

+

×

—

÷

Сообщающиеся сосуды

Опр: Сообщающимися называются сосуды, которые имеют связывающие их каналы, заполненные жидкостью.

Закон сообщ-ся сосудов: в сообщающихся сосудах, заполненных однородной жидкостью, давление во всех точках жидкости, расположенных в одной горизонтальной плоскости, одинаково, независимо от формы сосудов, а поверхности жидкости в сообщающихся сосудах (открытых сверху) устанавливаются на одном уровне

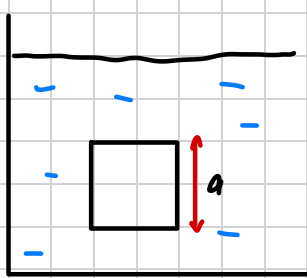
Закон Архимеда

На поверхности тела, погруженного в жидкость (203), действуют силы давления. Эти силы увеличиваются с глубиной погружения - на нижнюю часть будет действовать бо́льшая сила. Таким образом, равнодействующая будет направлена вверх и будет выталки-

вато тело из воды - сила Архимеда

Причина возникновения этой силы - наличие разнородного статического давления.

Пример: кубик



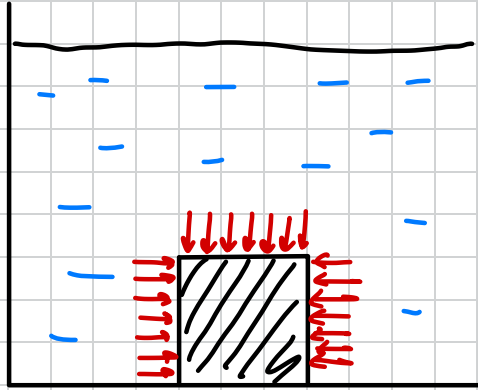
$$\Delta p = \rho g(h+a) - \rho g h = \rho g a = \frac{F}{S}$$

$$F = \rho g \underbrace{a S}_V = \rho * g V_T$$

Закон Архимеда: Выталкивающая сила, действующая на тело, погруженное в жидкость, равно по модулю весу вытесненной жидкости и противоположно ему направлена:

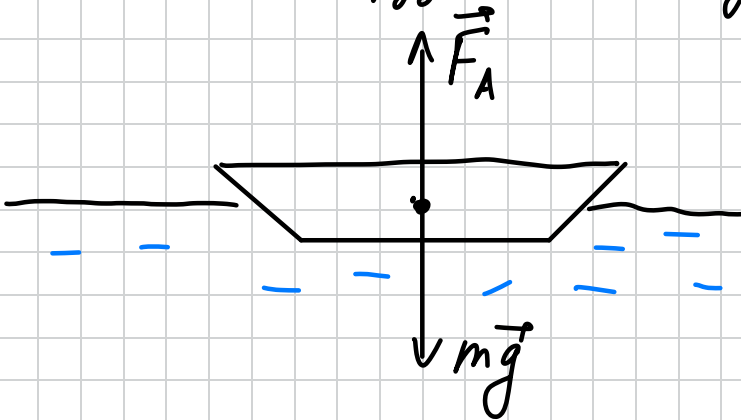
$$F_A = \rho * g V_{\text{тела}}$$

Замечание: Если часть поверхности тела плотно прилегает к стенке или дну сосуда так, что между ними нет прослойки жидкости, то ρ -н Архимеда не применим



Плавание тел:

1-й случай: Тело плавает в жидкости (т.е. находится в покое) частично погруженным в жидкость.



В равновесии $F_A = mg$

Причем сила Архимеда равна массе вытесненной воды (также не забываем о том, что воздух также создает свою силу Архимеда)

Вывод: Тело плавает в жидкости, тогда и только тогда когда вес тела в воздухе равен весу в воздухе вытесненной им жидкости

Обычно различия веса в воздухе и вакууме пренебрегают.

2-й случай: Тело полностью погружено в жидкость и отпущено. Опять же — сравниваем силу Архимеда и силу тяжести:

$$F_A = \rho_{\text{ж}} \cdot g \cdot V_T \quad \text{и} \quad mg = \rho_T \cdot g \cdot V$$

знак сравнения

$$\rho_{\text{ж}} \text{ и } \rho_T$$

1) Если $F_A > mg$ ($\rho_{\text{ж}} > \rho_T$) — тело будет всплывать до тех пор пока силы не уравняются

2) Если $F_A = mg$ ($\rho_{ж} = \rho_T$) - тело плавает

3) Если $F_A < mg$ ($\rho_{ж} < \rho_T$) - тело тонет

Замечание: Все сказанное также верно для газов - воздухоплавание

Задачи

№1

В цилиндрический сосуд с водой бросили свинцовый (деревянный) шарик массой 10г.

Как изменится уровень воды в сосуде, если его площадь сечения равна 2 см²

$$\rho_{ж} = 1000 \text{ кг/м}^3$$

$$m = 10 \text{ г.}$$

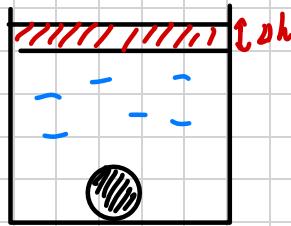
$$S = 2 \text{ см}^2$$

$$\rho_{ст} = 11300 \text{ кг/м}^3$$

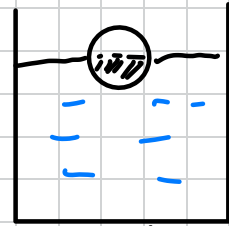
$$\rho_{д} = 700 \text{ кг/м}^3$$

$$\Delta h_1 - ?$$

$$\Delta h_2 - ?$$



сталь



дерево

1) В случае стали $\rho_{ст} > \rho_{ж} \Rightarrow$ шар утонет: Объем погруженного тела равен объему вытесненной воды

$$\Delta h \cdot S = V_{шар} = \frac{m}{\rho_{ст}}$$

$$\Delta h = \frac{m}{S \rho_{\text{ж}}} /$$

2) В случае деревянного шарика: $\rho_d < \rho_{\text{ж}} \Rightarrow$ найдем погруженный объем:

$$F_A = mg$$

$$\rho_{\text{ж}} V_{\text{п}} g = mg$$

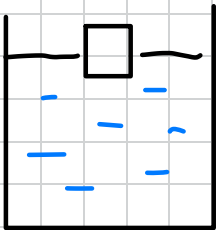
$$V_{\text{п}} = \frac{m}{\rho_{\text{ж}}}$$

$$\Delta h = \frac{V_{\text{п}}}{S} = \frac{m}{S \rho_{\text{ж}}} /$$

№2

В стакане плавает кусок льда.

Как изменится уровень воды в стакане, когда весь лед растает.
Как изменится ответ, если в лед будет заморожена дробинка свинца?



1) Лед в равновесии, значит:

$$m_{\text{л}} g = \rho_{\text{ж}} V_{\text{п}} g$$

$$V_{\text{п}} = \frac{m_{\text{л}}}{\rho_{\text{ж}}}$$

2) Тогда уменьшится уровень воды:

$$\Delta h_1 = \frac{m_{\text{л}}}{S \rho_{\text{ж}}}$$

3) Когда лед растает объем воды изменится на

$$\Delta V = \frac{m_l}{\rho_x}$$

$$\Rightarrow \Delta h_2 = \frac{m_l}{\rho_x S} = \Delta h_1$$

4) То есть, уровень в стакане не изменится

5) На самом деле можно было легче:

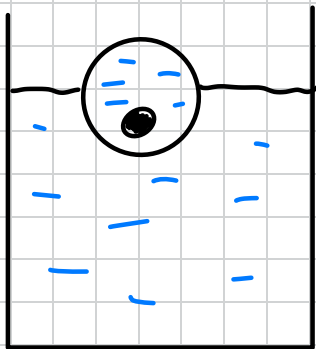
$$\rho_x g (H + \Delta h) S = (m_l + m_x) g$$

↑
уровень воды
до помещения льда

После того как лед растаял правая часть не поменялась

\Rightarrow левая тоже не должна измениться

Для случая с дробинкой из свинца:

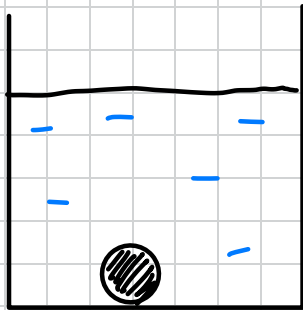


1) В равновесии:

$$(m_l + m_c) g = \rho_x V_n g$$

$$\Rightarrow \Delta h_1 = \frac{V_n}{S} = \frac{m_l}{\rho_x S} + \frac{m_c}{\rho_x S}$$

2) После того как лед растает:



$$\Delta h_2 = \frac{m_l}{\rho_{\text{ж}} S} + \frac{m_c}{\rho_c S}$$

от растаившего
льда

т.к. льду вытесняет
свой объем

$\Delta h_2 < \Delta h_1 \Rightarrow$ уровень понижается

3) Аналогично 1-му случаю можно записать баланс сил:

$$\begin{cases} \rho_{\text{ж}} g (H + \Delta h_1) S = (m_l + m_x + m_c) g \\ \rho_{\text{ж}} g (H + \Delta h_2) S = (m_l + m_x + m_c) g - N_c \end{cases}$$

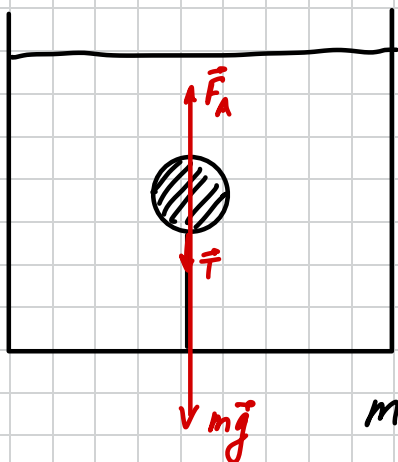
$$\Rightarrow \Delta h_2 < \Delta h_1$$

13

В сосуде плавает кусок льда, привязанный ниткой ко дну. Сила натяжения нити 10 Н.

На сколько изменится уровень воды в сосуде, если лед растает?

Площадь сечения сосуда 100 см²



1) После того как поместили лёд в воду уровень воды изменился на

$$\Delta h_1 = \frac{V}{S} \quad (1)$$

2) Найдём V из условия равновесия:

$$m_l g + T = \rho_* g V$$

$$V = \frac{m_l}{\rho_*} + \frac{T}{\rho_* g} \quad (2)$$

3) Подставим (2) в (1):

$$\Delta h_1 = \frac{m_l}{\rho_* S} + \frac{T}{\rho_* g S}$$

4) После того как лед растаял вся масса льда превратится в воду:

$$m_l = \rho_* \Delta V$$

$$\Rightarrow \Delta h_2 = \frac{\Delta V}{S} = \frac{m_l}{\rho_* S}$$

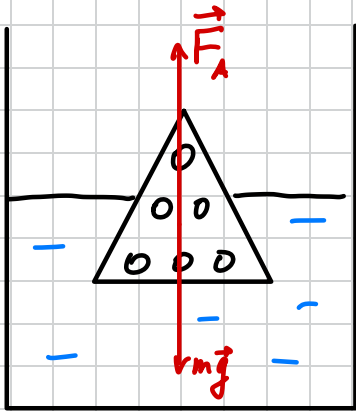
5) Когда изменение уровня воды:

$$\Delta h = \Delta h_1 - \Delta h_2 = \frac{T}{\rho_* g S}$$

№4

В кастрюле с площадью сечения 200 см² плавает кусок льда с множеством воздушных полостей. Над водой находится половина этого айсберга.

Каков общий объем воздушных полостей, если после того как кусок вынули уровень воды уменьшился на 6 см. Плотность льда 900 кг/м³



1) В равновесии (массой воздушных полостей пренебрегаем):

$$m_l g = \rho_* g \frac{V}{2}$$

$$m_l = \rho_* \frac{V}{2} \quad (1)$$

2) Изменение уровня воды:

$$\Delta V = S \Delta h = \frac{m_l}{\rho_*} \quad (2)$$

3) Подставляем (1) в (2):

$$S \Delta h = \frac{V}{2}$$

$$V = 2 S \Delta h$$

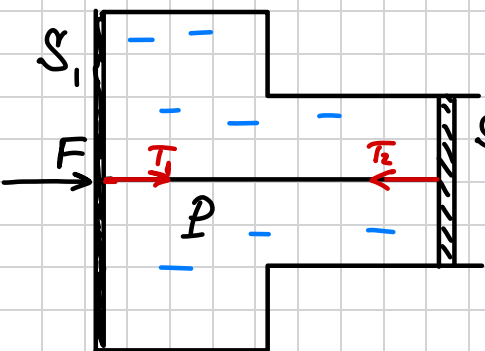
4) Объем полостей есть разность полного объема и объема льда:

$$V_{\text{пол}} = V - V_{\text{л}} = 2 S \Delta h - \frac{m_{\text{л}}}{\rho_{\text{л}}} = 2 S \Delta h - \frac{\rho_{\text{л}}^*}{\rho_{\text{л}}} \frac{V}{2} =$$

$$= S \Delta h \left(2 - \frac{\rho_{\text{л}}^*}{\rho_{\text{л}}} \right)$$

№5

Жидкость находится между двумя поршнями площадью S_1 и S_2 , соединенными стержнем. На большой поршень действует сила F . Пренебрегая атмосферным давлением и силой тяжести, найти давление в жидкости



Опр Жидкость называется несжимаемой, если её весь объем остается постоянным при изменении давления на неё

1) Поршень "поедет" ли второй поршень. Предположим, что он сдвинулся на Δx , тогда $\Delta V_1 = S_2 \Delta x$, при этом первый поршень "подожмет" объем $\Delta V_2 = S_1 \Delta x$. Т.к. вода несжимаема, то $\Delta V_1 = \Delta V_2$ - но это не так \Rightarrow
 \Rightarrow поршни стоят и стержень не дает второму поршню

уехать \Rightarrow растянут.

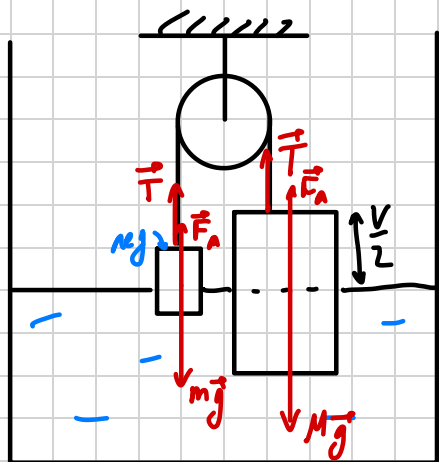
2) П.к. поршни в равновесии, то

$$\begin{cases} F + T_1 = P S_1 \\ T_2 = P S_2 \end{cases}$$

П.к. считаем стержень нерастяжимым, то $T_1 = T_2$ и:

$$\begin{cases} F + T = P S_1 \\ T = P S_2 \end{cases} \Rightarrow P = \frac{F}{S_1 - S_2}$$

№6



$m, \rho, \frac{V}{2}, S$

$\Delta h - ?$ (когда лёд растает)

1) Для кубика лёд в равновесии:

$$m g = \rho_* g V_n + T$$

2) Для большого грузика:

$$M g = \rho_* g \frac{V}{2} + T \quad (*)$$

3) Найдём Δh , (после погр. тел)

$$V_n = \frac{m_n - M}{\rho_x} + \frac{V}{2}$$

Тогда

$$\Delta h_1 = \frac{V_1}{S} + \frac{V}{2S} = \frac{m_1 - M}{\rho_* S} + \frac{V}{S}$$

4) Когда лед растаял: тело плавает

$$\Delta h_2 = \frac{M}{\rho_* S} + \frac{m_1}{\rho_* S}$$

5) Тогда изменение уровня воды:

$$\Delta h = \Delta h_2 - \Delta h_1 = \frac{2M - \rho_* V}{\rho_* S} \geq 0?$$

$$\text{Из } (*): 2M = \rho_* V + \frac{2T}{g} > \rho_* V \Rightarrow \Delta h > 0$$