

+

×

—

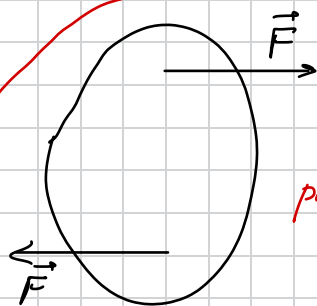
÷

15.02.

Условия равновесия:

1. Мат. точка / тв. тело без вращения:

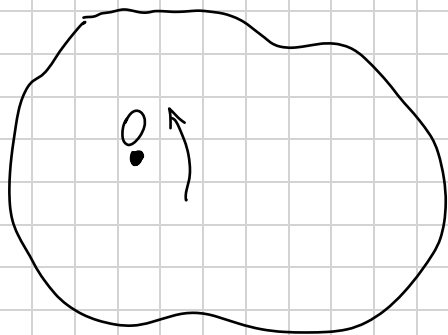
... в равновесии $\Rightarrow \sum_i \vec{F}_i = 0$



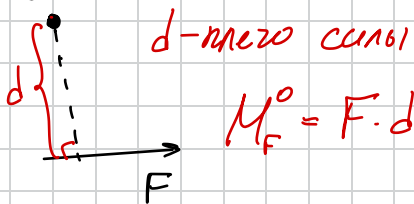
$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{0}$$

равнодейств.
ке сущ. (по стр-ю)

2. Вращение тв. тела с закрепленной осью (l)



O (ось, пр. з/л т. O \perp рис.)



d — плечо силы

$$M_F^O = F \cdot d$$

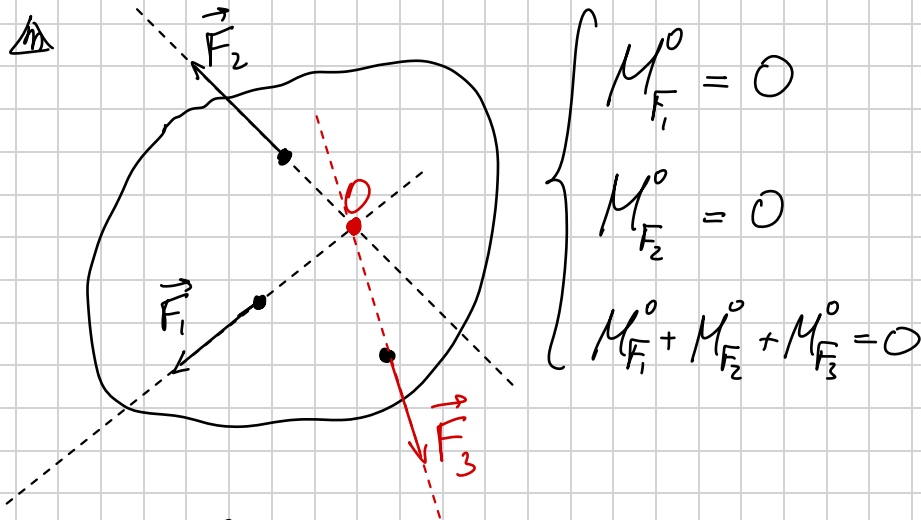
... в равновесии $\Rightarrow \sum_i M_i^l = 0$

3. Произвольный случай

... в равновесии $\Rightarrow \begin{cases} \sum \vec{F}_i = 0 \\ \sum \underbrace{M_i^O}_{\text{отн. любой оси}} = 0 \end{cases}$

Замечание: Теорема о трех непараллельных силах

Если тв. тело находится в равновесии под действием 3-х непараллельных сил (лежат в 1 пл-ти), то линии действия этих сил пересекаются в 1 точке

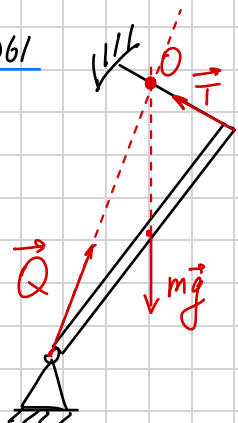


$\Rightarrow M_{F_3}^O = 0 \Rightarrow$ линия действия силы F_3 проходит через O

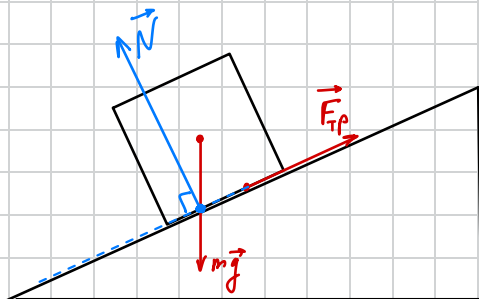


Примеры

1.



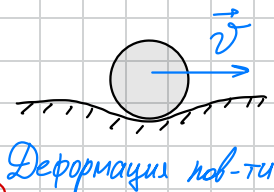
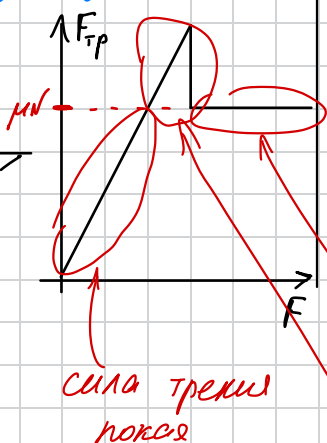
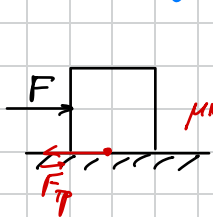
2.



Силы трения

скольжения покоя качения вязкое

Не уг. гладкие пов-ти

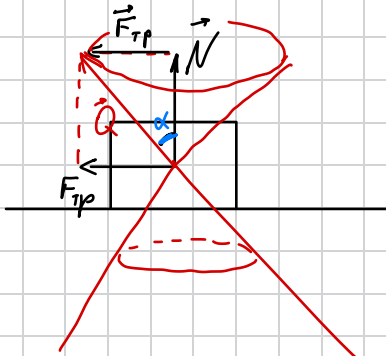


сила трения скольжения

зависение от скорости

$$F_{тр}^{покоя} \in [0, \mu N]$$

Замечание: Геом. интерпретация $F_{\text{тр}} = \mu N$

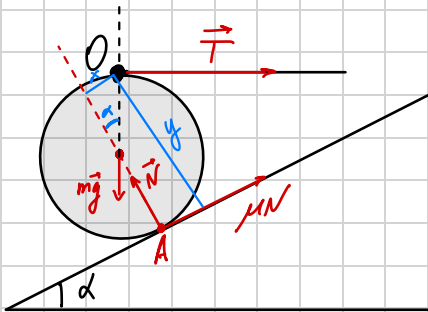


$$\mu = \frac{F_{\text{тр}}}{N}$$

$$\text{tg} \alpha = \frac{F_{\text{тр}}}{N} = \mu$$

конус трения
(геом. место концов в-ра)
 $\vec{Q} = \vec{F}_{\text{тр}} + \vec{N}$
угол раствора α : $\text{tg} \alpha = \mu$

Замечание: Поиск коэф-т трения при покое тела



При каком коэф-те трения не будет проскальзывания

то есть скорость т-ки шара A = скорости т-ки пл-ти A
 $= 0 \Rightarrow$ то есть сила трения пока $\Rightarrow F_{\text{тр}} \leq \mu N$

$$\Rightarrow \mu \geq \dots$$

Полезно записывать рав-во моментов эти.

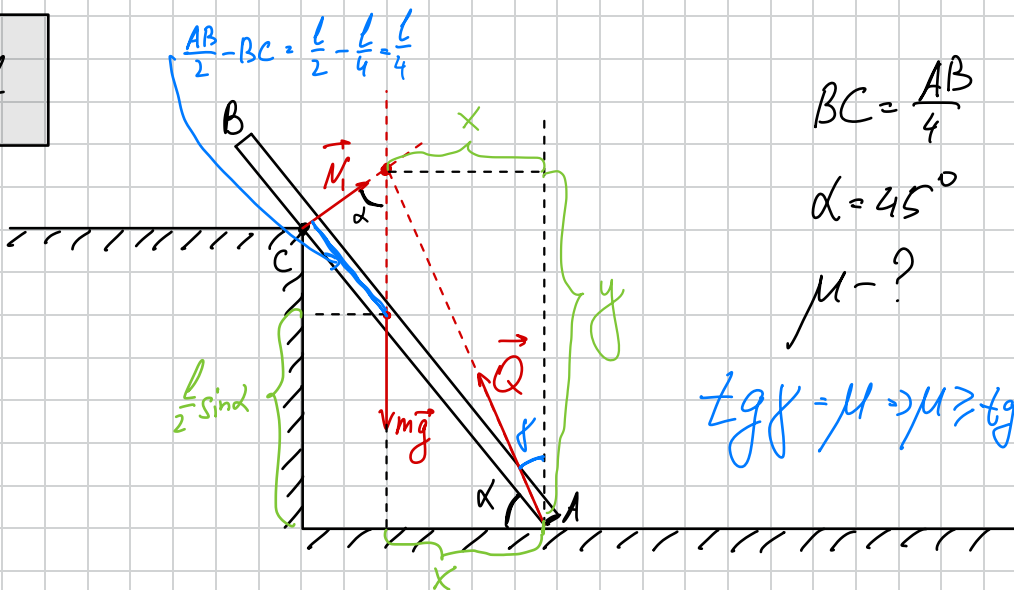
такой оси, что моменты всех сил кроме N и $M_N = 0$ — у нас это ось, прох. з/з т-ку $O \perp \text{рис}$

$$\sum_i M_{F_i}^0 = 0$$

$$N \cdot x = \mu N \cdot y$$

$$\mu = \frac{x}{y} = \frac{R \sin \alpha}{R + R \cos \alpha} = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha}$$

$$\mu \geq \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha}$$



$$BC = \frac{AB}{4}$$

$$\alpha = 45^\circ$$

$\mu - ?$

$$\text{tg} x = \mu \Rightarrow \mu \geq \text{tg} x$$

$$AB = l \Rightarrow x = \frac{AB}{2} \cos \alpha = \frac{l}{2} \cos \alpha$$

$$y = \frac{l}{2} \sin \alpha + \frac{l}{4} \cdot \frac{1}{\sin \alpha}$$

$$\text{tgf} = \frac{x}{y} = \frac{\frac{l}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{l}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{l}{4} \sqrt{2}} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \mu \geq \frac{1}{2}$$

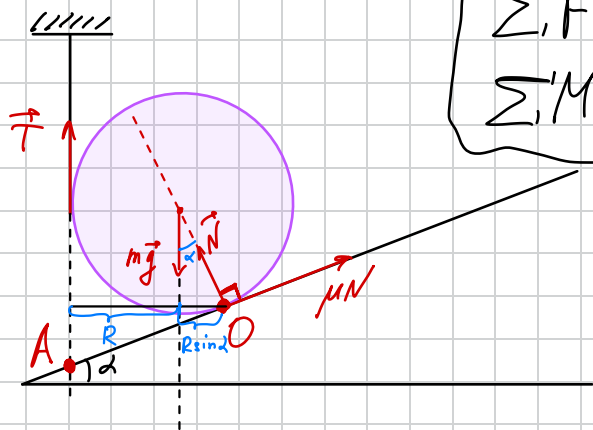
№2

Дано: m, α

T - ?

μ - ?

N - ?



$$\sum \vec{F}_i = 0$$

$$\sum M_i = 0$$

1) Найдём T :

Запишем рав-во моментов от осей прох 2/2

T -ку $O \perp$ рис:

$$mgR \sin \alpha = T(R + R \sin \alpha)$$

$$T = \frac{mg \sin \alpha}{1 + \sin \alpha}$$

2) μ -? \Rightarrow осталось N и μN .

Запишем: $\sum \vec{F}_i = 0$

$$\vec{T} + m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тр}} = 0$$

Спроецируем на горизонталь:

$$N \sin \alpha = \mu N \cos \alpha$$

$$\mu = \tan \alpha \Rightarrow \mu \geq \tan \alpha$$

3) N -? - нужно исключить $F_{\text{тр}}$ и $T \Rightarrow$
 \Rightarrow сразу ответ:

$$mgR = N \cdot \frac{R(1 + \sin \alpha)}{\cos \alpha}$$

$$N = \frac{mg \cos \alpha}{1 + \sin \alpha}$$



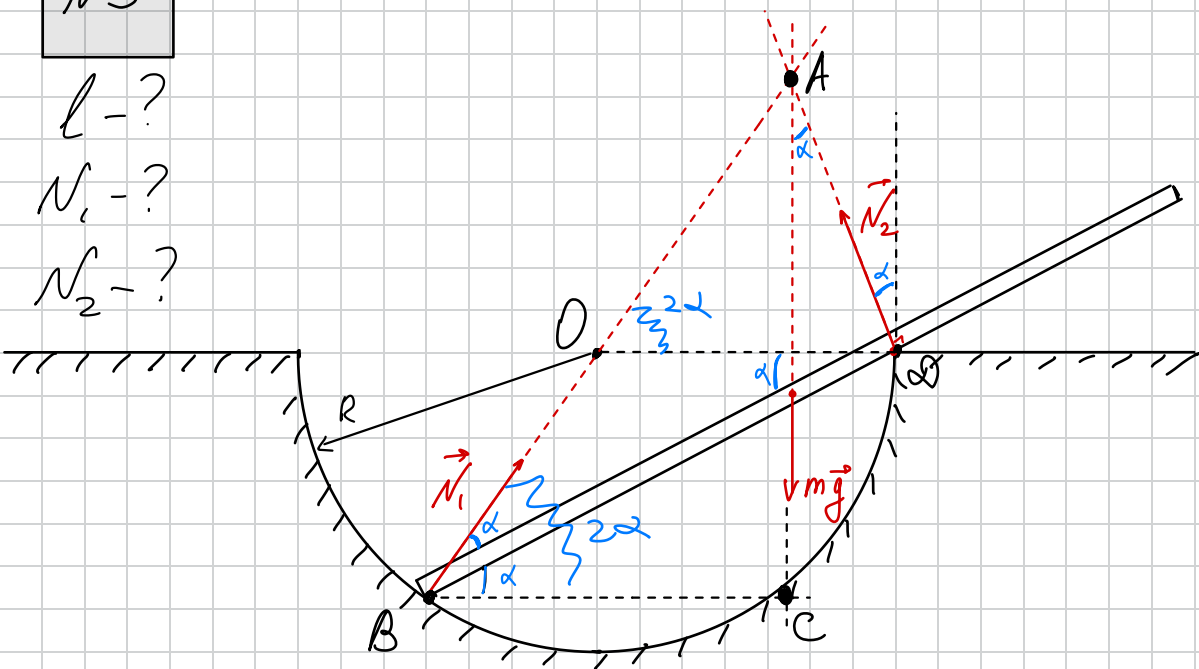
N3

(MOM, 2017, 10)

$l - ?$

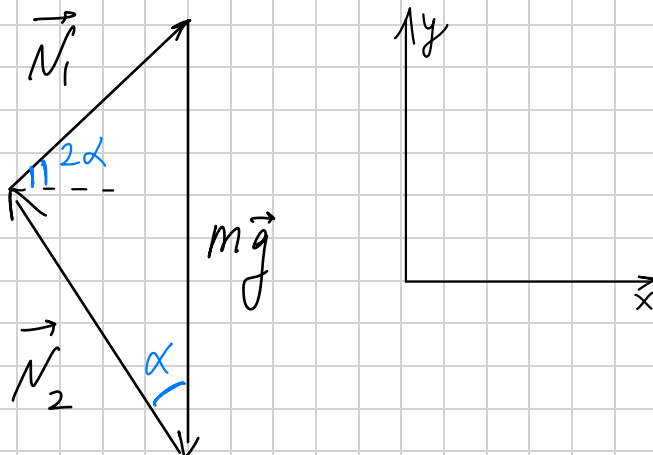
$N_1 - ?$

$N_2 - ?$



1) Векторная сумма сил = 0

$$\vec{N}_1 + \vec{N}_2 + m\vec{g} = 0 \quad (*)$$



Троеугольником (*):

$$(O_x): \int N_1 \cos 2\alpha = N_2 \sin \alpha$$

$$(O_y): \begin{cases} mg = N_1 \sin 2\alpha + N_2 \cos \alpha \end{cases} \Rightarrow N_1, N_2$$

2) Найти l :

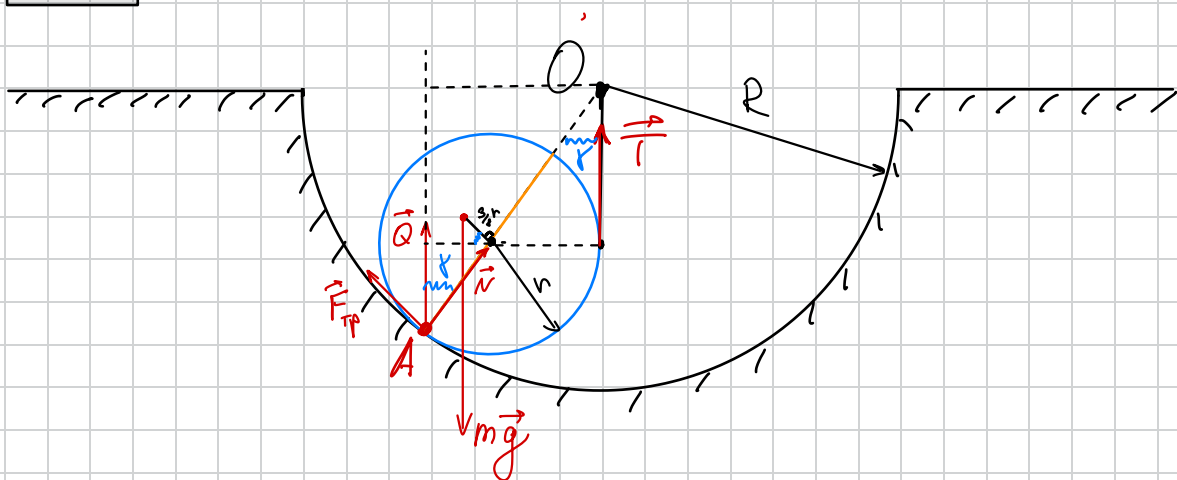
$$BC = \frac{l}{2} \cos \alpha = AB \cos 2\alpha$$

Т.к. $\angle AOD = 2\angle ABC \Rightarrow A$ — центр окружности.

$$R \Rightarrow AB = 2R$$

$$l = 4R \frac{\cos 2\alpha}{\cos \alpha}$$

№4 $\mu - ? , T - ?$



1)

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{r}{\sqrt{(R-r)^2 - r^2}}$$

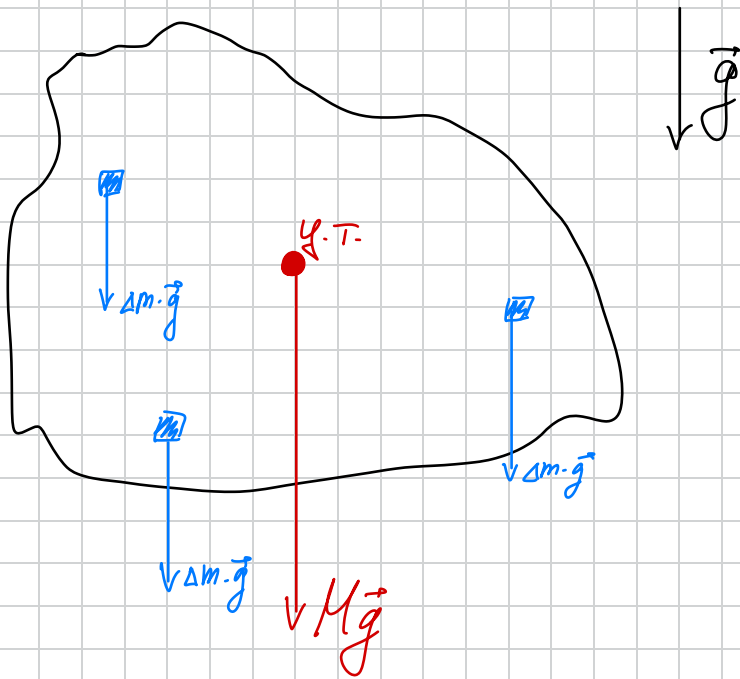
$$\mu \geq \operatorname{tg} \varphi = \frac{r}{\sqrt{(R-r)^2 - r^2}}$$

2) Найдем T : запишем рав-во моментов отн. оси, прох. $2/3$ T -ку $A \perp$ рис:

$$T \cdot R \sin \varphi = mg \cdot (r \sin \varphi - \frac{3}{8} r \cos \varphi)$$

$$T = mg \frac{r}{R} \left(1 - \frac{3}{8} \operatorname{tg} \varphi \right)$$

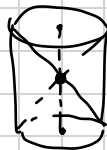
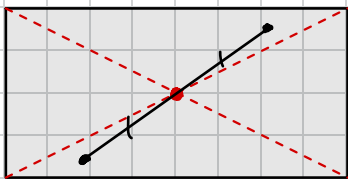
Вспомним про центр тяжести



В однородном поле тяжести (напр. и величина \vec{g} постоянны в каждой точке) центр тяжести совпадает с центром масс

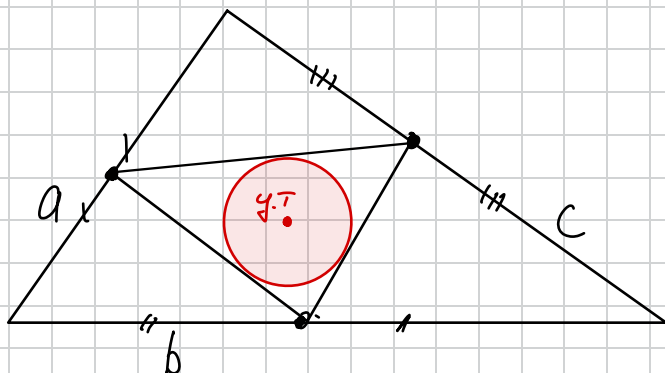
$$\vec{r}_{\text{Ц.Т.}} = \vec{r}_{\text{Ц.М.}} = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{\sum_i m_i}$$

Для симм. тел Ц.Т. (Ц.М.) это центр их симм.



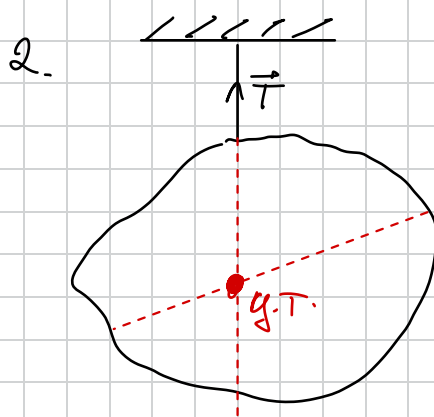
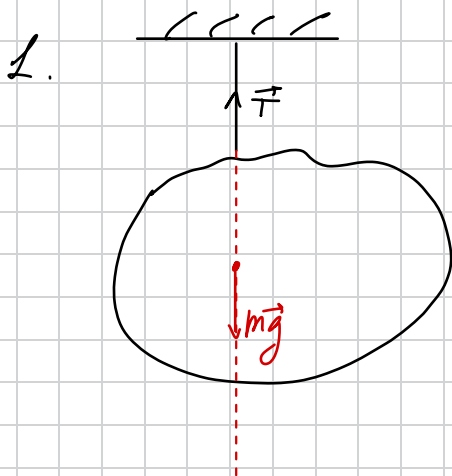
Для Δ -ка - это т-ка пересеч. медиан

Для Δ проволочного каркаса

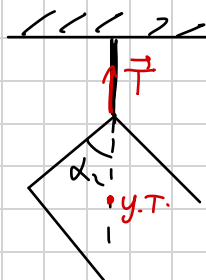
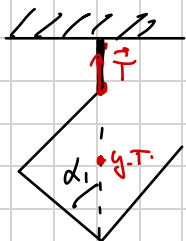


$$M_{a,b,c} \sim a,b,c$$

Как экспериментально найти y.t.

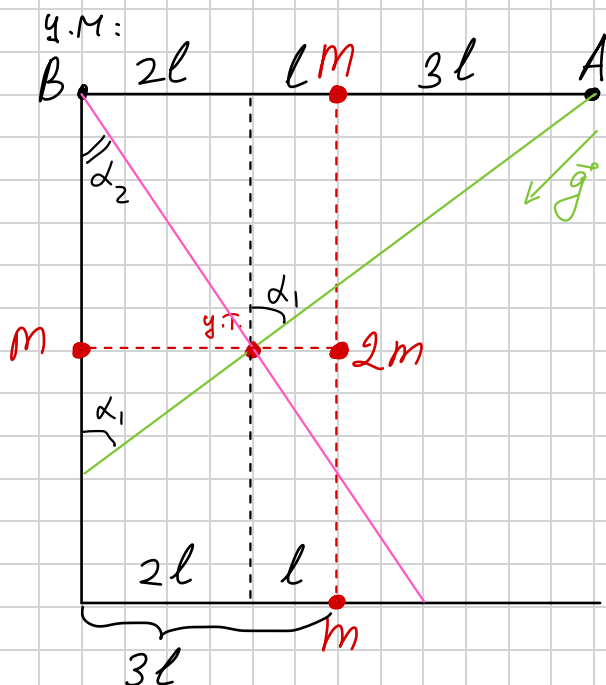


N5



$\alpha_1, \alpha_2 - ?$

1) Hängen

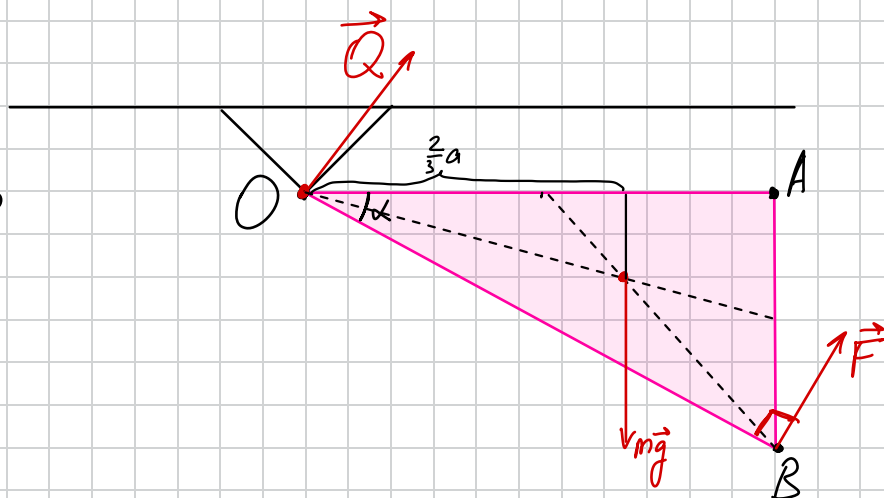


$$\tan \alpha_1 = \frac{4l}{3l} = \frac{4}{3}$$

$$\tan \alpha_2 = \frac{2l}{3l} = \frac{2}{3}$$

N°6

$$\alpha = 30^\circ$$



реш. зп О:

$$mg \cdot \frac{2}{3}a = F \cdot d$$

$$F = \frac{2}{3}mg \frac{a}{d} \rightarrow \min$$

$$\Rightarrow d \rightarrow \max$$

$$d = \text{un.} = \frac{a}{\cos 30^\circ} = \frac{2}{\sqrt{3}}a$$

$$F_1' = \frac{mg}{\sqrt{3}}$$