+ ×

− ÷

§1. Работа силы

Импульс мы вводили как величина, сохр. при взаим-ии изолированных частиц. При этом, если сила F действует на протяжении Δt — она изменяет импульс $\Delta p = F\Delta t$

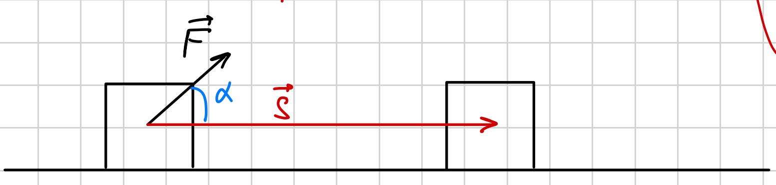
Оказывается, что у изолированной системы также сохраняется энергия (позже поговорим о том, что это) и она изменится, если сила F действует на некотором расстоянии ΔS => вводят понятие работы

Опр Работа силы F, действ. на материальную точку (Если сила постоянная, перемещение прямолинейное)

$$A = \vec{F} \cdot \vec{S} \quad [Дж = Н \cdot м]$$

перемещение мат. точки

Если тело сложное => разбиваем на набор мат. точек => $\vec{S}$ - перемещение точек приложения сил



Замечание 1: Способы вычисления скалярного произв.

1. $A = F s \cos\alpha = F s_F = F\cos\alpha \cdot s = F_s s$

проекция S на F — проекция F на S

2. $A = \vec{F}\vec{S} = F_x S_x + F_y S_y + F_z S_z$

Замечание 2:

$A = F S \cos\alpha$

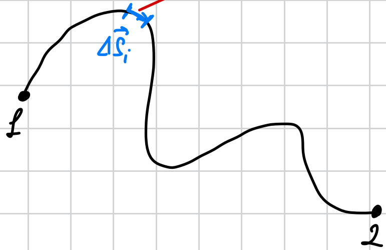
$\cos\alpha > 0$ $(\alpha < 90^\circ)$ — сила "помогает" движ. $\Rightarrow A > 0$

$\cos\alpha < 0$ $(180^\circ < \alpha < 90^\circ)$ — сила "тормозит" движ. $\Rightarrow A < 0$

$\cos\alpha = 0 \Rightarrow A = 0$

Замечание 3: Работа всех сил, приложенных к телу, есть сумма работ всех этих сил

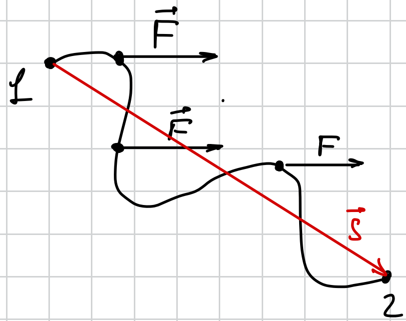
Замечание 4: Если сила не постоянная и/или движение не прямолинейное:



$$\underbrace{A = \sum_{1 \to 2} \vec{F}_i \Delta \vec{S}_i}_{\text{Обобщенное опр-е силы}}$$

Рассмотрим частные случаи

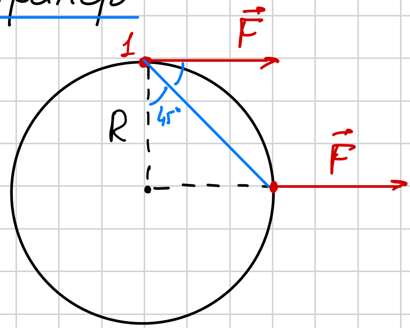
1. $\vec{F} = const$, криволинейное движение



$$A = \sum_{1\to 2} \vec{F} \Delta \vec{S}_i = \vec{F} \underbrace{\sum \Delta \vec{S}_i}_{\Delta \vec{S}} = \vec{F} \vec{S}$$

$$A = F_s S = F S_F$$

Пример:



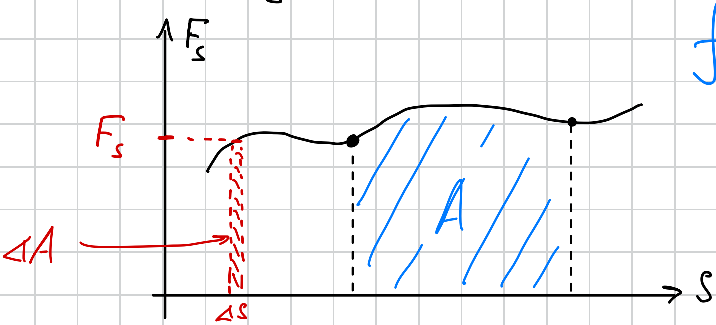
$$A_{12} = F S_F = F S \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = F \cdot \overbrace{2R \frac{1}{\sqrt{2}}}^{S} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$A_{12} = FR$$

(Такое может быть, например в поле тяжести)

2. Сила изменяется

$$A = F_s S = F_s(S) S$$

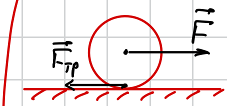


Площадь под графиком

Опр Мощность силы F (прил. к мат. точке)

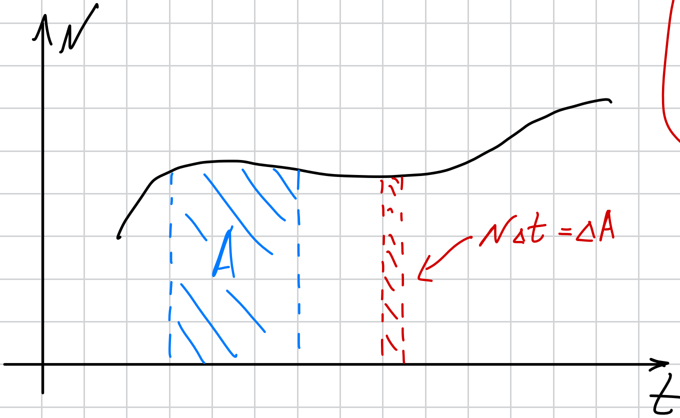
$$N = \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{\vec{F} \Delta \vec{S}}{\Delta t} = \vec{F} \frac{\Delta \vec{S}}{\Delta t} = \vec{F} \vec{v}$$

для сложного тела это скорость т-ки приложения силы



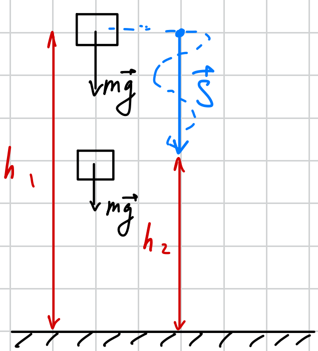
$A_{F_{тр}} = 0$, т.к. $v = 0$

Замечание: Графический смысл $N = \frac{\Delta A}{\Delta t}$



Рассмотрим примеры расчетов работ различных сил

1. Сила тяжести

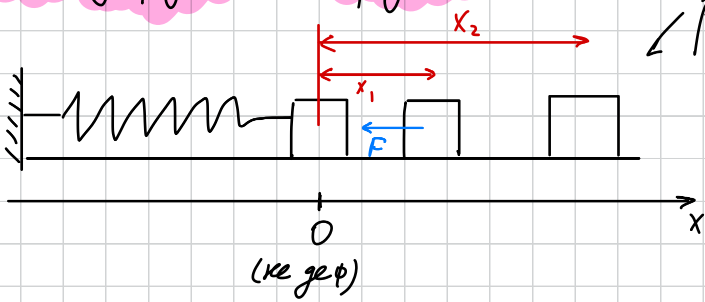


не зависит от т-ки отсчета

$$A = m\vec{g} \cdot \vec{S} = mg(h_1 - h_2) = mgh_1 - mgh_2$$

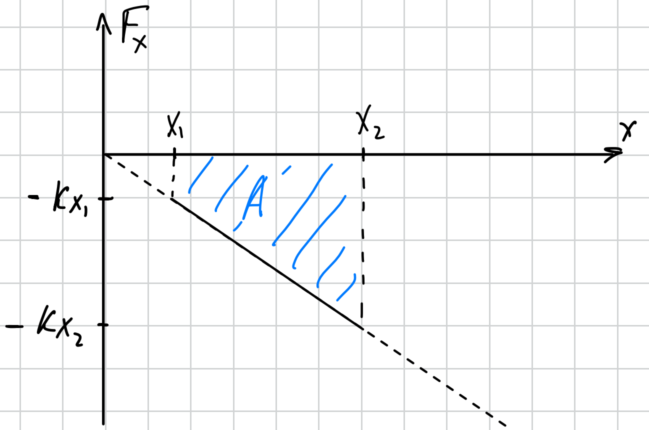
1. Однозначно опр. нач. и кон. положениями
2. Не зависит от траектории

2. Сила упругости пружины



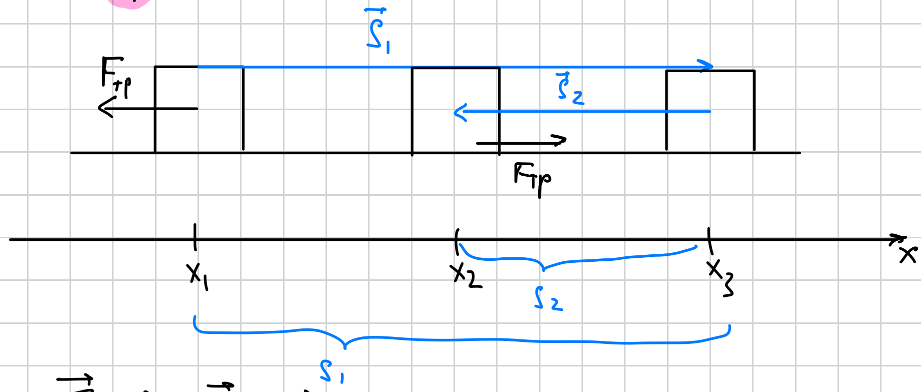
растягиваем пружину

Сила переменная $F_x = -kx$



$$A = -\frac{kx_2 + kx_1}{2}(x_2 - x_1) = \underbrace{-\left(\frac{kx_2^2}{2} - \frac{kx_1^2}{2}\right)}_{\text{зависит только от начального и конечного положения!}}$$

3. Сила трения



$$A = \vec F_{тр}\vec S_1 + \vec F_{тр}\vec S_2 = -F_{тр}(x_3-x_1) - F_{тр}(x_3-x_2)$$

$$\underbrace{A = -2F_{тр}x_3 + F_{тр}(x_1+x_2)}_{\text{Зависит от пути!}}$$

Таким образом, мы увидели, что есть силы двух типов: те, у которых работа опр. начальным и конечным положениями и те у которых зависит от траектории

Силы

консервативные (потенциальные)

сила тяжести, упругости

⋮

неконсервативные

сила трения

⋮

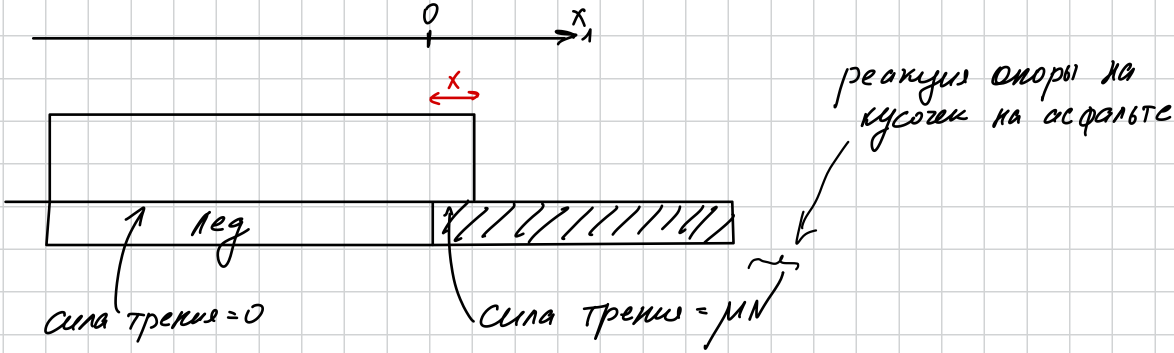
для них вводят потенциальную энергию

$$E_{пот}^{mg} = mgh, \quad E_{пот}^{упр} = \frac{kx^2}{2}$$

Сила "хочет" уменьшить пот. энергию!!!

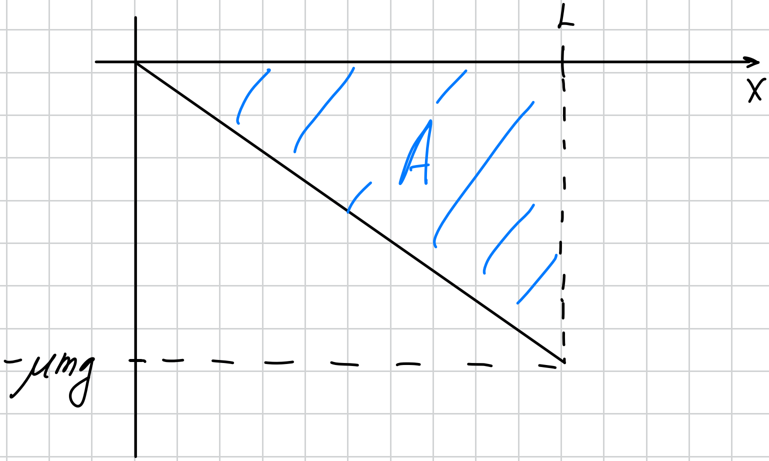
Тогда работа пот. силы: $A_{пот.силы} = E_{пот}^{нач} - E_{пот}^{кон}$

***Пример 1.3.** Доску массой $m = 5$ кг и длиной $L = 1$ м вытягивают со льда на асфальт параллельно длине доски. Коэффициент трения между доской и асфальтом $\mu = 0,5$. Трение доски о лёд пренебрежимо мало. Какую работу совершит сила трения к моменту, когда доска полностью окажется на асфальте? Дорога горизонтальна. Доску вытягивают горизонтально направлен-ной силой; $g = 10$ м/с^2. Считать, что доска давит на асфальт только той частью, которая находится асфальте.



$$F_{тр_x} = -\mu \cdot N = -\mu \cdot mg \frac{x}{L}$$ — переменная сила

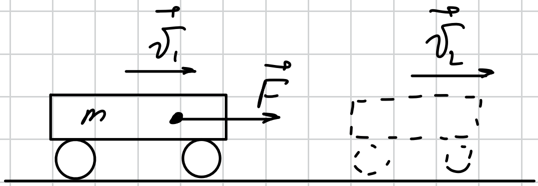
$\Rightarrow$ нужен график:



$$A = -\frac{1}{2} L \cdot \mu g m = -\frac{\mu m g}{2} L$$

Рассмотрим теперь случай разгоняющегося тела

4. Разгон тела



$$A = FS = F \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a} =$$

$$= m \frac{v_2^2 - v_1^2}{2} = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}$$

Появилась еще одна конструкция, которую удобно использовать при рассчете работы

Опр. Кинетическая энергия мат. точки

$$K = T = \frac{mv^2}{2}$$

При этом оказывается, что верна теорема

(Теорема об изменении кин. энергии)

$\boxed{\text{Т}}$ Приращение кинетической энергии материальной точки при перемещении из одной точки пространства в другую равно алгебраической сумме работ ВСЕХ сил, действующих на мат. точку

$$\Delta K = \frac{mv_{кон}^2}{2} - \frac{mv_{нач}^2}{2} = \sum_k{}' A_{F_k}$$

$\triangle$

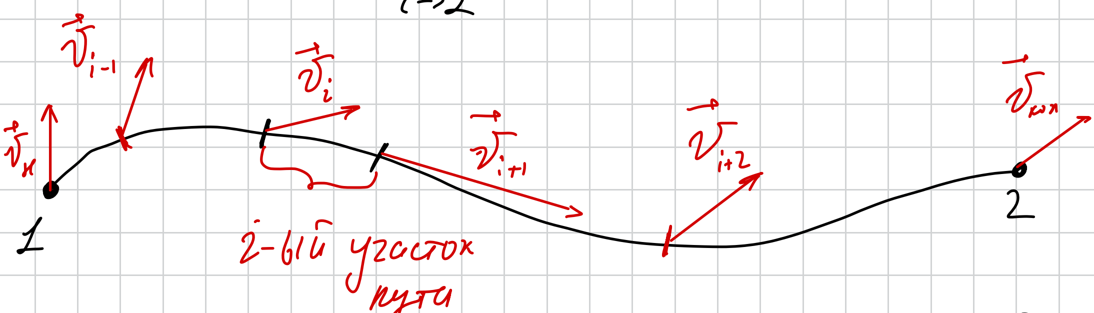
$$A_{всех\ сил} = \underbrace{\sum_{1\to 2}{}'}_{\text{из опр-я работы по криволин. пути}} \Big(\overbrace{\sum_k{}' \vec{F}_k}^{\text{сумма сил}}, \Delta\vec{S} \Big) = \sum_{1\to 2}{}' \left(m\vec{a}, \Delta\vec{S} \right) =$$

$$= \sum_{1\to 2}{}' \left(m\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}, \Delta\vec{S} \right) = \sum_{1-2}{}' \left(m\Delta\vec{v}, \underbrace{\frac{\Delta\vec{S}}{\Delta t}}_{\vec{v}} \right) =$$

$$= m\sum{}' \underbrace{(\vec{v}, \Delta\vec{v})}_{\Delta\frac{v^2}{2}}$$

$\Delta\frac{v^2}{2}$, т.к. $\Delta v^2 = (v+\Delta v)^2 - v^2 = 2\vec{v}\Delta v + \Delta v\Delta v \simeq 2\vec{v}\Delta\vec{v}$

$$A_{\text{всех сил}} = m\sum_{1\to 2}{}' \frac{\Delta v^2}{2}$$



$$A = \sum_i{}' \left(\frac{mv_{i+1}^2}{2} - \frac{mv_i^2}{2} \right) = \frac{mv_{кон}^2}{2} - \frac{mv_{нач}^2}{2} \qquad \blacksquare$$

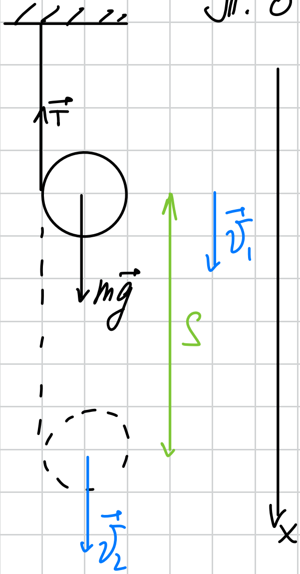
Именно конечная − начальная
$\Rightarrow$ работа идет на увеличение кин. эн.

Замечание: При этом из ВСЕХ сил можно выделить потенциальные, тогда

$$K_{кон} - K_{нач} = E_{пот}^{нач} - E_{пот}^{кон} + \sum{}' A_{непот.сил}$$

$$K_{кон} + E_{пот}^{кон} = K_{нач} + E_{пот}^{нач} + \sum{}' A_{непот.сил}$$

Замечание: Аналог Т. об изм. кин. энергии для абсолютно тв. тела



Т. о движ. ц.м:

$$m\vec a_{ц.м} = \sum{}' \vec F_{внеш}$$

$$m a_{ц.м._x} = \sum{}' F_{внеш_x}$$

$$m\,\frac{v_2^2 - v_1^2}{2S} = \sum{}' F_{внеш_x}$$

$$\frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = \underbrace{\overset{(mg-T)S}{\overset{\parallel}{\sum{}' F_{внеш_x} S}}}_{\text{Работа, т.к. } S \uparrow\uparrow X}$$