3ª Avaliação de Álgebra Linear

Nota:

Prof. Rafael L. Arruda - INMA/UFMS, 23/11/2023, Turma T03

Nome: ______________________________________

RGA: ____________________

Instruções

1. Em folhas separadas, resolva as questões apresentando todos os passos das suas soluções; respostas sem justificativas não serão consideradas.
2. Nas folhas de soluções, informe o seu nome, RGA e turma.
3. As questões podem ser resolvidas a lápis ou à caneta; a ordem das soluções das questões não é relevante.

Questão 1 / 4 p. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ dado por

$$T(x, y, z) = (2x + 2y + 3y, x + 2y + z, 2x - 2y + z).$$

(a) Forneça a matriz de T em relação à base canônica de $\mathbb{R}^3$.

(b) Calcule o polinômio característico de T.

(c) Encontre os autovalores de T.

(d) Descreva os autoespaços de T associados aos seus autovalores.

(e) Com base nos resultados obtidos, decida se o operador T é diagonalizável. Em caso positivo, forneça a matriz de T em relação à uma base de $\mathbb{R}^3$ formada por autovetores.

Questão 2 / 2 p.

(a) Prove que uma matriz quadrada A e sua transposta A^t têm os mesmos autovalores.

(b) Prove que se A é uma matriz quadrada cujas colunas somam 1, então $\lambda = 1$ é um autovalor de A.

Questão 3 / 2 p. No $\mathbb{R}$-espaço vetorial $C([0, 1], \mathbb{R})$ com o produto interno canônico, calcule o ângulo entre as funções $p(t) = t + 2$ e $q(t) = 2t - 3$.

Questão 4 / 2 p. Considere o $\mathbb{R}$-espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ com o produto interno dado por

$$\langle (a, b, c, d), (x, y, z, w) \rangle = 2ax + by + cz + dw,$$

para cada $(a, b, c, d), (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4$. Encontre uma base para $[(1, 2, 0, -1), (2, 0, -1, 1)]^\perp$.