

De bouwstenen van een tijdreeksmodel

R.A. Collenteur

June 7, 2021

1 Model structuur

Een belangrijke stap in tijdreeksanalyse is het bepalen van de modelstructuur van het tijdreeksmodel. Dit is het onderwerp van dit Notebook. We beperken ons hier tot het bepalen van het deterministische deel van het model. Het bepalen van het ruismodel is onderdeel van het notebook over modelkalibratie. In dit notebook wordt een overzicht gegeven van de verschillende opties die mogelijk zijn voor de modelstructuur.

Inhoudsopgave

- Basis modelstructuur
- Response functies
- Effect van neerslag en verdamping
- Drempel niet-lineariteit
- Andere verklarende variabelen
- Veranderingen in het systeem
- Discussie

1.1 Algemeen stappenplan

Voor het kiezen van de gewenste modelstructuur is het belangrijk om vast te stellen wat het doel van de tijdreeksmodellering is. Wanneer het doel van de modellering is vastgesteld, kunnen de volgende stappen worden doorlopen:

1. **Systeemanalyse:** bepaal mogelijke hydrologische variabelen,
2. **Modelbouw:** bepaal hoe deze variabelen worden omgezet in fluctuaties,
3. **Controle:** bepaal welke variabelen daadwerkelijk invloed hebben.

We gaan ervan uit dat de eerste stap al is uitgevoerd en bespreken de tweede stap. In dit notebook wordt een overzicht gegeven van de bouwstenen die beschikbaar zijn om een model te bouwen. De laatste stap, controle, is onderdeel van het notebook over “Modelbeoordeling”.

1.2 Basis modelstructuur

Het tijdreeksmodel kan in zijn meest algemene vorm als volgt worden beschreven:

$$h(t) = \sum_{m=1}^M h_m(t) + d + r(t)$$

waar $h(t)$ de gemeten stijghoogte is, $h_m(t)$ de bijdrage van invloed m , d het basisniveau van het model, en $r(t)$ zijn de modelresiduën. Het totaal aantal invloeden dat bijdraagt aan de stijghoogte fluctuaties is M . Dit notebook gaat voornamelijk over het bepalen van deze bijdragen, maar eerst volgt een korte uitleg over het basisniveau d .

1.2.1 Het basisniveau van het model

Vrijwel elk tijdreeksmodel bevat een constante (hier parameter d) waarmee het model op de juiste hoogte wordt gebracht. Hoewel verleidelijk, is het niet altijd juist een fysische betekenis aan deze constante toe te kennen. In de literatuur wordt soms verwezen naar de drainagebasis, het niveau waar het grondwater na verloop van tijd naar toe gaat wanneer alle invloeden nul zijn. Of deze interpretatie juist is hangt echter af van het model. Veiliger is daarom om naar d te verwijzen als het basisniveau van het model.

Voor het bepalen van de waarde van het basisniveau zijn verschillende methoden beschikbaar. Een eerste optie is om na een simulatie het gemiddelde van de residuën te nemen als waarde voor d . Dit betekent dat de parameter d niet geschat hoeft te worden tijdens de kalibratie. Een andere optie is om d mee te schatten als een parameter (Collenteur et al. 2019). Dit heeft als voordeel dat er ook iets gezegd kan worden over de onzekerheid van deze parameter. Het is nog onduidelijk wat het effect van deze twee methoden is op de uiteindelijke resultaten.

Voor de voorbeelden in dit notebook maakt het wel of niet meefitten van de constante vrijwel niet uit voor de resultaten. Dit kan getest worden door de variabele `fit_constant` op `True` of `False` te zetten in het volgende code-blok (let op: code-blokken worden niet weergegeven in de PDF-versie van dit notebook). In de rest van dit notebook wordt de waarde van het basisniveau d geschat tijdens kalibratie.

1.2.2 Bijdragen

Fluctuaties in de stijghoogte kunnen door verschillende oorzaken ontstaan. Vaak hebben we een idee welke variabelen belangrijk zijn, maar net zo vaak is juist het achterhalen van deze oorzaken het doel van de modellering. Het berekende effect van een bepaalde invloed zal in zekere mate afhangen van de gekozen vorm van de modellering, of, in andere woorden, de manier waarop een invloed wordt vertaald in een bijdrage aan de stijghoogtefluctuaties. De keuze voor een bepaalde modelstructuur kan dus van invloed zijn op de modelresultaten.

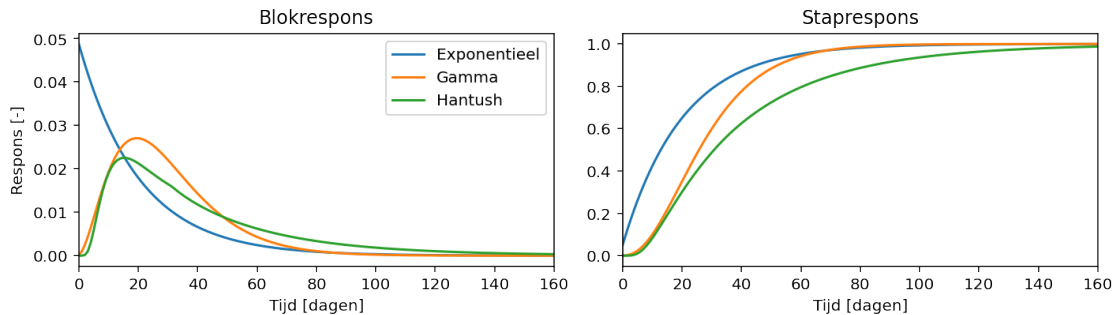
We kunnen grofweg twee typen invloeden onderscheiden: gemeten en niet gemeten invloeden. Voor gemeten invloeden zijn verklarende tijdreeksen beschikbaar om de bijdrage van een invloed aan de stijghoogte fluctuaties te bepalen. Dit zijn bijvoorbeeld: neerslag, potentiële verdamping, onttrekkingen, oppervlakte waterstanden, en luchtdruk metingen. Dit type invloeden kan worden vertaald in een bijdrage aan de stijghoogtefluctuaties met behulp van een impuls responsfunctie.

Voor niet gemeten invloeden zijn (vaak) geen verklarende tijdreeksen beschikbaar en het effect van dit type invloeden is lastiger vast te stellen. Voorbeelden zijn veranderend landgebruik en een ingreep in de waterhuishouding (bv. het dempen van een sloot of het uitbaggeren van een kanaal). Sommige van deze bijdragen kunnen worden meegenomen door een trend mee te nemen in de modellering. De informatie die de modelleur moet opgeven is dan een tijdsperiode of tijdstip waarop een verandering heeft plaatsgevonden.

1.3 Responsfuncties

De vertaling van een verklarende tijdreeks naar een bijdrage aan de stijghoogtefluctuaties kan worden gedaan met behulp van een impuls responsfunctie (zie ook von Asmuth et al., 2002). De impuls responsfunctie beschrijft in dit geval hoe de stijghoogte reageert op een impuls in de verklarende variabele. Er zijn tal van responsfuncties die kunnen worden gekozen om een verklarende tijdreeks om te zetten in een bijdrage aan de stijghoogtefluctuaties. De keuze voor een specifieke responsfunctie kan bijvoorbeeld afhangen van het type verklarende reeks (bv. neerslag of de waterstand in een rivier), maar ook van het systeem (bv. een dikke of dunne onverzadigde zone).

Vaak wordt een algemene responsfunctie met 4 parameters of een vereenvoudigde vorm daarvan gebruikt als impuls responsfunctie. Afhankelijk van het systeem kunnen bepaalde parameters worden vastgezet, wat het aantal te schatten parameters verlaagt. In de volgende figuur worden drie impuls responsfuncties getoond die elk een vereenvoudigde vorm van de 4-parameter functie zijn: Exponentieel, Gamma, en Hantush.



De Exponentiele respons heeft 2 parameters, en de Gamma en de Hantush respons hebben elk 3 parameters. Zoals blijkt uit de figuur hierboven helpt de extra parameter van de Gamma en de Hantush om een grotere vertraging in de response van de stijghoogte te simuleren. Het kan voorkomen dat de parameters van de Gamma responsfunctie na kalibratie eigenlijk een Exponentiele responsfunctie simuleren. Het is dan mogelijk parameters vast te zetten of de responsfunctie te veranderen en op die manier het aantal te schatten parameters te reduceren. Over het algemeen heeft het de voorkeur de responsfunctie met minder parameters te kiezen bij een gelijke modelfit.

Hoewel de naam “Hantush” suggereert dat de parameters fysisch geïnterpreteerd kunnen worden, hangt de validiteit van een dergelijke interpretatie af van de lokale bodemopbouw in relatie tot de aannames van de Hantush functie. Verder dient het aanbeveling verschillende responsfuncties te testen. Dit zal in dit notebook dan ook meermaals worden gedaan. Per software pakket dient te worden bepaald welke responsfuncties beschikbaar zijn.

1.4 Effect van neerslag en verdamping

Vrijwel alle grondwaterstanden in Nederland worden in meer of mindere mate beïnvloed door neerslag en verdamping. Deze twee verklarende tijdsreeksen worden daarom bijna altijd in een tijdreeksmodel opgenomen. De manier waarop deze tijdreeksen worden meegenomen in het model kunnen sterk verschillen. We kunnen grofweg vier methoden onderscheiden:

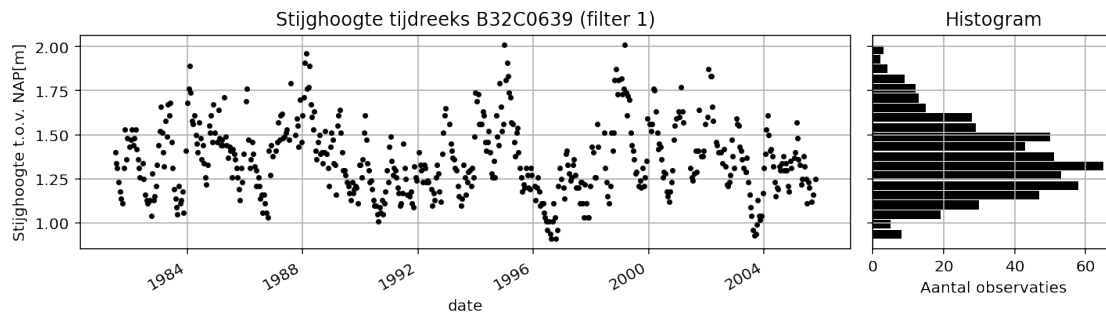
- Neerslag en verdamping als aparte invloeden met aparte responsefuncties

- Netto neerslagoverschot ($N = P - fE$) en 1 responsfunctie
- Niet-lineaire grondwateraanvulling en 1 responsfunctie
- Direct opgeven van de grondwateraanvulling en 1 responsfunctie

In de volgende drie secties worden drie modellen gemaakt volgens de eerste drie methoden voor het modelleren van het effect van neerslag en verdamping. De laatste methode wordt niet getoond maar kan eenvoudig worden toegepast. Bij deze methode wordt buiten de tijdreeksmodellering om de grondwateraanvulling of neerslagoverschot berekend (bv. met een SWAP of Hydrus-1D model), waarbij deze tijdreeks dan als invoer wordt gebruikt en vertaald met een responsfunctie.

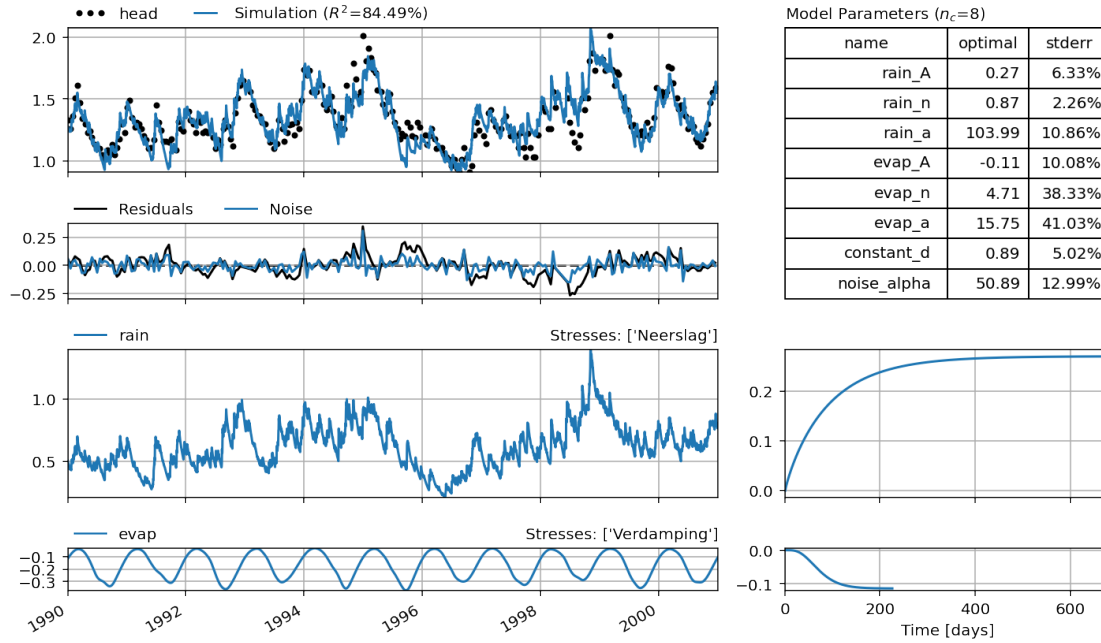
1.4.1 Voorbeeld data

De stijghoogte tijdreeks die in dit voorbeeld wordt gebruikt is gemeten in peilbuis B32C0639 (filter 1) nabij de Bilt. Neerslag en potentiële Makkink verdamping zijn beschikbaar van het meteorologisch meetstation de Bilt van het KNMI. De figuur hieronder laat de gemeten stijghoogte tijdreeks zien (links) en een histogram van de observaties (rechts).



1.4.2 Neerslag en verdamping als aparte invloeden

Bij deze methode worden de twee tijdreeksen van neerslag en verdamping onafhankelijk van elkaar meegenomen in het tijdreeksmodel. Door middel van twee aparte responsfuncties worden de tijdreeksen vertaald in bijdragen aan de stijghoogtefluctuaties. Hieronder is een voorbeeld gegeven van het resultaat van een dergelijk model voor de stijghoogte tijdreeks gemeten in peilbuis B32C0639 (filter 1).



De onderste twee linker subplots tonen de geschatte invloed van de neerslag en de verdamping. De neerslag heeft een positief (stijgend) effect op de stijghoogte en de verdamping een dalend effect. Voor beide responsfuncties (zie de onderste twee rechter subplots) moeten de parameters worden geschat. Het totaal aantal geschatte parameters van dit model is 8.

Enkele kanttekeningen over de fysische interpretatie van deze modelvorm zijn van toepassing. De responsen van de stijghoogte op neerslag en verdamping verschillen in dit voorbeeld sterk van elkaar. Vanuit een grondwater perspectief is het de vraag of het logisch is dat de responsen op neerslag en verdamping zo sterk van elkaar verschillen. Aan de andere kant is de responsfunctie ook verantwoordelijk voor de vertaling van de onverzadigde zone processen, en omdat het patroon van neerslag en verdamping anders zijn verdeeld in de tijd zou het ook zo kunnen zijn dat de respons anders is.

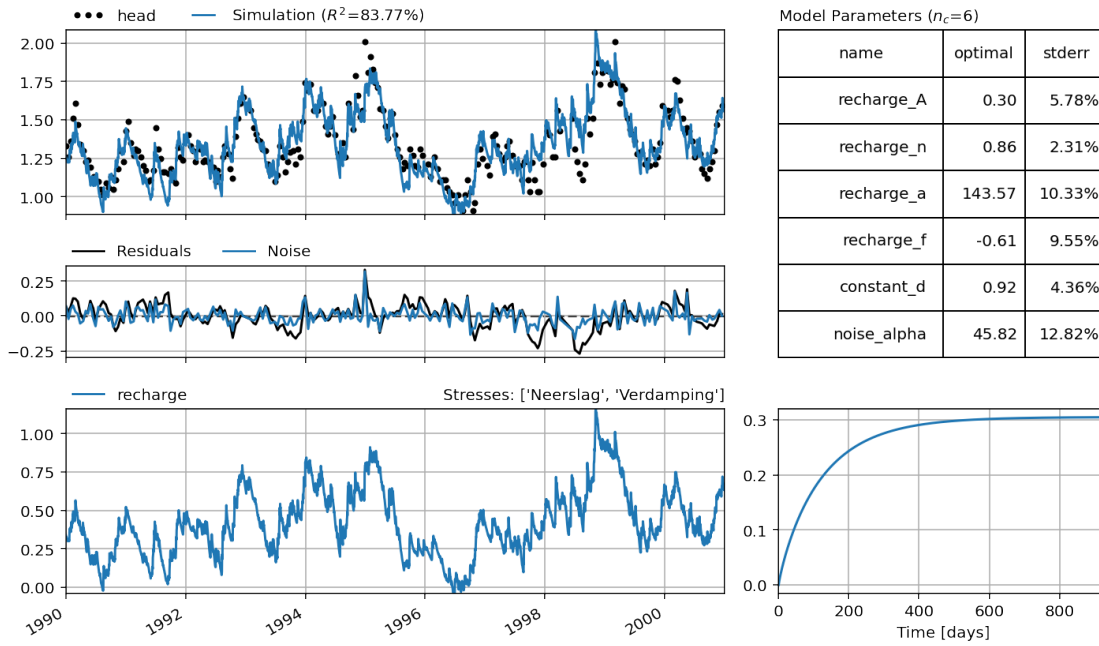
1.4.3 Lineair neerslagoverschot

Een veelgemaakte aanname is dat de respons van de stijghoogte op neerslag en verdamping vergelijkbaar is, maar in de tegenovergestelde richting (als het regent gaat de stijghoogte omhoog, als het verdampt gaat de stijghoogte omlaag). Hoewel uit bijvoorbeeld bovenstaande figuur blijkt dit niet altijd het geval is, is in de praktijk gebleken dat deze aanname toch vaak goede modellen oplevert. Onder deze aanname is het mogelijk eerst het neerslagoverschot te berekenen en deze flux te vertalen in een bijdrage aan de stijghoogtefluctuaties met een enkele responsfunctie.

Omdat vaak gewerkt wordt met de potentiële of referentie verdamping (bijvoorbeeld Makkink of Penman-Monteith) wordt een verdampingsfactor f gebruikt. Het neerslag overschot N wordt dan berekend als (zie bv. Berendrecht et al., 2003):

$$N(t) = P(t) - f * E(t)$$

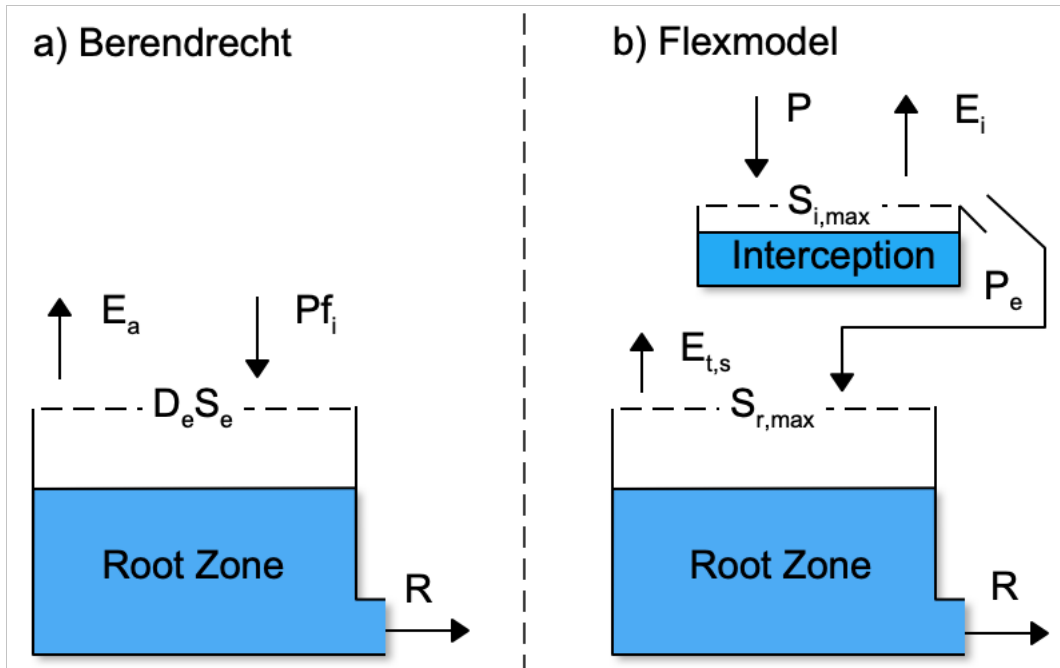
waar $P(t)$ de neerslag is, $E(t)$ de potentiële verdamping, en f een kalibratie parameter. Een belangrijk voordeel van dit model ten opzichte van het voorgaande model is het kleinere aantal parameters dat geschat moet worden.



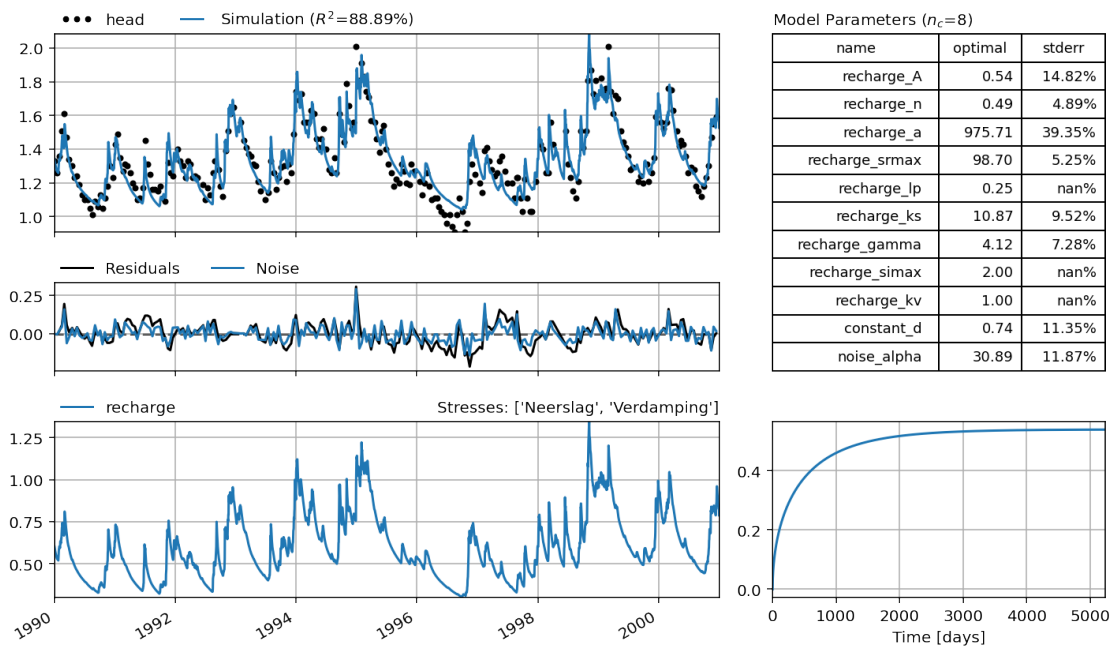
In de figuur hierboven is het resultaat van dit model voor de voorbeeld data getoond. Het totaal aantal geschatte parameters in dit model is 6. De geschatte verdampingsfactor is $f = -0.61$. De verdamping is in dit voorbeeld dus 61% van de Makkink verdamping. Terwijl dit model twee kalibratie parameters minder heeft is de model fit (gemeten als R^2) vrijwel gelijk aan het eerste model.

1.4.4 Niet-lineaire grondwateraanvulling

Bij de derde methode wordt een niet-lineair model gebruikt om de grondwateraanvulling te berekenen. Deze flux wordt vervolgens vertaald in een bijdrage aan de stijghoogtefluctuaties met behulp van een responsfunctie. Verschillende niet-lineaire modellen zijn beschikbaar, zie bijvoorbeeld [Berendrecht et al. \(2005\)](#), [Peterson en Western \(2014\)](#) en [Collenteur et al. \(2020\)](#). Al deze modellen hebben de vorm van een bakje, waar neerslag (P) en verdamping (E) in en uit gaat aan de bovenkant, en grondwateraanvulling (R) uitkomt aan de onderkant. Ter illustratie zijn de conceptuele modellen van [Berendrecht et al. \(2005\)](#) en [Collenteur et al. \(2020\)](#) hieronder visueel weergegeven. Voor de interpretatie van de verschillende modelparameters van de niet-lineaire modellen wordt verwezen naar bovengenoemde publicaties.



Een voordeel van niet-lineaire modellen is dat er rekening wordt gehouden met (niet-lineaire) processen in de wortelzone, waardoor de stijghoogte niet meer lineair reageert op neerslag en verdamping (dwz., twee keer zo veel neerslag resulteert niet in twee keer zo grote stijghoogte toename). Dit gebeurt bijvoorbeeld wanneer de verdamping wordt beperkt door het beschikbare bodemvocht ten tijde van droogte, of door de berging van extreme neerslag in de wortelzone. In onderstaande figuur is het resultaat van dit model getoond. Het totaal aantal geschatte parameters van dit model is 8, omdat 3 parameters vast gezet zijn op basis van expert kennis.



Een mogelijk nadeel van niet-lineaire modellen kan een groter aantal vrije parameters zijn. Het is echter vaak mogelijk een aantal parameters vast te zetten en een response functie te gebruiken met minder parameters, waardoor het aantal vrije parameters is te reduceren. De rekentijd van niet-lineaire modellen is tegenwoordig vergelijkbaar met de rekentijd van lineaire modellen.

1.4.5 Welk model is het beste?

We hebben nu drie modellen voor een stijghoogte tijdreeks die goed verklaard kan worden door neerslag en potentiële verdamping. Het model met twee aparte responsen heeft een $R^2 = 84.5\%$, het lineaire model $R^2 = 83.8\%$ en het niet-lineaire model $R^2 = 89.3\%$, elk voor de periode 1990-2001. De modellen ontlopen elkaar dus eigenlijk niet zo veel wat betreft deze fit statistiek. Het is nu aan de modelleur om een van deze modellen te kiezen of deze allemaal te gebruiken.

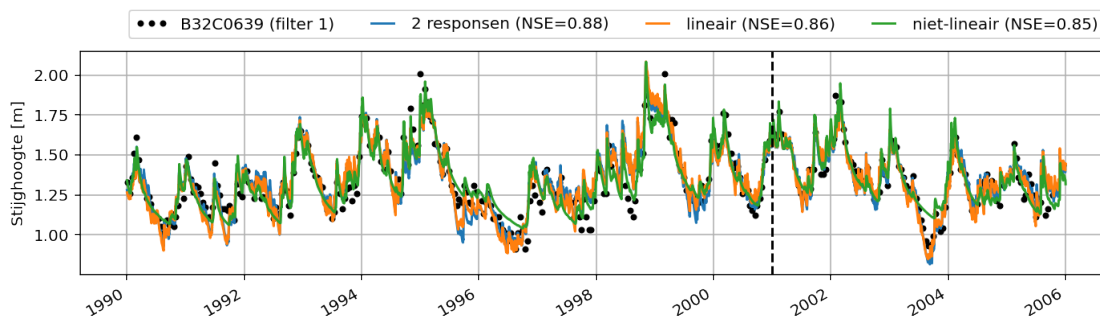
Een veelgebruikte methode om het “beste” model te selecteren is door de fit van de modellen buiten de kalibratieperiode te berekenen (zie ook de notebook over “Beoordeling”). In de figuur hieronder is met elk model de stijghoogte voor een periode na de kalibratieperiode gesimuleerd (2001-2006), de zogeheten validatieperiode. In de legenda is de Nash-Sutcliffe statistiek weergegeven voor elk model. Nu is het model met de twee responsen het “beste” model volgens de NSE statistiek (NSE=0.88), en hebben het lineaire en niet-lineaire model een iets mindere fit (NSE=0.85).

De model fits zijn in dit voorbeeld zeer vergelijkbaar. De modelleur kan er in dit geval bijvoorbeeld voor kiezen het model met het laagste aantal parameters te kiezen. Dit aantal is het laagste voor het lineaire model ($n = 6$); de andere twee modellen hebben beide meer parameters (beide $n = 8$). Ook de de AIC statistiek geeft hier een duidelijke voorkeur voor het lineaire model (AIC=10.75). Een ander type motivatie zou kunnen afhangen van het doel van de modellering. Wanneer we bijvoorbeeld vooral geïnteresseerd zijn in lage grondwaterstanden lijken de lineaire modellen beter toepasbaar, terwijl hoge grondwaterstanden juist beter met het niet-lineaire model worden gesimuleerd. Hier is duidelijk dat de keuze voor een specifiek model afhangt van het doel van de modellering.

2 responsen, AIC=-36.23

lineair, AIC=-18.18

niet-lineair, AIC=-49.63

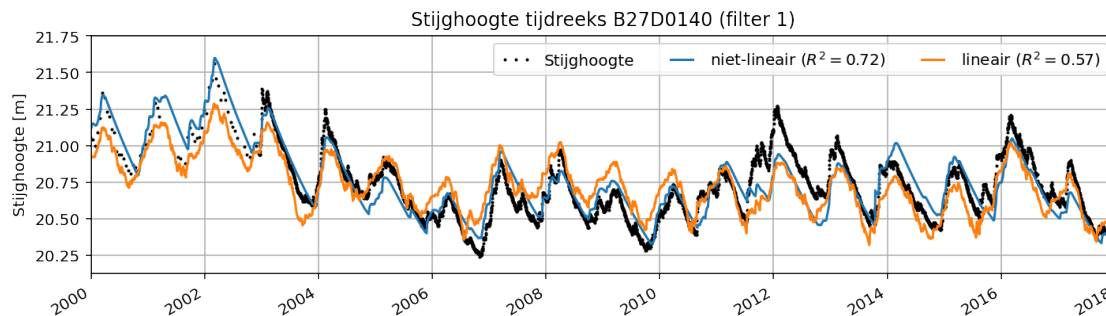


1.4.6 Dikkere onverzadigde zone

Uit het voorgaande voorbeeld bleek dat een linear model voor deze peilbuis en stijghoogte tijdreeks beter in staat is de lage stijghoogtes te simuleren. De grondwaterspiegel in dit voorbeeld ligt dichtbij het maaiveld, wat betekent dat de wortelzone (of eigenlijk de vegetatie) water op kan nemen uit het grondwater. Het lineaire model kan een negatieve flux voor het neerslagoverschot simuleren, terwijl het niet-lineaire model dat in het voorbeeld hierboven is gebruikt dit niet kan. [Peterson et al \(2014\)](#) hebben een niet-lineair model uitgewerkt voor diepe grondwaterstanden en diepe wortelsystemen in Australië, waarbij ook water uit het grondwater wordt onttrokken en kan verdampen.

In Nederland zullen dergelijke diepe wortelsystemen echter minder vaak voorkomen, en beweegt bodemwater in systemen met dikke onverzadigde zones van de wortelzone naar het grondwater. Wanneer er geen verdamping vanuit het grondwater plaatsvindt kan een niet-lineair model helpen om de stijghoogte te modelleren. Of het toepassen van een niet-lineair model de simulatie van een stijghoogte tijdreeks verbetert, is onderdeel van onderzoek en zal per peilbuis moeten worden vastgesteld. Ook hier is de aanbeveling om deze modelvorm eenvoudigweg te testen en te variëren zoals bij de responsfuncties.

Voorbeeld peilbuis B27D0140 In onderstaand voorbeeld is een stijghoogte tijdreeks gemodelleerd met een dikkere onverzadigde zone. De tijdreeks is gemeten in peilbuis B27D0140 (filter 1) nabij Oldebroek ten noorden van de Veluwe. In dit voorbeeld is de fit met de metingen beter door het gebruik van een niet-lineair model voor de berekening van de grondwateraanvulling.

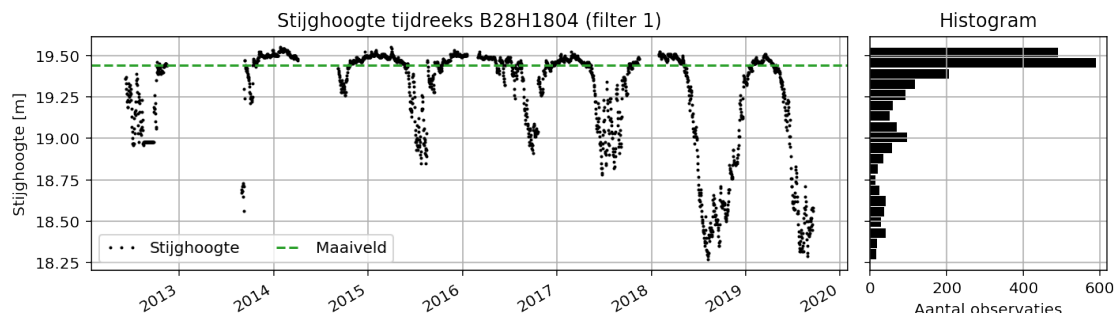


1.5 Drempel niet-lineariteit

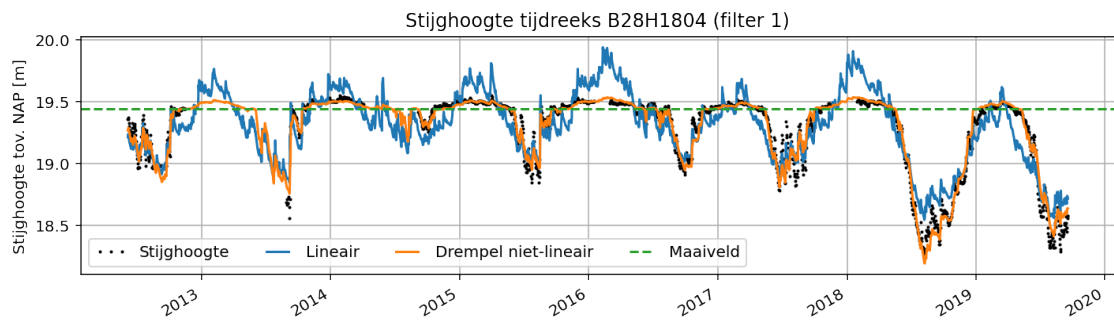
Een veelvoorkomend fenomeen in Nederland is drempel niet-lineariteit (zie bv. [Berendrecht et al. \(2004\)](#) en [von Asmuth et al. \(2012\)](#)). Daarbij reageert een grondwatersysteem anders op neerslag nadat een bepaalde grenswaarde in de stijghoogte is overschreden. Onder andere [Knotters et al. \(1999\)](#) hebben hiervoor een model ontwikkeld, het zogeheten TARSO model, waarbij de respons op neerslagoverschot afhangt van de stijghoogte boven of onder een bepaalde drempelwaarde. Wanneer de stijghoogte boven deze drempelwaarde komt, kan het bijvoorbeeld zo zijn dat er afstroming naar het oppervlaktewater plaatsvindt (bv. een sloot die anders droog staat). Of er sprake is van drempel niet-lineariteit kan worden vastgesteld door:

- Een visuele inspectie van de stijghoogte tijdreeks.
- Het plotten van een histogram van de stijghoogte metingen.
- Het testen van verschillende modelstructuren.

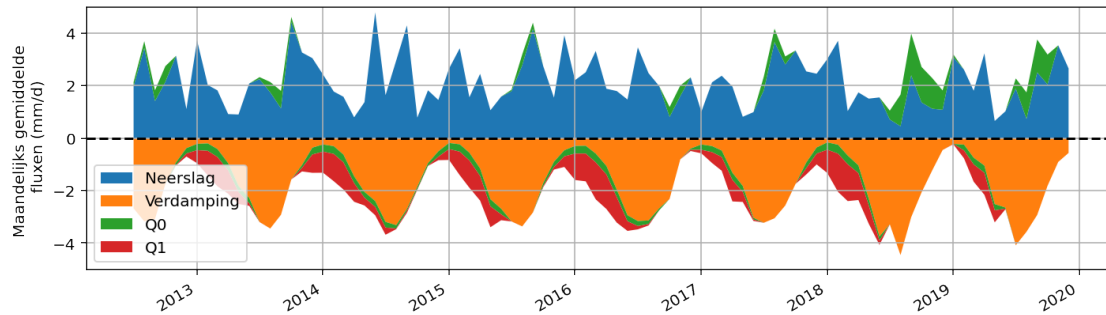
Voorbeeld peilbuis B28H1804 Als voorbeeld kijken we naar de stijghoogte tijdreeks gemeten in peilbuis B28H1804 (filter 1) in de buurt van Weerselo. De gegevens in Dinoloket laten zien dat het maaiveld bij dit punt op 19.44 meter t.o.v. NAP ligt. In onderstaande figuur is de stijghoogte tijdreeks en een histogram van de reeks afgebeeld voor een visuele inspectie (stappen 1 & 2).



Uit bovenstaande plots is af te leiden dat er mogelijk sprake is van drempel niet-lineariteit. De stijghoogte reeks is afgevlakt rond 19.50-19.75 en het histogram laat duidelijk een scheve verdeling zien. Op basis van deze visuele inspectie kunnen we besluiten om twee modellen te proberen: de eerste met een simpel neerslagoverschot ($N = P - fE$) en een tweede met drempel niet-lineariteit (hier, het TARSO model). Vervolgens kan dan worden beoordeeld welk model beter is.



Bovenstaande figuur geeft de resultaten van de twee modellen weer. Het lineaire model geeft een structurele overschatting van de hoge stijghoogtes, waar het model met drempel niet-lineariteit netjes de gemeten grondwaterstand volgt. Het geobserveerde hydrologische gedrag wordt hier beter gesimuleerd met het niet-lineaire drempel model. Het is in het TARSO model ook mogelijk de afvoertermen weer te geven.



1.6 Andere verklarende variabelen

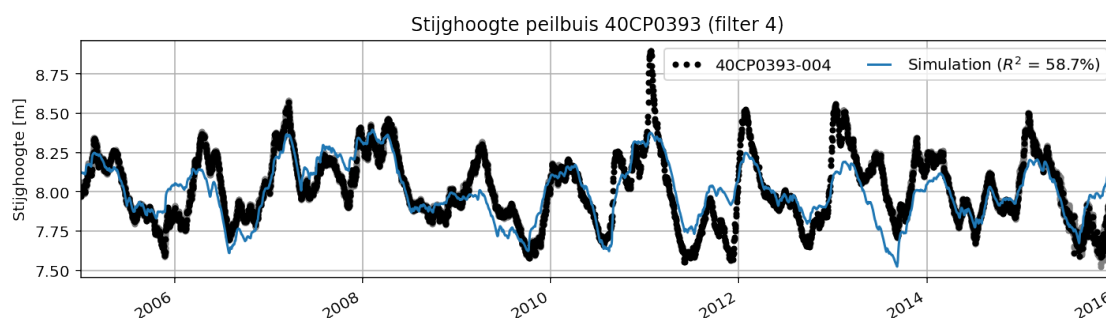
Tot op dit punt hebben we gekeken naar stijghoogte tijdreeksen die zich goed laten verklaren door neerslag en verdamping. In veel gevallen zijn echter andere verklarende tijdreeksen nodig om de stijghoogte goed te kunnen modelleren. Twee invloeden die vaak belangrijk zijn, zijn oppervlaktewaterpeilen en grondwateronttrekkingen. In de volgende twee secties wordt beschreven hoe de effecten van deze invloeden kunnen worden gemodelleerd.

1.6.1 Oppervlaktepeil als verklarende tijdreeks

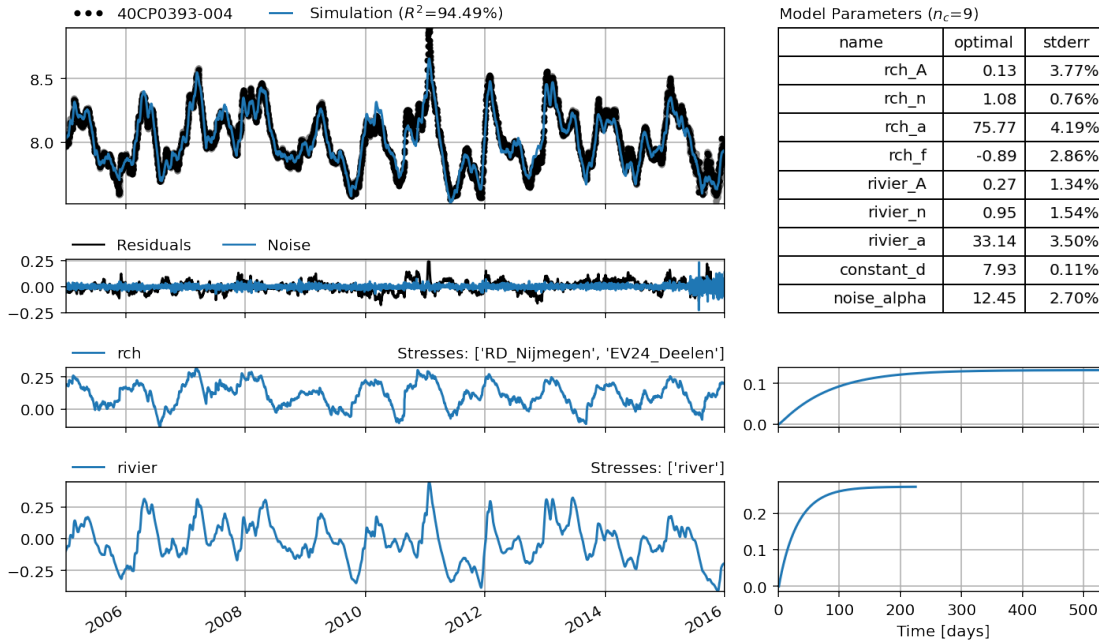
In grote delen van Nederland worden de stijghoogten beïnvloed door oppervlaktewaterpeilen. Dit kunnen grote rivieren en meren als de Rijn en het IJsselmeer zijn, maar ook kleinere vennen en slootjes in de polder. Het is niet ongebruikelijk dat het nodig is een tijdreeks van een nabijgelegen oppervlaktewaterpeil toe te voegen aan het tijdreeksmodel om de stijghoogte goed te kunnen modelleren.

We kunnen dit wederom doen door de tijdreeks van het gemeten oppervlaktewaterpeil te vertalen naar een bijdrage aan de stijghoogtefluctuaties met behulp van een responsfunctie. De reponsfunctie beschrijft in dit geval de reactie van de stijghoogte op fluctuaties in het oppervlaktewaterpeil.

Voorbeeld peilbuis 40CP0393 Als voorbeeld modelleren we de stijghoogte tijdreeks gemeten in peilbuis 40CP0393 (filter 4). Eerst maken we een model met enkel neerslag en verdamping als verklarende variabelen. Deze worden vertaald in stijghoogte fluctuaties met een lineair neerslagoverschot model en een Gamma responsfunctie. Dit model levert de volgende simulatie van de stijghoogte op.

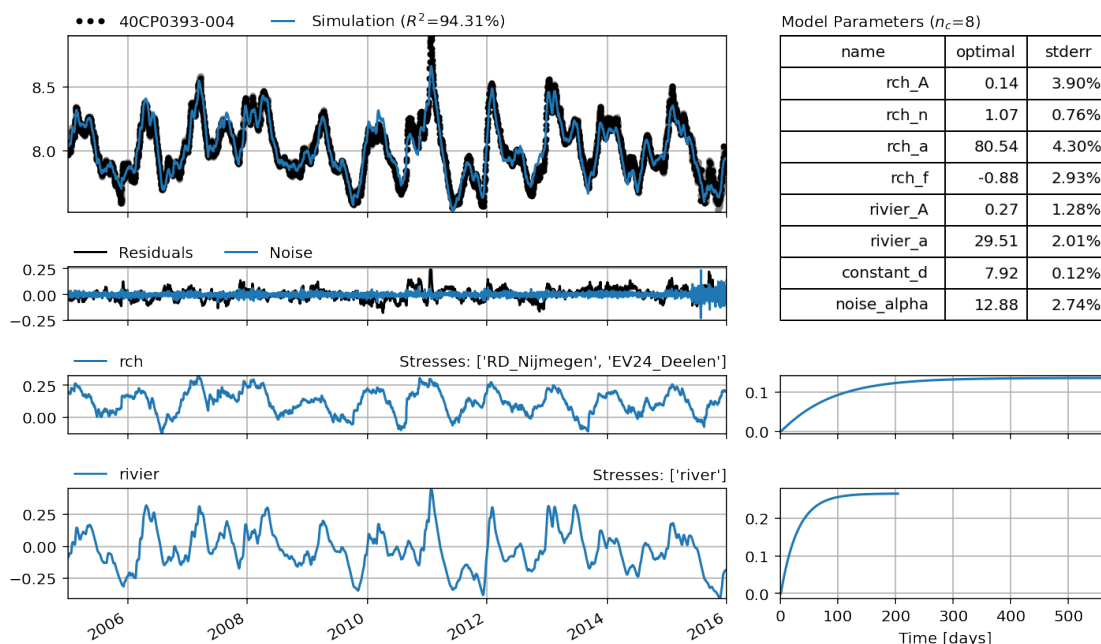


Uit bovenstaande figuur blijkt duidelijk dat het neerslagoverschot niet genoeg is om de stijghoogte fluctuaties te verklaren. Uit de hydrologische systeem analyse van het studiegebied is gebleken dat de peilbuis dichtbij een rivier ligt. We voegen daarom de rivierwaterstand als verklarende tijdreeks aan het model toe en kijken of dit de simulatie van de stijghoogte verbetert. We kiezen hier voor de Gamma responsfunctie met drie parameters om het oppervlaktewaterpeil te vertalen in stijghoogtefluctuaties. Deze respons functie is vaak een goede start om oppervlaktewaterpeilen te vertalen.



Het model laat een duidelijke verbetering zien in de fit tussen de gesimuleerde en de gemeten stijghoogte. De fit, hier uitgedrukt als R^2 , is gestegen van $R^2 = 59\%$ naar $R^2 = 94.2\%$. Het toevoegen van het oppervlaktewaterpeil levert hier dus een duidelijke verbetering op.

De gekalibreerde responsfunctie voor het effect van de rivier lijkt erg op een exponentiële responsfunctie, te zien aan de blok respons en de waarde van parameter **rivier_n** die bijna 1 is. Dit betekent dat de stijghoogte vrijwel instantaan reageert op de rivierwaterstand. Wanneer dit het geval is, verdient het aanbeveling de Gamma responsfunctie te vervangen door de exponentiële responsfunctie. Dit scheelt 1 kalibratie parameter in het model, en levert hetzelfde model op. Wanneer de fit gelijk is, heeft een model met minder parameters de voorkeur over een model met meer parameters. Onderstaande figuur toont het model waar een exponentiële responsfunctie gebruikt is in plaats van de Gamma functie. Het resultaat laat zien dat dit een vergelijkbaar model oplevert, maar met 1 parameter minder.



Zowel de grondwateraanvulling als het oppervlaktewaterpeil is afhankelijk van de neerslag (als het hard regent is vaak het rivierpeil ook hoog). Dit kan er voor zorgen dat de parameters van deze modelonderdelen sterk gecorreleerd zijn en de bijdragen aan de stijghoogte fluctuaties lastig van elkaar te onderscheiden zijn.

In het voorgaande model is dit visueel al zichtbaar; de correlatie tussen de twee bijdragen is $r = 0.44$. Des te sterker de correlatie tussen deze twee bijdragen, des te lastiger is het om een deel van de stijghoogtefluctuatie toe te kennen aan 1 van deze invloeden. Dit kan de mogelijkheid beperken om precieze uitspraken te doen over het effect van een bepaalde invloed op de stijghoogte.

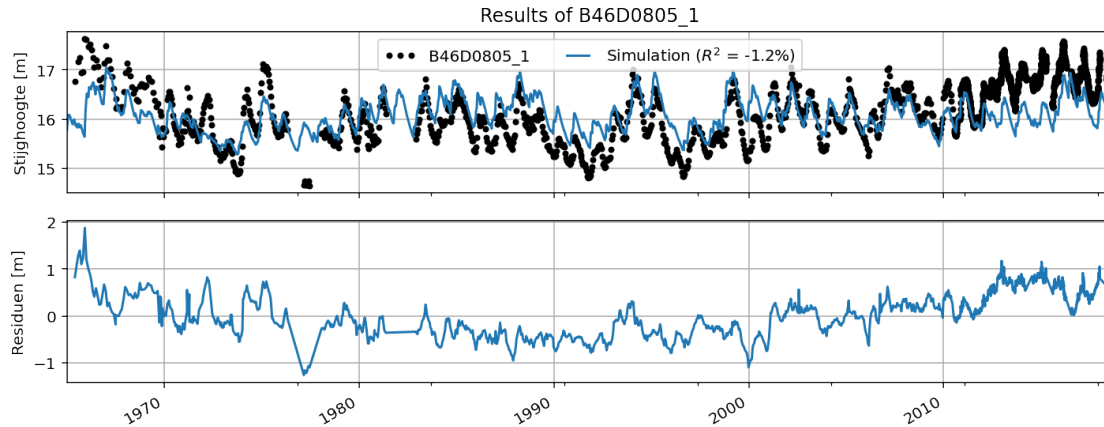
Correlatie (r) tussen bijdragen van de rivier en de grondwateraanvulling: $r=0.43$

1.6.2 De invloed van een grondwaterontrekking bepalen

Grondwater wordt in vrijwel heel Nederland gebruikt voor de productie van drinkwater en als bron van irrigatiewater. Voor het modelleren van stijghoogte tijdreeksen in gebieden waar (in het verleden of nu) grondwater wordt onttrokken is het vaak nodig om een tijdreeks van deze onttrekking mee te nemen. Enige voorbewerking van deze tijdreeksen is over het algemeen nodig, bijvoorbeeld om tijdreeksen met maandelijkse debietstotalen terug te brengen naar een tijdreeks met een gelijke tijdstap (bv. dagsommen). Ook kan het helpen de debietreeksen uit te drukken in Miljoen kuub per tijdstap, om te voorkomen dat extreem kleine parameter waarden worden gesimuleerd. Meer over deze voorbewerking en kalibratie is te vinden in de notebooks over “Vorbewerking” en “Modelkalibratie”.

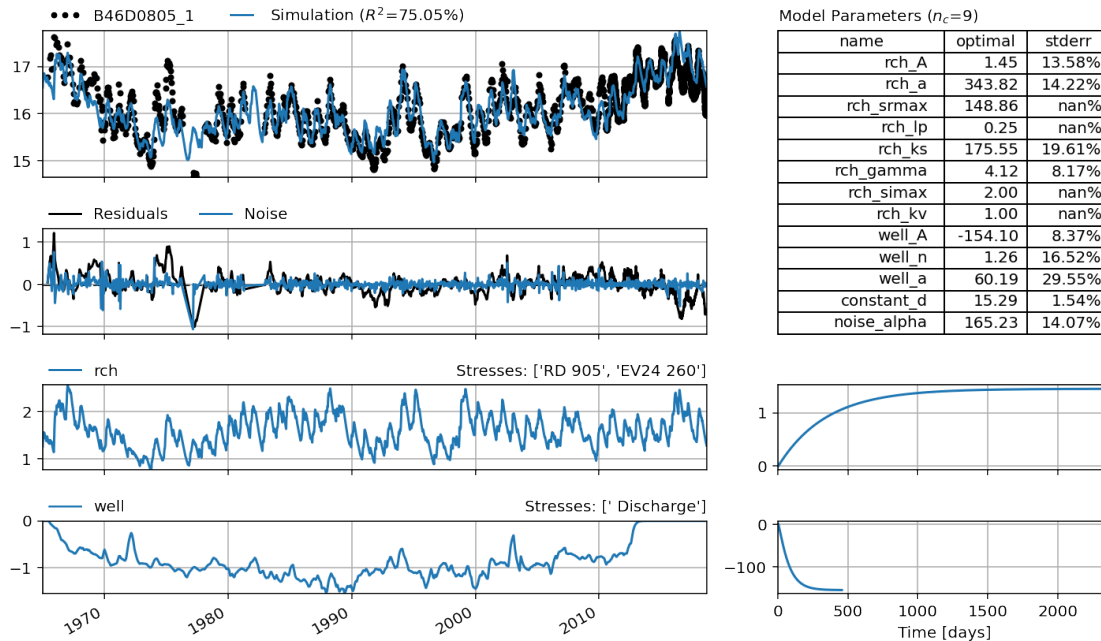
Voorbeeld peilbuis B46D0805 met neerslag en verdamping Als voorbeeld kijken we naar een peilbuis B46D0805 (filter 1) in de omgeving van een grondwater pompstation in Vierlingsbeek. Op basis van de hydrologische systeem analyse is te verwachten dat neerslag, verdamping,

en mogelijk de grondwateronttrekking als verklarende variabelen in het model moeten worden meegenomen. We kiezen er hier voor met een simpel model te beginnen op basis van neerslag en verdamping. Wanneer dit genoeg is om de stijghoogte tijdreeks te modelleren zijn we klaar. Wanneer dit niet het geval is, voegen we de debietreeks van het pompstation toe als verklarende variabele.

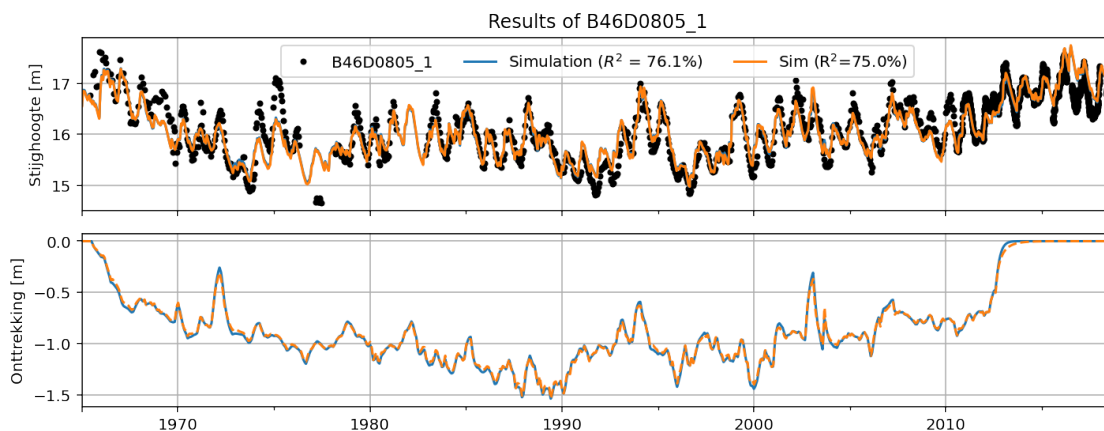


Bovenstaande figuur toont de gemeten en gesimuleerde stijghoogtetijdreeks in de bovenste plot, en de modelresiduën in de onderste plot. In de modelresiduën is een duidelijke trend over de tijd te zien, wat wijst op het mogelijk ontbreken van een invloed. We voegen daarom de tijdreeks van het ontrekkingsdebiet toe aan het model. Deze wordt vertaald naar een bijdrage aan de stijghoogtefluctuaties met behulp van een Gamma response functie. Dit levert het volgende model op.

```
[<AxesSubplot:>,
 <AxesSubplot:>,
 <AxesSubplot:title={'right':"Stresses: ['RD 905', 'EV24 260']"}>,
 <AxesSubplot:xlabel='Time [days] '>,
 <AxesSubplot:title={'right':"Stresses: [' Discharge']"}>,
 <AxesSubplot:xlabel='Time [days] '>,
 <AxesSubplot:title={'left':"Model Parameters ($n_c$=9)"}>]
```



Bovenstaande figuur laat duidelijk zien dat de fit van het model wordt verbeterd door het toevoegen de grondwateronttrekking aan het model. Dit geeft ook de mogelijkheid om de invloed van het onttrekken van grondwater op de stijghoogte in te schatten. De stap respons kan een indicatie geven van de te verwachten verlaging (verhoging) door het extra (minder) onttrekken van een hoeveelheid grondwater. In dit model is gebruik gemaakt van een Gamma responsfunctie met drie parameters. Een andere responsfunctie die gebruikt kan worden is bijvoorbeeld de Hantush functie. De volgende figuur toont het modelresultaat wanneer een Hantush responsfunctie wordt gebruikt voor de onttrekking.



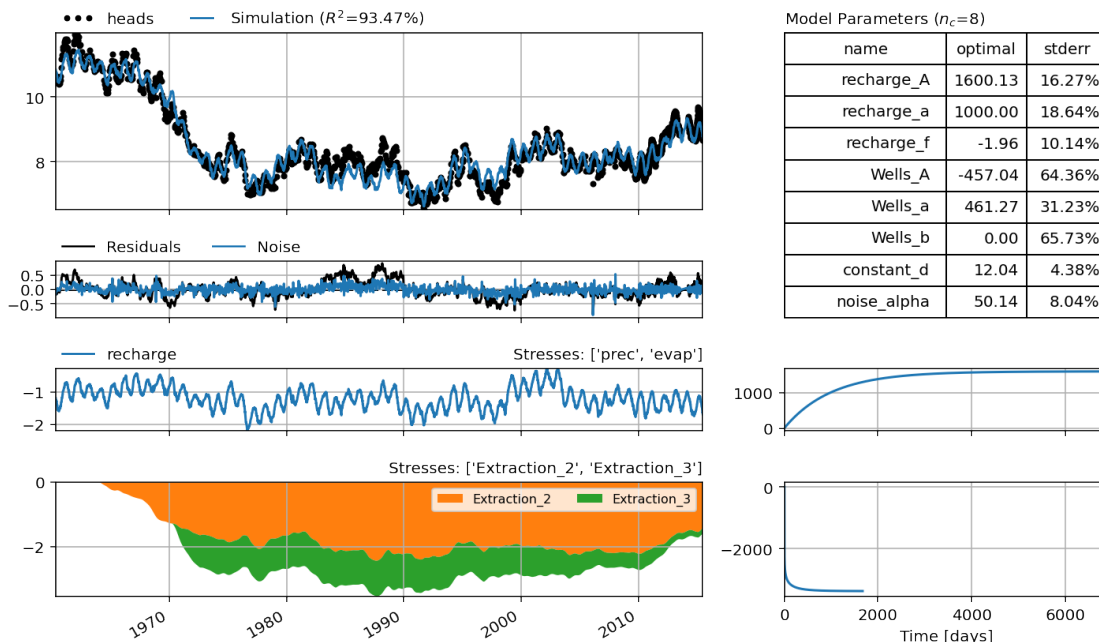
In dit voorbeeld maakt het weinig verschil welke van deze twee responsfuncties wordt gebruikt om het effect van de onttrekking op de stijghoogte te modelleren.

Tot slot een opmerking over het modelleren van onttrekkingen en de variatie in de debietsreeks. Om de invloed van het onttrekken van grondwater op de stijghoogte vast te stellen is het belangrijk dat er enige variatie aanwezig is in de debiet tijdreeks. Er bestaat helaas (nog) geen vuistregel om te bepalen hoeveel variatie in een verklarende tijdreeks genoeg is om de invloed goed vast te kunnen stellen. Of de debietsreeks een periode zonder onttrekken moet bevatten voor het vaststellen van de stijging in de stijghoogtes als gevolg van het stoppen van pompen is bijvoorbeeld onbekend. Ook kan het voorkomen dat de debietsreeksen een vergelijkbaar patroon vertonen als andere tijdreeksen (bv. het neerslagoverschot en verhoogde drinkwatervraag in de zomer), waardoor het lastig is deze invloeden van elkaar te onderscheiden. Zie voor voorbeelden hiervan bijvoorbeeld [Maas, 2011](#) en [Baggelaar et al., 2018](#).

1.6.3 Meerdere grondwateronttrekkingen

Wanneer meerdere pompstations in een gebied aanwezig zijn is het goed mogelijk dat de debietsreeksen sterk aan elkaar gecorreleerd zijn. Het is dan lastig om de invloed van deze reeksen van elkaar te onderscheiden. In dit geval is het mogelijk om de onttrekkingen te vertalen in stijghoogtefluctuaties met een enkele responsfunctie die geschaald is met de afstand van de pompput tot de peilbuis. Een dergelijk model en toepassing is bijvoorbeeld ook beschreven in [Berendrecht et al. \(2006\)](#). Dit scheelt een aantal parameters, terwijl vaak de fit van het model zeer vergelijkbaar is. Wanneer met meerdere onttrekkingen wordt gewerkt die water oppompen uit hetzelfde watervoerende pakket is het dus aan te bevelen een dergelijke model structuur te gebruiken en zo het aantal (te schatten) parameters laag te houden. In het voorbeeld hieronder is dit uitgewerkt.

De peilbuis ligt op 2282 meter afstand van pompput 1 en op 2784 meter afstand van pompput 2. De onttrekkingsdebieten zijn in enige mate gecorreleerd ($r = 0.65$). Beide onttrekkingen vinden plaats in hetzelfde watervoerende pakket. De responsen van de stijghoogte op beide onttrekkingen zouden dus aan elkaar gerelateerd moeten zijn. Hieronder is het hierboven beschreven model toegepast op dit voorbeeld.



Zoals blijkt uit de figuur hierboven is het model goed in staat de stijghoogte te simuleren, terwijl het aantal geschatte parameters ($n=8$) laag blijft. Wanneer meerdere ontrekkingen in een gebied aanwezig zijn dient het aanbeveling een dergelijk model toe te passen zodat het aantal te schatten parameters beperkt blijft.

1.7 Veranderingen in het systeem

Veranderingen in de stijghoogte fluctuaties dienen niet altijd gemodelleerd te worden met behulp van een verklarende tijdreeks. Er zijn tal van invloeden te bedenken waarbij simpelweg geen tijdreeks van een verandering beschikbaar is, maar wel een kwalitatieve beschrijving van de verandering of het moment van de verandering. Dit kan bijvoorbeeld een peilopzet zijn in een polder waar het oppervlaktewaterpeil niet wordt gemeten, een verandering van het type vegetatie in de loop van de observatie periode, of het langzaam dichtslippen van de rivierbodem waardoor de respons op fluctuaties in het oppervlaktewaterpeil verandert in de tijd. Grofweg drie methoden zijn te onderscheiden om rekening te houden met dit type veranderingen:

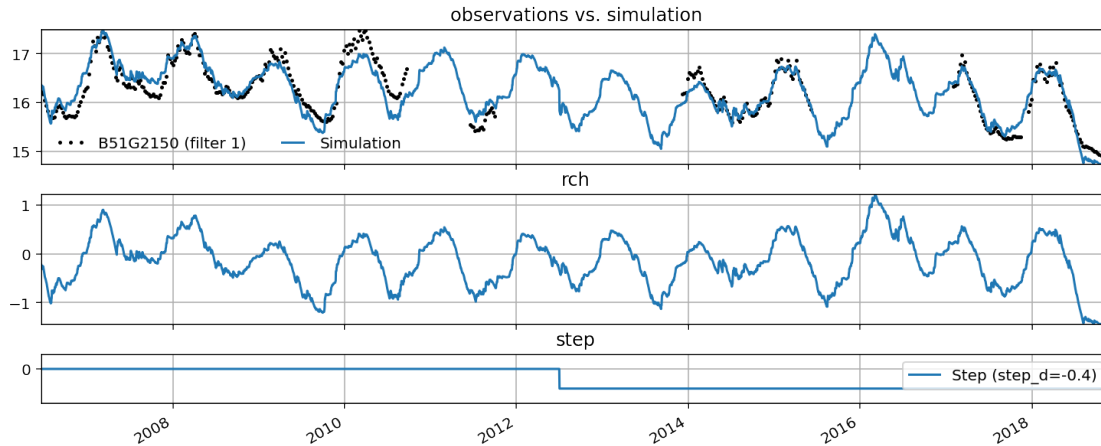
- het toevoegen van een lineaire trend over een bepaalde periode,
- het toevoegen van een staptrend voor een instantane verandering,
- een responsfunctie die door de tijd verandert.

1.7.1 Staptrend

Een eenmalige ingreep in de waterhuishouding kan worden gemodelleerd met behulp van een staptrend (zie bv. von Asmuth et al., 2012). Een staptrend kan gebruikt worden wanneer een peilverandering is doorgevoerd die de stijghoogte beïnvloedt. Er kan hierbij worden gekozen voor een abrupte stijging (wanneer de stijghoogte snel reageert), of een meer geleidelijke stijging (wanneer het grondwatersysteem langzamer reageert). Er kan gebruik gemaakt worden van verschillende responsfuncties die beschrijven hoe de stijghoogte op een verandering reageert.

Voorbeeld peilbuis B51G215 Een voorbeeld van een dergelijk model is gegeven voor filter 1 in waarnemingsput B51G2150. Hierbij is de staptrend gesimuleerd als een instantaan (de responsfunctie is instantaan zonder vertraging) en de hoogte van de staptrend is een kalibratie parameter. In dit voorbeeld is de geschatte stap trend (parameter $step_d$) -0.40 meter, met een standaard fout van ± 0.10 meter. Voor de interpretatie en het gebruik van de berekende staptrend voor verdere analyse verwijzen we naar Knotters et al. (2020).

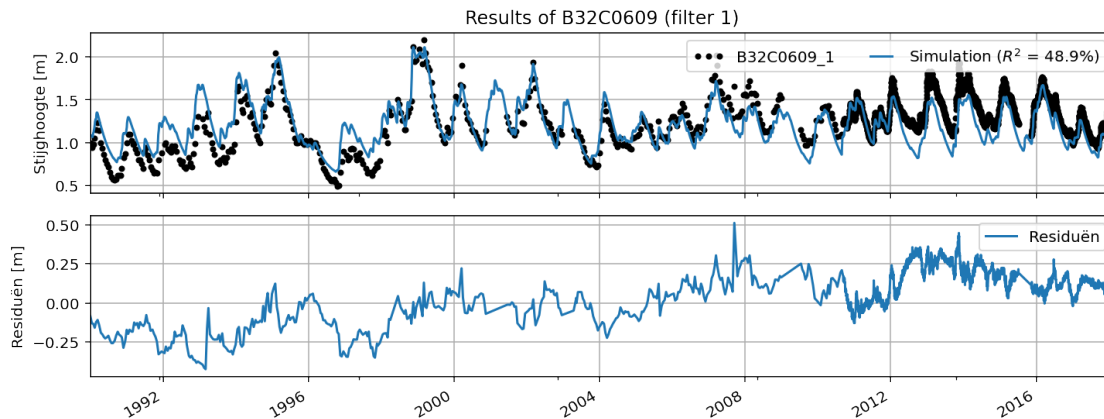
```
<matplotlib.legend.Legend at 0x7f3853cd86d0>
```



1.7.2 Voorbeeld van een model met lineaire trend

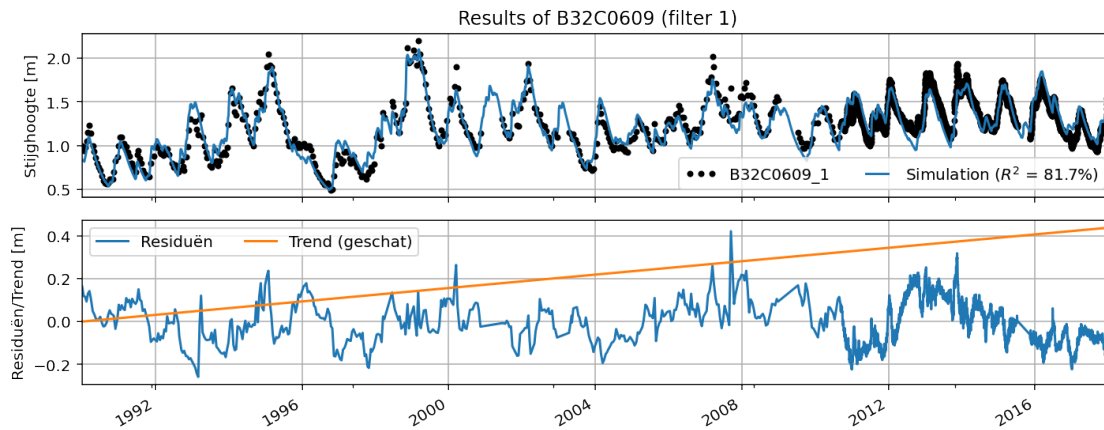
Het gebeurt vaak dat een stijghoogte tijdreeks een opwaartse of neerwaartse trend vertoont, die niet door neerslag of verdamping verklaard kan worden. Vaak is het lastig een specifieke oorzaak aan te wijzen van een daling of stijging. Zo kan het bijvoorbeeld goed dat het vegetatietype en daardoor de verdamping en grondwateraanvulling is veranderd in de loop van de tijd. Het zal echter lastig zijn een dergelijk effect te kwantificeren en mee te nemen in het model. Vast staat echter dat zonder de trend mee te nemen in het model het lastig is de stijghoogte goed te modelleren.

Voorbeeld peilbuis B32C0609 We beschouwen hier een model voor filter 1 in de waarnemingsput B32C0609 nabij de Bilt. Als eerste stap maken we een model met neerslag en verdamping als verklarende variabelen. Dit levert het volgende model op.



In de figuur hierboven is het resultaat van de modellering weergegeven. We zien dat het model de fluctuaties in de gemeten stijghoogte in het algemeen goed kan verklaren, maar de residuën van het model laten een duidelijke opwaartse trend zien. Het model overschat de stijghoogte in het begin van de kalibratie periode en onderschat de stijghoogte aan het einde van deze periode.

Uit de hydrologische systeemanalyse is gebleken dat er waarschijnlijk geen grondwaterontrekking in de nabijheid van de peilbuis plaatsvindt. Een exacte oorzaak van de trend in de residuën kan dus niet worden aangewezen. In dit geval kan het zinvol zijn een lineaire trend aan het model toe te voegen om de simulatie van de stijghoogte te verbeteren. Het resultaat hiervan is hieronder weergegeven.



De figuur hierboven laat een duidelijke verbetering in de simulatie van de stijghoogte zien door het toevoegen van een trend. Het is aan de modelleur een start- en einddatum te kiezen, of een trend toe te voegen voor de gehele observatieperiode (zoals hier gedaan). Dit hangt af van het doel van de modellering en de kennis van het systeem en de onderliggende oorzaak van de trend.

1.7.3 Verandering van de responsfunctie in de loop van de tijd

Tot op dit punt in het notebook is verondersteld dat de vorm van de responsfunctie niet verandert in de tijd. Hoewel deze aanname vaak blijkt te werken, zijn er ook situaties waar dit niet het geval is. [Oberghell et al. \(2019\)](#) heeft bijvoorbeeld gekeken naar de situatie waarbij de rivierbodem is uitgebaggerd, waardoor de respons van de stijghoogte op fluctuaties in de rivier waterstand verandert in de tijd. Zij hebben daarvoor een model ontwikkeld waarbij de vorm van de respons verandert over de tijd.

1.8 Discussie

In dit notebook is getracht een overzicht te geven van de verschillende modelstructuren die in Nederland gangbaar zijn. Het is aan te raden meerdere modelstructuren te testen om de stijghoogte te modelleren, voordat een definitief model wordt gekozen. Het is over het algemeen makkelijk om modelstructuren te variëren om bijvoorbeeld het aantal parameters te verminderen of de fit te verbeteren. Bovendien is het natuurlijk ook mogelijk meerdere modellen te gebruiken. Een dergelijke multi-model aanpak kan een betere inschatting geven van de modelonzekerheid als gevolg van de model structuur (zie bv. [Singh et al., 2010](#) en [Ferré, 2017](#)). Waar dit voor numerieke grondwatermodellen een significante tijdsinspanning zal opleveren, is het met tijdreeksmodellen relatief makkelijk meerdere modellen te gebruiken.

Hoewel is geprobeerd hier een zo compleet mogelijk overzicht te geven van de mogelijke modelstructuren, moet worden benadrukt dat het relatief makkelijk is nieuwe modelstructuren te ontwikkelen

die zijn toegespitst op specifieke situaties. In dit notebook is gebruik gemaakt van tijdreeksen met verschillende meetfrequenties. Een meetreeks met een hogere meetfrequentie kan meer informatie bevatten over processen die met een lagere meetfrequentie niet zichtbaar zijn (zie bv. Herwijnen, 2001 en Berendrecht et al. 2003). Anderzijds reageren veel grondwatersystemen dermate traag dat laag frequente metingen voldoende informatie bevatten. De relatie tussen de meetfrequentie en de informatie die aanwezig is in een tijdreeks is onderdeel van actief onderzoek en zal in zekere mate van belang zijn bij het kiezen van de modelstructuur.

1.9 Referenties

- Baggelaar, P.K., Niet, A.C., Jaarsma, N., Ek, R., van Vught, A.C. (2018) Evaluatie reallocatie Mander. Witteveen+Bos, Amsterdam.
- Berendrecht, W., Gehrels, H., van Geer, F., en Heemink, A., (2003) Tijdreeksanalyse kan veel beter door kleiner modelinterval. Stromingen 9, Nummer 1.
- Berendrecht, W., Gehrels, H., van Geer, F., en Heemink, A. (2004) Een niet-lineair tijdreeksmodellen voor grondwaterstandsfluctuaties in gedraineerde gebieden. Stromingen 10, nummer 2.
- Berendrecht, W. L., Heemink, A. W., Van Geer, F. C., & Gehrels, J. C. (2006). A non-linear state space approach to model groundwater fluctuations. *Advances in water resources*, 29(7), 959-973.
- Collenteur, R., Bakker, M., Klammler, G., & Birk, S. (2020). Estimating groundwater recharge from groundwater levels using non-linear transfer function noise models and comparison to lysimeter data. *Hydrology and Earth System Sciences Discussions*, 1-30.
- Ferré, T.P. (2017), Revisiting the Relationship Between Data, Models, and Decision-Making. *Groundwater*, 55: 604-614.
- Knotters M. en de Gooijer, J.G. (1999) TARSO modeling of water table depths. *Water Resources Research*, 35:3.
- Knotters, M., Baggelaar, P.K., en van der Meulen, E. (2020) Hoezo significant? Over het effect van een ingreep op de grondwaterstand. Stromingen 26, Nummer 3.
- Maas, C. (2011), Grondwatermodellen versus Tijdreeksanalyse, KWR, Nieuwegein.
- Obergfell, C., Bakker, M., & Maas, K. (2019). Identification and explanation of a change in the groundwater regime using time series analysis. *Groundwater*, 57(6), 886-894.
- Peterson, T. J., & Western, A. W. (2014). Nonlinear time-series modeling of unconfined groundwater head. *Water Resources Research*, 50(10), 8330-8355.
- Singh, A., Mishra, S. and Ruskauff, G. (2010), Model Averaging Techniques for Quantifying Conceptual Model Uncertainty. *Groundwater*, 48: 701-715.
- van Herwijnen, T. (2002) Tijdreeksanalyse van grondwaterpeilen: invloed van het meetinterval. Stromingen 8, Nummer 4.
- von Asmuth, J. R., Bierkens, M. F., & Maas, K. (2002). Transfer function-noise modeling in continuous time using predefined impulse response functions. *Water Resources Research*, 38(12), 23-1.
- Von Asmuth, J. R., Maas, K., Knotters, M., Bierkens, M. F., Bakker, M., Olsthoorn, T. N., Cirkel, D.G., Leunk, I., & Von Asmuth, D. C. (2012). Software for hydrogeologic time series analysis, interfacing data with physical insight. *Environmental Modelling & Software*, 38, 178-190.
- von Asmuth, J., van der Schaaf, S., Grootjans, A., en Maas, K. (2012) Vennen en veentjes: (niet-)ideale systemen voor niet-lineaire tijdreeksmodellen, Stromingen 18, Nummer 2.