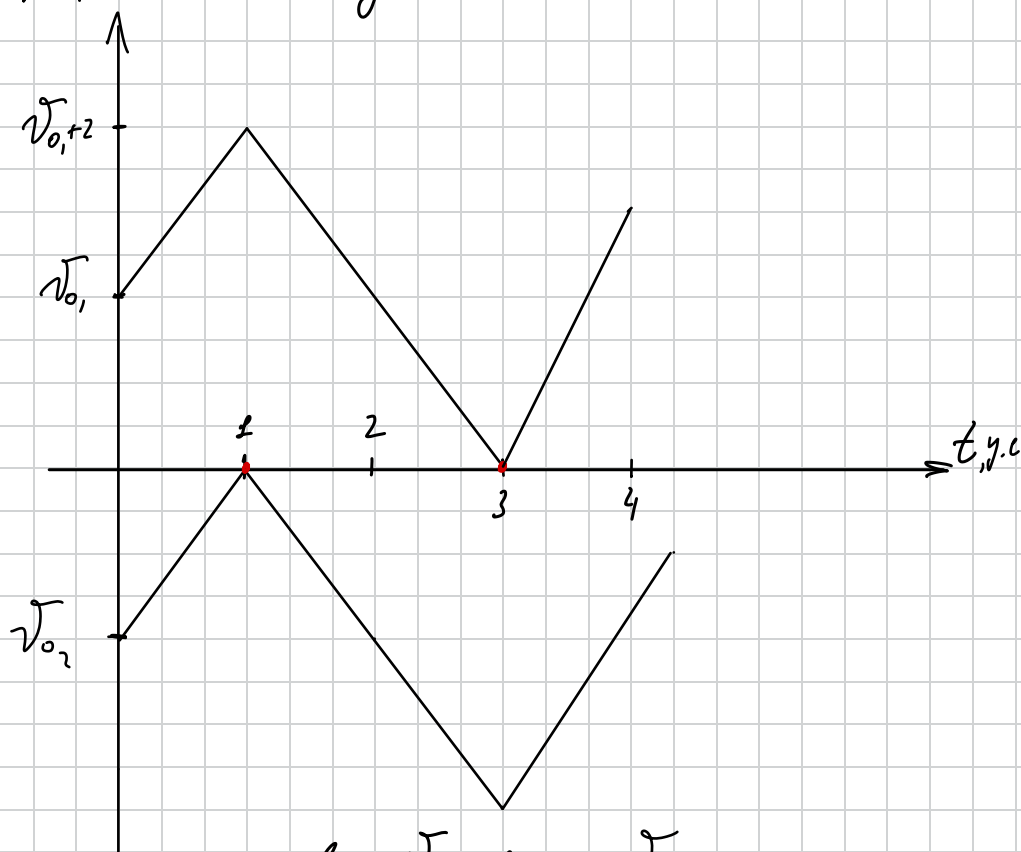
v_{01} и v_{02} мы не знаем \Rightarrow можем менять \Rightarrow

\Rightarrow будут меняться начальные точки графиков \Rightarrow

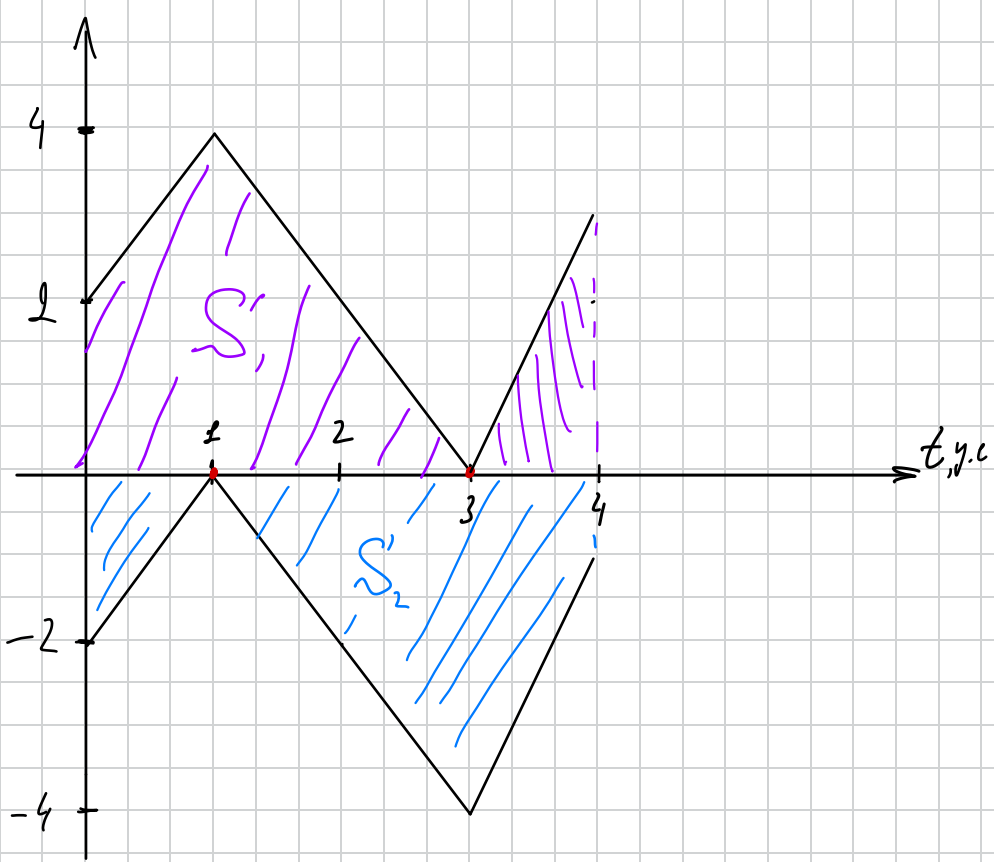
\Rightarrow графики могут "ездить" вверх-вниз

Найдем такое положение графиков, что проекция каждой из частиц обращается в ноль ровно один раз: а) Графики совпадают $\Rightarrow \Delta S = 0 \Rightarrow$ не подходит

б) Графики не совпадают.



Из анализа графиков: $v_{01} = 2 \text{ y.c.}$, $v_{02} = -2 \text{ y.c.}$



Тройденный путь = площадь под графиком

$$S_1' = \frac{2+4}{2} \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 1 = \frac{17}{2} \text{ y.e.}$$

$$S_2' = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2 + \frac{4+1}{2} \cdot 1 = \frac{15}{2} \text{ y.e.}$$

Пусть $X = \frac{\text{CM}}{\text{y.e.}}$, тогда $S_2' - S_1' = X \text{ y.e.} = 16 \text{ cm}$

$$\Rightarrow \begin{cases} S_1' = 1,36 \text{ n} \\ S_2' = 1,2 \text{ M} \end{cases}$$

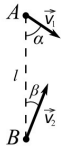
№2

(Физтех 2020)

1. Корабль A и торпеда B в некоторый момент времени находятся на расстоянии $l = 1$ км друг от друга (см. рис. 1) Скорость корабля $V_1 = 10$ м/с, угол $\alpha = 60^\circ$. Скорость торпеды $V_2 = 20$ м/с. Угол β таков, что торпеда попадет в цель.

1) Найдите $\sin \beta$.

2) Через какое время T расстояние между кораблем и торпедой составит $S = 770$ м?

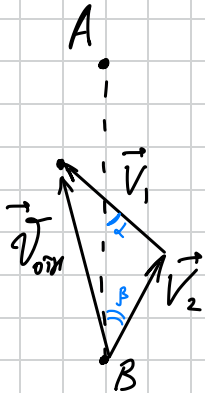


1) Перейдем в с.о. связанную с кораблем. Тогда
з-н сложения скоростей (для торпеды)

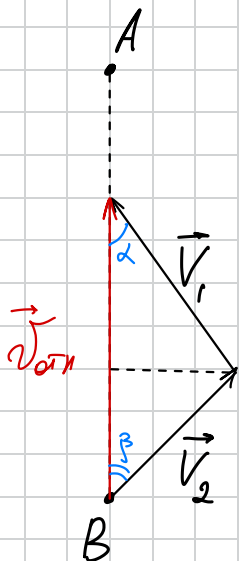
$$\vec{v}_{\text{АБс}} = \vec{v}_{\text{отн}} + \vec{v}_{\text{пер}}$$

$$\vec{v}_{\text{АБс}} \parallel \vec{v}_2 \quad \vec{v}_{\text{пер}} \parallel \vec{v}_1$$

$$\vec{v}_{\text{отн}} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1 - \text{нарисуем}$$



Заметим, что в с.о. корабля точка A (сам корабль) неподвижна, а торпеда движется вдоль $\vec{v}_{\text{отн}} \Rightarrow$ для встречи необходимо и достаточно, чтобы $\vec{v}_{\text{отн}} \parallel \vec{BA}$



По П. синусов:

$$\frac{V_1}{\sin \beta} = \frac{V_2}{\sin \alpha} \Leftrightarrow \sin \beta = \frac{V_1}{V_2} \sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

2) Найдём $V_{\text{сум}}$: из геометрии:

$$V_{\text{сум}} = V_1 \cos \alpha + V_2 \cos \beta$$

Тогда:

$$T = \frac{l - S}{V_1 \cos \alpha + V_2 \cos \beta} \approx 10 \text{ c}$$

13

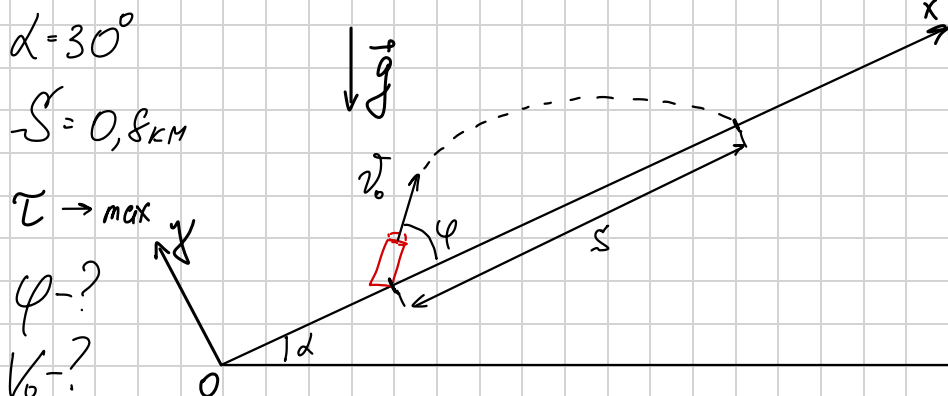
(Физтех 2020, 9)

2. Плоский склон горы образует с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$. Из миномета, расположенного на склоне, производят выстрел, под таким углом φ к поверхности склона, что продолжительность (по времени) полета мины наибольшая. Мина падает на склон на расстоянии $S = 0,8$ км от точки старта.

1) Под каким углом φ к поверхности склона произведен выстрел?

2) Найдите величину V_0 начальной скорости мины.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха пренебрежимо мало.



1) Введем X, Y . (начало в т-ке выстрела)

2) Уравнения движения:

$$\begin{cases} X = V_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2} \\ Y = V_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} V_{0x} &= V_0 \cos \varphi, \quad V_{0y} = V_0 \sin \varphi \\ a_x &= -g \sin \alpha, \quad a_y = -g \cos \alpha \end{aligned} \quad \rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} X = V_0 \cos \varphi t - \frac{g \sin \alpha t^2}{2} \\ Y = V_0 \sin \varphi t - \frac{g \cos \alpha t^2}{2} \end{cases}$$

Пусть τ - время полета, тогда:

$$\begin{cases} S = v_0 \cos \varphi \tau - \frac{g \sin \alpha \tau^2}{2} \quad (1) \\ 0 = v_0 \sin \varphi \tau - \frac{g \cos \alpha \tau^2}{2} \Rightarrow \tau = \frac{2v_0}{g} \frac{\sin \varphi}{\cos \alpha} \end{cases}$$

$$\tau \rightarrow \max \Leftrightarrow \sin \varphi = 1 \Leftrightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}$$

$$3) \mathcal{U}_2 (1): (\varphi = \frac{\pi}{2})$$

$$\tau = \sqrt{\frac{2S}{g \sin \alpha}}$$

$$v_0 = \frac{1}{2} g \cos \alpha \tau = 77 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

№4

(Физтех 2019, 9)

1. Лодочник пересекает реку шириной $d = 200$ м за время $\tau = 200$ с. За это время течение сносит лодку на $S = \sqrt{3} \cdot d$. В подвижной системе отсчета, связанной с водой, лодка движется со скоростью $u = 1,3$ м/с. Снос — это расстояние, на которое сместится лодка вдоль реки к моменту достижения противоположного берега. В подвижной системе отсчета, связанной с водой, лодка движется с постоянной скоростью.

1) Найдите скорость V течения реки.

2) За какое время T лодка пересечет реку, двигаясь по кратчайшему (относительно берега) пути?

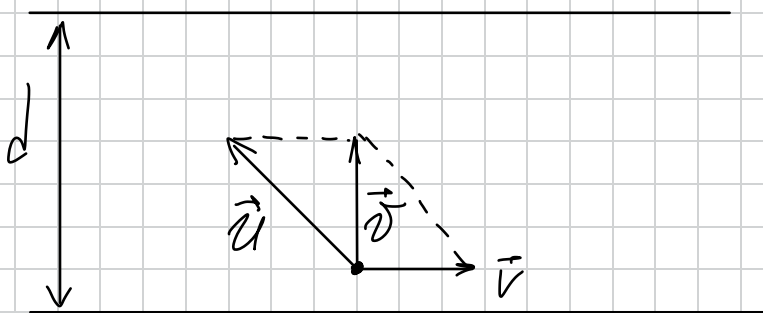
1) Пусть u_{\perp} — сост., перп. берегу; u_{\parallel} — паралл. берегу,

тогда:

$$u_{\perp} = \frac{d}{\tau}$$

$$(u_{\parallel} + V)\tau = S \Rightarrow V = \frac{S}{\tau} - \sqrt{u^2 - \left(\frac{d}{\tau}\right)^2} \approx 0,9 \text{ м/с}$$

2) Кратчайший путь — прямая перп. берегам, то есть Абсолютная скорость лодки должна быть \perp берегу



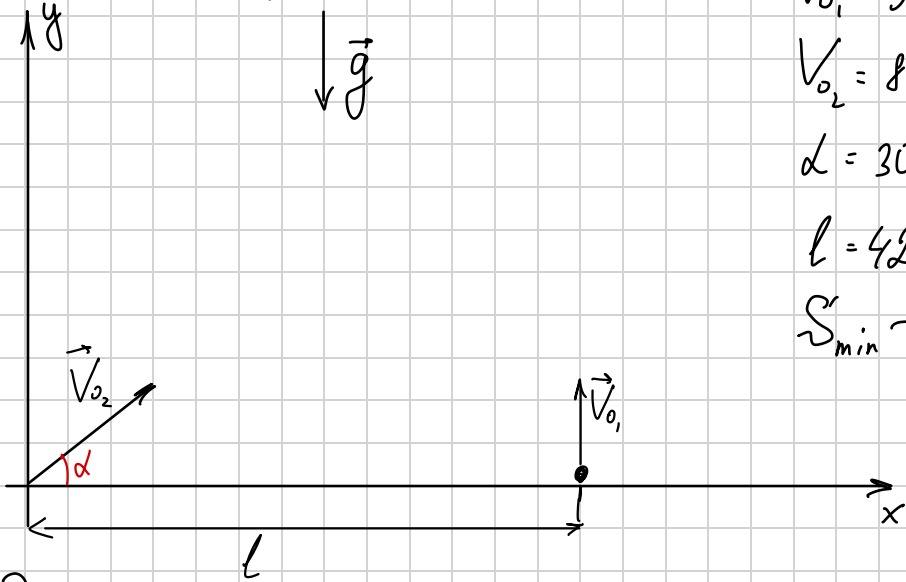
$$\vec{V} = \vec{u} + \vec{V} \Rightarrow V = \sqrt{u^2 - V^2} \approx 0,94 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$T = \frac{d}{V} \approx 213 \text{ с}$$

15

Два камня расположены на одной горизонтали на расстоянии 42 м друг от друга. Один камень бросают вертикально вверх со скоростью 5 м/с, а второй одновременно бросают под углом 30° к горизонту по направлению к первому камню со скоростью 8 м/с. Чему равно наименьшее расстояние между камнями в процессе движения?

1 способ: координатный



$$V_{01} = 5 \text{ м/с}$$

$$V_{02} = 8 \text{ м/с}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$l = 42 \text{ м}$$

$$S_{\min} = ?$$

1) Расстояние м/у двумя точками:

$$S = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

2) 3-ки движение для камней:

$$\begin{cases} x_1 = l \\ y_1 = V_{01}t - \frac{gt^2}{2} \end{cases} ; \begin{cases} x_2 = V_{02} \cos \alpha t \\ y_2 = V_{02} \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2} \end{cases}$$

Тогда:

$$S^2 = (l - V_{02} \cos \alpha t)^2 + (V_{01}t - V_{02} \sin \alpha t)^2 \ominus$$

$$\begin{aligned} \ominus l^2 - 2lV_2 \cos \alpha t + V_2^2 \cos^2 \alpha t^2 + (V_1 t)^2 - \\ - 2V_1 V_2 \sin \alpha t^2 + V_2^2 \sin^2 \alpha t^2 \end{aligned}$$

$$S^2 = (V_1^2 - 2V_1 V_2 \sin \alpha + V_2^2) t^2 - 2lV_2 \cos \alpha t + l^2$$

$$S'^2 = (25 + 64 - 40) t^2 - 8\sqrt{3} l t + l^2$$

$$S'^2 = 49 t^2 - 8\sqrt{3} l t + l^2$$

$$t_{\min} = \frac{8\sqrt{3} l}{2 \cdot 49} = \frac{4\sqrt{3}}{49} l$$

$$S'_{\min} = \sqrt{\frac{48}{49} l^2 - 2 \cdot \frac{48}{49} l^2 + l^2} = \frac{l}{7}$$

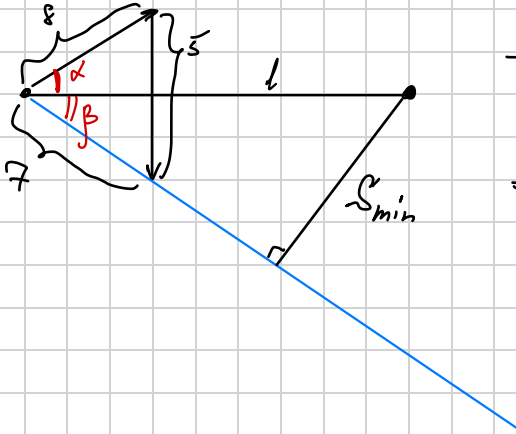
2 способ: относительность движения

1) Перейдем в С.О., связанную с движением первого тела - эта С.О. - неинерциальная, т.е. движется с ускорением, тогда, по 2-му сложению ускорений:

$$\vec{a}_{\text{обс}} = \vec{a}_{\text{отн}} + \vec{a}_{\text{пер}} \quad | \Rightarrow \vec{a}_{\text{отн}} = 0!$$

$\vec{a}_2 = \vec{g}$ $\vec{a}_1 = \vec{g}$

2) Аналогично пред. заданию на отн. движении с помощью 2-х сложения скоростей рисуем траекторию



Из Δ -ка скоростей:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{5 - 7 \sin \alpha}{7 \cos \alpha} = \frac{1}{4\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \sin \beta = \frac{1}{7}$$

$$\Rightarrow S_{\min} = \frac{1}{7}$$

↑
траектория 1-го тела