

+

×

—

÷

## §1. Уравнение теплового баланса

СИ СГС

Опр-я:  $\rightarrow Q$  - теплота (кол-во теплоты) [ $\text{Дж}$ , эр2]

$$1 \text{ эр2} = 10^{-7} \text{ Дж}$$

$$1 \text{ калория} = 4,18 \text{ Дж}$$

кол-во теплоты, необх для нагре 1 гр воды на 1 градус

$$\rightarrow C = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \left[ \frac{\text{Дж}}{\text{К}} \right] - \text{полная теплоемкость (хар-ка объекта)}$$

$$\rightarrow c = \frac{\Delta Q}{m \Delta t} \left[ \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \right] - \text{удельная теплоемкость (хар-ка в-ва)}$$

Линейное отступление: Знак суммы -  $\Sigma$

$$\sum_{i=1}^n m_i \stackrel{\text{def}}{=} m_1 + m_2 + \dots + m_{n-1} + m_n$$

индекс суммирования (может быть любой буквой)

Например, координата центра масс системы  $n$  тел, массами -  $m_i$ :

$$\chi_c = \frac{\sum_i m_i x_i}{\sum_i m_i}$$

↑  
иногда индекс суммирования не пишут из-за лени

Свойства такие же как и у обычного сложения:

$$\sum_i (\alpha m_i + \beta f_i) = \alpha \sum_i m_i + \beta \sum_i f_i$$

Из опр-я теплоемкости: кол-во теплоты необходимое для нагревания/охлаждения тела от  $t_1$  до  $t_2$  (без фазового перехода):

$$Q = C m (t_2 - t_1)$$

↑  
конечная температура

↑  
начальная температура

Замечание 1: 1) Если  $t_2 > t_1 \Rightarrow Q > 0$  - тепло подводится к телу  
2) Если  $t_2 < t_1 \Rightarrow Q < 0$  - тепло отводится от тела

Замечание 2:  $Q = N \cdot \tau$ , где  $N [Вт = \frac{Дж}{с}]$  - мощность  
↑  
время

## Способы решения задач: (Все это З.С.Э)

1 Сумма всех  $Q_i = 0$ :

$$\sum_{i=1}^n Q_i = 0 \quad (Q_i \text{ может быть } \geq 0)$$

(но при фазовом переходе нам самим нужно думать про знак)

2 Отдельно учитываем отдающую теплоту и получающую:

$$\sum_{i=1}^m |Q_{\text{отд } i}| = \sum_{i=1}^n Q_{\text{получ } i}$$

модуль, т.к.  $Q_{\text{отд } i} < 0$

3 Тепловой банк

Основная идея: Если есть несколько теп-мы берем и охлаждаем их до нуля (или другой  $t$ )  $\Rightarrow$  отняли  $Q \Rightarrow$   
 $\Rightarrow$  обратно возвращаем  $Q$

далее на примере будет понятно

N1

Дано  $n$  тел массами  $m_i$ , теплоемкость  $c_i$ , температура  $t_i$ .  
Их приводят в контакт. Найдите установившуюся температуру

1) Запишем ур-е теплового баланса в виде 1:

$$m_1 c_1 (t_k - t_1) + m_2 c_2 (t_k - t_2) + \dots + m_n c_n (t_k - t_n) = 0$$

$$t_k \sum_{i=1}^n m_i c_i = \sum_{i=1}^n m_i c_i t_i$$

$$t_k = \frac{\sum m_i c_i t_i}{\sum m_i c_i}$$

N2

$$t_A = 10^\circ\text{C}$$

$$t_B = 40^\circ\text{C}$$

$$t_c = 80^\circ\text{C}$$

$$t_{AB} = 20^\circ\text{C}$$

$$t_{CB} = 60^\circ\text{C}$$

$$t_{AC} = ?, t_{ABC} = ?$$

1) Рассмотрим тепловой контакт А и В.

Запишем ур-е теплового баланса в форме

2:

$$C_B (t_B - t_{AB}) = C_A (t_{AB} - t_A)$$

полные  
теплоемкости

⇓

$$\frac{C_B}{C_A} = \frac{20 - 10}{40 - 20} = \frac{1}{2} \quad (1)$$

2) Для СВ:

$$C_c(t_c - t_{CB}) = C_B(t_{CB} - t_B)$$

$$\Downarrow$$
$$\frac{C_c}{C_B} = 1 \quad (2)$$

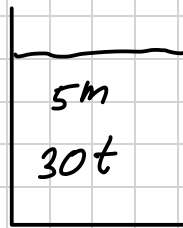
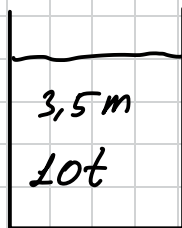
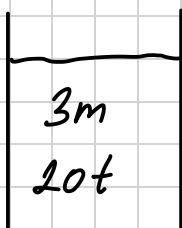
3) Для контакта AC используем ф-лу из 1-й задачи:

$$t_{AC} = \frac{C_A t_A + C_B t_B}{C_A + C_c} \stackrel{!}{=} \frac{2t_A + t_c}{3} \approx 33^\circ\text{C}$$

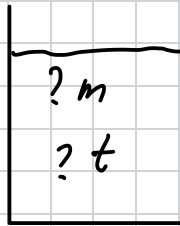
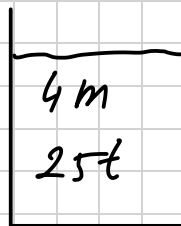
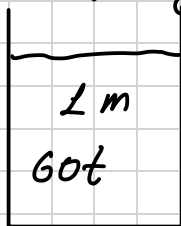
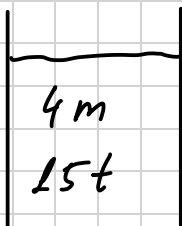
4) Аналогично для ABC:

$$t_{ABC} = \frac{C_A t_A + C_B t_B + C_c t_c}{C_A + C_B + C_c} = \dots$$

№3



переливание  
↓  
м/у собой



1) Масса должна сохраниться  $\Rightarrow m_4 = 4,5 \text{ т}$

2) Температуру найдем с помощью теплового баланса:  
охладим все содержимое сосудов до переливания до  $0^\circ\text{C}$ ,  
а затем будем нагревать сосуды после переливания  
до указанных температур:

$$\frac{Q_{\text{общее}}}{C} = 3\text{т} \cdot 20t + 3,5\text{т} \cdot 10t + 2\text{т} \cdot 80t + 5\text{т} \cdot 30t =$$
$$= 405 \text{ т}t$$

Первому нужно отдать:  $Q_1 = C \cdot 4\text{т} \cdot 15t$ , чтобы нагреть  
его от  $0^\circ\text{C}$  до  $15t^\circ\text{C}$

Второму:  $Q_2 = C \cdot \text{т} \cdot 60t$

Третьему:  $Q_3 = C \cdot 4\text{т} \cdot 15t$

3) Тогда на 4 останется:

$$Q_4 = Q_{\text{общее}} - Q_1 - Q_2 - Q_3 = 185 \text{ т}t$$

С другой стороны:

$$Q_4 = C \cdot 4,5\text{т} \cdot t_4$$

$$t_4 \approx 41,1t$$

№4

В чайник налили холодную воду объемом 1 л и поставили на плиту. Когда через 10 минут вода закипела, в чайник добавили еще какое-то количество воды. После, вода вновь закипела через 3 минуты. Какой объем воды добавили?

$$V = 1 \text{ л}$$

$$\tau_1 = 10 \text{ мин}$$

$$\tau_2 = 3 \text{ мин}$$

$$\Delta V = ?$$

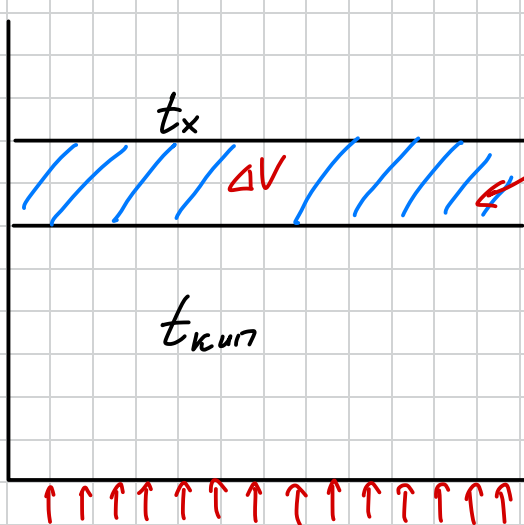
1) Как обычно рассуждают:

$$P\tau_1 = Cm(t_{\text{кип}} - t_0)$$

$$P\tau_2 = C m_2 (t_{\text{кип}} - t_2)$$

непонятно как ее найти

2) Как можно рассуждать, чтобы легче решить задачу:



вот эту воду мы должны догреть до  $t_{\text{кип}}$

Тогда:

$$\begin{cases} P\tau_1 = Cm(t_{\text{кип}} - t_0) \\ P\tau_2 = C\Delta m(t_{\text{кип}} - t_0) \end{cases} \Rightarrow \Delta m = m \frac{\tau_2}{\tau_1}$$



М5

Некоторая установка выделяет мощность 30 кВт и охлаждается проточной водой, текущей по трубке с поперечным сечением 1 см<sup>2</sup>. В установившемся режиме проточная вода нагревается на 15 градусов. Найдите скорость течения воды, предполагая что вся выделяющаяся энергия идет на нагрев воды

$$\begin{array}{l|l}
 N = 30 \text{ кВт} & 1) \text{ Ур-е теплового баланса (3.С.7)} \\
 S = 1 \text{ см}^2 & Q_{\text{вода}} = N \tau \\
 \Delta t = 15^\circ \text{C} & c m \Delta t = N \tau \\
 \nu = ? & c \rho V \Delta t = N \tau \\
 & c \rho S L \Delta t = N \tau, L = \nu \cdot \tau \\
 & \Rightarrow c \rho S \nu \Delta t = N \\
 & \nu = \frac{N}{c \rho S \Delta t} = 5 \frac{\text{м}}{\text{с}}
 \end{array}$$

М6

У хозяйки есть 3 кастрюли и 3 кипятильника мощностями N1, N2 и N3. Найдите минимальное время за которое она может вскипятить 6 литров воды

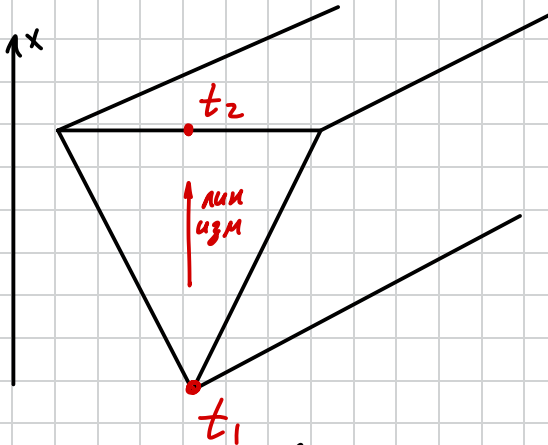
1) Первое, что нужно понять, это стратегия, когда одна из кастрюль вскипела, а другие еще нет не является оптимальной. Оптимальной является стратегия, при которой все закипит одновременно:

$$C_{mat} = (N_1 + N_2 + N_3) \gamma_{min}$$

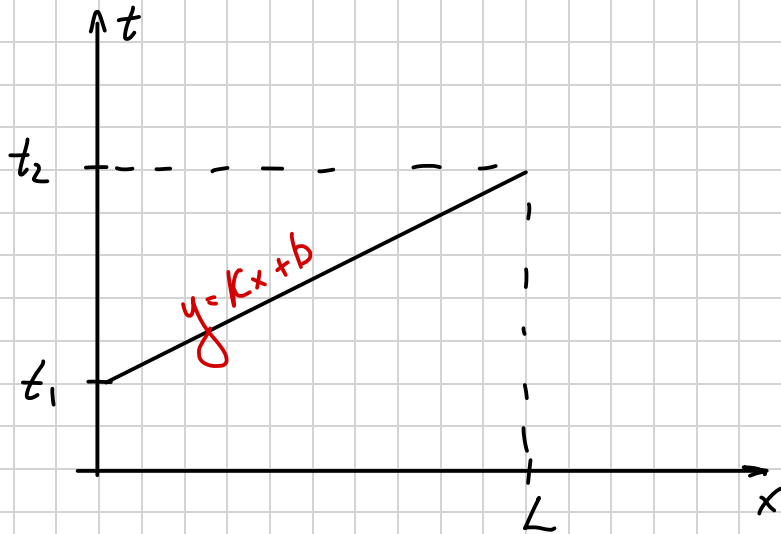
$$\gamma_{min} = \frac{C_{mat}}{N_1 + N_2 + N_3}$$

№ 7

Дан сосуд в виде трехгранной призмы, заполненный водой. Внизу призмы температура  $t_1$ , вверху  $t_2$ , изменяется она по линейному закону. Какая температура установится в сосуде после прекращения теплообмена



1) Найдем линейную зависимость:



$$\begin{cases} y(0) = b = t_1 \\ y(L) = kL + b = t_2 \end{cases}$$

$\Downarrow$

$$t(x) = \frac{t_2 - t_1}{L} x + t_1$$

2) То есть, у каждого слоя воды температура  $t$ .

Найдем константу:

$$t_k = \frac{\sum m_i \cancel{t_i}}{\sum m_i \cancel{t_i}} = \frac{\sum m_i \left( t_1 + \frac{t_2 - t_1}{L} x_i \right)}{\sum m_i} =$$

$$= \frac{\sum m_i t_1}{\sum m_i} + \frac{t_2 - t_1}{L} \underbrace{\frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}}_{\text{центр масс}} = t_1 + \frac{t_2 - t_1}{L} \cdot \frac{2}{3} L = \frac{t_1 + 2t_2}{3}$$