

## 4ª Lista de Exercícios

(Método de Gauss-Jordan)

1. Para cada um dos sistemas de equações lineares abaixo, (i) encontre a matriz ampliada do sistema, e (ii) resolva o sistema pelo método de Gauss-Jordan.

$$(a) \begin{cases} x + y + 2z = -1 \\ x - 2y + z = -5 \\ 3x + y + z = 3 \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} x + y + 2z + 3w = 13 \\ x - 2y + z + w = 8 \\ 3x + y + z - w = 1 \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} x + y + z = 1 \\ x + y - 2z = 3 \\ 2x + y + z = 2 \end{cases}$$

$$(d) \begin{cases} 2x + y + z - 2w = 1 \\ 3x - 2y + z - 6w = -2 \\ x + y - z - w = -1 \\ 6x + z - 9w = -2 \\ 5x - y + 2z - 8w = 3 \end{cases}$$

2. Para cada uma das matrizes abaixo, (i) escreva o sistema de equações lineares associado, e (ii) resolva o sistema pelo método de Gauss-Jordan.

$$(a) \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{array} \right]$$

$$(b) \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 8 \\ 1 & 3 & 0 & 7 \\ 1 & 0 & 2 & 3 \end{array} \right]$$

$$(c) \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 3 & -3 \\ 0 & 2 & 1 & -3 \\ 1 & 0 & 2 & -1 \end{array} \right]$$

$$(d) \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 7 \\ 2 & 0 & 1 & 4 \\ 1 & 0 & 2 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 11 \\ 2 & 1 & 4 & 12 \end{array} \right]$$

3. Encontre, caso exista, a inversa de cada uma das matrizes abaixo.

$$(a) \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 6 \end{bmatrix}$$

$$(b) \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$$

$$(c) \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$(d) \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$(e) \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 & 1 \\ -1 & 3 & -3 & -2 \\ 2 & 0 & 1 & 5 \\ 3 & 1 & -2 & 5 \end{bmatrix}$$

$$(f) \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

## Respostas

1. (a) (i)  $\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 1 & -2 & 1 & -5 \\ 3 & 1 & 1 & 3 \end{array} \right]$

(ii)  $(1, 2, -2)$

(b) (i)  $\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 2 & 3 & 13 \\ 1 & -2 & 1 & 1 & 8 \\ 3 & 1 & 1 & -1 & 1 \end{array} \right]$

(ii)  $(-2 + w, -1, 8 - 2w, w)$ , onde  $w \in \mathbb{R}$

(c) (i)  $\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & 1 & 2 \end{array} \right]$

(ii)  $(1, \frac{2}{3}, -\frac{2}{3})$

(d) (i)  $\left[ \begin{array}{cccc|c} 2 & 1 & 1 & -2 & 1 \\ 3 & -2 & 1 & -6 & -2 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & -1 \\ 6 & 0 & 1 & -9 & -2 \\ 5 & -1 & 2 & -8 & 3 \end{array} \right]$

(ii) O sistema não admite solução

2. (a) (i)  $\begin{cases} x + y + z = 0 \\ x + y = 3 \\ y + z = 1 \end{cases}$

(ii)  $(-1, 4, -3)$

(b) (i)  $\begin{cases} x + 2y + 3z + w = 8 \\ x + 3y + w = 7 \\ x + 2z + w = 3 \end{cases}$

(ii)  $(1 - w, 2, 1, w)$ , onde  $w \in \mathbb{R}$

(c) (i)  $\begin{cases} x + y + 3z - 3w = 0 \\ 2y + z - 3w = 3 \\ x + 2z - w = -1 \end{cases}$

(ii)  $(1 - w, 2 + w, -1 + w, w)$ , onde  $w \in \mathbb{R}$

(d) (i)  $\begin{cases} x + 2y + z = 7 \\ 2x + z = 4 \\ x + 2z = 5 \\ x + 2y + 3z = 11 \\ 2x + y + 4z = 12 \end{cases}$

(ii)  $(1, 2, 2)$

3. (a)  $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{12} \end{bmatrix}$

(b) A matriz não é invertível

(c)  $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ -\frac{3}{2} & \frac{5}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$

(d)  $\begin{bmatrix} \frac{3}{5} & -\frac{3}{5} & -\frac{1}{5} \\ \frac{2}{5} & \frac{3}{5} & -\frac{4}{5} \\ -\frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{2}{5} \end{bmatrix}$

(e) A matriz não é invertível

(f)  $\begin{bmatrix} \frac{7}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{2}{3} \\ \frac{4}{9} & -\frac{1}{9} & -\frac{4}{9} & \frac{1}{9} \\ -\frac{1}{9} & -\frac{2}{9} & \frac{1}{9} & \frac{2}{9} \\ -\frac{5}{3} & \frac{2}{3} & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$