



PESQUISA QUANTITATIVA – PRÁTICAS DE LABORATÓRIO

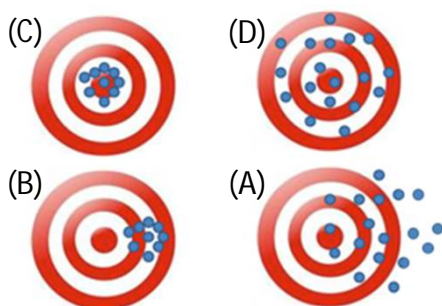
TEORIA DE ERROS

Prof. Marcelo Girardi Schappo
FÍSICA

EXATIDÃO E PRECISÃO

“Precisão”: medidas próximas entre si, pequena barra de erro

“Exatidão”: medidas concordantes com valores padrões



Experimento	Resultado
A	$(12 \pm 4) \text{ m/s}^2$
B	$(8,33 \pm 0,09) \text{ m/s}^2$
C	$(9,79 \pm 0,05) \text{ m/s}^2$
D	$(9 \pm 1) \text{ m/s}^2$
Padrão	$9,81 \text{ m/s}^2$

- (A) : pouco preciso e pouco exato
 (B) : preciso, mas pouco exato
 (C) : preciso e exato
 (D) : pouco preciso, mas mais exato

“Teoria de Erros”: medidas possuem incerteza associada. Vamos quantificar essas incertezas!
 Como atingir precisão e exatidão? Identificando as fontes de erro e diminuindo suas causas!

ERRO RELATIVO OU ERRO PERCENTUAL

Indicador de “quão longe” uma medida está do valor padrão.

$$E\% = \left| \frac{\text{medida} - \text{padrão}}{\text{padrão}} \right| \cdot 100$$

Experimento	Resultado	Erro Percentual
A	$(12 \pm 4) \text{ m/s}^2$	22,3 %
B	$(8,33 \pm 0,09) \text{ m/s}^2$	15,1 %
C	$(9,79 \pm 0,05) \text{ m/s}^2$	0,204 %
D	$(9 \pm 1) \text{ m/s}^2$	8,26 %
Padrão	$9,81 \text{ m/s}^2$	

FORMA PADRÃO DE ESCRITA DE UM RESULTADO

$$\text{Grandeza} = (\text{resultado} \pm \text{erro}) \text{ unidade}$$

A partir do valor final medido é que se determina o erro percentual (E%) em relação ao valor tabelado/esperado!

Erro de escala (E_E)
 Erro aleatório (E_A)
 Erro sistemático (E_S)
 Soma de erros (quando aplicável)

O erro do resultado deve ter apenas um algarismo significativo!

Se necessário arredondar o erro, deve ser sempre feito PARA MAIS!

FORMA PADRÃO DE ESCRITA DE UM RESULTADO

É necessário haver concordância no duvidoso da medida e do seu erro associado

$$Grandeza = (resultado \pm erro) unidade$$

<i>Escritas incorretas</i>
$m = (3,2 \pm 0,05) \text{ g}$
$Abs = (4,88 \pm 0,3)$
$L = (12,841 \pm 0,052) \text{ m}$

<i>Correção</i>
$m = (3,20 \pm 0,05) \text{ g}$
$Abs = (4,9 \pm 0,3)$
$L = (12,84 \pm 0,06) \text{ m}$

O erro do resultado deve ter apenas um algarismo significativo!

Se necessário arredondar o erro, deve ser sempre feito PARA MAIS!

ERRO DE ESCALA

Quantificação da incerteza relacionada à escala do próprio instrumento

<i>Instrumento analógico</i>	<i>Instrumento digital</i>	<i>Instrumento com nônio</i>
$E = \frac{MDE}{2}$	$E = MDE$	$E = \frac{MDP}{NDN}$

Onde: MDE: Menor divisão de escala do instrumento;

MDP: Menor divisão da escala principal do instrumento;

NDN: Número de divisões do nônio do equipamento que o possui.

O erro de escala é uma ótima ferramenta para você saber qual é o algarismo duvidoso da sua medida!

ERRO DE ESCALA

$$E_E = MDE = 1 \text{ s}$$



$$23 \text{ min} = 1380 \text{ s} \quad (1388 \pm 1) \text{ s}$$

$$E_E = MDE = 0,001 \text{ m}$$



$$(25,677 \pm 0,001) \text{ m}$$

ERRO DE ESCALA



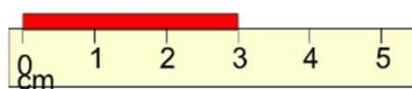
$$E_E = \frac{MDE}{2} = \frac{1 \text{ cm}}{2} = 0,5 \text{ cm}$$

Medida:

$(6,7 \pm 0,5) \text{ cm}$

$(6,75 \pm 0,5) \text{ cm}$ ✗

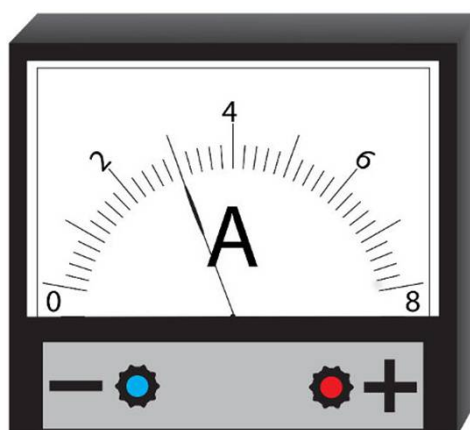
ERRO DE ESCALA



$(3 \pm 0,5) \text{ cm}$ ✗

$(3,0 \pm 0,5) \text{ cm}$

ERRO DE ESCALA



$$E_E = \frac{MDE}{2} = \frac{0,2 \text{ A}}{2} = 0,1 \text{ A}$$

Medida:

$(3,0 \pm 0,1) \text{ A}$

ERRO DE ESCALA



Linha inferior do menisco

$$E_E = \frac{MDE}{2} = \frac{0,1 \text{ mL}}{2} = 0,05 \text{ mL}$$

Medida:

$$(5,73 \pm 0,05) \text{ mL}$$

ERRO DE ESCALA



$$E_E = \frac{MDE}{2} = \frac{200 \text{ mL}}{2} = 100 \text{ mL}$$

Medida:

$$(500 \pm 100) \text{ mL} \quad \times$$



Só pode ter 1 significativo

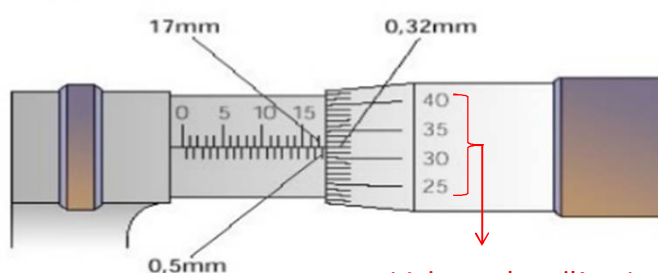
$$(5 \pm 1) \cdot 10^2 \text{ mL}$$

$$(5,0 \pm 1) \cdot 10^2 \text{ mL} \quad \times$$

ERRO DE ESCALA



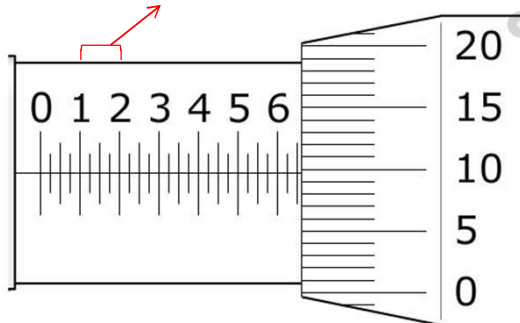
$$E_E = \frac{MDE}{2} = \frac{(1/100) \text{ mm}}{2} = 0,005 \text{ mm}$$



centésimos de milímetro
2 voltas com 50 divisões / mm

ERRO DE ESCALA

4 voltas com 25 divisões / mm



$$6,5 + \frac{9,8}{100} = 6,598$$

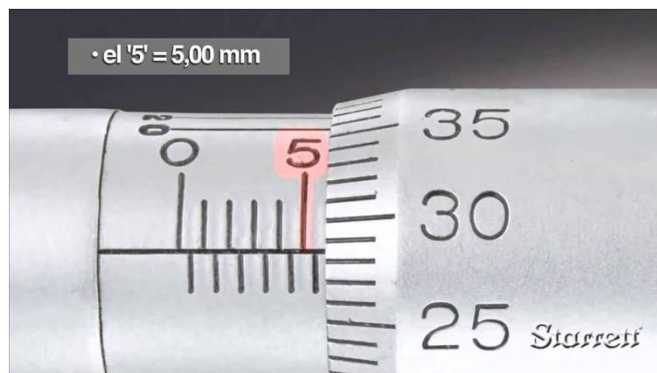
$$(6,598 \pm 0,005) \text{ mm}$$



$$4,5 + \frac{47,7}{100} = 4,977$$

$$(4,977 \pm 0,005) \text{ mm}$$

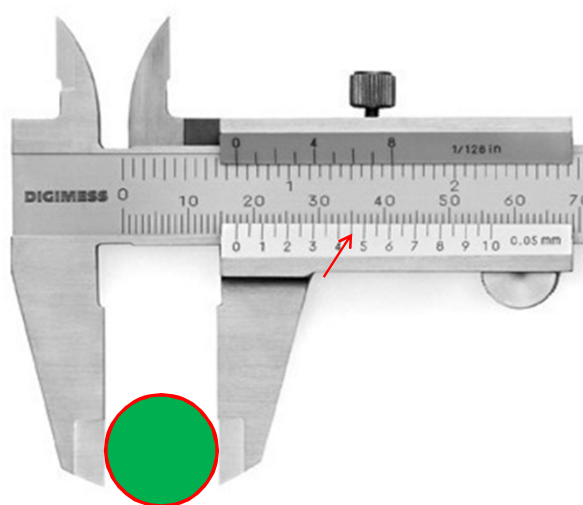
ERRO DE ESCALA



$$5,5 + \frac{28,5}{100} = 5,785$$

$$(5,785 \pm 0,005) \text{ mm}$$

ERRO DE ESCALA

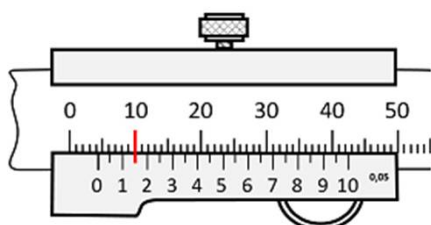


$$E_E = \frac{MDP}{NDN} = \frac{1 \text{ mm}}{20} = 0,05 \text{ mm}$$

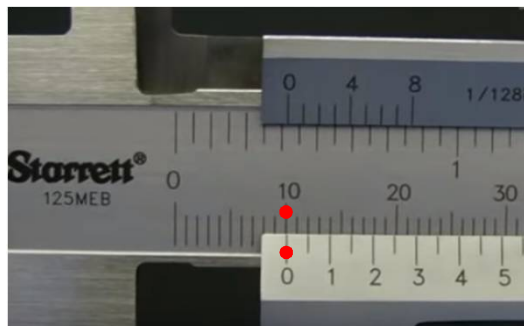
Medida:

$$(17,45 \pm 0,05) \text{ mm}$$

ERRO DE ESCALA



$(4,15 \pm 0,05) \text{ mm}$



$(10 \pm 0,05) \text{ mm}$ ✗

$(10,00 \pm 0,05) \text{ mm}$

ERRO DE ESCALA



$$E_E = \frac{MDP}{NDN} = \frac{1^\circ}{12} = \frac{60'}{12} = 5'$$

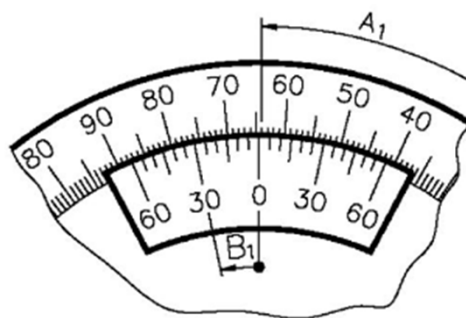
Medida:

$(50^\circ 20' \pm 5')$

ERRO DE ESCALA

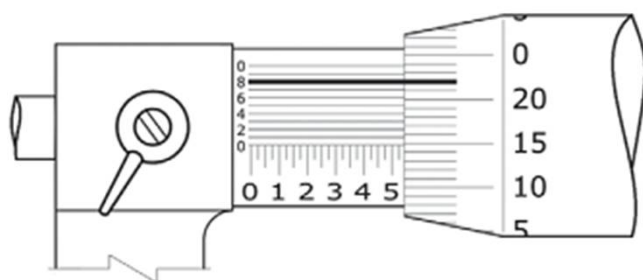


$(9^\circ 15' \pm 5')$



$(64^\circ 30' \pm 5')$

ERRO DE ESCALA



$$E_E = \frac{MDP}{NDN} = \frac{(1/100) \text{ mm}}{10} = 0,001 \text{ mm}$$

$$5,25 + \frac{14,8}{100} = 5,398$$

$(5,398 \pm 0,001) \text{ mm}$

ERRO DE ESCALA

MINIMIZANDO ERRO DE ESCALA:

Utilizar instrumentos mais precisos, com menores divisões de escala.

Exemplo para instrumentos de medida de comprimento:

maior precisão ↓	Régua centimetrada	$E_E = 0,5 \text{ cm}$	5 mm
	Régua milimetrada	$E_E = 0,05 \text{ cm}$	0,5 mm
	Paquímetro (nônio de 10 div.)	$E_E = 0,01 \text{ cm}$	0,1 mm
	Paquímetro (nônio de 20 div.)	$E_E = 0,005 \text{ cm}$	0,05 mm
	Paquímetro (nônio de 50 div.)	$E_E = 0,002 \text{ cm}$	0,02 mm
	Micrômetro	$E_E = 0,0005 \text{ cm}$	0,005 mm
	Micrômetro (nônio de 10 div.)	$E_E = 0,0001 \text{ cm}$	0,001 mm

PAQUÍMETRO E MICRÔMETRO

COMPLEMENTO: COMO UTILIZAR O PAQUÍMETRO E O MICRÔMETRO?

Prof. Salézio Momm

<https://www.youtube.com/watch?v=sHrmSNg4QWY&t=852s>

Assistir entre: (início – 17min20s) e (25min40s – 29min20s)



PAQUÍMETRO E MICRÔMETRO

SIMULADORES VIRTUAIS DOS INSTRUMENTOS (PRÁTICA DE MEDIDAS!)

Prof. Eduardo Stefanelli

Micrômetro

https://www.stefanelli.eng.br/micrometro-virtual-milimetro-centesimal-simulador/#swiffycontainer_1

Micrômetro com nônio

<https://www.stefanelli.eng.br/micrometro-milimetro-milesimal-leitura-uso/>

Paquímetro com nônio de 10 divisões

<https://www.stefanelli.eng.br/nonio-virtual-milimetro-decimal-simulador/>

Paquímetro com nônio de 20 divisões

https://www.stefanelli.eng.br/paquimetro-virtual-simulador-milimetro-05/#swiffycontainer_1

Paquímetro com nônio de 50 divisões

<https://www.stefanelli.eng.br/paquimetro-virtual-simulador-milimetro-02/>

ERRO ALEATÓRIO

Calculado quando são feitas várias medidas nas mesmas condições

Muito comum quando se faz “medidas em triplicata”, etc. (verificação de reprodutibilidade!)



ERRO ALEATÓRIO

Conjunto de Medidas: $x_1 ; x_2 ; \dots ; x_n$

Valor médio: $x_m = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$

Desvio das medidas: $\Delta x_i = x_i - x_m$

Desvio padrão: $\sigma = \sqrt{\frac{(\Delta x_1)^2 + (\Delta x_2)^2 + \dots + (\Delta x_n)^2}{n - 1}}$

Desvio padrão da média: $\sigma_m = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

Erro aleatório: $E_A = t \cdot \sigma_m$

escrita final da medida:

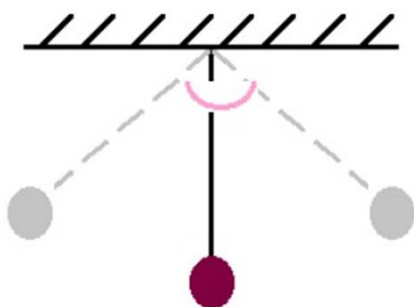
$$G = (x_m \pm E_A) u$$

usa o valor médio

Erro arredondado somente no final, sempre para mais e só com 1 algarismo significativo!

ERRO ALEATÓRIO

Exemplo: 4 medidas hipotéticas do período (T) do pêndulo simples



Medidas:

$$x_1 = 2,0 \text{ s}$$

$$x_2 = 1,9 \text{ s}$$

$$x_3 = 2,2 \text{ s}$$

$$x_4 = 2,0 \text{ s}$$

ERRO ALEATÓRIO

Medidas:

$$x_1 = 2,0 \text{ s}$$

$$x_2 = 1,9 \text{ s}$$

$$x_3 = 2,2 \text{ s}$$

$$x_4 = 2,0 \text{ s}$$

1) Calcular a média:

$$x_m = \frac{2,0 + 1,9 + 2,2 + 2,0}{4} = 2,025$$

2) Calcular os desvios: $\Delta x_i = x_i - x_m$

$$\Delta x_1 = -0,025 \quad \Delta x_2 = -0,125 \quad \Delta x_3 = 0,175 \quad \Delta x_4 = -0,025$$

3) Calcular o desvio padrão:

$$\sigma = \sqrt{\frac{(\Delta x_1)^2 + (\Delta x_2)^2 + \dots + (\Delta x_n)^2}{n - 1}} = \sqrt{\frac{0,000625 + 0,015625 + 0,030625 + 0,000625}{3}} =$$

$$\sigma = 0,12583057$$

ERRO ALEATÓRIO

Medidas:

$$x_1 = 2,0 \text{ s}$$

$$x_2 = 1,9 \text{ s}$$

$$x_3 = 2,2 \text{ s}$$

$$x_4 = 2,0 \text{ s}$$

4) Calcular o desvio padrão da média:

$$\sigma_m = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{0,12583057}{\sqrt{4}} = 0,0629153$$

5) Calcular o erro aleatório:

$$E_A = t \cdot \sigma_m = 1 \cdot 0,0629153 = 0,0629153$$

6) Escrever a medida, arredondando o erro (para mais) e ajustando os significativos:

$$T = (2,025 \pm 0,06291) \quad T = (2,025 \pm 0,07)$$

$$T = (2,02 \pm 0,07) \text{ s}$$

ERRO ALEATÓRIO

MINIMIZANDO ERRO ALEATÓRIO:

Identificar os fatores aleatórios que interferem no seu sistema e buscar formas de evitá-los (chamamos isso de “controlar bem o experimento”)

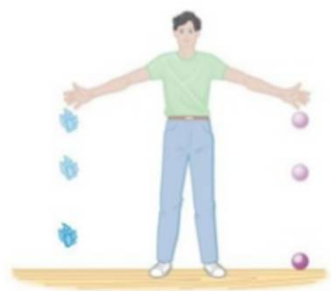


Câmara anecoica:

Ambiente bastante controlado para evitar interferências externas sonoras e/ou eletromagnéticas

ERRO SISTEMÁTICO

Fatores externos que influenciam no resultado do experimento “na mesma direção” (ao contrário do aleatório, que influencia “tanto para mais quanto para menos” aleatoriamente)



ERRO SISTEMÁTICO

MINIMIZANDO ERRO SISTEMÁTICO:

Verificar a calibração dos instrumentos (importância de “medidas-padrão”)

Obedecer os parâmetros de utilização dos instrumentos

