+ ×

− ÷

№1

$$\left|\frac{x+9}{x-5}\right| = x+9 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+9 \geq 0 \\ \left[\begin{array}{l} \dfrac{x+9}{x-5} = x+9 \\ \dfrac{x+9}{x-5} = -x-9 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+9 \geq 0 \\ \left[\begin{array}{l} (x+9)\,\dfrac{6-x}{x-5} = 0 \\ (x+9)\,\dfrac{x-4}{x-5} = 0 \end{array}\right. \end{cases}$$

Ответ $\{-9, 6, 4\}$

№2

$$|5x-3| - |7x-4| = 2x-1$$

I способ: Заметим, что:

$$2x-1 = 7x-4-(5x-3)$$

$$|f(x)| - |g(x)| = g(x) - f(x)$$

То есть, оба модуля раскрываются со знаком минус или подмодульные выражения равны:

$$\left[\begin{array}{l} f(x)=g(x) \\ \begin{cases} f(x)\le 0 \\ g(x)\le 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{1}{2} \\ \begin{cases} 5x-3\le 0 \\ 7x-4\le 0 \end{cases} \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} x=\frac{1}{2} \\ \begin{cases} x\le \frac{3}{4} \\ x\le \frac{7}{4} \end{cases} \end{array}\right.$$

это док-ся рассмотрением случаев

$$|f(x)|-|g(x)|=g(x)-f(x) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} f(x)\ge 0,\ g(x)\ge 0 \\ f(x)=g(x) \end{cases} \\ \begin{cases} f(x)\le 0,\ g(x)\le 0 \\ 0=0 \end{cases} \\ \left.\begin{array}{l} f(x)=0 \\ g(x)=0 \end{array}\right\} \text{входят в первые 2 случая} \end{array}\right.$$

<u>II способ</u>: Метод интервалов.

Разложение правильных дробей на сумму элементарных
Метод неопр-х коэф-ов

Как делить многочлен на многочлен?

$$
\begin{array}{r|l}
1x^4-3x^3-2x^2-6x-8 & x-4 \\ \cline{2-2}
-\;\; x^4-4x^3 \qquad\qquad\qquad & 1x^3+1x^2+2x+2 \\ \cline{1-1}
1x^3-2x^2 \qquad\qquad & \\
-\;\; x^3-4x^2 \qquad\qquad & \\ \cline{1-1}
2x^2-6x \qquad & \\
-\;\; 2x^2-8x \qquad & \\ \cline{1-1}
2x-8 & \\
-\;\; 2x-8 & \\ \cline{1-1}
0 &
\end{array}
$$

Тогда: $x^4-3x^3-2x^2-6x-8=(x-4)(x^3+x^2+2x+2)$

Лемма: Пусть есть 2 многочлена $P(x)$, $Q(x)$.
Тогда $\exists$ многочлены $T(x), R(x)$:

$$P(x)=T(x)Q(x)+\underset{\text{остаток}}{R(x)}$$

(Если $\deg P<\deg Q$, то $T=0$, $R(x)=P(x)$)

Т1 (Безу)

Остаток от деления многочлена $P(z)$ на $(z-a)$ равен $P(a)$

$\triangle$

По лемме: $P(z) = T(z)(z-a) + R(z)$, $0 \le \deg R < 1$

$\Rightarrow R(z)$ - число $\Rightarrow R(z) = P(a)$ $\blacksquare$

Следствие: Многочлен $P(z)$ делится на $(z-a)$ без остатка $\Leftrightarrow P(a) = 0$

Т2 (Основная теорема алгебры)

Любой многочлен $P(z)$, $\deg P(z) = n$ имеет ровно n комплексных корней

Следствие: Любой многочлен $P(z)$ единственным образом представим в виде:

$$P(x) = a_n (x-x_1)^{k_1} \dots (x-x_s)^{k_s} (x^2+p_1 x + q_1)^{l_1} \dots (x^2+p_m x + q_m)^{l_m}$$

$x_1, \dots, x_n$ - корни $P(x)$ кратности k_i

$x^2 + p_j x + q_j$ - неприводимые кв. трехчлены $(D<0)$

Опр Дробь $\frac{P(x)}{Q(x)}$ называется правильной, если $\deg P < \deg Q$

Иначе - неправильной

Т3 Если знаменатель правильной дроби $\frac{P(x)}{Q(x)}$ имеет вид $Q(x) = C(x-x_1)^{k_1} \ldots (x-x_s)^{k_s}(x^2+p_1x+q_1)^{l_1} \ldots (x^2+p_mx+q_m)^{l_m}$ то дробь разлагается в сумму простейших дробей

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = \sum_{i=1}^{s}\sum_{k=1}^{k_i} \frac{A_{ik}}{(x-x_i)^k} + \sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{l_j} \frac{M_{jk}x+N_{jk}}{(x^2+p_jx+q_j)^k}$$

№1 Представить дробь в виде суммы простейших

$$\frac{5x+1}{2x^2+5x-3} = \frac{5x+1}{(2x-1)(x+3)} = \frac{A}{2x-1} + \frac{B}{x+3} =$$

$$= \frac{(A+2B)x + 3A - B}{(2x-1)(x+3)}$$

$$\begin{matrix} x^1: \\ x^0: \end{matrix} \begin{cases} A+2B=5 \\ 3A-B=1 \end{cases} \qquad \begin{cases} A=1 \\ B=2 \end{cases}$$