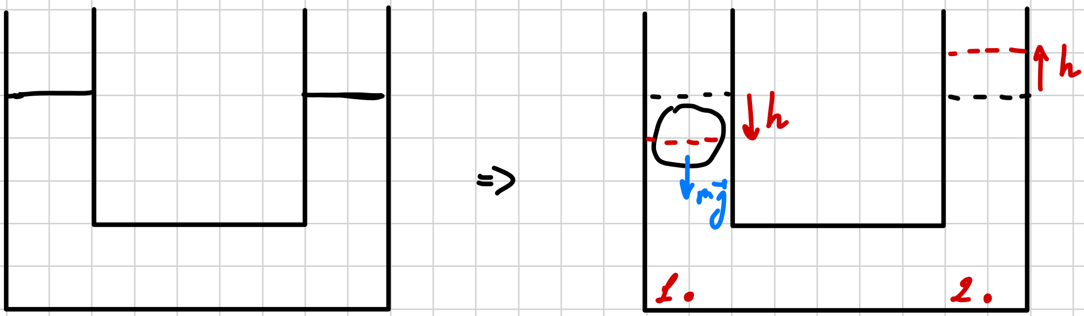
$+ \quad \times$

$- \quad \div$

№1

В один из двух одинаковых цилиндрических сосудов, частично заполненных водой, поместили деревянный шарик массой 20г,и уровень воды в другом сосуде поднялся на 2 мм.
Чему равна площадь сечения каждого из сосудов?



1) Найдем силы давления в точках 1 и 2:

$$F_1 = mg + \rho_в g h_1 S$$

$$F_2 = \rho_в g h_2 S$$

2) По з-ну Паскаля:

$$F_1 \cancel{S_1} = F_2 \cancel{S_1}$$

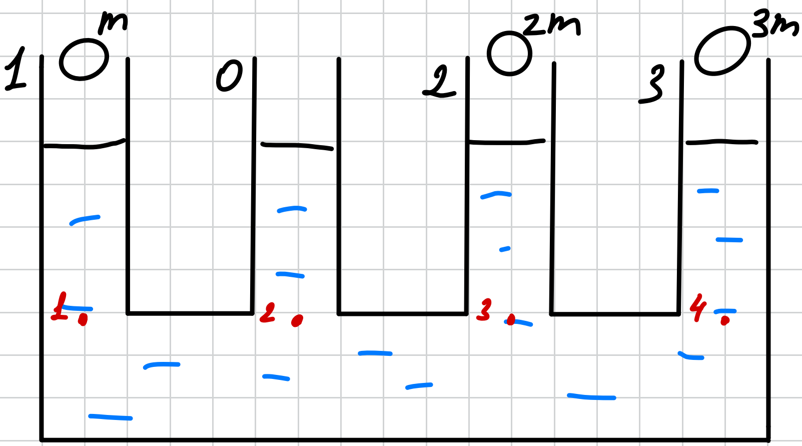
$$F_1 = F_2$$

$$mg = \rho_в g (h_2 - h_1) S = 2 \rho_в g h S$$

$$S = \frac{m}{2\rho_в h}$$

№2

Четыре одинаковых сообщающихся сосуда,имеющие площадь поперечного сечения 4 см2, частично заполнены жидкостью с плотностью 1250 кг/м3.
На сколько изменится уровень жидкости во втором сосуде, если в первый, третий и четвертый добавить небольшие плавающие тела массами m, 2m, и 3m, где m = 20 гр



1) После погружения шаров объем воды не поменялся:

$$4Sh = (h_0 + h_1 + h_2 + h_3)S'$$

$$4h = h_0 + h_1 + h_2 + h_3 \qquad (1)$$

2) Аналогично предыдущему номеру запишем равенство сил в точках 1,2,3,4:

$$\rho_ж g h_1 S' + mg = \rho_ж g h_0 S' = \rho_ж g h_2 S' + 2mg = \rho_ж g h_3 S' + 3mg$$

Получим:

$$h_0 - h_1 = \frac{m}{\rho_ж S} \qquad (2)$$

$$h_0 - h_2 = \frac{2m}{\rho_* S} \qquad (3)$$

$$h_0 - h_3 = \frac{3m}{\rho_* S} \qquad (4)$$

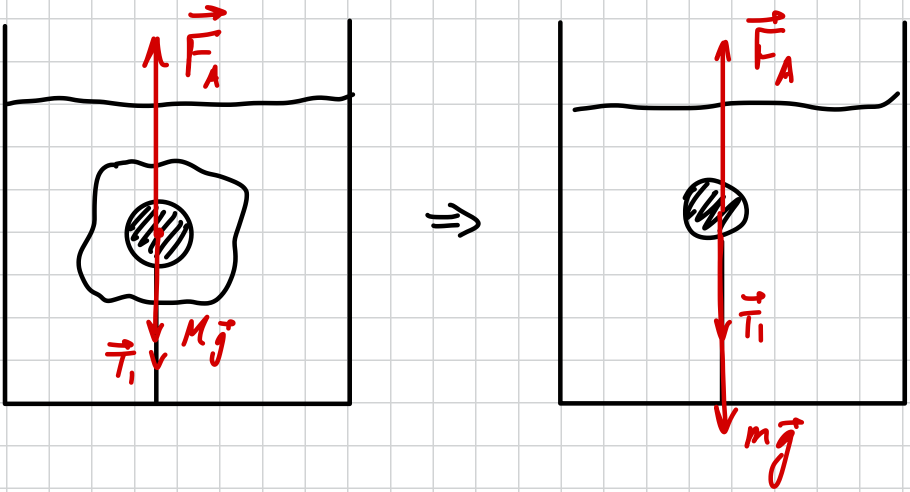
3) Подставим (2)–(4) в (1):

$$4(h_0 - h) = \frac{6m}{\rho_* S}$$

$$\Delta h = \frac{3m}{2\rho_* S}$$

№3

Деревянный шарик, смороженный в кусок льда, удерживается внутри цилиндрического стакана с водой нитью. Лёд с шариком целиком погружен в воду, не касаясь стенок и дна стакана. После того как лед растаял, шарик остался внутри стакана целиком погруженным в воду. Сила натяжения нити за время таяния льда уменьшилась в k раз, а уровень воды в стакане уменьшился на dh
Чему равен объем шарика?



1) Запишем баланс сил до и после таяния:

$$\begin{cases} T_1 + (m_л + m_ш) g = \rho_* g (V_ш + V_л) \quad (1) \\ T_2 + m_ш g = \rho_* g V_ш \quad (2) \end{cases}$$

Учитывая, что $T_1 = kT_2$: домножим (2) на k и вычтем из (1)–(2):

$$\begin{cases} m_л g + m_ш (k-1) g = \rho_* g V_л + \rho_* V_ш g (k-1) \\ m_л = \rho_л V_л, \quad m_ш = \rho_ш V_ш \end{cases}$$

$$\Rightarrow (\rho_ш - \rho_*) V_ш (k-1) = V_л (\rho_л - \rho_*) \quad (*)$$

2) Рассмотрим уменьшение уровня воды:

$$\Delta h_1 = \frac{m_л}{\rho_л S} + \frac{m_ш}{\rho_ш S}$$

$$\Delta h_2 = \frac{m_л}{\rho_* S} + \frac{m_ш}{\rho_ш S}$$

$$\Delta H = \frac{m_л}{S}\left(\frac{1}{\rho_л} - \frac{1}{\rho_*}\right) = \frac{m_л}{S} \frac{\rho_* - \rho_л}{\rho_л \rho_*} = \frac{V_л}{S} \frac{\rho_* - \rho_л}{\rho_*}$$

$$V_л = \frac{\Delta H S}{\rho_* - \rho_л} \cdot \rho_* \quad (**)$$

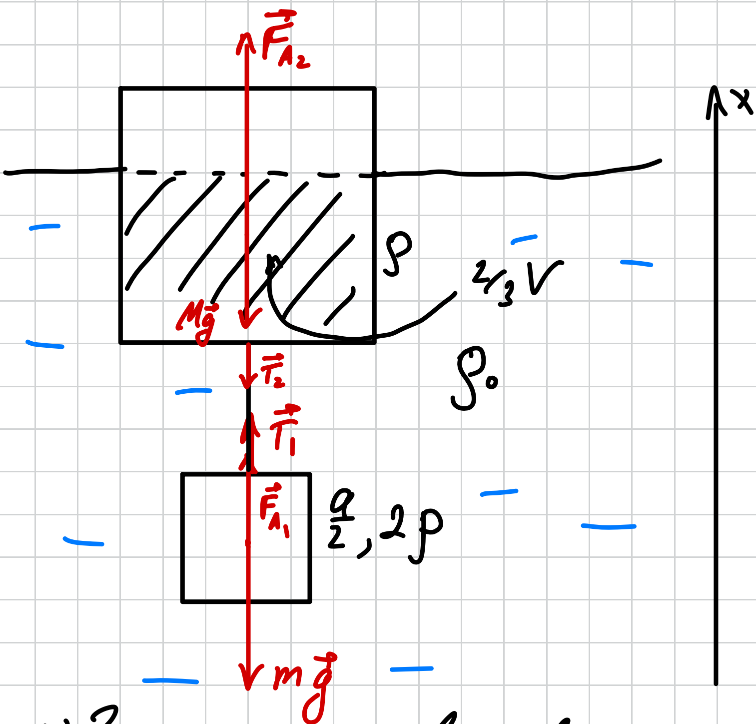
3) Подставим (**) в (*)

$$(\rho_ж - \rho_ш) V_ш (k-1) = \Delta h S \rho_ж$$

$$V_ш = \frac{\Delta h S}{k-1} \frac{\rho_ж}{\rho_ж - \rho_ш}$$

№4

Два кубика, связанных нитью, находятся в воде. Верхний кубик со стороной a = 60 см плавает, погрузившись в воду на 2/3 своего объема. Сторона нижнего a/2, а его плотность в 2 раза больше, чек плотность верхнего кубика
Определите плотность материала верхнего кубика, а также силу натяжения нити T



1) Запишем равенства сил для обоих грузов

$$\begin{cases} Mg + T_2 = \rho_0 g \frac{2}{3} a^3 \quad (1) \\ mg - T_1 = \rho_0 g \frac{a^3}{8} \quad (2) \end{cases}$$

$T_1 = T_2$ (нить нерастяжима)

Сложим (1) и (2):

$$(M+m)g = \frac{2}{3}\rho_0 g a^3 + \frac{1}{8}\rho_0 g a^3$$

Это ур-е можно было написать сразу, рассмотрев систему маленький+большой кубики – тогда T_1 и T_2 внут силы и их можно не учитывать.

Распишем через плотности:

$$\rho a^3 + 2\rho \frac{1}{8} a^3 = \frac{19}{24}\rho_0 a^3$$

$$\frac{5}{4}\rho = \frac{19}{24}\rho_0$$

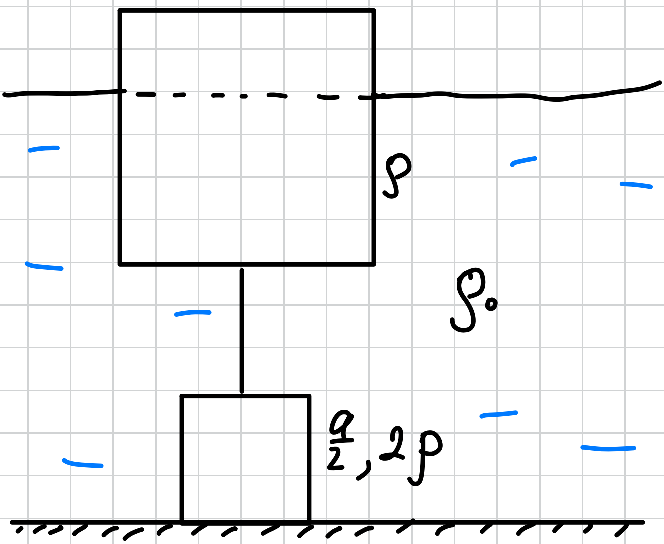
$$\rho = \frac{19}{30}\rho_0 \quad (*)$$

3) Подставим (*) в (1) и найдем T:

$$T = \frac{1}{36}\rho_0 a^3 g$$

№5

Два кубика,связанных натянутой нитью, находятся в воде. Верхний со стороной a = 10 см, погружен в воду на 3/4, а нижний касается дна так, что вода под него подтекает. Известно, что плотность нижнего кубика в два раза больше верхнего
Определите, при каких значениях плотности материала кубика такое возможно



1) Появляется N – сила реакции опоры!

2) Условия, при которых такое возможно:

$N \geq 0$ (кубик не отрывается)

$T \geq 0$ (нить не провисает)

3) Аналогично пред. задаче:

$$(m_1+m_2)g = F_{A_1} + F_{A_2} + N$$

$$N = (m_1 + m_2)g - F_{A_1} - F_{A_2} \geq 0$$

Выразим массы через плотность и подставим выражение для силы Архимеда:

$$\left(\rho a^3 + 2\rho \frac{a^3}{8}\right) g - \rho_0 g \left(\frac{3}{4}a^3 + \frac{a^3}{8}\right) \geq 0$$

$$\rho a^3 \frac{5}{4} \geq \rho_0 \frac{7}{8} a^3$$

$$\rho \geq \frac{7}{10}\rho_0 = 700 \frac{кг}{м^3} \quad (1)$$

2) Теперь рассмотрим условие на $T \geq 0$. Рассмотрим верхнее тело:

$$T = F_{A_1} - m_1 g \geq 0$$

$$\rho_0 \frac{3}{4} a^3 \geq \rho a^3 g$$

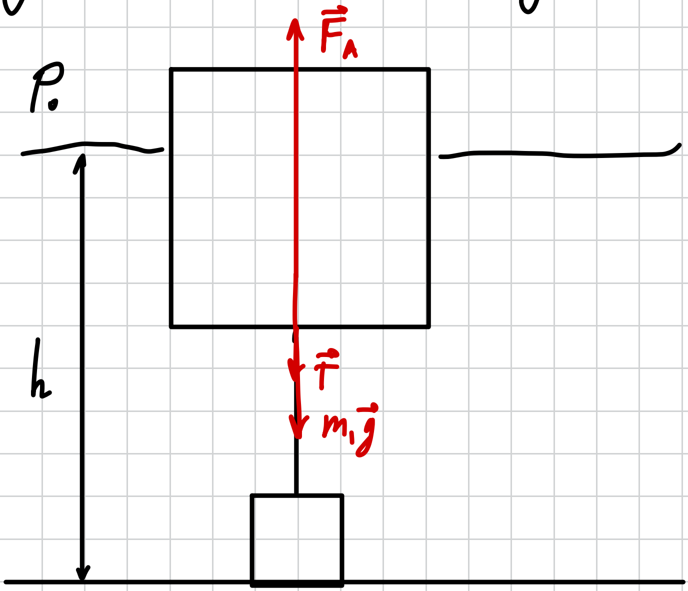
$$\rho \leq \frac{3}{4}\rho_0 = 750 \frac{кг}{м^3} \quad (2)$$

Тогда, соединяя (1) и (2)

$$700 \frac{кг}{м^3} \leq \rho \leq 750 \frac{кг}{м^3}$$

№6

Теперь пусть вода не затекает под нижний кубик - но учтем атмосферное давление и давление столба жидкости



1) Рассмотрим верхнее тело:

$$T = F_{A_1} - m_1 g - P_0 a^2 \geq 0$$

$$\rho \leq \frac{3}{4}\rho_0 + \overset{?}{P_0} a^2$$

2) Рассмотрим всю систему:

$$m_1 g + m_2 g + \left(p_0 + \rho_0 g\left(h - \frac{a}{2}\right)\right)\frac{a^2}{4} + P_0 a^2 = \rho_0 \frac{3}{4} a^3 g + N$$

$$N = \left(\rho a^3 + \rho \frac{a^3}{4}\right)g + p_0 \frac{a^2}{4} + \rho_0 g\left(\frac{ha^2}{4} - \frac{a^3}{8} - \frac{3}{4}a^3\right) + P_0 a^2$$

$$N = \frac{5}{4}\rho a^3 g + \frac{5}{4}P_0 a^2 + \rho_0 g \frac{a^2}{4}\left(h - \frac{7}{2}a\right) \geq 0$$

$$\rho \geq \frac{4\rho_0}{5}\left(\frac{7}{2} - \frac{h}{a}\right) - \frac{P_0}{ag}$$