

## 2ª Lista de Exercícios

(Matrizes, Operações com Matrizes)

1. Considere as matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 6 & -5 & 4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 4 \\ -3 \\ 5 \end{bmatrix}$$

e

$$C = \begin{bmatrix} 7 & 3 & 2 \\ -4 & 3 & 5 \\ 6 & 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

- (a) Quais os valores de  $a_{12}$ ,  $a_{22}$  e  $a_{23}$ ?
- (b) Quais os valores de  $b_{11}$  e  $b_{31}$ ?
- (c) Quais os valores de  $c_{13}$ ,  $c_{31}$  e  $c_{33}$ ?

2. Sabendo que

$$\begin{bmatrix} a+b & c+d \\ c-d & a-b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 10 & 2 \end{bmatrix},$$

encontre os valores de  $a$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$ .

3. Sabendo que

$$\begin{bmatrix} a+2b & 2a-b \\ 2c+d & c-2d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix},$$

encontre os valores de  $a$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$ .

4. Considere as matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & 5 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix},$$

$$E = \begin{bmatrix} 2 & -4 & 5 \\ 0 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} -4 & 5 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

e

$$O = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Se estiverem definidas, calcule as matrizes:

- (a)  $C + E$  e  $E + C$
- (b)  $A + B$
- (c)  $D - F$

(d)  $-3C + 5O$

(e)  $2C - 3E$

(f)  $2D - F$

5. Um grande fabricante de aço, que tem 2.000 funcionários, lista o salário de cada funcionário como uma entrada de uma matriz  $S$  de tamanho  $2.000 \times 1$ . Se um aumento salarial geral de 8% tiver sido aprovado, encontre uma expressão envolvendo  $S$  que forneça em suas entradas os novos salários de todos os funcionários.

6. Uma corretora registra os valores altos e baixos do preço das ações da IBM a cada dia. A informação em uma dada semana é apresentada em duas matrizes,  $A$  e  $B$ , ambas de tamanho  $7 \times 1$ , contendo em suas entradas os valores alto e baixo, respectivamente. Qual expressão fornece os valores médios diários do preço das ações da IBM durante toda a semana?

7. Considere novamente as matrizes do Exercício 4. Se estiverem definidas, calcule as matrizes:

(a)  $AB$  e  $BA$

(b)  $AC$  e  $CA$

(c)  $EO$  e  $OE$

(d)  $EB + F$

(e)  $AB + D^2$ , onde  $D^2 = DD$

8. (a) Prove que a  $j$ -ésima coluna da matriz produto  $AB$  é igual a matriz produto  $Ab_j$ , onde  $b_j$  é a  $j$ -ésima coluna de  $B$ . Conclua que  $AB$  pode ser escrita em termos de colunas como

$$AB = [Ab_1 \quad Ab_2 \quad \cdots \quad Ab_n].$$

(b) Prove que a  $i$ -ésima linha da matriz produto  $AB$  é igual a matriz produto  $a_i B$ , onde  $a_i$  é a  $i$ -ésima linha de  $A$ . Conclua que  $AB$  pode ser escrita em termos de linhas como

$$AB = \begin{bmatrix} a_1 B \\ a_2 B \\ \vdots \\ a_m B \end{bmatrix}.$$

9. Um fabricante de móveis faz cadeiras e mesas, cada uma das quais deve passar por um processo de montagem e um processo de acabamento. Os tempos necessários para esses processos são dados (em horas) pela matriz

$$A = \begin{bmatrix} & \text{Processo de montagem} & \text{Processo de acabamento} \\ 2 & & 2 \\ 3 & & 4 \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{Cadeira} \\ \text{Mesa} \end{matrix}$$

O fabricante tem uma fábrica em Água Clara e outra em Campo Grande. As taxas horárias para cada um dos processos são dados (em reais) pela matriz

$$B = \begin{bmatrix} & \text{Água Clara} & \text{Campo Grande} \\ 9 & & 10 \\ 10 & & 12 \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{Processo de montagem} \\ \text{Processo de acabamento} \end{matrix}$$

O que as entradas da matriz produto  $AB$  informam ao fabricante?

10. Um projeto de pesquisa em dieta inclui adultos e crianças dos sexos masculino e feminino. A composição dos

participantes do projeto é dada pela matriz

$$A = \begin{bmatrix} & \text{Adultos} & \text{Crianças} \\ 80 & & 120 \\ 100 & & 200 \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{Masculino} \\ \text{Feminino} \end{matrix}$$

O número de gramas diárias de proteína, gordura e carboidratos consumidas por cada criança e adulto é dada pela matriz

$$B = \begin{bmatrix} & \text{Proteína} & \text{Gordura} & \text{Carboidrato} \\ 20 & & 20 & 20 \\ 10 & & 20 & 30 \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{Adulto} \\ \text{Criança} \end{matrix}$$

- (a) Quantas gramas de proteína são consumidas diariamente pelos indivíduos do sexo masculino?
- (b) Quantas gramas de gordura são consumidas diariamente pelos indivíduos do sexo feminino?

## Respostas

1. (a)  $a_{12} = -3$ ,  $a_{22} = -5$  e  $a_{23} = 4$

(b)  $b_{11} = 4$  e  $b_{31} = 5$

(c)  $c_{13} = 2$ ,  $c_{31} = 6$  e  $c_{33} = -1$

2.  $a = 3$ ,  $b = 1$ ,  $c = 8$  e  $d = -2$

3.  $a = 0$ ,  $b = 2$ ,  $c = 1$  e  $d = 2$

4. (a)  $C + E = E + C = \begin{bmatrix} 5 & -5 & 8 \\ 4 & 2 & 9 \\ 5 & 3 & 4 \end{bmatrix}$

(b) Não é possível somar as matrizes  $A$  e  $B$ , pois elas possuem tamanhos distintos.

(c)  $\begin{bmatrix} 7 & -7 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

(d)  $\begin{bmatrix} -9 & 3 & -9 \\ -12 & -3 & -15 \\ -6 & -3 & -9 \end{bmatrix}$

(e) Não é possível subtrair a matriz  $3E$  da matriz  $2C$ , pois elas possuem tamanhos distintos.

(f)  $\begin{bmatrix} 10 & -9 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$

5.  $S + 0,08S$

6.  $\frac{1}{7}(A + B)$

7. (a)  $AB = \begin{bmatrix} 14 & 8 \\ 16 & 9 \end{bmatrix}$  e  $BA = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 10 \\ 7 & 8 & 17 \end{bmatrix}$

(b)  $AC = \begin{bmatrix} 17 & 4 & 22 \\ 18 & 3 & 23 \end{bmatrix}$ , mas  $CA$  não está definida.

(c)  $EO = OE = O$

(d) Não é possível somar as matrizes  $EB$  e  $F$ , pois elas possuem tamanhos distintos.

(e)  $\begin{bmatrix} 19 & -6 \\ 30 & 21 \end{bmatrix}$

9. As entradas de  $AB$  informam ao fabricante o custo total de fabricação de cada tipo de móvel em cada cidade:

	Água Clara	Campo Grande	
$AB = \begin{bmatrix}$	38	44	Cadeira
	67	78	Mesa
$\left. \vphantom{\begin{bmatrix} 38 \\ 67 \end{bmatrix}} \right]$			

10. (a) 2.800 gramas de proteína são consumidas diariamente pelos indivíduos do sexo masculino.

(b) 6.000 gramas de gordura são consumidas diariamente pelos indivíduos do sexo feminino.