Lista de Exercícios – IC242 - Cálculo II

Volume de Sólidos de Revolução

Prof. Renan Teixeira

August 21, 2025

1. Calcule o volume do sólido formado pela rotação da região entre as curvas $y = x^2$ e $y = x + 2$ em torno do eixo x.

2. Dados os gráficos $y = x^3$ e $x = 2$, determine o volume da região, para o caso da área plana girar em torno do eixo y.

3. Achar o volume do sólido gerado pela revolução da região R em torno do eixo $x = 6$, tal que R é limitada pelas curvas de $y^2 = 4x$ e $x = 4$.

4. Determinar o volume gerado pela revolução em torno do eixo x da região limitada por $y = x^2$, $x = 2$ e o eixo x.

5. Determinar o volume gerado pela revolução em torno do eixo x da área limitada pelas curvas $y^2 = 2x$ e $y = x$.

6. Determinar o volume gerado pela revolução em torno do eixo x da região limitada por $y^2 = 2x$, eixo x e $x = 2$.

7. Calcule o volume gerado pela rotação da área R em torno de $y = -2$, tal que R é limitada pelos gráficos de $y = \sqrt{x}$, $y = 1$ e $x = 4$.

8. Considere a região Ω do plano xy delimitada pela curva de equação $y = x^3(1-x)$ e pela reta $y = 0$(eixo x).
   (a) Calcule o volume do sólido de revolução gerado pela rotação da região Ω em torno da reta $y = 0$.
   (b) Escreva a integral que calcula o volume do sólido gerado pela rotação de Ω em torno da reta $x = 2$.

9. Calcule o volume do sólido de revolução obtido girando em torno do eixo x a região limitada pelas funções $y = \dfrac{13 - x^2}{4}$ e $y = \dfrac{x+5}{2}$.

10. Calcule o volume do sólido de revolução obtido ao girar em torno do eixo x a região delimitada pelo gráfico de $y = e^x$ e $-1 \leq x \leq 1$.

11. Calcule o volume do sólido de revolução obtido girando em torno da reta $x = -1$ a região limitada pelo gráfico de $x = \dfrac{y^2}{2} + 1$ e pelas retas $y = -2$ e $y = 2$.

12. Calcule o volume do sólido de revolução obtido girando em torno da reta $x = 6$ a região limitada pelo gráfico de $4x = y^2$ e pela reta $x = 4$.

13. Obtenha um valor real positivo para a de tal forma que ao girarmos em torno da reta $y = 1$ a região compreendida entre as curvas $y = 1$, $x = a$ e $y = 1 + \sqrt{x}e^{x^2}$, o sólido gerado tenha volume 2π unidades de volume.

14. Calcule a área da região limitada pela função $f(x) = \dfrac{1}{x^2+1}$ e o eixo x.

15. Obtenha o volume do sólido gerado ao girarmos em torno do eixo y a região limitada pela curva $y = \cos(x)$ para $\dfrac{\pi}{2} \leq x \leq 4\pi$ e o eixo x.

16. Obtenha o volume do sólido gerado a girarmos em torno do eixo y a região limitada pelas curvas $y = x^4 - 1$ e $y = 1 - x^6$ com $0 \leq x \leq 1$.

17. Calcule o volume do sólido de revolução gerado pela rotação da região Ω entre o gráfico de $y = \dfrac{1}{(1+x)\sqrt{x}}$ e o eixo x, para $x = 2$, em torno do eixo x.

18. Calcule o volume do sólido gerado ao rotacionar a região Ω em torno do eixo y. Onde Ω é a região delimitada pelo gráfico da função $y = xe^{-2x}$ definida em $[0, +\infty)$ e o eixo x.

19. Obtenha um valor positivo para $a \in \mathbb{R}$ de tal forma que ao girarmos em torno da reta $y = 0$ (eixo dos x) a região compreendida entre as curvas $y = 1$, $x = a$, $x = 1$ e $y = \sqrt{x}$, o sólido gerado tenha volume igual a 2π unidades de volume.

20. Escreva uma integral para um *toro* sólido com raios r e R descrito na figura abaixo. Interpretando a integral como uma área, encontre o volume do *toro*.

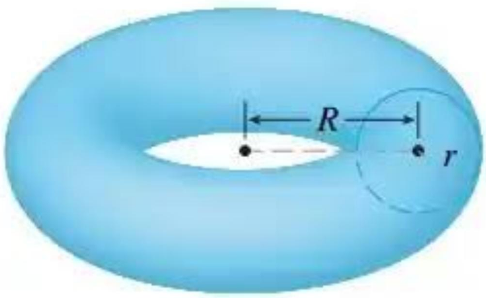

Figure 1: Imagem do Toro de r.

21. Cada integral representa o volume de um sólido. Faça o esboço de cada um dos sólidos a seguir:

    (a) $\pi \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x dx$

    (b) $\pi \displaystyle\int_2^5 y dy$

22. Cálcule o que se pede em cada um dos itens abaixo.
    (a) Faça um esboço da região **D** a qual é limitada pelas curvas $y = \frac{1}{x}$, $y = 0$, $x = 1$ e $x = 3$.
    (b) Calcule o volume do sólido de revolução obtido ao girarmos a região **D** em torno da reta $y = -1$.
    (c) Determine o volume do sólido obtido pela rotação da região limitada por $y = x^3$, $y = 8$ e $x = 0$ em torno do eixo y.

23. Determine o volume do sólido obtido pela rotação da região limitada por $y = x - x^2$ e $y = 0$ em torno da reta $x = 2$.

24. Determine o volume do sólido gerado pela rotação da região limitada pelas curvas $y = x^2 - x$ e $y = 3 - x^2$ em torno da reta $y = 4$.

25. Um *toro* ou *anel de ancoragem* é uma forma sólida de salva-vidas gerado pela revolução de uma região circular R em torno de um eixo em seu plano que não corta a região R. Determine o volume de tal toro se o raio de R é a e a distância do centro de R do eixo de revolução é b.

26. Calcule o volume do sólido obtido pela rotação, em torno do eixo x, do conjunto de todos os pares (x, y) tais que $x^2 + y^2 = r^2$, $y \geq 0$ e $r > 0$.