INSTITUTO FEDERAL
Santa Catarina

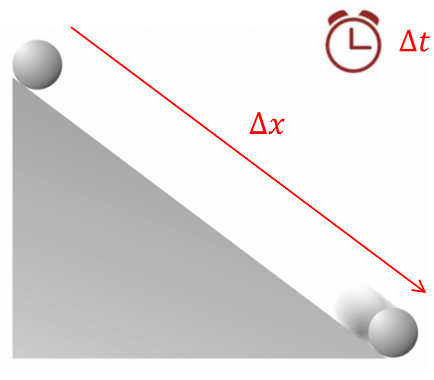
PESQUISA QUANTITATIVA – PRÁTICAS DE LABORATÓRIO

PROPAGAÇÃO DE ERRO

Prof. Marcelo Girardi Schappo
FÍSICA

QUANDO PRECISO CALCULAR O ERRO PROPAGADO?

Serve para quando quero determinar a incerteza de uma grandeza “y” que é CALCULADA a partir de outras grandezas (x_1, x_2, x_3, ...) que foram MEDIDAS.



velocidade média (v)

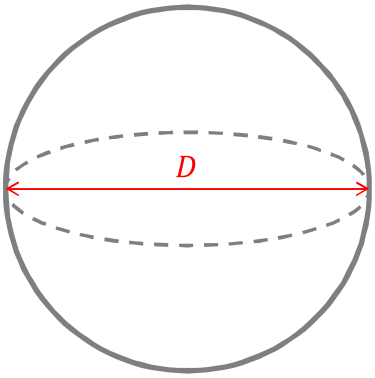
$(y \pm E_P)$ ← $v = \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$ → $(x_1 \pm E_1)$, $(x_2 \pm E_2)$

↓

como calcular?

QUANDO PRECISO CALCULAR O ERRO PROPAGADO?

Serve para quando quero determinar a incerteza de uma grandeza “y” que é CALCULADA a partir de outras grandezas (x_1, x_2, x_3, ...) que foram MEDIDAS.



volume de uma esfera (V)

$(y \pm E_P)$

$$V = \frac{\pi . D^3}{6}$$

$(x_1 \pm E_1)$

como calcular?

ERRO PROPAGADO EM CADA OPERAÇÃO

A vantagem de usar essas fórmulas ocorre em situações em que a grandeza calculada depende de poucas medidas e poucas operações entre elas.

Soma	$y = x_1 + x_2$	$E_P = E_1 + E_2$
Subtração	$y = x_1 - x_2$	$E_P = E_1 + E_2$
Soma/subtração com constante a	$y = x_1 \pm a$	$E_P = E_1$
Multiplicação de medidas	$y = x_1 . x_2$	$E_P = x_1 . E_2 + x_2 . E_1$
Divisão de medidas	$y = \frac{x_1}{x_2}$	$E_P = \frac{x_1 . E_2 + x_2 . E_1}{x_2^2}$
Multiplicação por constante a	$y = a . x_1$	$E_P = a . E_1$
Potência	$y = {x_1}^n$	$E_P = n . {x_1}^{n-1} . E_1$
Logaritmo de base 10	$y = log(x_1)$	$E_P = \frac{0{,}4343 . E_1}{x_1}$
Logaritmo natural	$y = ln(x_1)$	$E_P = \frac{E_1}{x_1}$
Exponencial base e	$y = e^{x_1}$	$E_P = e^{x_1} . E_1$
Exponencial base qualquer a	$y = a^{x_1}$	$E_P = a^{x_1} . ln(a) . E_1$

Exemplo: determinar o volume da esfera, com seu devido erro, a partir da medida do diâmetro

$$V = \frac{\pi . D^3}{6} \qquad D = (1{,}225 \pm 0{,}005)\ cm$$

1º operação: potência

$$D^3 = 1{,}225^3 = 1{,}838265625$$

1º erro propagado:

$$E_{P1} = n.{x_1}^{n-1}.E_1 = 3.(1{,}225)^2.0{,}005$$

$$E_{P1} = 0{,}022509375$$

2º operação: multiplicação por constante

$$\frac{\pi}{6}.D^3 = \frac{3{,}1415926}{6}.1{,}838265625$$

$$\frac{\pi}{6}.D^3 = 0{,}962513614$$

2º erro propagado:

$$E_{P2} = a.E_{P1} = \frac{3{,}1415926}{6}.0{,}022509375$$

$$E_{P2} = 0{,}01178588$$

Exemplo: determinar o volume da esfera, com seu devido erro, a partir da medida do diâmetro

$$V = \frac{\pi . D^3}{6} \qquad D = (1{,}225 \pm 0{,}005)\ cm$$

Resultado final

$$V = (0{,}962513614 \pm 0{,}01178588)\ cm^3$$

$$V = (0{,}962513614 \pm 0{,}02)\ cm^3$$

$$\boxed{V = (0{,}96 \pm 0{,}02)\ cm^3}$$

Lembrete: erro só se arredonda no final, sempre para mais, com somente 1 significativo!

ERRO PROPAGADO POR DERIVADAS PARCIAIS

A vantagem de usar esse método é fazer de forma mais direta quando a grandeza calculada depende de muitas operações entre muitas grandezas medidas diferentes.

$$E_P = \left|\frac{\partial y}{\partial x_1}\right|.E_1 + \left|\frac{\partial y}{\partial x_2}\right|.E_2 + \cdots + \left|\frac{\partial y}{\partial x_n}\right|.E_n$$

Exemplo:

$$V = \frac{\pi.D^3}{6} \longrightarrow y = \frac{\pi}{6}.{x_1}^3 \qquad \frac{\partial y}{\partial x_1} = 3.\frac{\pi}{6}.{x_1}^2$$

$$\boxed{E_P = \frac{\pi}{2}.{x_1}^2.E_1}$$

$$E_P = \left|\frac{\partial y}{\partial x_1}\right|.E_1 + \left|\frac{\partial y}{\partial x_2}\right|.E_2 + \cdots + \left|\frac{\partial y}{\partial x_n}\right|.E_n$$

Exemplo:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \longrightarrow y = \frac{x_1}{x_2} \qquad \frac{\partial y}{\partial x_1} = \frac{1}{x_2}$$

$$\frac{\partial y}{\partial x_2} = -\frac{x_1}{{x_2}^2}$$

$$\boxed{E_P = \frac{1}{x_2}.E_1 + \frac{x_1}{{x_2}^2}.E_2}$$