

ПРОГРАММА КУРСА «МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА»

ВОПРОСЫ КО ТРЕТЬЕМУ КОЛЛОКВИУМУ.

ИТМО, группы М3232–М3239, осень 2023 г.

1. Теория множеств. Определения равенства. Парадокс брадобрея. Аксиоматика Цермело-Френкеля. Конструктивные аксиомы (пустого, пары, объединения, множества подмножеств, выделения). Частичный, линейный, полный порядок. Ординальные числа, аксиома бесконечности. Конечные ординалы, существование ординала ω , операции над ординалами, доказательство $1 + \omega \neq \omega + 1$. Связь ординалов и упорядочений. Аксиомы фундирования и подстановки.
2. Кардинальные числа, мощность множеств. Теорема Кантора-Бернштейна, теорема Кантора.
3. Мощность модели. Элементарные подмодели. Теорема Лёвенгейма-Сколема, парадокс Сколема.
4. Аксиома выбора, альтернативные формулировки (лемма Цорна, теорема Цермело, существование частичной обратной), доказательство переходов (кроме доказательства леммы Цорна).
5. Применение аксиомы выбора: эквивалентность определений пределов (по Коши и по Гейне). Теорема Диаконеску. Ослабленные варианты (счётный выбор и зависимый выбор), универсум фон-Неймана. Аксиома конструктивности.
6. Индукция и полная индукция. Трансфинитная индукция. Система S_∞ . Сечение, устранение сечений. Доказательство непротиворечивости формальной арифметики.
7. Теорема Гёделя о компактности. Универсум Эрбрана. Унификация. Метод резолюции.