

+

×

—

÷

§7. Гидростатика

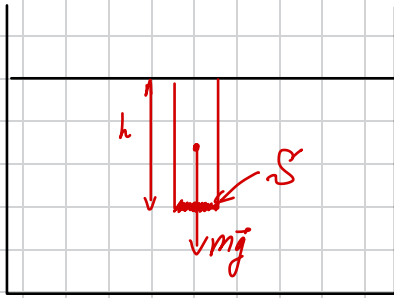
Опр Давление называется величина равная отношению модуля силы давления F , направленной по нормали к пов-ти, к площади S этой пов-ти

$$p = \frac{F_n}{S}$$

Замечание: Вклад в давление вносит только перпендикулярная составляющая

Закон Паскаля: Давление, оказываемое на жидкость в каком-либо одном месте на ее границе, передается без изменения во все точки жидкости

Гидростатическое давление



$$F = mg, \quad p = \frac{F}{S}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} p = \frac{\rho V g}{S} \\ V = S h \end{cases}$$

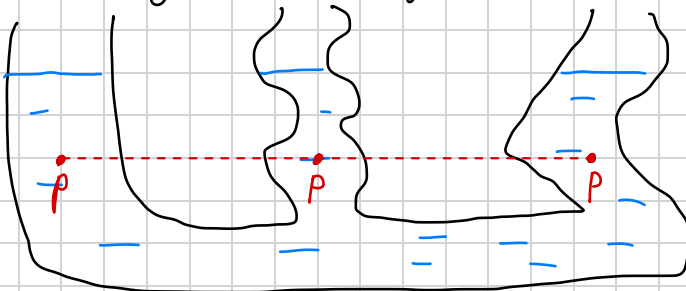
$$p = \rho g h$$

Пример: $p = 1 \text{ атм} = 10^5 \text{ Па}$, $h = ?$

$$h = \frac{p}{\rho g} = \frac{10^5}{1000 \cdot 10} \approx 10 \text{ м}$$

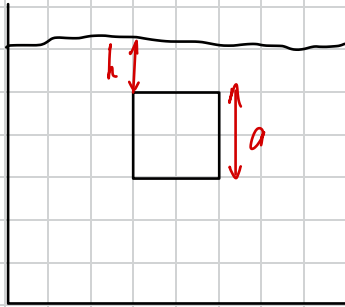
не збы воем,
што над водай
всегда атмосфера

Закон сообщающихся сосудов: В сообщающихся сосудах, заполненных однородной жидкостью, давление во всех точках жидкости, расположенных в одной горизонтальной плоскости, одинаково независимо от формы сосудов



Закон Архимеда: На пов-ти погруженного тела действуют силы давления, при этом их векторная сумма направлена вверх и выталкивает тело из воды

Пример: Кубик



$$\Delta p = \rho g(h+a) - \rho g h = \rho g a$$

$$F = \Delta p \cdot S = \rho g \underbrace{aS}_{V} = \rho_* g V_{\text{погр}}$$

$$/ F_A = \rho_* g V_{\text{погр}} /$$

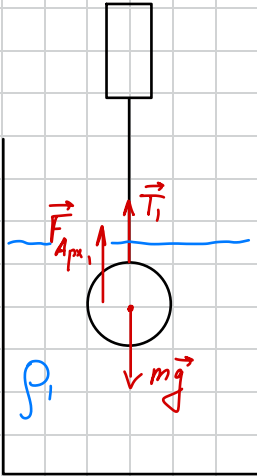
Замечание: Если пов-т тела плотно прилегает к стенке сосуда, то g -н Архимеда неприменим

Задачи

№1

Тело, подвешенное на нити к динамометру, полностью погружают в жидкость. При погружении в жидкость с известной плотностью $\rho_1 = 1,0 \text{ г/см}^3$ показание динамометра равно $P_1 = 0,05 \text{ Н}$, а в жидкость с неизвестной плотностью ρ_2 показание динамометра равно $P_2 = 0,06 \text{ Н}$. Определить ρ_2 зная, что плотность тела $\rho = 2,0 \text{ г/см}^3$.

1)

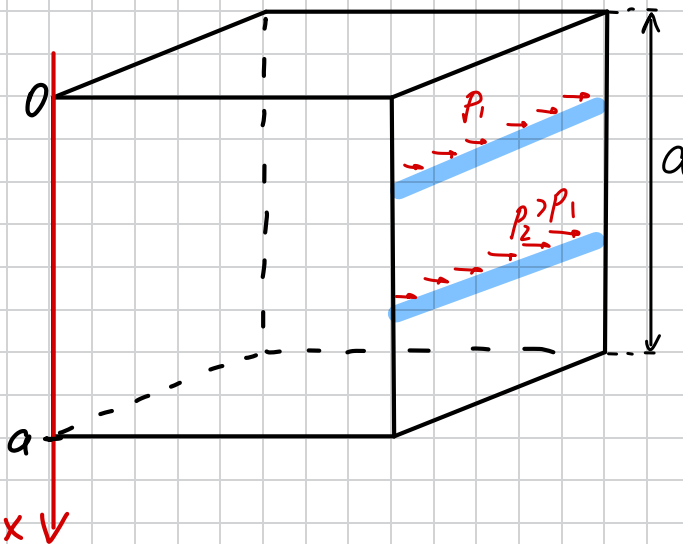


2)



№2

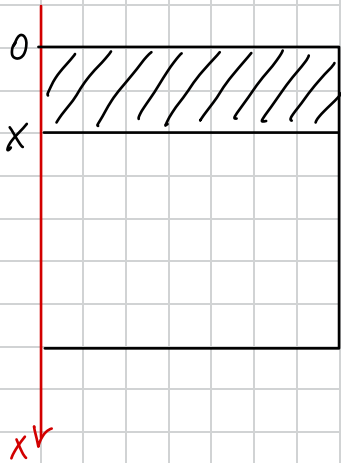
Сосуд кубической формы с ребром 10 см до краев заполнен водой. Определите силу давления воды на боковую грань сосуда. Атмосферное давление не учитывать



1) Очевидно, что на каждую точку дна давит столб воды высотой h :

$$F = \rho g a \cdot a^2 = \rho a^3 g = mg$$

2) Рассмотрим как изменяется давление с глубиной:

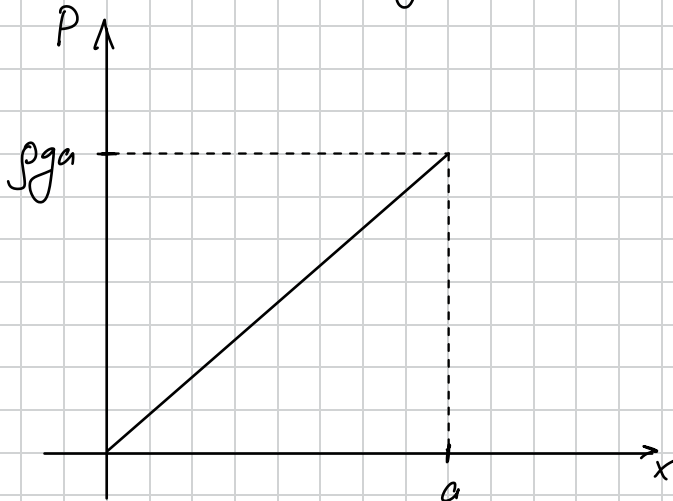


Давление на глубине x :

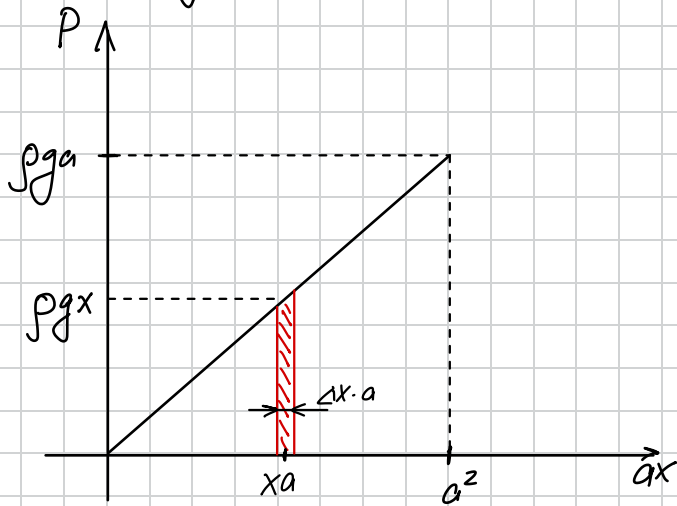
$$P_x = \rho g x$$

↑
такое же давление в любой т.ке на глубине x (по закону Паскаля)

3) Тогда график зависимости давления от x :



4) Домножим все значения x на a :



Площадь тонкой полоски шириной $\Delta x \cdot a$: $\underbrace{pgx}_{p(x)} \cdot \underbrace{\Delta x \cdot a}_{\Delta S}$ = ΔF — сила, действующая на "полоску" шириной Δx .
 ↑
 площадь кусочка

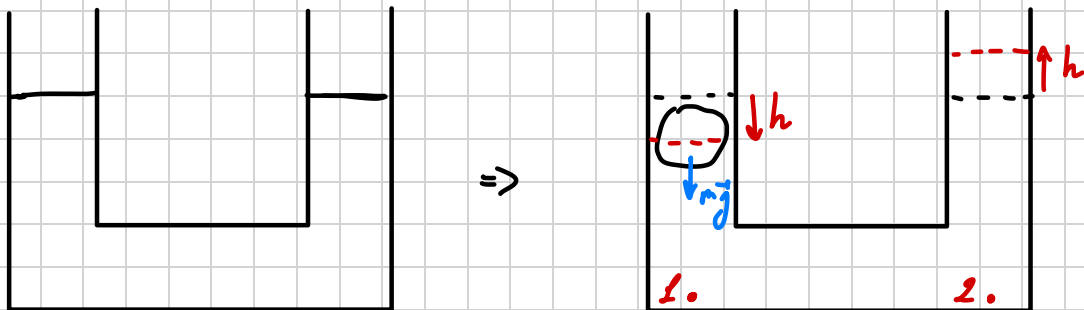
5) Таким образом, чтобы найти полную силу нужно просуммировать все ΔF , т.е. найти площадь под графиком:

$$F' = \frac{1}{2} p g a \cdot a^2 = \frac{1}{2} p g a^3 = \frac{mg}{2}$$

№3

В один из двух одинаковых цилиндрических сосудов, частично заполненных водой, поместили деревянный шарик массой 20г, и уровень воды в другом сосуде поднялся на 2 мм.

Чему равна площадь сечения каждого из сосудов?



1) По закону Паскаля давления в точках 1 и 2 одинаковы:

$$P_1 = P_2$$

$$F_1 S_1 = F_2 S_2 \leftarrow S'_1 = S'_2$$

$$F_1 = F_2$$

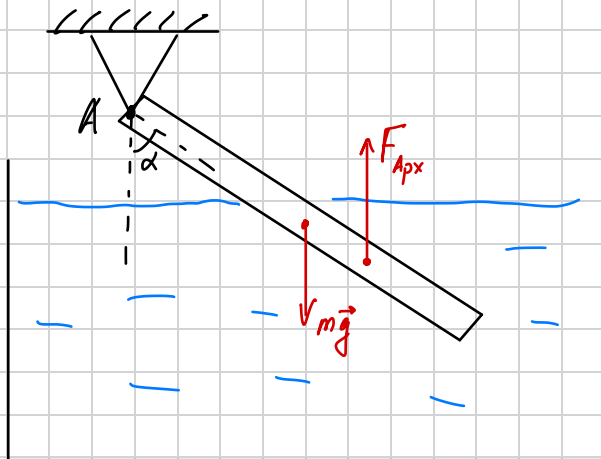
$$mg + \rho_* g h_1 S' = \rho_* g h_2 S'$$

$$mg = \rho_* g (h_2 - h_1) S' = 2 \rho_* g h S'$$

$$S' = \frac{m}{2 \rho_* h}$$

14

Задача 10. Тонкий однородный стержень, укрепленный сверху шарнирно (рис. 23), опущен в воду так, что две трети стержня оказались в воде. Определите плотность материала стержня, считая плотность воды известной.



- 1) Аналогично силе тяжести (в однородном поле тяжести) сила Архимеда приложена к **центру** погруженной части предмета (если он однородный)
- 2) Стержень в равновесии \Rightarrow запишем равенство моментов отн оси A (\perp пл-ти рисунка)

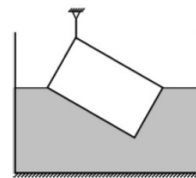
$$\underbrace{mg \frac{l}{2} \sin \alpha}_{\rho l \cdot s} - \underbrace{F_{\text{Арх}} \frac{2}{3} l \sin \alpha}_{\rho_0 V_{\text{н}} g = \rho_0 \frac{2}{3} l S g} = 0$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{8}{9} \rho_0$$

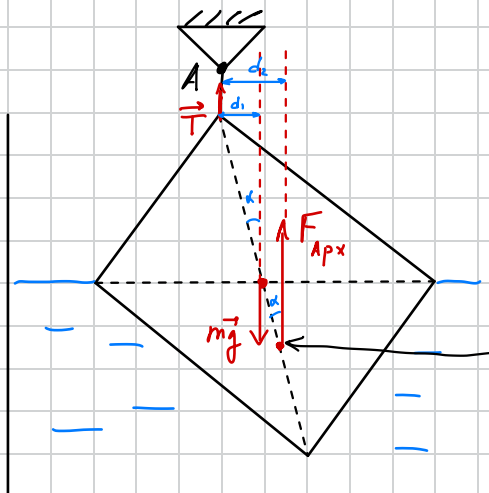
№5

Задача 68. (МОШ, 2015, 9) Длинный однородный брусок с поперечным сечением в виде прямоугольника со сторонами $a \neq b$ подвешен на двух вертикальных нитях, прикреплённых к одному из рёбер, над сосудом, в который наливают воду. Когда в сосуд налили некоторое количество воды, два ребра бруска оказались точно на поверхности воды (вид сбоку со стороны выплеванного поперечного сечения показан на рисунке). Найдите плотность материала, из которого сделан брусок. Плотность воды равна $\rho = 1 \text{ г/см}^3$.

Примечание: центр масс однородного треугольника расположен на пересечении его медиан.



$$\pi^2 \cdot 10^{-7} / 10 \cdot 0.29 \approx d^2 / 6 = \pi d$$



на пересечении
медиан (центр тяжести Δ -ки)

1) Будем дополнительно считать, что веревка короткая ($l \ll a, b$) и запишем рав-во моментов от оси A

$$mg d_1 - F_{Arch} d_2 = 0$$

2) Из геометрии:

$$d_1 = \underbrace{\frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2}}_{\text{медиана в прямоугольнике}} \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

медиана в прямоугольнике

$$d_2 = \left(\frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2} + \underbrace{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2}}_{\text{медиана делится т-кой пересек как 2:1}} \right) \operatorname{tg} \alpha$$

3) Поэга (*)

$$\underbrace{\rho V g}_{mg} \underbrace{\frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2} \operatorname{tg} \alpha}_{d_1} - \underbrace{\rho_0}_{V_{\text{поп}}} \cdot \underbrace{\frac{1}{2} V g}_{F_{\text{арх}}} \underbrace{\frac{4}{3} \cdot \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2} \operatorname{tg} \alpha}_{d_2} = 0$$

$$\rho = \frac{2}{3} \rho_0 \approx 670 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$