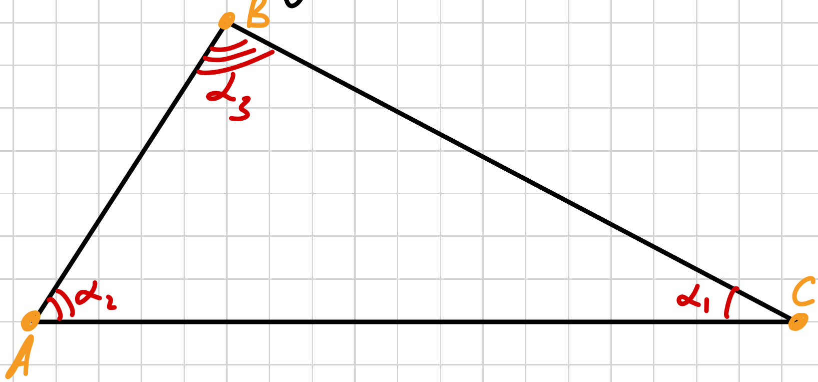
+ ×

− ÷

§1. Треугольники. Признаки равенства

Опр 1: Треугольник - геометрическая фигура, образованная тремя отрезками, которые соединяют три точки, не лежащие на одной прямой.



A, B, C – вершины Δ-ка

AB, BC, AC – стороны Δ-ка

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ – углы Δ-ка

Опр 2: Периметр Δ-ка – сумма длин всех сторон Δ-ка

Опр 3: Две геом. фигуры называются равными, если их можно совместить наложением

Следствие: Если два Δ-ка равны, то стороны и углы одного Δ-ка соответственно равны сторонам и углам другого Δ-ка

Чтобы не проверять равенства по опр-ю (наложением) — нужны признаки равенства

(Признаки рав-ва Δ-ков)

П1

1) Если 2 стороны и угол между ними одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то такие Δ-ки равны

2) Если сторона и 2 прилежащих к ней угла одного Δ-ка соответственно равны стороне и прилежащим к ней углам другого Δ-ка, то такие Δ-ки равны

3) Если 3 стороны одного Δ-ка соответственно равны трем сторонам другого Δ-ка, то такие Δ-ки равны

▲ начало док-ва

Все 3 утв-я доказываются по опр-ю - наложением одного Δ-ка на другой ■

Опр 4: Медианой Δ-ка называют отрезок, соединяющий вершину Δ-ка с серединой противоположной стороны (обозн. - m_a, m_b, m_c)

Опр 5: Высотой Δ-ка называют перпендикуляр, проведенный из вершины Δ-ка к прямой, содержащей противоположную сторону. (h_a, h_b, h_c)

Опр 6: Отрезок бессиктрисы угла Δ-ка, соединяющий вершину Δ-ка с точкой противоположной стороны, называется бессиктрисой угла Δ-ка

Т2

1) Медианы Δ-ка пересекаются в одной т-ке

2) Бис-сы Δ-ка пересекаются в одной т-ке

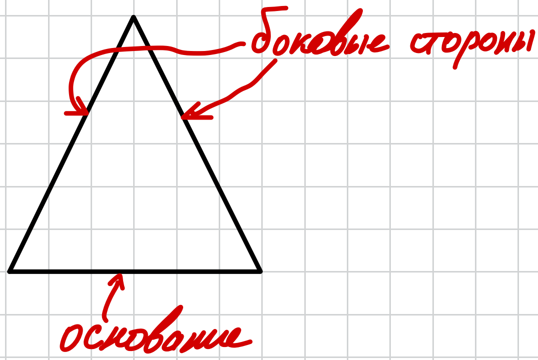
3) Высоты Δ-ка или их продолжения пересекаются в

одной точке

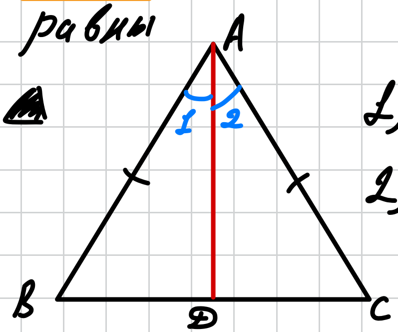
Докажем, если останется время

§2. Равнобедренный треугольник

Опр 1: Треугольник называется равнобедренным, если две его стороны равны



$\boxed{Т1}$ В равнобедренном Δ-ке углы при основании равны



1) Проведем биссектрису AD

2) $\Delta ABD = \Delta ACD$ по двум сторонам и углу м/у ними

3) $\triangle ABD = \triangle ACD \Rightarrow \angle ABD = \angle ACD$

■

Т2 В равнобедренном Δ-ке биссектриса, проведенная к основанию, является медианой и высотой

▲

1) Аналогично Т1: $\triangle ABD = \triangle ACD \Rightarrow BD = DC$

2) $\begin{cases} \angle BDA = \angle CDA \\ \angle BDA + \angle CDA = 180^\circ \end{cases} \Rightarrow AD \perp BC$

■

Следствие: 1) медиана $\Rightarrow$ бис-са + высота

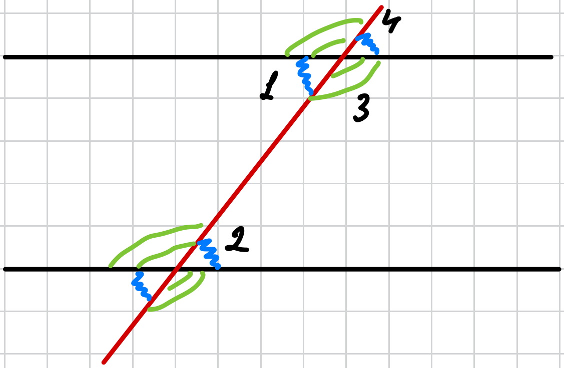
2) высота $\Rightarrow$ бис-са + медиана

Т3 (Признак равнобедренного Δ-ка)
Если два угла в Δ-ке равны, то он равнобедренный

▲ Док-те самостоятельно

■

§3. Параллельные прямые
Сумма углов Δ-ка



1, 2 - накрест лежащие углы

1, 4 - смежные

2, 4 - соответственные

! $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$!

смежные углы

Т1 1) Если две параллельные прямые пересечены секущей, то накрест лежащие углы равны

2) Если две параллельные прямые пересечены секущей, то соответственные углы равны

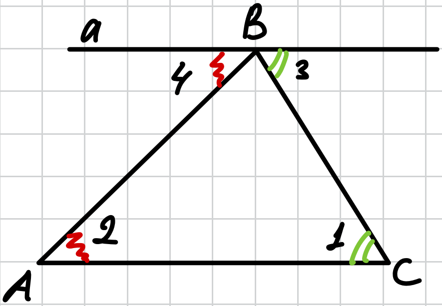
(Обратные утв-я также верны)

▲

Может потом докажем

■

Т2 Сумма углов Δ-ка равна 180°



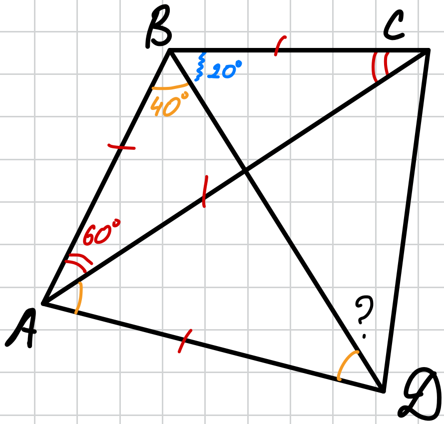
1) Проведем прямую $a \parallel AC$ через точку B

2) $\left.\begin{array}{l}\angle 1 = \angle 3 \\ \angle 4 = \angle 2\end{array}\right|$ — накрест леж

$$\angle 4 + \angle 3 + \angle ABC = 180^\circ$$

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle ABC = 180^\circ$$

№ 1



$\angle ABD = \angle CAD = 40^\circ$

$\angle CBD = 20^\circ$

$\angle BAC = 60^\circ$

$\angle CDB - ?$

1) $\triangle ABC : \angle ACB = 180^\circ - \angle BAC - \angle ABC = 60^\circ$

$\Rightarrow \triangle ABC$ – правильный

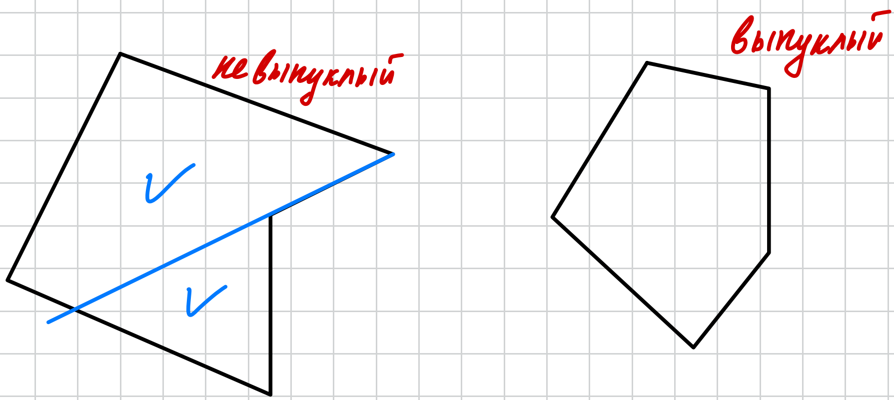
2) $\triangle BAD : \angle ABD = 180^\circ - \angle ABD - \angle BAD = 40^\circ$

3) $\triangle ACD$ – равнобедренный $\Rightarrow \angle ACD = 70^\circ = \angle ADC$

4) $\angle CDB = \angle ADC - \angle ADB = 30^\circ$

§4. Четырехугольники
Параллелограмм
Трапеция

Опр 1: Многоугольник называется выпуклым, если он лежит по одну сторону от каждой прямой, проходящей через две его соседние вершины



Лемма: Сумма углов выпуклого n-угольника равна $(n-2)\cdot 180$

△

Соединим первую вершину с остальными => получим $(n-2)$-треугольника, сумма углов которых 180°

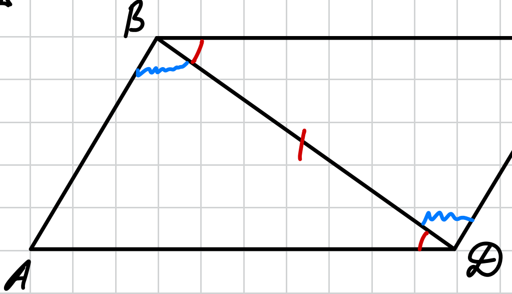
■

Опр 2: Параллелограммом называется четырехугольник, у которого противоположные стороны параллельны

Свойства параллелограмма:

1. В параллелограмме противоположные стороны и углы равны

▲

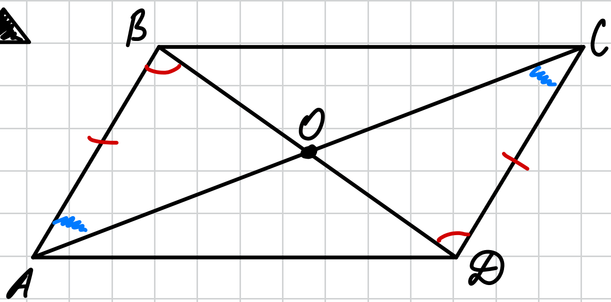


$\triangle ABD = \triangle BCD$ по стороне и двум прилег. углам

■

2. Диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам

▲

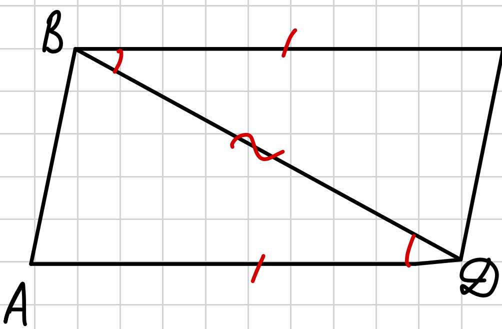


$\triangle COD = \triangle BOA$

■

Признаки параллелограмма:

1 Если в две стороны равны и параллельны, то этот —



$\triangle BDA = \triangle CBD$

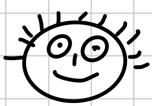
$\Rightarrow \begin{cases} AB = CD \\ \angle BDC = \angle DBA \end{cases}$

$\Downarrow$

$AB \parallel CD$

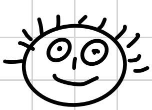
2 Если в противоположных стороны попарно равны, то этот —

Подумайте

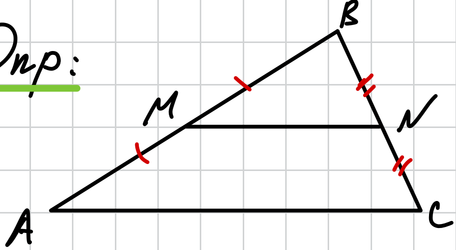


3 Если в диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам, то этот —

Подумайте



Опр:

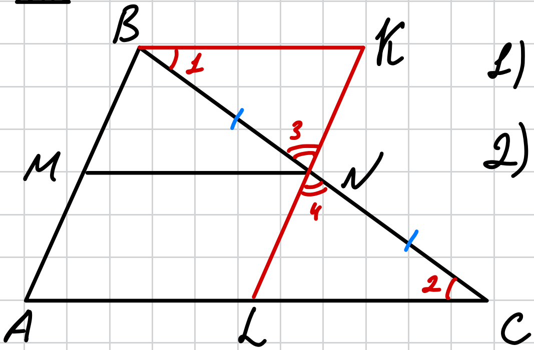


MN – средняя линия

$\boxed{\text{Т}}$ (О средней линии)

Пусть точка N – середина BC и $MN \parallel AC$, тогда MN – средняя линия

▲



1) ABKL – ▱

2) $\begin{cases} \angle 1 = \angle 2 \\ \angle 3 = \angle 4 \\ BN = NC \end{cases} \Rightarrow \Delta BNK = \Delta CNL$

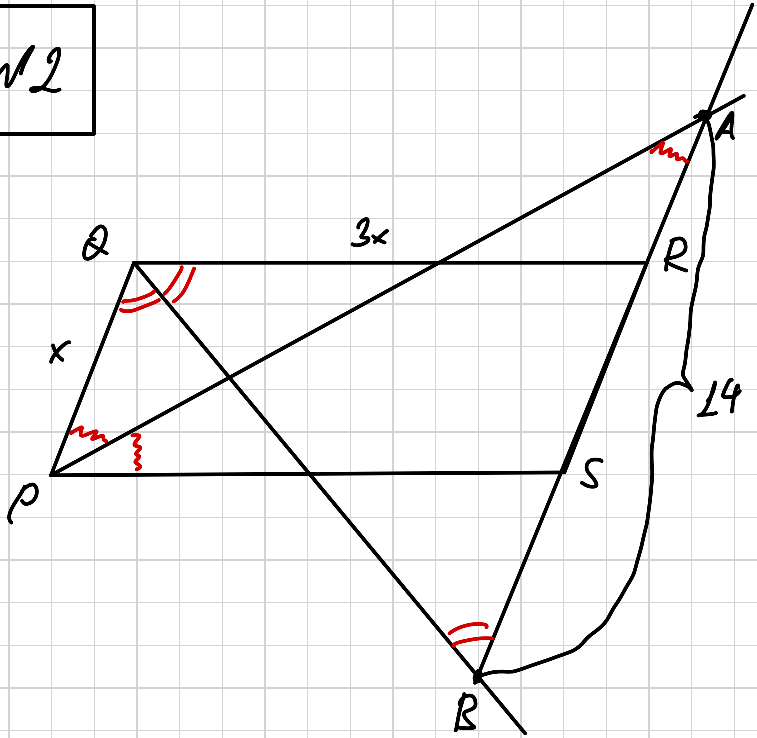
$\Downarrow$

$LN = NK$

3) MBKN, AMNL – ▱

■

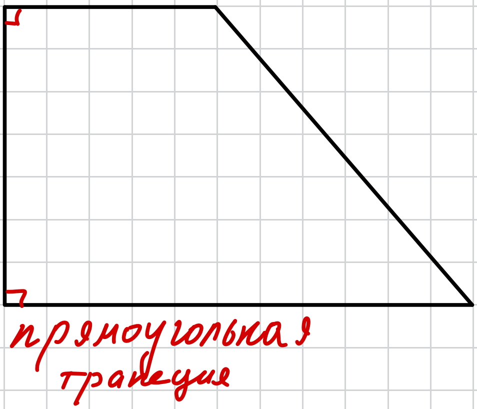
$№2$

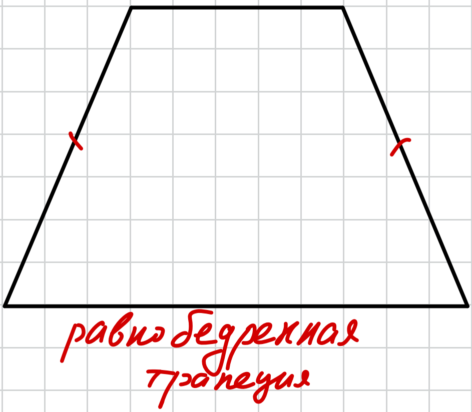


$\triangle PSA$, QRB – равнобед $\Rightarrow 14 = 3x + 3x - x$

$x = \frac{14}{5}$

Опр 3: Трапецией называется четырехугольник, у которого две стороны параллельны, а две другие стороны не параллельны





Упр.: Докажите, что биссектрисы смежных углов трапеции перпендикулярны

Рассмотрим равнобедренную трапецию:

Свойства

1) У равнобедренной трапеции углы при основании равны

2) Диагонали равнобедренной трапеции равны

Признаки равнобедреной трапеции

1) Если углы при основании равны, то эта трапеция равнобедренная

2) Если диагонали трапеции равны, то эта трапеция равнобедренная