Лабораторная работа № 6.
« Работа с системой компьютерной верстки TEX »

Студент группы P3123 Иванов Артемий Антонович

21 декабря 2021

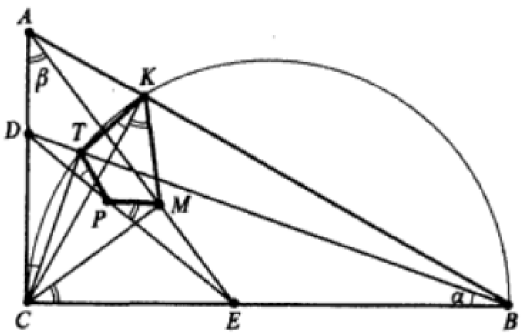

Рис. 14.

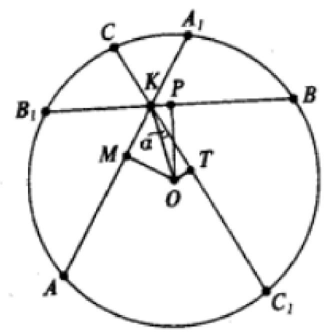

Рис. 16

нику BCD. Тогда исходный треугольник ABC окажется разрезанным на $k^2 + l^2 =$ n равных треугольников

1 0 к л а с с

1. Простейший пример $6 \cdot 1$, $6 \cdot 2$, $6 \cdot 3$. В общем виде рассмотрите прогрессию A, 2A, ..., (2n - 1)A, где $A = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot (2n-1)$.

2. Меняя местами число 1 с другими числами, мы можем продвинуть 1 к числу 2. Далее можно двойными шагами (сначала перемещается число 2, затем - число 1) придвинуть пару 1, 2 к числу 3. Теперь тройку 1, 2,3 можно тройными шагами придвинуть к числу 4. И так далее. В итоге придем к естественному (монотонному) упорядочению данных чисел (по часовой стрелке или против часовой стрелки).

3. Обозначим через K, M, P, T (рис. 14) основания высот, опущенных из точки C на прямые AB, AE, DE и BD соответственно. Ясно, что лучи CK и CP лежат между лучами CT и CM и четырехугольник KMPT является выпуклым. Поэтому, в силу теоремы о вписанном угле, для доказательства утверждения задачи достаточно показать, что $\angle TKM + \angle MPT = 180°$. Пусть $\alpha = \angle DBC$, $\beta = \angle EAC$. Очевидно, $\angle DCT = \alpha$ (напомним, что $CT \perp DB$) и $\angle MCE = \beta$. Четыре точки C, T, K, B лежат на одной окружности, поскольку углы $\angle CTB$

60	59	52	51	44	43	16	15
61	58	53	50	45	42	17	14
62	57	54	49	46	41	18	13
63	56	55	48	47	40	19	12
64	35	36	37	38	39	20	11
33	34	29	28	25	24	21	10
32	31	30	27	26	23	22	9
1	2	3	4	5	6	7	8

Рис. 15.

к $\angle CKB$ прямые. Поэтому $\angle TKC = \angle TBC = \alpha$ (эти углы равны как опирающиеся на одну и ту же дугу). Аналогично, $\angle CKM = \angle CAM = \beta$ (точки C, M, K, A лежат на одной окружности), $\angle DPT = \angle DCT = \alpha$ (точки C, P, T, D лежат на одной окружности), $\angle EPM = \angle ECM = \beta$ (точки E, M, P, C лежат на одной окружности). Следовательно, $\angle TKM + \angle TPM = (\alpha + \beta) + (180° - \alpha - \beta) = 180°$. Отсюда следует требуемое утверждение.

4. Из неравенства между средним арифметическим и средним геометрическим каждое их отношений $\frac{a}{1+a^2}$, $\frac{b}{1+b^2}$, $\frac{c}{1+c^2}$, не превосходит 1/2. Отсюда следует левое неравенство. Докажем правое неравенство на x, y, z и сложив получающиеся при этом три неравенства, получим неравенство

(1+

y$\frac{}{x} + \frac{z}{x}) + (\frac{x}{y} + 1 + \frac{z}{y}) + (\frac{x}{z} + \frac{y}{z} + 1) \leq 6(1\frac{}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z})$,

откуда и следует требуемое неравенство, так как

$$\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \leq 2, \frac{y}{z} + \frac{z}{y} \leq 2, \frac{z}{x} + \frac{x}{z} \leq 2$$

5. Указание: рассмотрите график функции y=f(x), где f(x)=$(x^2$ - 1)$(x^2$ - 10). При c=0 уравнение f(x)=0 имеет только три целых корня (-1, 0 и 1). При c $\neq f(x) = c[-1;1],[-1;1]$.

6. а) Не может. Для того чтобы вернуться на поле a1, нужно сделать четное число ходов по горизонтали и четное число ходов по вертикали, т. е. общее число ходов должно быть четным. Число посещений всех полей шахматной доски по условию задачи равно 1 + 2 + 3 +...+64=2080 и является четным. В начальный момент ладья уже находится на поле a1 (есть одно посещение). Следовательно, остается осуществить 2079 посещений и сделать это надо за четное число ходов, что, очевидно, невозможно