

+

×

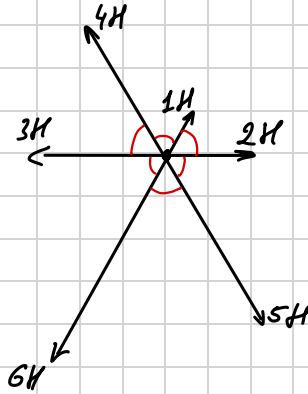
—

÷

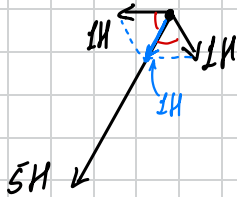
Примеры из Физики

М 1

К телу приложено 6 сил, лежащих в одной плоскости и составляющих друг с другом углы в 60° . Силы последовательно равны 2, 1, 4, 3, 6 и 5 Н (рис. 7). Найти равнодействующую \vec{R} этих шести сил.



1) Сложим скалало силы на одной прямой:



$$\Rightarrow |\vec{R}| = 6\text{Н}, \text{ направлена по копр-ю в-ра } 6\text{Н}$$

12

Пример 18. В безветренную погоду самолёт летит на север со скоростью 180 км/ч (50 м/с) относительно земли. С какой скоростью относительно земли будет лететь самолёт, если дует западный ветер со скоростью 10 м/с?

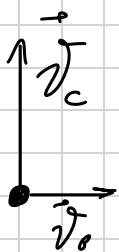
1) В данном случае мы имеем дело со сложным движением: самолёт летит в среде, которая сама движется и "подталкивает" его

$$\vec{v} = \vec{v}_c + \vec{v}_o, \text{ где}$$

v — скорость самолёта в ветреную погоду

v_c — " — в безветренную погоду

v_o — скорость ветра



$$\Rightarrow v = \sqrt{v_c^2 + v_o^2} \approx 51 \text{ м/с}$$

Комментарий: Общий закон сложного движения — закон сложения скоростей

$$\vec{v}_{\text{абс}} = \vec{v}_{\text{отн}} + \vec{v}_{\text{пер}}$$

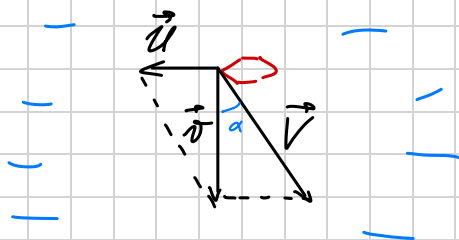
↑
абсолютная
(отн. Земли)

↑
относительная
(в подвижной системе)

↖
переносная
(скорость самой
системы)

№3

Пример 19. Лодка пытается пересечь реку, текущую со скоростью $u = 3$ км/ч. Скорость лодки в стоячей воде $v = 5$ км/ч. Под каким углом α к нормали к берегу надо направить лодку, чтобы она двигалась поперек реки (без сноса)? Какой будет при этом модуль скорости лодки v относительно берега?



1) Аналогично пред. задаче:
Относительно неподвижной
земли лодка должна плыть
перп. берегу — \vec{V} , но

это скорость складывается из скорости реки — \vec{u} и
скорости лодки в реке — \vec{V}

$$\sin \alpha = \frac{u}{v} = \frac{3}{5} \Rightarrow \alpha \approx 37^\circ;$$

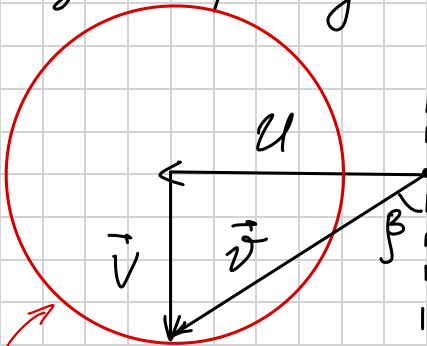
$$V = \sqrt{v^2 - u^2} = 4 \text{ км/ч}$$

Замечание: Заметим, что такая ситуация реализуема
только при $V > u$ (следует из того, что под корнем > 0)

№4

Пример 20*. Лодка пытается пересечь реку, текущую со скоростью $u = 5$ км/ч. Скорость лодки в стоячей воде $V = 3$ км/ч. Под каким углом α к нормали к берегу надо направить корпус лодки, чтобы её снесло как можно меньше? Под каким углом β к нормали к берегу будет при этом плыть лодка?

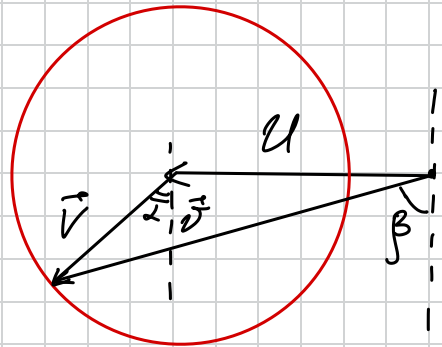
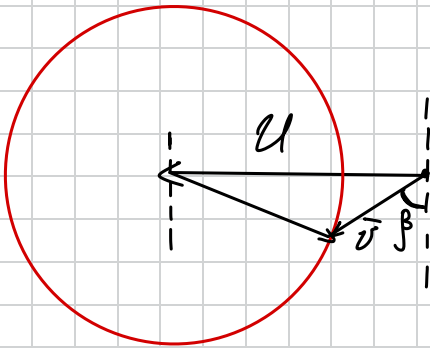
1) Нарисуем картинку: складываем в-ры по правилу Δ -ка



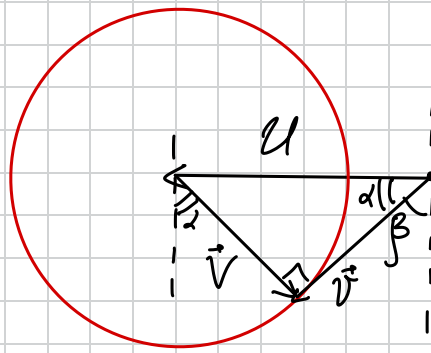
β - угол, под которым течение будет сносить лодку

\rightarrow нужно найти т-ку на полуокружности, где $\beta \rightarrow \min$

все возможные положения конца в-ра V



2) Можно заметить, что до того как в-р V пересечет окружность (в 2-й точке) β уменьшается (рисунок слева). После - β начнет увеличиваться $\Rightarrow \beta_{\min}$, когда $V \perp V$:



$$\sin \alpha = \frac{v}{u} = \frac{3}{5} \Rightarrow \alpha \approx 37^\circ \Rightarrow \beta \approx 53^\circ.$$

Статика

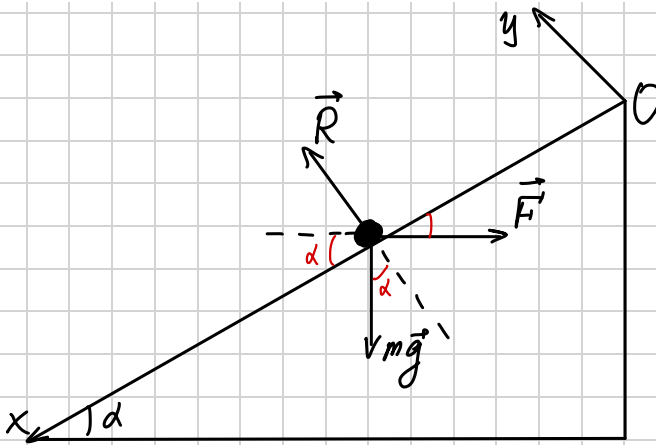
Критерий равновесия тв. тела:

$$\begin{cases} \sum_i \vec{F}_i^{\text{внеш}} = 0 \\ \sum_i \vec{M}_i^{\text{внеш}} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \text{тело в равновесии}$$

↑ моменты сил

№1

На гладкой наклонной плоскости с углом наклона α лежит тело небольших размеров массой m . Какой величины горизонтальную силу нужно приложить к телу, чтобы оно находилось в состоянии равновесия? Какой будет при этом сила реакции R со стороны наклонной плоскости? (См. рис. 4)



1) Введем оси координат: Ox - вдоль наклонной плоскости. Запишем условие равновесия:

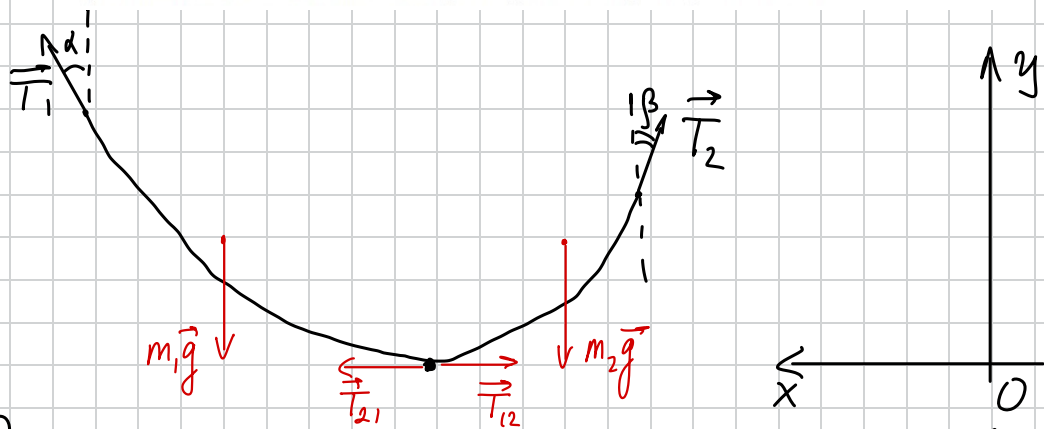
$$m\vec{g} + \vec{R} + \vec{F} = 0 - \text{спроецируем} \rightarrow \begin{cases} R = F \sin \alpha + mg \cos \alpha & \leftarrow Oy \\ mg \sin \alpha = F \cos \alpha & \leftarrow Ox \end{cases}$$

$\Rightarrow \dots$

№2

(Уг 3/3)

Однородная верёвка подвешена за два конца на разных высотах (см. рисунок). Углы, которые составляет верёвка с вертикалью в точках закрепления, равны $\alpha = 30^\circ$ и $\beta = 45^\circ$. Найти отношение длины части верёвки, расположенной левее самой нижней точки верёвки, к длине части верёвки правее этой точки.



1) Рассмотрим отдельно левую часть веревки и правую запишем условие равновесия для каждой:

$$\begin{cases} \vec{T}_1 + m_1\vec{g} + \vec{T}_{12} = 0 \\ \vec{T}_2 + m_2\vec{g} + \vec{T}_{21} = 0 \end{cases}$$

Здесь именно в-ры!

Заметим, что T_{12} и T_{21} , по опр-ю силы натяжения, направлены вдоль (по касательной) веревки \Rightarrow в нижней точке они горизонтальны.

2) Спроецируем векторные равенства на ОУ.

$$\begin{cases} T_1 \cos \alpha = m_1 g \\ T_2 \cos \beta = m_2 g \end{cases}$$

3) Заметим, что $m = \rho l$, где ρ - линейная плотность;
 l - длина. Считая, что веревка однородная:

$$\begin{cases} m_1 = \rho l_1 \\ m_2 = \rho l_2 \end{cases}$$

Тогда

$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{T_1 \cos \alpha}{T_2 \cos \beta} = \frac{T_1}{T_2} \frac{\cos \alpha}{\cos \beta}$$

4) Запишем условие равновесия для всей веревки:

$$\vec{T}_1 + \vec{T}_2 + m\vec{g} = 0$$

Спроецируем на Ox :

$$T_1 \sin \alpha = T_2 \sin \beta$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}$$

5) Получим:

$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{\tan \beta}{\tan \alpha}$$

13

Муравьи пытаются тащить листик треугольной формы. Каждый муравей тянет лист в направлении, перпендикулярном стороне листика. Количество муравьёв с каждой стороны треугольника пропорционально длине этой стороны, так что результирующая сила, приложенная к каждой стороне, пропорциональна её длине (с коэффициентом пропорциональности k , имеющим размерность жёсткости) и перпендикулярна ей (рис. 13). В какую сторону начнет двигаться листик, если трения между ним и землёй нет? («» Будет ли вращаться листик?). Ответы объясните.

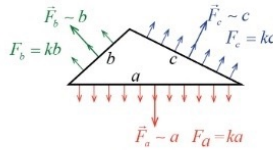
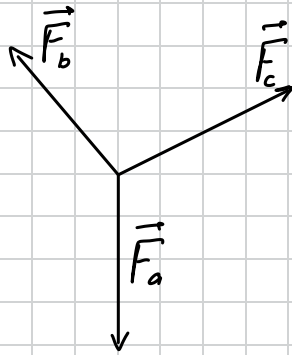


Рис. 13

1) Чтобы найти в какую сторону движется листик найдем равнодействующую

$$\vec{F} = \vec{F}_b + \vec{F}_a + \vec{F}_c \quad (\vec{F}_a, \vec{F}_b, \vec{F}_c - \text{равнодействующие})$$



Повернем эти векторы на 90° : тогда $\vec{F}_b \parallel$ стороне b , $\vec{F}_a \parallel$ стороне a , $\vec{F}_c \parallel$ стороне c , причем $|\vec{F}_b| = kb$, $|\vec{F}_a| = ka$, $|\vec{F}_c| = kc$, то есть на векторах $\vec{F}_a, \vec{F}_b, \vec{F}_c$ можно построить Δ -к, подобный данному \Rightarrow по правилу Δ -ка их сумма $= 0$.

2) Рассмотрим вращение. Для этого нужно рассмотреть суммарный момент этих сил.

3) Заметим, что равнодействующее сил, приложенных к сторонам, приложено к серединам сторон (иначе бы сторона вращалась (лучше сказать, что уг-я симм. момент отн. середины = 0))

Тогда силы лежат на сер. перп. \Rightarrow они пересекаются в 1 точке \Rightarrow отн. этой точки $\vec{M}_\Sigma = 0!$

$$(U_x \vec{r}_x + U_y \vec{r}_y) \vec{\omega} = U (\vec{r}_x \vec{\omega}_x + \vec{r}_y \vec{\omega}_y)$$

$$\begin{cases} U_x \vec{r}_x \vec{\omega}_x + U_y \vec{r}_y \vec{\omega}_x = U_x \vec{r}_x \vec{\omega}_x + U_x \vec{r}_y \vec{\omega}_y \\ U_x \vec{r}_x \vec{\omega}_y + U_y \vec{r}_y \vec{\omega}_y = U_y \vec{r}_x \vec{\omega}_x + U_y \vec{r}_y \vec{\omega}_y \end{cases}$$

$$U_y \vec{\omega}_x = U_x \vec{\omega}_y$$