DDIM

Tags

一、前置知识：DDPM

1. 前向扩散过程

在DDPM中，前向过程是逐步向数据添加噪声的过程，直到最终生成纯噪声。具体的前向过程公式为：

$$q(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \ldots, \mathbf{x}_T | \mathbf{x}_0) = \prod_{t=1}^{T} q(\mathbf{x}_t | \mathbf{x}_{t-1})$$

$$q(\mathbf{x}_t | \mathbf{x}_{t-1}) = \mathcal{N}(\mathbf{x}_t; \sqrt{\alpha_t}\mathbf{x}_{t-1}, (1-\alpha_t)\mathbf{I})$$

累积扩散公式

$$q(\mathbf{x}_t | \mathbf{x}_0) = \mathcal{N}(\mathbf{x}_t; \sqrt{\bar{\alpha}_t}\mathbf{x}_0, (1-\bar{\alpha}_t)\mathbf{I}),$$

前向过程中的累积噪声因子

$$\begin{aligned} \alpha_t &= 1 - \beta_t \\ \bar{\alpha}_t &= \prod_{s=1}^{t} \alpha_s \end{aligned}$$

2. 逆向去噪过程

在DDPM中，逆向去噪是通过逐步去除噪声的方式恢复原始数据。

逆向过程的条件概率：

$$q(\mathbf{x}_{t-1} | \mathbf{x}_t) = \mathcal{N}(\mathbf{x}_{t-1}; \mu_\theta(\mathbf{x}_t, t), \sigma_\theta^2(t)\mathbf{I})$$

$$q(\mathbf{x}_{t-1} \mid \mathbf{x}_t, \mathbf{x}_0) = \mathcal{N}\left(\mathbf{x}_{t-1}; \frac{\sqrt{\alpha_t}(1-\bar{\alpha}_{t-1})}{1-\bar{\alpha}_t}\mathbf{x}_t + \frac{\sqrt{\bar{\alpha}_{t-1}}\beta_t}{1-\bar{\alpha}_t}\mathbf{x}_0, \frac{1-\bar{\alpha}_{t-1}}{1-\bar{\alpha}_t} \cdot \beta_t\mathbf{I}\right)$$

$$\mathbf{x}_{t-1} = \mu_\theta(\mathbf{x}_t, t) + \sigma_\theta(t)\epsilon_\theta(\mathbf{x}_t, t).$$

通过多次这样的更新，DDPM能够从噪声中恢复出原始样本

二、如何改进DDPM—— DDIM：确定性跳步逆向去噪

加速采样：跳步去噪，减少生成所需的步骤。

保持生成质量：通过确定性采样重构去噪过程，减少均值误差的放大问题。（在跳步采样中，估计去噪均值的不准确性会随着时间步增加而放大）

1. 跳步采样

DDIM引入了 **跳步采样** 的概念，这意味着在生成过程中可以跳过某些时间步。与DDPM需要在每个时间步进行采样不同，DDIM通过跳过某些时间步来加速生成过程。

跳步的核心公式为：

$$q(\mathbf{x}_{t-1}|\mathbf{x}_t, \mathbf{x}_0) = \frac{q(\mathbf{x}_t|\mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{x}_0)}{q(\mathbf{x}_t|\mathbf{x}_0)} q(\mathbf{x}_{t-1}|\mathbf{x}_0)$$

为了实现跳步采样，需要修改逆向过程中的 $q(\mathbf{x}_t|\mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{x}_0)$

如何修改 : $q(\mathbf{x}_t|\mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{x}_0)$

调整参数 β_t 使其与 t和t-1产生关联

$$\beta_t = 1 - \frac{\bar{\alpha}_t}{\bar{\alpha}_{t-1}}$$

然后$\mathbf{x}_t$可换成$\mathbf{x}_{t_1}$，$\mathbf{x}_{t-1}$可换成$\mathbf{x}_{t_2}$

$\mathbf{x}_{t_2}$, $\mathbf{x}_{t_1}$可以是不相邻的时间步

$$q(\mathbf{x}_{t_1}|\mathbf{x}_{t_2}, \mathbf{x}_0) = \frac{q(\mathbf{x}_{t_1}|\mathbf{x}_0)}{q(\mathbf{x}_{t_2}|\mathbf{x}_0)} q(\mathbf{x}_{t_2}|\mathbf{x}_t, \mathbf{x}_0)$$

2.确定性去噪过程

DDIM 通过放松对逆向过程条件分布的约束，使得在生成过程中不再依赖于每一步的高斯噪声，而是根据输入数据的当前状态直接推导出下一步的数据。

修改限制条件$q(\mathbf{x}_t|\mathbf{x}_{t-1},\mathbf{x}_0)$：定义其为任意的一个正态分布，而不是我们提前定义好的一个正态分布。

根据基础的解方程知识，去掉一个方程后，会多出一个自由变量。

$\tilde{\mu}_t,\tilde{\beta}_t$就不能同时确定下来

原来的DDPM的加噪声逆操作的分布：

$$q(\mathbf{x}_{t-1} \mid \mathbf{x}_t,\mathbf{x}_0)=\mathcal{N}\left(\mathbf{x}_{t-1};\frac{\sqrt{\alpha_t}(1-\bar{\alpha}_{t-1})}{1-\bar{\alpha}_t}\mathbf{x}_t+\frac{\sqrt{\bar{\alpha}_{t-1}}\beta_t}{1-\bar{\alpha}_t}\mathbf{x}_0,\frac{1-\bar{\alpha}_{t-1}}{1-\bar{\alpha}_t}\cdot\beta_t\mathbf{I}\right)$$

新的分布公式为：

$$q(\mathbf{x}_{t-1}|\mathbf{x}_t,\mathbf{x}_0)=\mathcal{N}\left(\mathbf{x}_{t-1};\sqrt{\bar{\alpha}_{t-1}}\mathbf{x}_0+\sqrt{1-\bar{\alpha}_{t-1}-\tilde{\beta}_t}\cdot\frac{\mathbf{x}_t-\sqrt{\bar{\alpha}_t}\mathbf{x}_0}{\sqrt{1-\bar{\alpha}_t}},\tilde{\beta}_t\mathbf{I}\right)$$

$$\tilde{\beta}_t(\eta)=\eta\frac{(1-\bar{\alpha}_{t-1})}{(1-\bar{\alpha}_t)}\cdot\beta_t$$

其中中：

- η∈[0,1]，通过选择不同的 η，可以在DDPM和DDIM之间进行插值。
- 当 η=0 时，模型为DDIM；当 η=1 时，模型为DDPM。