

+

×

—

÷

Принцип Ферма

3-ий отражения и преломления

В вакууме свет распространяется со скоростью c

В среде с показателем преломления $n - \frac{c}{v}$

Например $n_{\text{воздух}} \approx 1$

$$n_{\text{вода}} \approx \frac{4}{3}$$

Принцип Ферма: Из всех возможных путей между двумя точками свет выбирает тот, по которому время прохождения наименьшее.

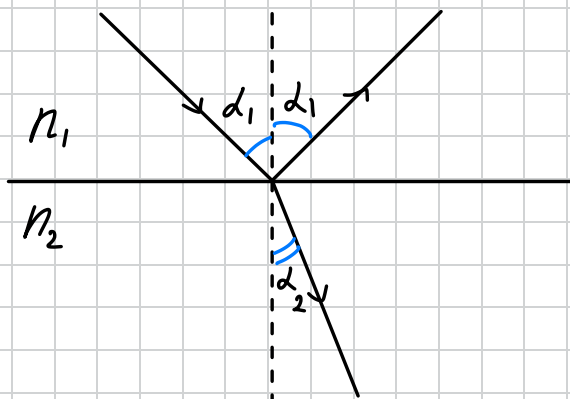
Замечание: Если среда однородная $\Rightarrow n = \text{const}$

$$\Rightarrow t = \frac{S}{c/n} \rightarrow \min \Leftrightarrow S \rightarrow \min \text{ (см 1 конспект)}$$

С помощью Принципа Ферма, находя наименьшую длину ломаной можно г-ть закон отражения

$$\alpha = \beta$$

Закон преломления

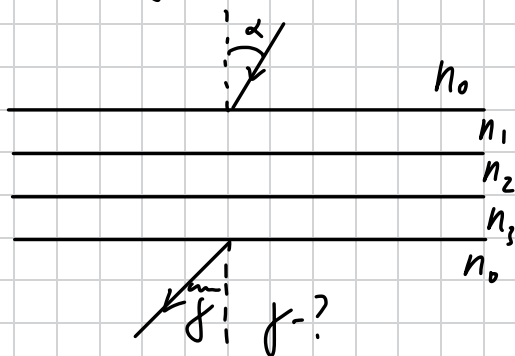


"З-н Снеллиуса"
(Снелла)

$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2$$

параметры 1-й среды параметры 2-й среды

Упр.: Под каким углом выйдет свет?



Замечание: З-н Снелла для малых углов:

$$n_1 \alpha_1 = n_2 \alpha_2$$

\Rightarrow Если $n_2 > n_1$, то $\alpha_2 < \alpha_1$

↑
"среда оптически
более плотная"

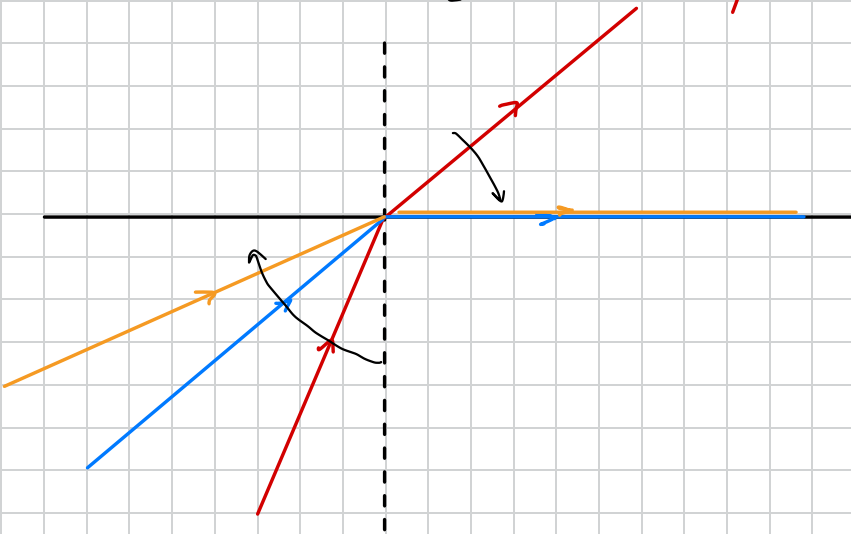
Теперь посветим из среды n_2 в среду n_1 , увеличивая угол падения:

$$n_2 \sin \alpha_2 = n_1 \sin \alpha_1$$

$$\sin \alpha_2 = \frac{n_1}{n_2} \sin \alpha_1$$

При увеличении α_2 наступит момент, когда $\sin \alpha_1 = 1$

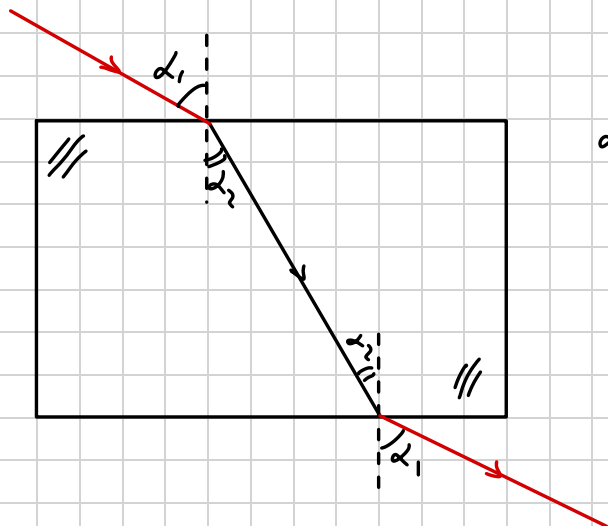
$$\Rightarrow \sin \alpha = \frac{n_1}{n_2} \quad \text{— Угол полного внутреннего отражения}$$



11

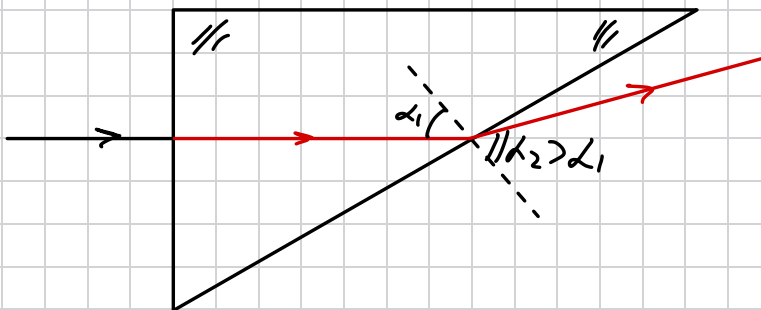
3.109. Постройте ход лучей до или после прохождения границы раздела сред. Среда с заливкой имеет больший показатель преломления.

1



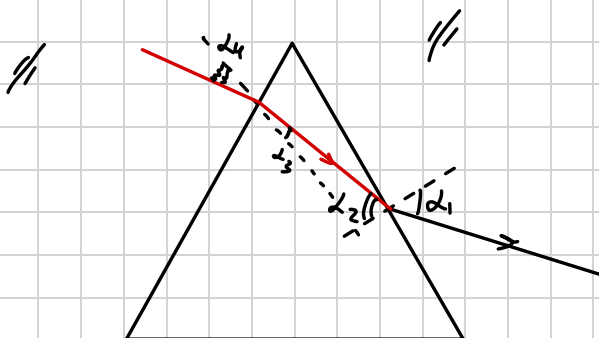
$\alpha_1 > \alpha_2$, т.к. $n_1 < n_2$

2



$\alpha_2 > \alpha_1$

3



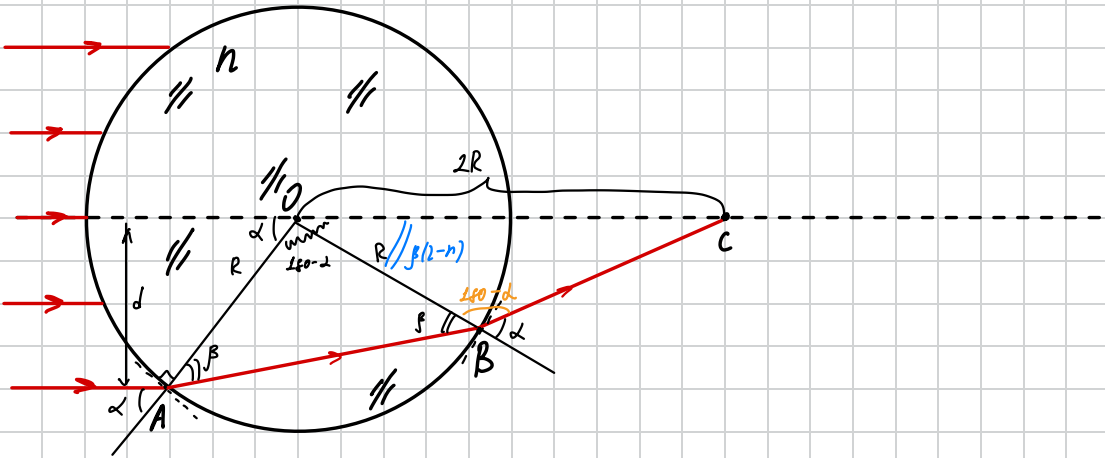
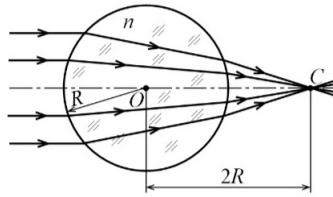
$\alpha_2 > \alpha_1$

$\alpha_4 < \alpha_3$

Замечание: n может быть < 0 (метаматериалы)

№2

Узкий цилиндрический пучок лучей падает на стеклянный шар радиуса R и фокусируется (собирается в точке C) на расстоянии $2R$ от его центра (см. рисунок). Определите показатель преломления n стекла. Центр шара лежит на оси пучка.



1) Рассмотрим "крайний" лучик. Пусть d - диаметр пучка, т.к. пучок "узкий", то $d \ll R$, тогда:

$$\sin \alpha = \frac{d}{R} \ll 1 \Rightarrow \sin \alpha \approx \alpha$$

↑
из рисунка

2) Закон преломления:

$$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta$$

\downarrow \downarrow \downarrow
 1 n n

$$\alpha = n\beta \quad (1)$$

3) Если записать β -и преломления для падения в т.ку В, то т.к. $\angle ABO = \beta \Rightarrow \angle OBC = 180^\circ - \alpha$

3) Геометрия:

$$\begin{aligned} \angle AOB = 180^\circ - 2\beta \\ \angle AOC = 180^\circ - \alpha \end{aligned} \Bigg| \Rightarrow \angle BOC = 2\beta - \alpha$$

$$\Rightarrow \angle OCB = 180^\circ - (180^\circ - \alpha) - 2\beta + \alpha = 2\alpha - 2\beta$$

4) По П. синусов для $\triangle OBC$:

$$\sin \alpha = \frac{2R}{\sin(180^\circ - \alpha)} = \frac{R}{\sin(2\alpha - 2\beta)}$$

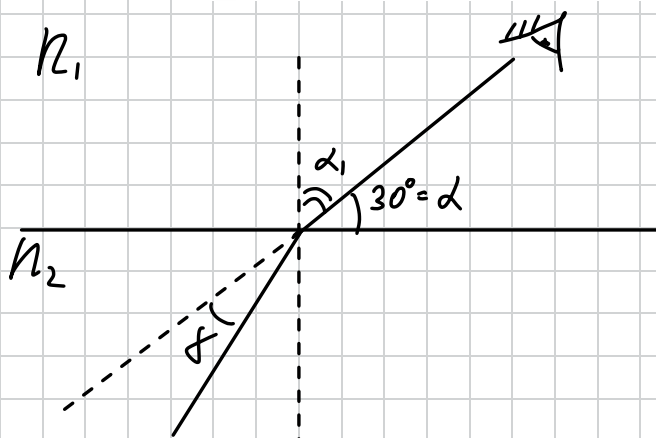
$$\frac{2}{\alpha} = \frac{1}{2\alpha - 2\beta}$$

$$\frac{2}{n\beta} \stackrel{\downarrow (1)}{=} \frac{1}{2(n-1)\beta}$$

$$\frac{n-1}{n} = \frac{1}{4} \Rightarrow n = \frac{4}{3}$$

№3

3.111. Палка с изломом погружена в пруд (см. рисунок). Наблюдателю, находящемуся на берегу и смотрящему вдоль надводной части, она кажется прямой, составляющей угол $\alpha = 30^\circ$ с горизонтом. Какой угол излома γ имеет палка?



1) Угол падения $\alpha_1 = 60^\circ$, тогда из геометрии, угол преломления $\beta = 60^\circ - \gamma$.

2) 3-й Снелла:

$$n_1 \sin 60^\circ = n_2 \sin(60^\circ - \gamma)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{4}{3} \sin(60^\circ - \gamma)$$

$$\sin(60^\circ - \gamma) = \frac{3\sqrt{3}}{8}$$

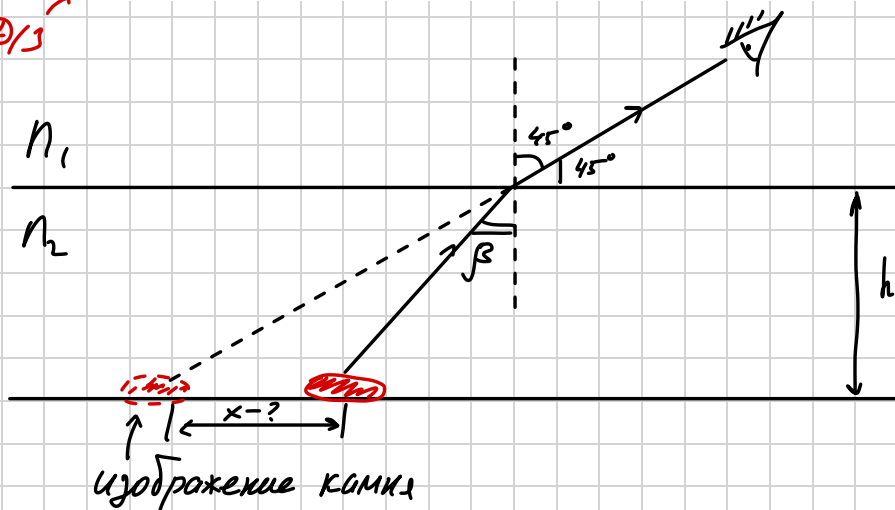
$$60^\circ - \gamma = \sin^{-1}\left(\frac{3\sqrt{3}}{8}\right)$$

$$\gamma \approx 19.5^\circ$$

№4

3.113. На дне водоема лежит небольшой камень. Мальчик хочет попасть в него концом палки и прицеливаясь, держит ее в воздухе под углом $\alpha = 45^\circ$ к поверхности воды. На каком расстоянии от камня воткнется палка в дно водоема, если его глубина $h = 50$ см?

2/3



1) По 2-му Снелла: $n_1 \sin 45^\circ = n_2 \sin \beta$

$$\sin \beta = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3\sqrt{2}}{8}$$

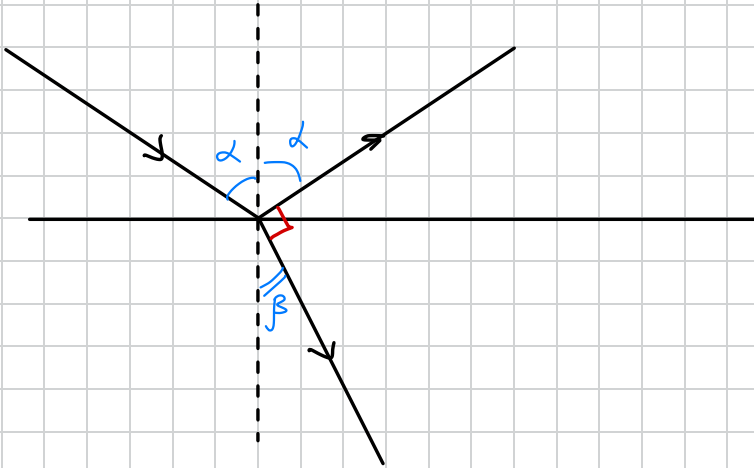
$$\beta \approx 32^\circ$$

2) Из геометрии:

$$x = h \cdot \tan 45^\circ - h \tan 32^\circ = \dots$$

№5

Луч света падает на стекло так, что отражённый и преломлённый лучи взаимно перпендикулярны. Показатель преломления стекла $n = 1,73$. Вычислите угол падения φ_1 .



1) Из геометрии: $\alpha + 90^\circ + \beta = 180^\circ$

$$\Rightarrow \alpha + \beta = 90^\circ$$

$$\beta = 90^\circ - \alpha$$

2) 3-й преломление:

$$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta$$

$$\sin \alpha = n \sin \beta$$

$$\sin \alpha = n \sin(90^\circ - \alpha) = n \cos \alpha$$

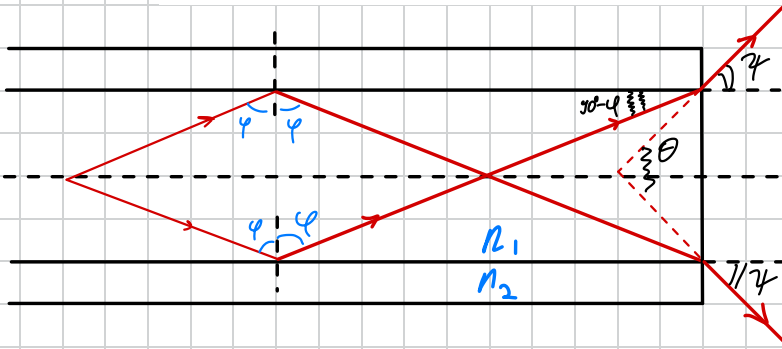
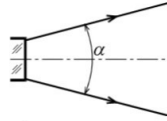
$$\operatorname{tg} \alpha = n$$

$$\alpha \approx 60^\circ$$

№6

Для наблюдения труднодоступных мест (гастроскопия, сложные технические системы и т. п.) используют световод (оптоволокно). Световод представляет собой довольно длинную нить (шланг, кабель) и состоит из гибкой "сердцевины" - вещество с малым коэффициентом поглощения и показателем преломления n_1 , которая защищена снаружи "рубашкой" с показателем преломления n_2 .

Найдите максимально возможный угол α расхождения исходящих из световода лучей (апертура наблюдения).



$$n_1 > n_2$$

n_0 - окружающая среда

θ - ?

1) Световод работает на эффекте полного внутреннего отражения (преломленного луча не должно быть):

Тогда

$$\sin \varphi = \frac{n_2}{n_1} \quad (1)$$

2) Преломление при выходе из оптоволокна:

$$n_1 \sin(90^\circ - \varphi) = n_0 \sin \theta$$

$$n_1 \cos \varphi = n_0 \sin \theta$$

$$n_1 \sqrt{\frac{n_1^2 - n_2^2}{n_1^2}} = n_0 \sin \theta$$

$$\sin \theta = \frac{1}{n_0} \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$$

