

Swing en Segway©¹

Vous connaissez les Cyclo’V, VéloLib et autres VoitureLoc, systèmes de mise à disposition de vélos ou de voitures électriques. Très répandus en France et en plein essor dans le monde, ces dispositifs de location de modes de transport doux ont permis d’accroître la notoriété de l’entreprise *LaVieEstBelle*.

Cette entreprise, leader mondial en solutions de mobilier urbain et d’affichage publicitaire, projette de développer un système similaire de mise à disposition de véhicule auto-balancé de type *Segway*© (Figure 1). Il s’agit d’un moyen de transport motorisé permettant des déplacements urbains. Ce véhicule est certes moins rapide qu’un deux roues motorisé, mais se révèle plus maniable, moins polluant mais également moins encombrant au quotidien.

Le développement sera mondial. Des milliers de véhicules auto-balancés seront mis sur le marché. Le groupe *LaVieEstBelle* décide donc de concevoir et fabriquer ses propres véhicules en rachetant une partie des brevets associés au véhicule de marque *Segway*© déjà existant. L’innovation ne viendra pas des éléments mécaniques mais d’une reconception de la loi de commande embarquée permettant de réguler la dynamique du véhicule auto-balancé. *LaVieEstBelle* fait appel à l’entreprise de consulting *L’AutomatiqueC’estFantastique*© que vous venez de créer en sortant de l’ECL.



Figure 1 – Véhicule auto-balancé de type *Segway*©.

La conduite d’un tel véhicule s’effectue par l’inclinaison du corps vers l’avant ou vers l’arrière afin d’accélérer ou de freiner le mouvement. Les virages à droite et à gauche sont quant à eux commandés par la rotation de la poignée directionnelle (Figure 2).

On supposera par la suite que les deux roues ont le même axe et que le centre de gravité de ce véhicule est situé au-dessus de l’axe commun des roues. Afin de maintenir le véhicule en équilibre, ce système comporte un dispositif d’asservissement d’inclinaison, maintenant la plate-forme du véhicule à l’horizontale (ou encore la barre d’appui, supposée orthogonale à cette plate-forme, à la verticale).

¹ *Sujet librement inspiré d’un travail de Michael Di Loreto, Minh Tu Pham et Jean-Pierre Simon, du laboratoire AMPERE UMR CNRS 5005.*

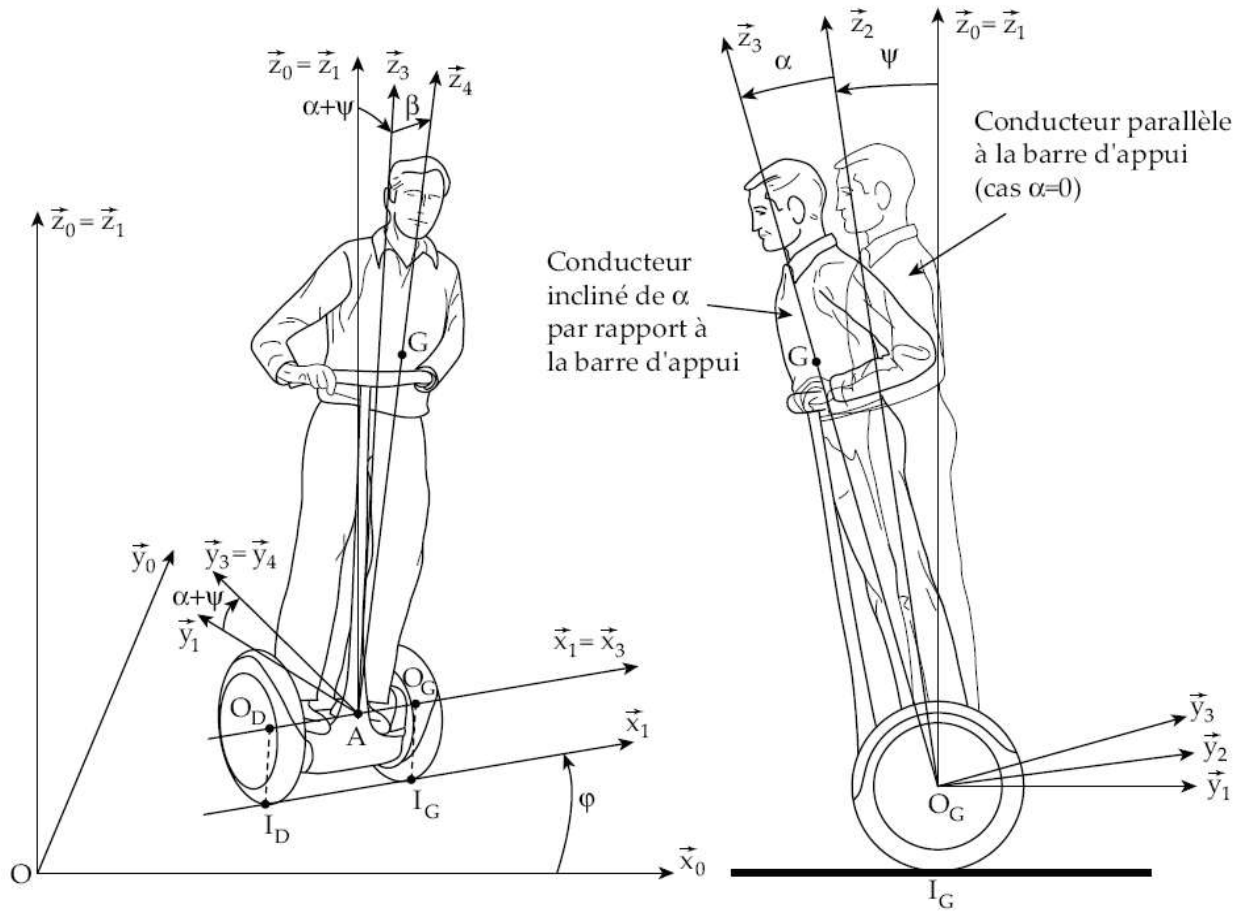


Figure 2 – Fonctionnement et repérage d'un véhicule auto-balançé.

On note $R_o(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ un repère galiléen lié à la route tel que \vec{z}_0 soit dirigé suivant la verticale ascendante. On introduit le repère $R_2(A, \vec{x}_1, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ lié au châssis du chariot, tel que \vec{z}_2 soit colinéaire à la barre d'appui, A étant le point situé au milieu de l'axe des roues. On pose $\psi = (\vec{z}_0, \vec{z}_2)$ l'angle d'inclinaison du châssis par rapport à la verticale. La régulation consiste à maintenir cet angle nul.

On pose $\alpha = (\vec{z}_2, \vec{z}_3)$ l'angle d'inclinaison arrière-avant du conducteur. Le conducteur est assimilé à une masse m_h ponctuelle en son barycentre noté G, tel que $\vec{AG} = h\vec{z}_4$ (où h est la hauteur du barycentre du conducteur). I_{hx} est l'inertie du conducteur selon l'axe (A, \vec{x}_3) . Le chariot possède une masse m_s , d'inertie I_s selon l'axe (A, \vec{x}_3) et son barycentre est en A. Les roues sont identiques et sont respectivement de masse m_r , d'inertie I_r (selon l'axe (A, \vec{x}_3)) et de rayon r .

Ce véhicule possède 2 moteurs à courant continu (1 pour chaque roue), qui sont pilotés en courant et délivrent des couples dont la somme est notée c_m . Ces couples sont transmis par l'intermédiaire de réducteurs co-axiaux (un par moteur, supposés identiques pour les deux roues), de rapport de réduction k_r , de manière à obtenir en sortie des réducteurs le couple total $c_s(t) = k_r.c_m(t)$.

On définit $c_s(t) = c_d(t) + c_g(t)$, où c_d et c_g désignent respectivement les couples en sortie de réducteurs pour les moteurs droit et gauche.

Les mesures réalisées sur ce véhicule sont effectuées grâce à un gyromètre et un inclinomètre.

Les notations et valeurs numériques utiles sont fournies en annexe.

Dans une première approche, on ne s'occupe que de l'étude de l'asservissement de l'inclinaison en ligne droite.

L'application des lois de la mécanique des solides, (par exemple les principes fondamentaux de la dynamique) permettent d'obtenir le système dynamique suivant :

$$\begin{cases} J_1 (\ddot{\psi}(t) + \ddot{\alpha}(t)) = m_h h \dot{v}(t) \cos(\psi(t) + \alpha(t)) + m_h h g \sin(\psi(t) + \alpha(t)) + c_s(t) \\ M_2 \dot{v}(t) = m_h h (\ddot{\psi}(t) + \ddot{\alpha}(t)) \cos(\psi(t) + \alpha(t)) - m_h h (\dot{\psi}(t) + \dot{\alpha}(t))^2 \sin(\psi(t) + \alpha(t)) + \frac{1}{r} c_s(t) \end{cases}$$

avec $J_1 = m_h h^2 + I_{hx} + I_s$, $M_2 = m_s + m_h + 2m_r + 2\frac{I_r}{r^2}$ et v qui représente la valeur de la vitesse d'avance du véhicule (au point A). Dans le cas d'une trajectoire en ligne droite du véhicule, on a $c_s(t) = 2c_d(t) = 2c_g(t)$.

L'objectif est de concevoir le correcteur qui permettra de réguler l'inclinaison du véhicule. L'angle de consigne $\psi_c(t)$ est égal à 0. La régulation sera efficace si, quelle que soit l'inclinaison $\alpha(t)$ du conducteur, la sortie $\psi(t)$ converge vers $\psi_c(t)$, avec un temps de réponse et une notion de confort (dépassement) raisonnables. Les variations du signal de commande peuvent permettre de départager différentes solutions possibles.

Annexe – Notations et valeurs numériques

grandeurs mécaniques et géométriques

v	m s^{-1}	vitesse d'avance du véhicule
ψ	rad	angle (\vec{z}_0, \vec{z}_2)
ψ_c	rad	consigne de l'angle ψ
α	rad	angle (\vec{z}_2, \vec{z}_3)
c_d	N m	couple en sortie du moteur-réducteur droit
c_g	N m	couple en sortie du moteur-réducteur gauche
c_m	N m	somme des couples en sortie des moteurs
c_s	N m	somme des couples en sortie des moteurs-réducteurs
$h = 0.95$	m	hauteur du barycentre du conducteur
$m_h = 80$	kg	masse du conducteur
$I_{hx} = 18$	kg m^2	inertie du conducteur selon l'axe (\mathbf{A}, \vec{x}_3)
$m_s = 25$	kg	masse du chariot
$I_s = 0.8$	kg m^2	inertie du chariot selon l'axe (\mathbf{A}, \vec{x}_3)
$m_r = 5$	kg	masse d'une roue
$I_r = 0.28$	kg m^2	inertie d'une roue selon l'axe (\mathbf{A}, \vec{x}_3)
$r = 240$	mm	rayon d'une roue
$g = 9.81$	m s^{-2}	accélération de la pesanteur
$k_r = 200$		rapport de réduction

grandeurs électriques et capteurs

v_{ψ_c}	V	tension de consigne associée à ψ_c
v_a	V	tension de mesure de l'angle ψ
v_i	V	tension de sortie du montage 1
v_d	V	tension de sortie du montage 2
v_m	V	tension de sortie du montage 3
u_s	V	tension de sortie du montage 5
u	V	tension de sortie du montage 6
i_m	A	courant circulant dans un moteur
$k_i = 6.5$	V rad^{-1}	gain de l'inclinomètre
$k_{em} = 0.116$	N m A^{-1}	constante de couple d'un moteur
$g_i = 0.1$	A V^{-1}	gain de l'amplificateur de courant
$k_g = 2.29$	V s rad^{-1}	gain du gyromètre

A l'aide...



Le sujet à l'air ardu. Vous commencez à regretter d'avoir fondé l'entreprise de consulting *L'AutomatiqueC'estFantastique*©.

Un rapide coup de fil à vos anciens profs d'automatique de l'ECL vous permet de glaner quelques informations précieuses.

L'angle d'inclinaison du véhicule par rapport à la verticale semble faible, ainsi que celui du conducteur (angle $\phi = \alpha + \psi$ petit). Les variations angulaires sont également faibles. Inutile donc de concevoir le correcteur avec un modèle T_1 entre $c_s(t)$ et $\phi(t)$ non linéaire puisqu'ici il est facile de linéariser au premier ordre. Après linéarisation, le comportement de $T_1(s)$ est intéressant à analyser.

La fonction de transfert $\frac{\Phi(s)}{C_s(s)}$ ne décrit que la partie mécanique du système (le procédé). Vous aurez à asservir la partie mécanique équipée de ses capteurs et actionneurs (le procédé instrumenté), c'est-à-dire que vous devrez vous intéresser au transfert $T_2(s) = \frac{\psi(s)}{U(s)}$ qui met en jeu les relations suivantes.

Un moteur à courant continu fournit un couple proportionnel (coefficient k_{em}) à l'intensité du courant circulant dans l'induit.

Ensuite le réducteur permet de transmettre le couple c_s au procédé. Un schéma bloc permet de mieux visualiser la relation entre i_m et ψ .

Les capteurs sont :

- ✳ un gyromètre qui délivre une tension électrique $u_g(t) = k_g \dot{\psi}(t)$ où k_g est le gain du gyromètre,
- ✳ un inclinomètre qui délivre une tension électrique $u_i(t) = k_i \psi(t)$ où k_i est le gain de l'inclinomètre.

Le procédé instrumenté reçoit en entrée un signal de commande $u(t)$, que vous allez devoir piloter, tel que $u(t) = u_m(t) + k_p u_i(t) + k_v u_g(t)$. Mais avant de s'intéresser au contrôle du signal $u(t)$, il faut d'abord régler k_p et k_v qui sont 2 gains. Entre u_m et i_m on trouve un convertisseur tension-courant (amplificateur de courant) de gain g_i (un schéma bloc devient vraiment indispensable). Le transfert $T_2(s)$ entre la sortie ψ et l'entrée de commande u devient ainsi beaucoup plus sympathique que ne l'est $T_1(s)$.

Il peut être malin de régler k_p et k_v de telle manière que ω_n , la pulsation naturelle de $T_2(s)$ soit proche de la pulsation naturelle du système mécanique ω_l associée à l'écriture normalisée de la fonction de transfert $T_1(s)$ (par exemple $\omega_n = 1,5 \omega_l$), avec un temps de réponse à 5% le plus court possible.