

## ПРОГРАММА КУРСА «МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА»

ВОПРОСЫ КО ВТОРОМУ КОЛЛОКВИУМУ.

*ИТМО, группы М3232–М3239, осень 2023 г.*

1. Исчисление предикатов. Общезначимость, следование, выводимость. Теорема о дедукции в исчислении предикатов. Теорема о корректности исчисления предикатов.
2. Непротиворечивые множества формул. Доказательство существования моделей у непротиворечивых множеств формул в бескванторном исчислении предикатов. Теорема Гёделя о полноте исчисления предикатов. Полнота исчисления предикатов.
3. Машина Тьюринга. Задача об останове, её неразрешимость. Неразрешимость исчисления предикатов.
4. Порядок теории  $(0, 1, 2)$ . Теории первого порядка. Аксиоматика Пеано. Арифметические операции. Формальная арифметика.
5. Прimitивно-рекурсивные и рекурсивные функции. функций вычисления простых чисел. Частичный логарифм. Выразимость отношений и представимость функций в формальной арифметике. Характеристические функции. Функция Аккермана.
6. Бета-функция Гёделя. Гёделева нумерация. Рекурсивность представимых в формальной арифметике функций.
7. Непротиворечивость (эквивалентные определения),  $\omega$ -непротиворечивость. Первая теорема Гёделя о неполноте арифметики. Формулировка первой теоремы Гёделя о неполноте арифметики в форме Россера. Синтаксическая и семантическая неполнота арифметики. Неполнота расширений формальной арифметики. Ослабленные варианты: арифметика Пресбургера, система Робинсона.
8. Вторая теорема Гёделя о неполноте арифметики, *Consis*. Лемма об автоссылках. Условия Гильберта-Бернаиса-Лёба. Неразрешимость формальной арифметики. Теорема Тарского о невыразимости истины.
9. Лямбда-исчисление. Пред-лямбда-термы и лямбда-термы. Альфа-эквивалентность, бета-редукция и бета-эквивалентность. Теорема Чёрча-Россера. Комбинатор неподвижной точки. Комбинаторный базис  $SK$ . Истина и ложь. Чёрчевские нумералы. Натуральный вывод. Импликативный фрагмент интуиционистского исчисления высказываний. Просто-типизированное лямбда исчисление. Изоморфизм Карри-Ховарда (высказывание, доказательство, импликация, конъюнкция, дизъюнкция, ложь).