

# Homework

$$\textcircled{2} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$$

$$A + B = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$$

~~$$A - B = \begin{pmatrix} 1-4 & -2-(-1) \\ 3-0 & 0-5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & -3 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}$$~~

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 4+0 & -1-10 \\ 12+0 & -3+0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -11 \\ 12 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\textcircled{3} \quad 3A - 2B + 4C$$

$$3 \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 3 & -6 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} + 4 \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 3 & 12 \\ 9 & -18 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 10 \\ 4 & -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 8 & -16 \\ 4 & 4 \end{pmatrix} =$$

~~$$3 \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 3 & -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 12 \\ 9 & -18 \end{pmatrix}$$~~
$$= \begin{pmatrix} 3 & 11 \\ 5 & -16 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 8 & -16 \\ 4 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & -5 \\ 9 & -12 \end{pmatrix}$$

$$\textcircled{4} \quad A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 5 & -2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$AA^T = ?; \quad A^T A = ?$$



$$AA^T = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 5 & -2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 5 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} + & - & + \\ - & + & - \\ + & - & + \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 16+1 & 20-2 & 8+3 \\ 20-2 & 25+4 & 10-6 \\ 8+3 & 10-6 & 4+9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 17 & 18 & 11 \\ 18 & 29 & 4 \\ 11 & 4 & 13 \end{pmatrix}$$

$$A^T A = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 5 & -2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16+25+4 & 4+10+6 \\ 4-10+6 & 1+4+9 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 45 & 0 \\ 0 & 14 \end{pmatrix}$$

⑥ a)  $A = \begin{pmatrix} \sin x & -\cos x \\ \cos x & \sin x \end{pmatrix}$

$$\Delta A = \sin x \cdot \sin x - (-\cos x) \cdot \cos x$$

$$= \sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$8) \begin{pmatrix} 8 & 4 & 6 \\ 0 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\Delta A = 8 \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 0 & 9 \end{pmatrix} - 4 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} + 6 \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 8 \cdot 45 - 0 + 0 =$$

$$= 360$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 \\ 8 & 9 & 10 \end{pmatrix}$$

$$\Delta A = 2 \begin{vmatrix} 6 & 7 \\ 9 & 10 \end{vmatrix} - 3 \begin{vmatrix} 5 & 7 \\ 8 & 10 \end{vmatrix} + 4 \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} =$$

$$= 2 \cdot (-3) - 3 \cdot (-6) + 4 \cdot (-3) = -6 + 18 - 12 = 0.$$

7. a)  $\det(A) = 4$ .

$$\det(A^2) = \det(A \cdot A) = \det A \cdot \det A = 16.$$

b)  $\det(A^T) = \det(A) = 4$ .

c)  $\det(2A) = \det(A) \cdot 2^n$  (где  $n$  — порядок матрицы  $A$ )  $= 4 \cdot 2^3$

т.е. при  $A_{3 \times 3}$ :

$$\det(2A) = 2^3 \cdot 4 = 32.$$

8.  $\begin{pmatrix} -2 & 7 & -3 \\ 4 & -14 & 6 \\ -3 & 7 & 13 \end{pmatrix}$   $\det A = ?$



$$\det A = -2 \begin{vmatrix} -14 & 6 \\ 7 & 13 \end{vmatrix} - 7 \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ -3 & 13 \end{vmatrix} - 3 \begin{vmatrix} 4 & -17 \\ -3 & 7 \end{vmatrix}$$

$$= -2 \cdot (-182 - 42) - 7(52 + 18) - 3(28 - 42) =$$

$$= -2(-224) - 7(70) - 3(-14) = 448 - 490 + 42$$

$$= 0$$

$\Rightarrow$  matrix is degenerate

9) а)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$

Придадим к 1-ой строке 2-ую.

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

Собросим 3-ю строку, т.к. она  $\equiv$  1-ой

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Ранг матрицы - 2

$$\delta) \begin{vmatrix} 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 4 & 3 \\ 2 & 3 & 5 & 6 \end{vmatrix} \Leftrightarrow \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 & 0 \\ 3 & 4 & 0 & 0 \\ 6 & 5 & 3 & 2 \end{vmatrix} \Leftrightarrow \begin{vmatrix} 6 & 5 & 3 & 2 \\ 3 & 4 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$



$$2\text{str} / 2; \quad 3\text{str} - 2\text{str}.$$

$$\begin{pmatrix} 6 & 5 & 3 & 2 \\ 1,5 & 2 & 0 & 0 \\ 0,5 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$4\text{str} - 2\text{str}$$

$$\begin{pmatrix} 6 & 5 & 3 & 2 \\ 1,5 & 2 & 0 & 0 \\ \ominus 0,5 & 0 & 0 & 0 \\ -0,5 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$4\text{str} + 3\text{str}$$

$$\begin{pmatrix} 6 & 5 & 3 & 2 \\ 1,5 & 2 & 0 & 0 \\ 0,5 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \text{rank} = 3.$$