Algorithmique des images, textes et données

4. Détection de contours

Vincent Zucca

vincent.zucca@univ-perp.fr

Université de Perpignan Via Domitia

S4 Licence 2020-2021

Approche naïve

- Détecteurs de contours horizontaux et verticaux
- Limitations de l'approche naïve

Approche par convolution

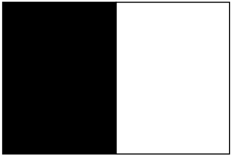
- Rappels sur la convolution
- Liens avec la dérivée et lissage des hautes fréquences
- Filtres de Prewitt et Sobel

Détecteur optimal : filtre de Canny

- Qualité attendues d'un détecteur de contours
- Réduction du bruit
- Calcul du Gradient
- Suppression des non maxima
- Seuillage des contours

Détecteurs de contours horizontaux et verticaux

- Commencons par une image en noir et blanc présentant une seule discontinuité.



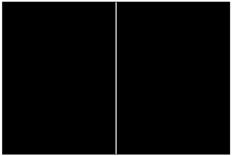
- Le contour est formé des pixels blancs dont le voisin de gauche est noir et des pixels noirs dont le voisin de gauche est blanc.
  - le contour est épais de deux pixels
  - par simplicité on fait le choix de garder seulement le voisin de gauche
- On construit une nouvelle image I_v telle que

$$I_v(i,j) = I(i,j) - I(i,j-1)$$

Détecteurs de contours horizontaux et verticaux

- On construit une nouvelle image I_v telle que

$$I_v(i,j) = I(i,j) - I(i,j-1)$$



  - les pixels au bord ne sont pas traités

```
for(int i = 1 ; i < height -1 ; i++){
  for(int j = 1 ; j < width -1 ; j++){
    ....
```

  - les pixels ont une valeur comprise entre -255 et 255 $\rightarrow$ on prend la valeur absolue

- Notre détecteur ne détecte que les frontières verticales
  - Pour les frontières horizontales on utilisera une deuxième image

$$I_h(i,j) = I(i,j) - I(i-1,j)$$

Détecteurs de contours horizontaux et verticaux

- À partir de l'image d'origine on obtient donc deux images

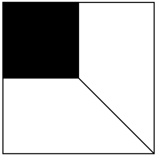
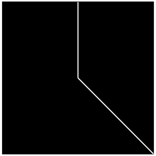
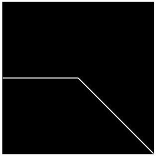


Image d'origine I



I_v

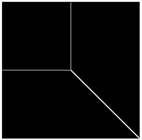


I_h

- On va utiliser la norme euclidienne du vecteur $[I_h, I_v]$ pour obtenir les contours de notre image

$$I_f(i,j) = \sqrt{I_h(i,j)^2 + I_v(i,j)^2}$$

  - Les valeurs obtenues sont comprises entre 0 et $255\sqrt{2}$, il faut donc renormaliser la valeur entre 0 et 255.



I_f

Approche naïve

- Détecteurs de contours horizontaux et verticaux
- Limitations de l'approche naïve

Approche par convolution

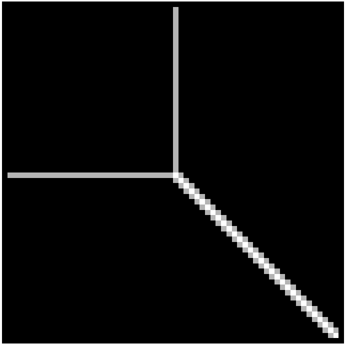
- Rappels sur la convolution
- Liens avec la dérivée et lissage des hautes fréquences
- Filtres de Prewitt et Sobel

Détecteur optimal : filtre de Canny

- Qualité attendues d'un détecteur de contours
- Réduction du bruit
- Calcul du Gradient
- Suppression des non maxima
- Seuillage des contours

Limitations de l'approche naïve

- En zoomant sur l'image précente on remarque que



  - Les contours du carré apparaissent gris ($180 \approx 255/\sqrt{2}$)
    - nécessité d'établir un seuil pour savoir si les valeurs appartiennent au contour ou non.
  - Le contour détecté sur la diagonale a 3 pixels d'épaissseurs
    - difficile de détecter des contours fins
    - détecte mieux les contours diagonaux que horizontaux ou verticaux

Limitations de l'approche naïve

- Regardons maintenant le résultat sur une "vraie" image

- Le détecteur naïf est sensible au bruit de l'image et détecte trop de contours

Rappels sur la convolution

- On rappelle que la convolution d'une fonction continue f par une fonction continue g est la fonction :

$$(f \star g)(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) g(u - x, v - y) dudv$$

- Pour des fonctions discrètes on obtient :

$$(f \star g)(x, y) = \sum_{u=-\infty}^{+\infty} \sum_{v=-\infty}^{+\infty} f(x, y) g(u - x, v - y)$$

- En appliquant ceci à une image I de dimension finie et un "noyau de convolution" (3×3) K les pixels de la convolution de I par K sont donnés par :

$$(I \star K)(i, j) = \sum_{k=0}^{2} \sum_{l=0}^{2} I(i + k - 1, j + l - 1) K(k, l)$$

Rappels sur la convolution

- Par exemple, les contours horizontaux et verticaux de notre détecteur naïf sont formés par des convolées avec les noyaux :

$$K_v = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad K_h = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- Les formules précédentes peuvent être étendues à des noyaux de plus grande dimension $(2p+1) \times (2p+1)$ auquel cas :

$$(I \star K)(i,j) = \sum_{k=0}^{2p} \sum_{l=0}^{2p} I(i+k-p, j+l-p) K(k,l)$$

  - On se limite généralement à des noyaux de taille 3×3

Approche naïve

- Détecteurs de contours horizontaux et verticaux
- Limitations de l'approche naïve

Approche par convolution

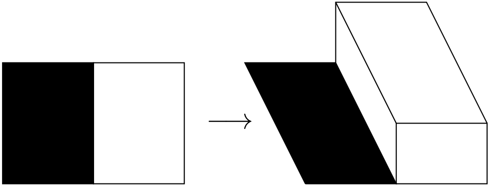
- Rappels sur la convolution
- Liens avec la dérivée et lissage des hautes fréquences
- Filtres de Prewitt et Sobel

Détecteur optimal : filtre de Canny

- Qualité attendues d'un détecteur de contours
- Réduction du bruit
- Calcul du Gradient
- Suppression des non maxima
- Seuillage des contours

Liens avec la dérivée et lissage des hautes fréquences

- Si l'on redessine l'image simple précédente en 3D :



  - Le lieu de contour correspond au saut de hauteur
  - Cela correspond au pic de la dérivée

- Pour une fonction f dérivable sur $\mathbb{R}$ sa dérivée est donnée par :

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h}$$

  - Dans le cas d'une image discrète h ne peut valoir que 1 au minimum, on approxime donc sa dérivée selon x par :

$$\frac{\partial I}{\partial x}(x, y) = \frac{I(x+1, y) - I(x-1, y)}{2}$$

Liens avec la dérivée et lissage des hautes fréquences

- Notre détecteur de contour peut donc correspondre au gradient de notre image :

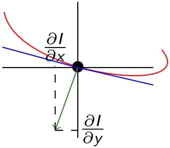
$$\nabla I = \left[\frac{\partial I}{\partial x}, \frac{\partial I}{\partial y}\right]$$

- Le module, où la force du gradient correspond à :

$$I_f = \sqrt{\frac{\partial I}{\partial x}^2 + \frac{\partial I}{\partial y}^2}$$

  - En pratique il faut normaliser les valeurs des dérivées et de la norme.

- Le pixel (i, j) du gradient correspond au coordonnées de la normale à la tangeante du contour.



Liens avec la dérivée et lissage des hautes fréquences

- Malheureusement les images dérivées sont très bruitées...
  - En modélisant notre image comme la somme d'une image non bruitée et d'un bruit :
  $$I(x) = I_{\mathtt{pure}}(x) + \sum_i \varepsilon_i \sin(\omega_i x)$$
  - Alors la dérivée aura pour expression :
  $$I'(x) = I'_{\mathtt{pure}}(x) + \sum_i \varepsilon_i \omega_i \cos(\omega_i x)$$
  - Le bruit d'amplitude ε_i est amplifié par un facteur $\omega_i = 2\pi v_i$ (où v_i est la fréquence).
  - Les bruits de haute fréquence vont donc fortement perturber la dérivée (et le gradiant)
  - Il faut donc appliquer un filtre passe bas ou de lissage afin d'éliminer ces hautes fréquences.

Liens avec la dérivée et lissage des hautes fréquences

- Le bruit peut être lissé avec un filtre moyenneur

$$\frac{1}{9}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{9}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- Ou un filtre gaussien discrétisé $G_\sigma(x,y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$
  - Pour $\sigma = 0.8$

$$\begin{pmatrix} G(-1,-1) & G(-1,0) & G(-1,1) \\ G(0,-1) & G(0,0) & G(0,1) \\ G(1,-1) & G(1,0) & G(1,1) \end{pmatrix} \approx \frac{1}{16}\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

  - Pour $\sigma = 0.6$

$$\frac{1}{8}\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- Les coefficients des filtres sont généralement des puissances de 2 pour réduire le coût des multiplications/divisions à l'aide de shifts binaires.

Approche naïve

- Détecteurs de contours horizontaux et verticaux
- Limitations de l'approche naïve

Approche par convolution

- Rappels sur la convolution
- Liens avec la dérivée et lissage des hautes fréquences
- Filtres de Prewitt et Sobel

Détecteur optimal : filtre de Canny

- Qualité attendues d'un détecteur de contours
- Réduction du bruit
- Calcul du Gradient
- Suppression des non maxima
- Seuillage des contours

Filtres de Prewitt et Sobel

- Les filtres de Prewitt/Sobel (1970) combinent un lissage unidimensionnel $[1, c, 1]$ et la dérivée selon une direction perpendiculaire au lissage (obtenue par le filtre $[-1, 0, 1]$).
  - On commence par lisser selon l'axe des abscisses :

$$\begin{aligned} I_2(x, y-1) &= \tfrac{1}{2+c}\left(I(x-1, y-1) + cI_2(x, y-1) + I(x+1, y-1)\right) \\ I_2(x, y+1) &= \tfrac{1}{2+c}\left(I(x-1, y+1) + cI_2(x, y+1) + I(x+1, y+1)\right) \end{aligned}$$

  - Puis on calcule la dérivée selon l'axe des ordonnées :

$$\begin{aligned} \frac{\partial I_2}{\partial y} =& I_2(x, y+1) - I_2(x, y-1) \\ =& (I(x-1, y+1) + cI_2(x, y+1) + I(x+1, y+1))/(2+c) \\ & - ((I(x-1, y-1) + cI_2(x, y-1) + I(x+1, y-1))/(2+c) \end{aligned}$$

  - Ce qui correspond au masque de convolution :

$$K_y = \frac{1}{2+c}\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -c & 0 & c \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2+c}\begin{pmatrix} 1 \\ c \\ 1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Filtres de Prewitt et Sobel

- De même, en lissant selon l'axe des ordonnées et en dérivant selon l'axe des abscisses on obtient le masque

$$K_x = \frac{1}{2+c}\begin{pmatrix} -1 & -c & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & c & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2+c}\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 & c & 1 \end{pmatrix}$$

- Le filtre de Prewitt utilise un lissage uniforme $c = 1$
- Le filtre de Sobel utilise un lissage Gaussien $c = 2$

Filtres de Prewitt et Sobel

Image original

Filtre naïf

Filtre Sobel

Filtre Prewitt

Filtres de Prewitt et Sobel

Image original

Filtre naïf

Filtre Sobel

Filtre Prewitt

Approche naïve

- Détecteurs de contours horizontaux et verticaux
- Limitations de l'approche naïve

Approche par convolution

- Rappels sur la convolution
- Liens avec la dérivée et lissage des hautes fréquences
- Filtres de Prewitt et Sobel

Détecteur optimal : filtre de Canny

- Qualité attendues d'un détecteur de contours
- Réduction du bruit
- Calcul du Gradient
- Suppression des non maxima
- Seuillage des contours

Qualité attendues d'un détecteur de contours

- En 1986, John Canny a explicité trois critères que l'on peut attendre d'un bon détecteur de contours.
    1. Bonne détection $\rightarrow$ plus le filtre lisse le bruit plus la détection est bonne. Il faut donc maximiser le rapport signal sur bruit
    2. Bonne localisation : minimisation des distances entre les contours détectés et les contours réels
    3. clarté de la réponse : une seule réponse par contour et pas de faux positifs
- Trouver un filtrage optimal c'est trouver un compromis entre ces 3 critères.

Qualité attendues d'un détecteur de contours

- Le filtre de Canny est un des plus efficaces, facile à implémenter et donc un des plus populaires

- L'implémentation du détecteur de Canny peut être décomposée en 4 étapes :
  1. Appliquer un filtre Gaussien pour lisser l'image et en réduire le bruit
  2. Calculer le gradient de l'image lissée
  3. Suppression des non maxima pour se débarasser des “faux” contours
  4. Appliquer un double seuillage par hysteresis pour se débrasser des “faibles contours”

Approche naïve

- Détecteurs de contours horizontaux et verticaux
- Limitations de l'approche naïve

Approche par convolution

- Rappels sur la convolution
- Liens avec la dérivée et lissage des hautes fréquences
- Filtres de Prewitt et Sobel

Détecteur optimal : filtre de Canny

- Qualité attendues d'un détecteur de contours
- Réduction du bruit
- Calcul du Gradient
- Suppression des non maxima
- Seuillage des contours

Réduction du bruit

- La réduction du bruit se fait généralement par un filtrage Gaussien 5×5 avec par exemple $\sigma = 1$

$$\frac{1}{159}\begin{pmatrix} 2 & 4 & 5 & 4 & 2 \\ 4 & 9 & 12 & 9 & 4 \\ 5 & 12 & 15 & 12 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 4 & 2 \\ 4 & 9 & 12 & 9 & 4 \end{pmatrix}$$

- Augmenter la taille du noyau réduit la sensibilité du filtre au bruit
- En revanche la localisation des erreurs diminue lorsque la taille augmente
- Un noyau 5×5 est un bon compromis en pratique.

Approche naïve

- Détecteurs de contours horizontaux et verticaux
- Limitations de l'approche naïve

Approche par convolution

- Rappels sur la convolution
- Liens avec la dérivée et lissage des hautes fréquences
- Filtres de Prewitt et Sobel

Détecteur optimal : filtre de Canny

- Qualité attendues d'un détecteur de contours
- Réduction du bruit
- Calcul du Gradient
- Suppression des non maxima
- Seuillage des contours

Calcul du Gradient

- Le gradient est calculé de la même façon que précédemment

$$\nabla I = \left(\frac{\partial I}{\partial x}, \frac{\partial I}{\partial y} \right)$$

- De la on peut calculer l'intensité du gradient

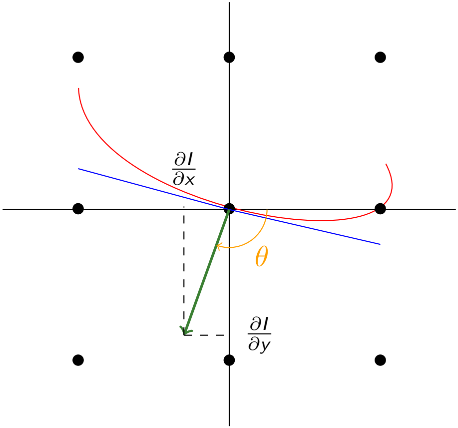
$$\|\nabla I\|_2 = \sqrt{\frac{\partial I}{\partial x}^2 + \frac{\partial I}{\partial y}^2}$$

- Mais également l'angle de la normale avec l'axe horizontal

$$\Theta = \mathtt{atan2} \left(\frac{\partial I}{\partial y} / \frac{\partial I}{\partial x} \right)$$

  - La fonction arctan détermine l'angle à π près, pour obtenir l'angle à 2π près il faut regarder le signe des dérivées partielles.
  - En pratique on peut utiliser la fonction `atan2` de la bibiothèque `math.h`

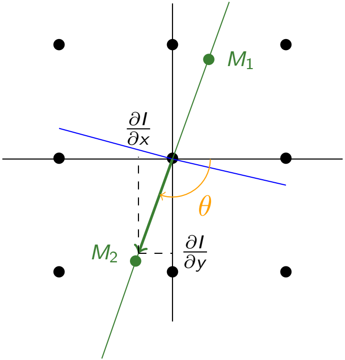
Calcul du Gradient



Suppression des non maxima

- Nous avons déjà remarqué que les bords obtenus par un détecteur ont une largeur de plusieurs pixels.
- L'algorithme de suppression des non maxima consiste à éliminer les pixels sur lesquels le gradient n'est pas maximal afin d'affiner les contours trouvés.
- On commence par placer deux points M_1, M_2 sur la normale, de part et d'autre du point (i, j), à une distance unité.
- La valeur de la norme du gradient aux points M1 et M2 est calculée par interpolation bilinéaire à partir des 4 pixels voisins.

Suppression des non maxima



- Le pixel (i, j) est retenu comme appartenant au contour si son gradient est supérieur à ceux des points M_1 et M_2.
- Dans le cas contraire, le pixel est éliminé. On élimine donc ainsi les pixels qui ne sont pas sur un maximum du gradient (maximum le long de la normale).

Approche naïve

- Détecteurs de contours horizontaux et verticaux
- Limitations de l'approche naïve

Approche par convolution

- Rappels sur la convolution
- Liens avec la dérivée et lissage des hautes fréquences
- Filtres de Prewitt et Sobel

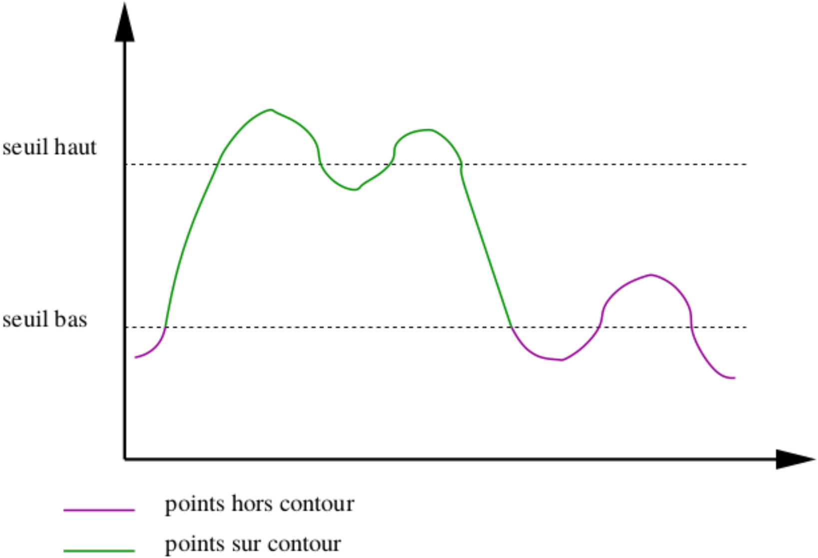
Détecteur optimal : filtre de Canny

- Qualité attendues d'un détecteur de contours
- Réduction du bruit
- Calcul du Gradient
- Suppression des non maxima
- Seuillage des contours

Seuillage des contours

- La dernière étape consiste à binariser l'image avec un seuil
  - Si la valeur de la norme du gradiant est inférieure à un certain seuil alors le point n'appartient pas au contour $\rightarrow$ on met sa valeur à 0.
  - Si la valeur de la norme du gradiant est supérieure à un certain seuil alors le point appartient contour $\rightarrow$ on met sa valeur à 255.
- Il est difficile de déterminer la valeur d'un seuil unique de façon efficace.
- Une approche plus raisonable consiste à utiliser deux seuils distincts : un seuil haut et un seuil bas : c'est le seuillage par hysteresis.
  - Les valeurs au dessus du seuil haut sont les contours "certains" de l'image
  - Les valeurs en dessous du seuil bas sont éliminées contours
  - Les valeurs entre les deux sont des contours "potentiels"

Seuillage des contours



Seuillage des contours

- Pour déterminer si un contour potentiel est un contour certain ou non on regarde si un pixel voisin est un contour certain ou non
  - Si c'est le cas, alors le pixel devient un "contour certain" et sa valeur est passée à 255
  - Dans le cas contraire il est éliminé et sa valeur est passée à 0
- Il existe plusieurs approches pour regarder parmi les pixels voisins
  - On regarde parmi les 8 pixels voisins
  - On regarde seulement parmi les pixels les plus proches de la ligne de gradient