

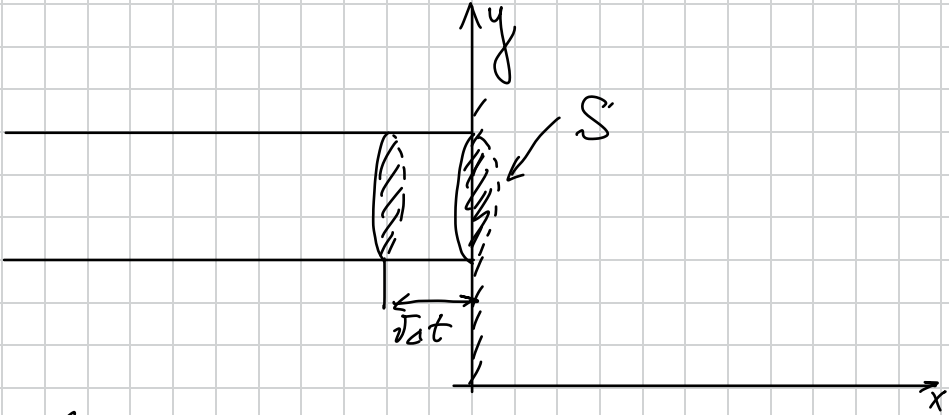
+

×

—

÷

Пример 4. При гидравлической добыче угля применяют высокоскоростные жидкостные струи, разрушающие угольные пласты. Рассмотрим модельную задачу: горизонтальная струя воды сталкивается с вертикальной стенкой. После соударения вода стекает по стенке. Найдите силу F , с которой вода действует на стенку. Площадь сечения струи $S = 2 \text{ см}^2$, плотность воды $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$, скорость воды $v = 100 \text{ м/с}$. Во сколько раз эта сила больше силы атмосферного давления, действующей на участок стенки площадью $S = 2 \text{ см}^2$? Атмосферное давление считайте равным $P_{\text{атм}} = 10^5 \text{ Па}$.



1) За время Δt со стенкой сталкивается объем $\Delta V = v \Delta t \cdot S \Rightarrow \Delta m = \rho \Delta V = \rho v S \Delta t$

2) Тогда изменение импульса

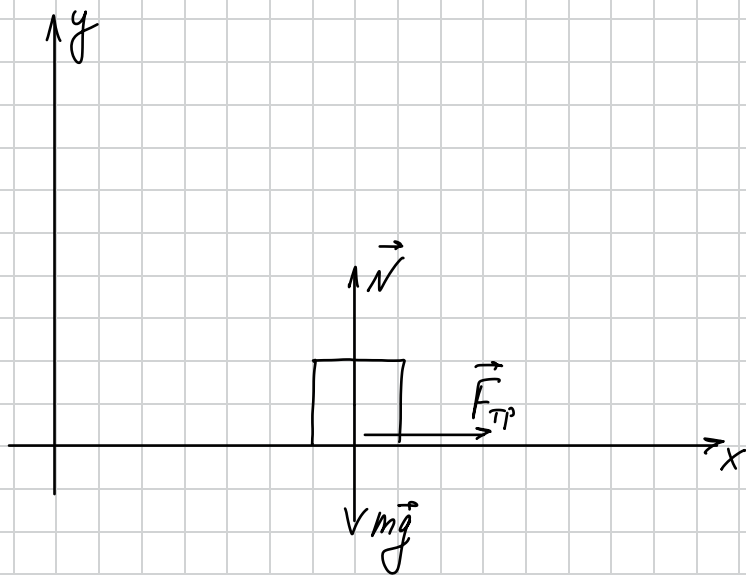
$$|\Delta \vec{p}| = |\Delta \vec{p}(t + \Delta t) - \Delta \vec{p}(t)| = \rho v^2 S \Delta t = F \Delta t$$

$$F = \rho v^2 S$$

$$\frac{F}{P_{\text{атм}} S} = 100$$

Пример 5. Мешок с песком падает вертикально со скоростью $v = 5$ м/с на жёсткую горизонтальную платформу, движущуюся со скоростью $u = 1,5$ м/с. Мешок после удара не подсккивает.

При каком коэффициенте μ трения скольжения мешок не будет проскальзывать по платформе? Продолжительность соударения очень мала.



1) В результате удара горизонтальная составляющая скорости должна измениться от 0 до u ; вертикальная от v до 0.

2) Запишем 2-й закон Ньютона

$$\frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}_{\text{тр}}$$

$$(Oy): \Delta p_y = N \Delta t - \underbrace{mg \Delta t}_{\text{маленькое}} \approx N \Delta t$$

$$(Ox): \Delta p_x = \underbrace{F_{\text{тр}} \Delta t}_{\text{большое}} \approx 0$$

Просуммируем

$$\sum \Delta p_y = m\vec{v} = \sum \overset{\text{мгнеты}}{N_i} \Delta t_i$$

$$\sum \Delta p_x = m\mathcal{U} = \sum F_{\text{тр}i} \Delta t_i$$

сумм. по моментам
времени прилипания

В каждый момент времени происходит проскальзывание

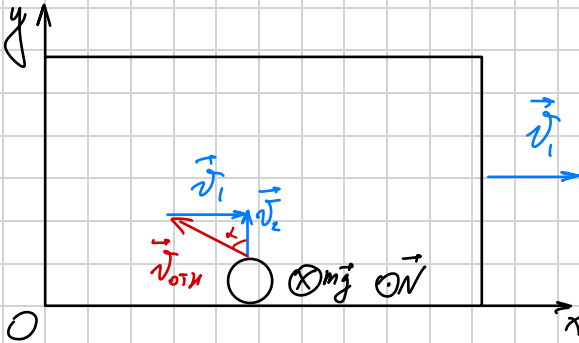
$$F_{\text{тр}} = \mu N$$

$$\Rightarrow \mu m\vec{v} = m\mathcal{U}$$

$$\mu = \frac{\mathcal{U}}{v} = 0,3$$

Пример 6. Шайба, движущаяся по горизонтальному столу, попадает на широкую ленту конвейера, которая находится в одной горизонтальной плоскости с поверхностью стола и движется с постоянной скоростью $v_1 = 1 \text{ м/с}$ (Рис. 6). В момент перехода на ленту скорость шайбы равна по величине $v_2 = 2v_1$ и перпендикулярна краю ленты, $(\vec{v}_1 \perp \vec{v}_2)$. Обе скорости измерены в лабораторной системе отсчёта. Коэффициент трения скольжения шайбы по ленте $\mu = 0,22$. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

На каком расстоянии d от края ленты остановится шайба?



1) Перейдем в И.С.О., связанную с лентой:

$$\vec{v}_{\text{Адс}} = \vec{v}_{\text{отл}} + \vec{v}_{\text{пер}}$$

$$\vec{v}_2 \parallel \vec{v}_{\text{отл}} \quad \vec{v}_1 \perp \vec{v}_2$$

$$\vec{v}_{\text{отл}} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$$

2) Трение - скольжения $\updownarrow \vec{v}_{\text{отл}}$

3) Запишем 2-й закон Ньютона:

$$m\vec{a} = \vec{F}_{\text{тр}} + m\vec{g} + \vec{N} \quad (*)$$

можно решить без перехода в И.С.О.

$$|a_y| = F_{\text{тр}} \cos \alpha$$

$$d = \frac{v_2^2}{2|a_y|}$$

4) Спроецируем (*) на ось $\parallel \vec{g}$:

$$N = mg$$

5) Спроецируем (*) на ось $\parallel \vec{v}_{\text{отн}}$:

$$m a = -F_{\text{тр}} = -\mu N = -\mu mg$$

6) Тогда, шайба замедлится от $v_{\text{отн}}$ до $v_{\text{отн}} = 0$, значит тормозной путь

$$L = \frac{v_{\text{отн}}^2}{2|a|} = \frac{5v^2}{2\mu g}$$

Значит, она остановится на расстоянии:

$$d = L \cos \alpha \approx 1 \text{ м}$$

Пример 7. Лента транспортера, предназначенного для подъема грузов, образует с горизонтальной плоскостью угол α такой, что $\sin \alpha = 0,8$ (см. рис. 7).

В первом опыте небольшую коробку ставят на *покоящуюся* ленту транспортера и сообщают коробке начальную скорость $v_0 = 4$ м/с. Коэффициент трения скольжения коробки по ленте $\mu = \frac{1}{3}$. Движение коробки прямолинейное.

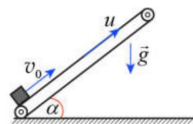


Рис. 7

1) За какое время T после старта коробка пройдет в первом опыте путь $S = 1$ м?

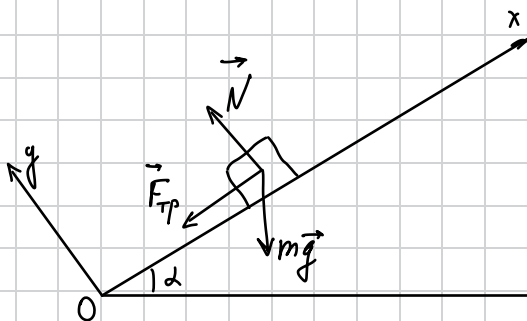
Во втором опыте коробку ставят на ленту транспортера, движущуюся со скоростью $u = 2$ м/с, и сообщают коробке скорость $v_0 = 4$ м/с.

2) На каком расстоянии L от точки старта скорость коробки во втором опыте уменьшится до $u = 2$ м/с? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

1) Лента покоится:

2-й закон Ньютона:

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{F}_{\text{тр}} + \vec{N}$$



$$(OY): \begin{cases} 0 = N - mg \cos \alpha \end{cases}$$

$$F_{\text{тр}} = \mu N$$

$$\Rightarrow a_x = -g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)$$

$$(OX): \begin{cases} ma_x = -F_{\text{тр}} - mg \sin \alpha \end{cases}$$

Заметим, что $S = \frac{v_0^2}{2|a_x|} = 0,8 \text{ м} \rightarrow$ тело еще падает вниз.

Время "подъема": $t_1 = \frac{v_0}{|a_x|} = 0,4 \text{ с}$

При спуске $a_x = -g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$ и начальная скорость равна нулю, тогда

$$S - L = \frac{|a_x| t_2^2}{2}$$

$$t_2 = \sqrt{\frac{2(S-L)}{g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}} \approx 0,26 \text{ c}$$

$$T = t_1 + t_2 \approx 0,66 \text{ c}$$

2) При движении лекты

$$a_x = -g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)$$

$$L = \frac{\overset{\text{V}_{\text{наз}}^2}{v_0^2} - \overset{\text{V}_{\text{кон}}^2}{u^2}}{2|a|} = 0,6 \text{ м}$$

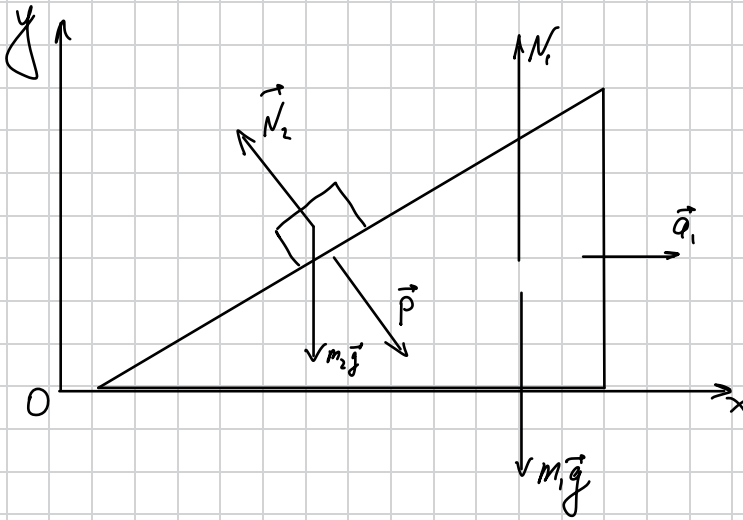
(2) и 3). Через $T_2 - ? \rightarrow v_{\text{отн}} = 0$

$$T_2 = \frac{\overset{\text{V}_{\text{наз}}}{v_0} - \overset{\text{V}_{\text{кон}}}{u}}{|a|} = \frac{4 - 2}{10 \cdot (0,8 + \underbrace{\frac{1}{3} \cdot 0,6}_{0,2})} = \frac{2}{10} = 0,2 \text{ c}$$

Пример 8. Клин находится (см. рис. 8) на гладкой горизонтальной поверхности стола. Гладкая наклонная плоскость клина образует с горизонтальной плоскостью угол $\alpha = 30^\circ$. На эту плоскость положили брусок и отпустили. Система пришла в движение.

Найдите ускорение a_1 клина. Отношение массы клина к массе бруска

$$\frac{m_1}{m_2} = 4. \text{ Ускорение свободного падения } g = 10 \text{ м/с}^2.$$



1) Запишем 2-й закон Ньютона для обоих тел

$$\begin{cases} m_1 \vec{a}_1 = m_1 \vec{g} + \vec{P} + \vec{N}_1 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} m_2 \vec{a}_2 = m_2 \vec{g} + \vec{N}_2 \end{cases} \quad (2)$$

$$\vec{P} = -\vec{N}_2 \text{ (по 3-му з-му Н.)}$$

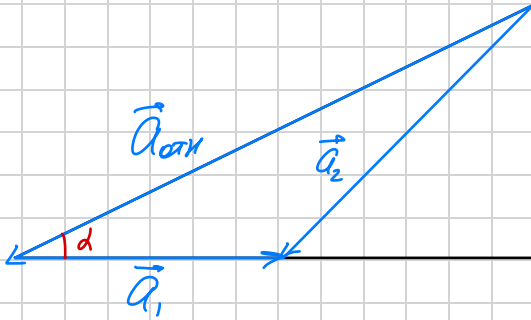
2) Запишем (2) в С.О., связанной с клином

$$\vec{a}_2 = \vec{a}_1 + \vec{a}_{\text{отн}}$$

$$\vec{a}_{\text{отн}} \parallel \vec{a}_{\text{пер}}$$

$$m(\vec{a}_1 + \vec{a}_{\text{отн}}) = m_2 \vec{g} + \vec{N}_2 \quad (3)$$

При этом, в этой С.О. движении груза - скатывание по наклонной плоскости $\Rightarrow a_{\text{отн}} \parallel$ наклонной плоскости



3) Спроецируем (3) на напр. \perp наклонной п-ти,
(1) на Ox :

$$\begin{cases} -m_2 a_1 \sin \alpha = N_2 - m_2 g \cos \alpha \\ m_1 a_1 = N_2 \sin \alpha \end{cases}, N_2 = P$$

$$a_1 = g \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{\frac{m_1}{m_2} + \sin^2 \alpha} \approx 1 \text{ м/с}^2$$

Замечание: Сложим (1) + (2) внешние силы

$$m_1 \vec{a}_1 + m_2 \vec{a}_2 = \overbrace{m_1 \vec{g} + m_2 \vec{g}}$$

То есть, в системе тел, взаимодействующих по 3-му

3-ку Ньютона, сумма произведений масс на ускорения равна
сумме внешних сил, действ. на систему