

+

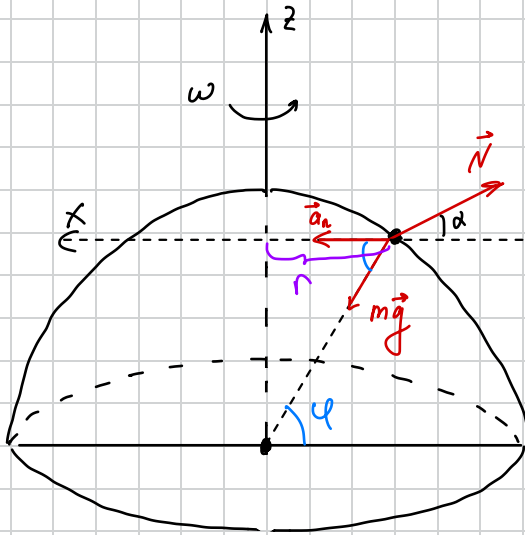
×

—

÷

§2. Динамика движения по окр-ти мат. точки

Пример 11. Определите вес P тела массой m на географической широте φ . Ускорение свободного падения g , Землю считайте однородным шаром радиуса R .



1) $\vec{P} = -\vec{N}$ — по 3-му закону Ньютона

2) Запишем 2-й закон Ньютона:

$$m\vec{a}_n = m\vec{g} + \vec{N}$$

Проецируем на оси x и z :

$$\begin{cases} m\omega^2 r = mg \cos \varphi - N \cos \alpha \\ mg \sin \varphi = N \sin \alpha \end{cases}$$

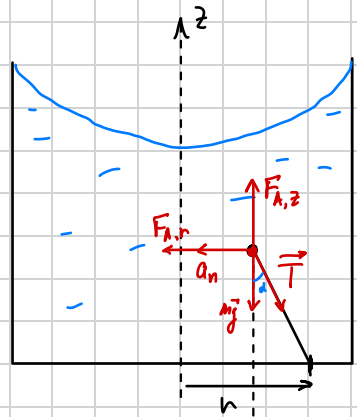
$$\Rightarrow \begin{cases} N^2 \cos^2 \alpha = (m\omega^2 r - mg \cos \varphi)^2 \\ N^2 \sin^2 \alpha = (mg \sin \varphi)^2 \end{cases} \oplus$$

$$\Rightarrow P = N = \sqrt{(mg \sin \varphi)^2 + (m\omega^2 r - mg \cos \varphi)^2}$$

(здесь $r = R \cos \varphi$, $R = 6400 \text{ км}$, $\omega = \frac{2\pi}{1 \text{ сут}}$)

Пример 12. Маленький деревянный шарик прикреплен с помощью нерастяжимой нити длиной $l = 30$ см ко дну цилиндрического сосуда с водой. Расстояние от центра дна до точки закрепления нити $r = 20$ см. Сосуд раскручивают вокруг вертикальной оси, проходящей через центр дна. При какой угловой скорости вращения нить отклонится от вертикали на угол $\alpha = 30^\circ$? Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

1) Что обеспечивает норм. ускорение?
Поэтому эта сила повышается?



2) Чтобы найти силы Архимеда
уберем шарик и найдем силы, действ
на воду:

$$F_{A,z} = \rho_l V g \text{ — т.к. слой воды "сверху" не изм}$$

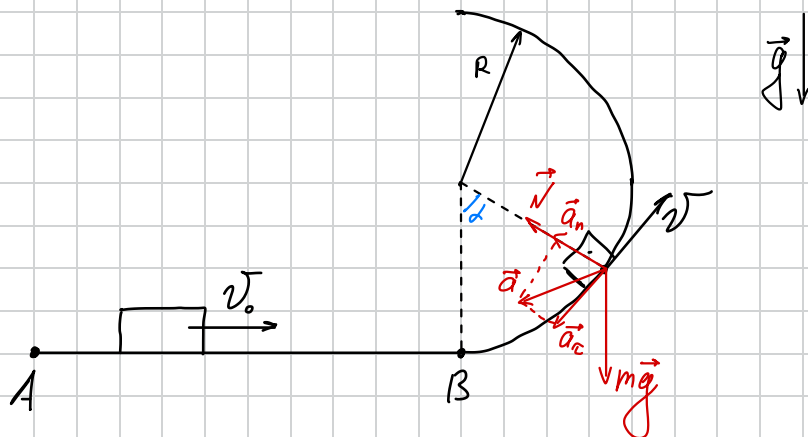
$$F_{A,r} = \rho_l V \underbrace{\omega^2 (r - l \sin \alpha)}_{a_{n, \text{воды}}} \text{ — т.к. кусок воды движ. с ускорением}$$

3) При поперевки шарик в воду силы будут такие же
Запишем 2-й закон Ньютона

$$\begin{cases} \rho_l V g - \rho_{\text{ш}} V g - T \cos \alpha = 0 \\ \rho_{\text{ш}} V \omega^2 (r - l \sin \alpha) = \rho_l V \omega^2 (r - l \sin \alpha) - T \sin \alpha \end{cases}$$

$$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g \tan \alpha}{r - l \sin \alpha}} \approx 10,7 \text{ с}^{-1}$$

Пример 15. Гладкий желоб состоит из горизонтальной части AB и дуги окружности BD радиуса $R = 5$ м (рис. 16). Шайба скользит по горизонтальной части со скоростью $v_0 = 10$ м/с. Определите модуль a ускорения шайбы в точке C и угол β , который вектор \vec{a} ускорения шайбы в этот момент составляет с нормалью к траектории в точке C . Радиус OC образует с вертикалью угол $\alpha = 60^\circ$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



1) Полное ускорение:

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$$

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$$

где $a_n = \frac{v^2}{R}$;

2) Найдём v в т-ке C по З.С.Э для шайбы:

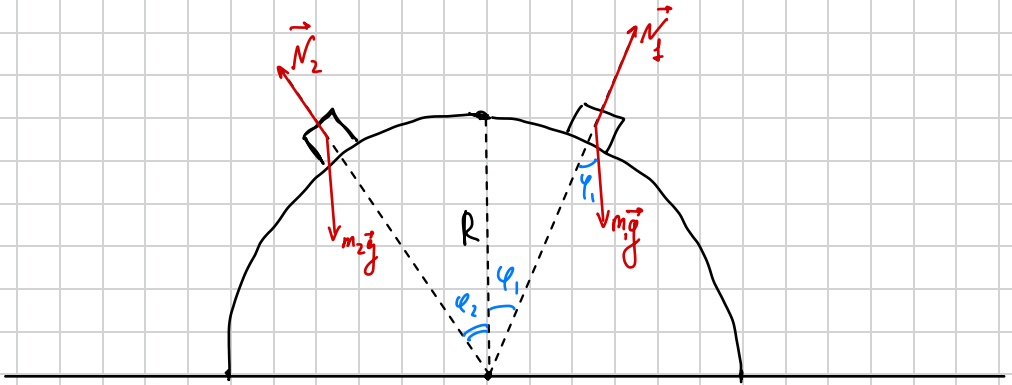
- Начальное положение — т-ка B
- Конечное — т-ка C
- Нуль пот. эи. — AB

$$\frac{mv^2}{2} + mgR \underbrace{(1 - \cos \alpha)}_{\frac{1}{2}} = \frac{mv_0^2}{2}$$

$$v^2 + gR = v_0^2 \Rightarrow v = \sqrt{v_0^2 - gR}$$

$$\Rightarrow a_n =$$

На горизонтальной поверхности лежит полусфера массой $M = 140$ г. Из верхней точки полусферы, стартовав одновременно, в противоположных направлениях с пренебрежимо малыми начальными скоростями, скользят без трения две шайбы. Массы шайб $m_1 = 80$ г и $m_2 = 30$ г. Из-за трения между полусферой и горизонтальной поверхностью движение полусферы начинается в тот момент, когда одна из шайб пройдет $\delta = 1/12$ длины окружности большого круга. Найдите коэффициент μ трения скольжения полусферы по поверхности.



1) Найдём ускорения шайбы (по 2-му γ -му закону):

$$\begin{cases} ma_n = mg \cos \varphi - N \\ ma_{\tau} = mg \sin \varphi \Rightarrow a_{\tau} = g \sin \varphi - \text{не зависит от } m! \end{cases}$$

2) Π_{10} есть, если 1-я шайба прошла $l_1 = \frac{1}{12} \cdot 2\pi R = \frac{a_{\tau,1} t^2}{2}$,
то и вторая шайба прошла столько же.

3) При этом, найдём φ :

$$l_1 = \varphi R = \frac{1}{12} \cdot 2\pi R \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{6}$$

4) Тогда:

$$N_1 = m_1 \cos \varphi \left(g - \frac{v^2}{R} \right)$$

$$N_2 = m_2 \cos \varphi \left(g - \frac{v^2}{R} \right)$$

5) Найдем v^2 из ЗСЭ для 1 шайбы:

- Выс. положение - верх
- Конечное, когда шайбы разделились $l = \frac{1}{6}R$
- $E_{пот} = 0$ наверху

Тогда:

$$0 = -mgR(1 - \cos\varphi) + \frac{mv^2}{2}$$

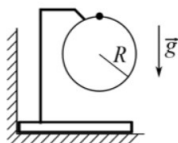
$$\Rightarrow \frac{v^2}{R} = 2g(1 - \cos\varphi)$$

6) Далее, на полусферу действуют такие же по модулю силы, при этом в этот момент $F_{тр} = \mu N_{ст}$
 \Rightarrow записываем 2 проекции 2-го з-на Ньютона \Rightarrow ответ.

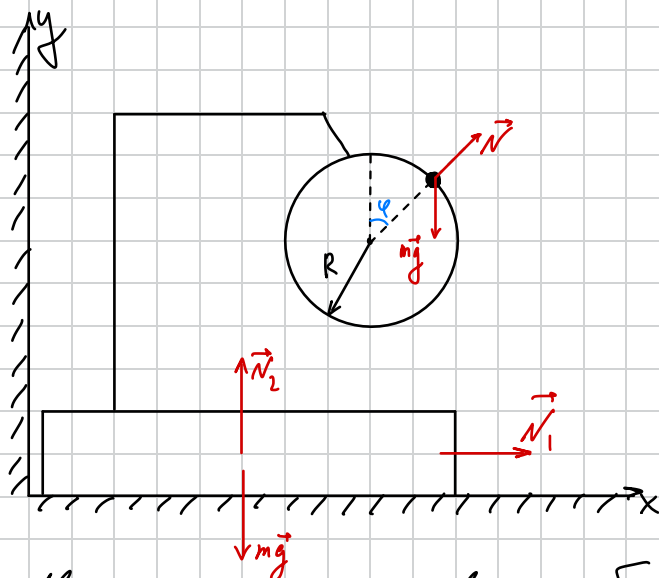
Брусок установлен вплотную к вертикальной стенке (см. рис.). На бруске закреплено кольцо радиуса $R = 1$ м, на которое надет шарик. Массы бруска и шарика одинаковы. Кольцо и держатель легкие. Трения нет. Из верхней точки кольца шарик скользит с пренебрежимо малой начальной скоростью.

- 1) Найдите ускорение \vec{a} шарика в тот момент, когда сила, с которой брусок действует на вертикальную стенку, обращается в ноль. В ответе укажите модуль и направление вектора \vec{a} .
- 2) Найдите вертикальное перемещение h шарика к этому моменту времени.
- 3) Найдите наибольшую скорость v бруска.

Все перемещения происходят в одной вертикальной плоскости. В процессе движения брусок не отрывается от гладкой горизонтальной плоскости.



(Физтех 2022/23)
10 класс



1) По 3-й закону Ньютона шарик действует на брусок с такой же по модулю силой N . Запишем 2-й закон Ньютона для бруска:

$$0 = m\vec{g} + \vec{N}_1 + \vec{N}_2 + \vec{N}'$$

Спроецируем на ось Ox :

$$N \sin \varphi = N_1 \quad (1)$$

2) По 2-му 2-му закону для шарика

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N} \quad (*)$$

3) В момент, когда $\vec{M} = \vec{0} \rightarrow \vec{N} = \vec{0} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$

4) Вертикальное перемещение: спроецируем (*) на радиальное напр-е:

$$m \frac{v^2}{R} = mg \cos \varphi + N$$

Чтобы найти v^2/R запишем З.СЭ для шарика:

$$\frac{mv^2}{2} = mgR(1 - \cos \varphi)$$

$\underbrace{\hspace{1cm}}$ кин. эн. в точке φ $\underbrace{\hspace{1cm}}$ пот. энергия в верхней точке

$$\Rightarrow N = mg(3\cos \varphi - 2) = 0 \Rightarrow \cos \varphi = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow h = R(1 - \cos \varphi) = \frac{R}{3} \approx 0,33 \text{ м}$$

5) Скорость бруска наибольшая, в тот момент, когда шарик в нижней точке (т.к. это точка в которой N для бруска изменяет направление)

Записать З.С.И и З.С.Э для системы брусков

и шарик

$$\begin{cases} m\sqrt{v_0} \cdot \cos\varphi = m\sqrt{v_{1x}} + m\sqrt{v_{2x}} & \text{З.С.И. на } O_x \\ mg \cdot 2R = \frac{m\sqrt{v_{1x}}^2}{2} + \frac{m\sqrt{v_{2x}}^2}{2} \end{cases}$$

шарик
в верхней
т-ке

$$(v_0^2 = gR(1 - \frac{2}{3}) \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{2}{3}gR} \quad \text{из ранее
зан. З.С.Э})$$

$$\Rightarrow v_{1x} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{52}}{3\sqrt{3}} \sqrt{gR}$$

из системы
сделать кв. ур-е
и решить его