Universidade Federal de São João del Rei
Campus Tancredo Neves - Ciência da Computação

TRABALHO PRÁTICO 2

Oscar Alves Jonson Neto
Geraldo Arthur Detomi

São João del-Rei
2025

Sumário

1. Introdução

Este projeto tem como objetivo apresentar o desenvolvimento do Trabalho Prático 2 da disciplina de Projeto e Análise de Algoritmos, ofertada pelo docente Leonardo Chaves Dutra da Rocha.

1.1 Enunciado

O objetivo é auxiliar Zorc a definir um trajeto e uma estratégia de recrutamento que maximize a habilidade total do exército, respeitando as restrições da nave. O problema consiste em, dado um conjunto de P povos, as características dos soldados de cada povo (peso e habilidade), as distâncias dij entre os povos conectados, uma capacidade máxima de peso W e uma distância máxima D que pode ser percorrida, determinar o caminho e a quantidade de soldados a recrutar em cada povo visitado de forma a maximizar a soma total das habilidades dos soldados recrutados.

1.2 Análise de entradas e saídas

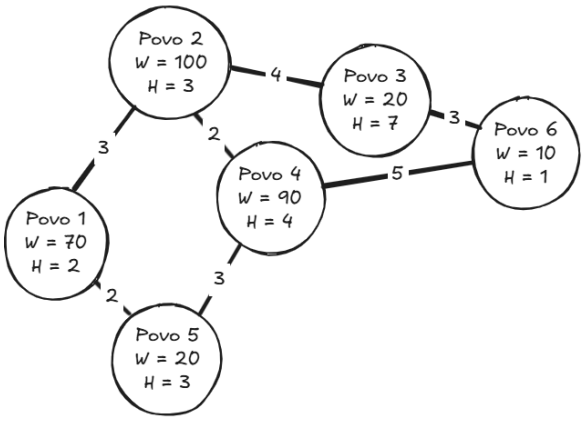
O programa recebe os dados de entrada a partir de um arquivo. A primeira linha do arquivo contém um inteiro K, indicando o número de entradas de teste. Para cada entrada temos:

- Uma linha contendo quatro inteiros: P (número de povos), $Dmax$ (distância máxima que Zorc pode andar), $Wmax$ (peso máximo da nave) e C (quantidade de caminhos diretos entre povos).
- P linhas seguintes, cada uma descrevendo um povo: pi (identificador do povo), wi (peso dos soldados do povo pi) e hi (habilidade dos soldados do povo pi). A habilidade H varia de 1 a 10.
- C linhas seguintes, cada uma descrevendo um caminho: pu, pv (povos conectados) e duv (distância entre pu e pv). Se um par de povos não estiver listado, não há caminho direto entre eles.

Para cada entrada de teste, o programa deve imprimir a habilidade total máxima do exército recrutado, seguida pelas tuplas: povo visitado e a quantidade de soldados recrutados nesse povo.

Exemplo de entrada:

6 10 310 7 (Povos, Distância, Peso e Caminhos)
1 70 2 (Identificador do povo, peso do soldado e habilidade dos soldados)
2 100 3
3 20 7
4 90 4
5 20 3
6 10 1
1 2 3 (Povo i, Povo j e a distância que os liga)
1 5 2
2 3 4
2 4 2
3 6 3
4 5 3
4 6 5



Grafo montado através da entrada fornecida acima

2. Análise do Problema

2.1 Desafios e Componentes Fundamentais

Zorc precisa montar o exército mais forte possível no Mundo de Zambis, e isso envolve uma série de decisões interligadas. Ele pode começar em qualquer um dos P povos e, a cada passo, decide para onde ir e quantos soldados recrutar.

As limitações são duas: o peso máximo que a nave pode carregar ($Wmax$) e a distância total que Zorc pode percorrer ($Dmax$). A cada novo grupo de soldados recrutados a

nave perde capacidade, e a cada deslocamento entre povos uma parte da distância permitida é consumida. Por isso, não é possível visitar todos os povos nem recrutar todos os soldados que quiser.

O objetivo é simples: recrutar o maior total de habilidade possível. Para isso, é preciso decidir bem quais povos visitar, em que ordem, e quantos soldados levar de cada um — tudo isso respeitando as restrições.

Problemas análogos ao de Zorc são frequentes no mundo real. Considere, por exemplo, a **logística de distribuição de mercadorias**: uma empresa precisa definir rotas para seus veículos (limitados por capacidade de carga e autonomia/tempo) para coletar ou entregar produtos em diferentes localidades, visando maximizar o lucro ou minimizar custos.

2.2 Estratégia da Resolução

Para resolver o problema de maximizar a habilidade total do exército de Zorc, foram implementadas duas estratégias distintas:

Programação Dinâmica (DP): Esta abordagem visa encontrar a solução ótima global. No contexto do problema de Zorc, a DP explora sistematicamente as escolhas de recrutar soldados no povo atual ou de se mover para um povo vizinho, mantendo o controle das restrições de peso e distância. Para evitar recálculos e garantir a eficiência, uma tabela de memorização é utilizada para armazenar os resultados de estados já visitados. O objetivo é encontrar a sequência de decisões que leva à maior habilidade acumulada ao final da jornada.

Heurística Gulosa: Esta estratégia busca uma solução boa de forma rápida, fazendo escolhas localmente ótimas em cada etapa. A decisão gulosa se baseia em uma métrica de "eficiência" calculada para cada possível próximo passo (visitar um vizinho e/ou recrutar). Esta métrica considera a habilidade e o peso dos soldados, bem como a distância para alcançar o próximo povo.

3. Desenvolvimento do Código

Diante da estratégia de resolução, usamos dois métodos para resolver o problema, sendo o primeiro a **Programação Dinâmica** que nos dá uma solução ótima porém utilizando mais memória e processamento, e também uma heurística de nossa escolha, que no caso, escolhemos uma **Heurística Gulosa** que busca uma solução boa, utilizando

menos recursos e processamento que a programação dinâmica, e que em alguns casos pode dar também, a solução ótima do problema.

Para facilitar o desenvolvimento e entendimento do código, dividimos o algoritmo em módulos:

- dp_util.c
- entrada.c
- main.c
- mundo_zambis.c
- resposta.c
- strategy_guloso.c
- strategydp.c
- tempo.c

Mas os módulos principais são mundo_zambis.c, strategydp.c, dp_util.c, strategy_guloso.c e main.c, que vamos analisar agora.

3.1 mundo_zambis.c

O módulo **mundo_zambis.c** é central para a representação do ambiente do problema. Ele é o responsável por gerenciar a struct MundoZambis e também a struct NaveZorc, que encapsulam todos os dados relativos ao mapa, aos povos e às e às restrições da nave de Zorc. A função **criar_mundo_zambis** é responsável por alocar dinamicamente a memória necessária para estas estruturas, incluindo uma matriz de adjacência para o grafo de povos, e ponteiros para as habilidades e pesos dos soldados de cada povo.

Funções como **get_habilidade_por_povo**, **get_peso_por_povo**, **sao_povos_vizinhos** e **get_distancia_entre_povos**, fornecem interfaces controladas para acessar esses dados. Já a liberação da memória alocada é feita por **destruir_mundo_zambis** que recebe a struct MundoZambis e muda todos os valores dos ponteiros para NULL e os desaloca para evitar vazamentos de memória.

3.2 strategydp.c e dp_util.c

O módulo **strategydp.c** é o responsável pela implementação da estratégia de Programação Dinâmica, cujo objetivo é determinar a solução ótima para o problema de recrutamento de Zorc.

A função central desta estratégia é **calc_maximo_habilidade_dp**, a função calcula recursivamente a máxima habilidade que pode ser obtida a partir de um estado, considerando duas ações principais:

(1) Recrutar soldados no povo atual, o que consome peso e adiciona habilidade, mantendo Zorc no mesmo povo para uma possível próxima ação de recrutamento;

(2) Mover-se para um povo vizinho, consumindo distância e começando um novo estado no povo vizinho.

Os resultados de cada estado (povo, peso, distância) são computados e armazenados em uma tabela de memoização $dp\_data->memo$, fornecida pelo módulo **dp_util.c**, para evitar recálculos.

O módulo **dp_util.c** fornece as ferramentas e estruturas de dados para a programação dinâmica. A struct $DPData$ encapsula as matrizes tridimensionais memo e estados, sendo estados uma struct $Estado$ que está interligada com $DPData$. Este módulo contém funções para a alocação dinâmica através dos métodos **alocar_matriz_tridimensional** e **alocar_matriz_tridimensional_estado**, inicialização da struct $DPData$ com o método **inicializar_DPDAta** e reinicialização através de **resetar_DPData,** que preenche $memo$ com -1, e por fim, para a liberação dessas matrizes e structs, temos **liberar_matriz_tridimensional** , **liberar_matriz_tridimensional_estado**, e **liberar_DPDAta** que desalocam as memórias e as preenche com NULL.

Após a tabela $memo$ ser completamente preenchida pela função recursiva para um dado ponto de partida, o método **reconstruir_caminho_dp** é chamado. Este método utiliza a tabela $dp\_data->estados$, que armazena, para cada estado, o estado predecessor que levou à sua solução ótima para traçar o caminho de decisões tomadas, identificando os povos visitados e a quantidade de soldados recrutados em cada um.

A função de interface do módulo, **get_max_habilidade_path**, orquestra todo o processo da programação dinâmica. Ela itera por todos os P povos, tratando cada um como um potencial ponto de partida. Para cada partida, $DPData$ é resetado, **calc_maximo_habilidade_dp** é chamada, e o caminho resultante é reconstruído. A função então compara a habilidade total de cada caminho gerado e retorna o $CaminhoSolucao$ que representa a solução globalmente ótima.

3.3 strategy_guloso.c

O módulo **strategy_guloso.c** implementa uma estratégia heurística como alternativa à Programação Dinâmica. Seu objetivo é encontrar boas soluções em menos tempo, especialmente em instâncias maiores, embora sem garantir a otimalidade.

A heurística toma decisões com base em uma métrica local de eficiência, calculada pela função **eficiencia_visita**. Essa eficiência é dada por:

$$(\text{habilidade}[\text{povo}_{\text{vizinho}}]/\text{peso}[\text{povo}_{\text{vizinho}}])/\text{distancia}(\text{povo}_{\text{origem}},\text{povo}_{\text{vizinho}})$$

Ou seja, mede a habilidade pelo peso, penalizada pela distância, priorizando os vizinhos mais vantajosos.

A lógica principal está no método **max_habilidade_guloso_por_povo**, que, a partir de um povo inicial, o algoritmo recruta o máximo possível de soldados respeitando o peso disponível na nave. Em seguida, identifica os vizinhos acessíveis, calcula sua eficiência e os ordena com QuickSort. O vizinho mais eficiente e viável é escolhido como próximo destino. O processo se repete até não haver mais movimentos válidos, seja por distância, peso ou falta de vizinhos vantajosos. Ao final, é construído um $CaminhoSolucao$ com o trajeto percorrido e os recrutamentos feitos.

Por fim, a função **get_caminho_max_habilidade** executa a heurística para cada um dos P povos como ponto de partida e retorna o caminho com maior habilidade total.

3.4 main.c

O módulo **main.c**, é o responsável por executar a função principal do programa, responsável por ler os dados de entrada, processar as instâncias do problema e medir o tempo de execução. Inicialmente, os argumentos da linha de comando são validados; em caso de erro, uma mensagem é exibida e a execução é encerrada.

Com os parâmetros válidos, o programa tenta abrir o arquivo de entrada. Se falhar, trata o erro. Um temporizador é iniciado para medir o tempo total de execução. Em seguida, o programa entra em um laço de repetição K vezes.

A cada laço é lido os parâmetros da entrada: número de povos P, distância máxima $Dmax$, peso máximo $Wmax$ e quantidade de caminhos C, a struct $MundoZambis$ é criada através da função **criar_mundo_zambis,** é iniciado um timer referente a entrada atual, e

por fim através de parâmetro, oferecido na linha de comando, é chamada a função **get_max_habilidade_path** ou **get_caminho_max_habilidade**, que retorna com o caminho solução, o timer da entrada então é finalizado, a resposta é escrita no terminal e em um arquivo de saída, as alocações feitas são liberadas e isso se repete K vezes.

4. Testes

Agora que entendemos como o programa funciona, precisamos rodá-lo e analisar seus resultados e também sua complexidade.

4.1 Análise de Complexidade Programação Dinâmica

A estratégia de Programação Dinâmica foi projetada para encontrar a solução **ótima**. Sua análise de complexidade considera as seguintes variáveis principais:

- P (número total de povos),
- $Wmax$ (capacidade máxima de peso da nave) e
- $Dmax$ (distância máxima que Zorc pode percorrer).

4.1.1 **Função get_max_habilidade_path**

A função **get_max_habilidade_path** é a rotina principal da estratégia de DP, iterando sobre cada um dos P povos como ponto de partida e invocando calc_maximo_habilidade_dp para cada um. A complexidade desta função é, portanto, P multiplicado pela complexidade de uma chamada completa a **calc_maximo_habilidade_dp**.

4.1.2 Função **calc_maximo_habilidade_dp**

Esta é a função central da DP. O número de estados distintos que podem ser alcançados e memorizados é dado pelo produto das dimensões:

$$P \cdot (Wmax+1) \cdot (Dmax+1)$$

Considerando que a tabela de memorização é preenchida uma vez, o custo total para uma execução da DP a partir de um ponto de partida (preenchendo toda a matriz $memo$) é

$$O(P \cdot Wmax \cdot Dmax \cdot P) = O(P^2 \cdot Wmax \cdot Dmax)$$

Portanto, a **complexidade de tempo total** da função **get_max_habilidade_path** é dominada pelo preenchimento da tabela de DP para cada ponto de partida, resultando em

$$O(P \cdot (P^2 \cdot Wmax \cdot Dmax)) = O(P^3 \cdot Wmax \cdot Dmax)$$

A função **reconstruir_caminho_dp** percorre os estados armazenados para montar a solução final. Sua complexidade é aproximadamente

$$O(P + Wmax + Dmax)$$

que é geralmente menor que o custo de preenchimento da tabela de DP.

Ou seja, o algoritmo de programação dinâmica é um algoritmo pseudo-polinomial, e pra piorar, ele também é extremamente custoso, com a complexidade de espaço das matrizes $memo$ e $estados$ estando em $O(P \cdot Wmax \cdot Dmax)$.

4.2 Análise de Complexidade da Heurística Gulosa

A estratégia Gulosa opera iterativamente, fazendo escolhas locais que chegam em um resultado bom, e às vezes em um resultado ótimo. Sua complexidade é analisada em função de P

4.2.1 Função **get_caminho_max_habilidade**

Esta função chama **max_habilidade_guloso_por_povo** para cada um dos P povos, então sua complexidade é P vezes a da função interna.

4.2.2 Função **max_habilidade_guloso_por_povo**

A função **max_habilidade_guloso_por_povo** executa a partir de um $povo\_inicio$ específico, em cada etapa no $povo\_atual$, o algoritmo recruta soldados e, em seguida, ordena os vizinhos alcançáveis (até P−1) pela métrica de $eficiencia\_visita$ usando quickSort ($custo\ O(PlogP)$) para escolher o próximo destino. O loop principal executa no máximo $Lmax$ vezes, portanto a complexidade de tempo desta função é:

$$O(Lmax \cdot PlogP)$$

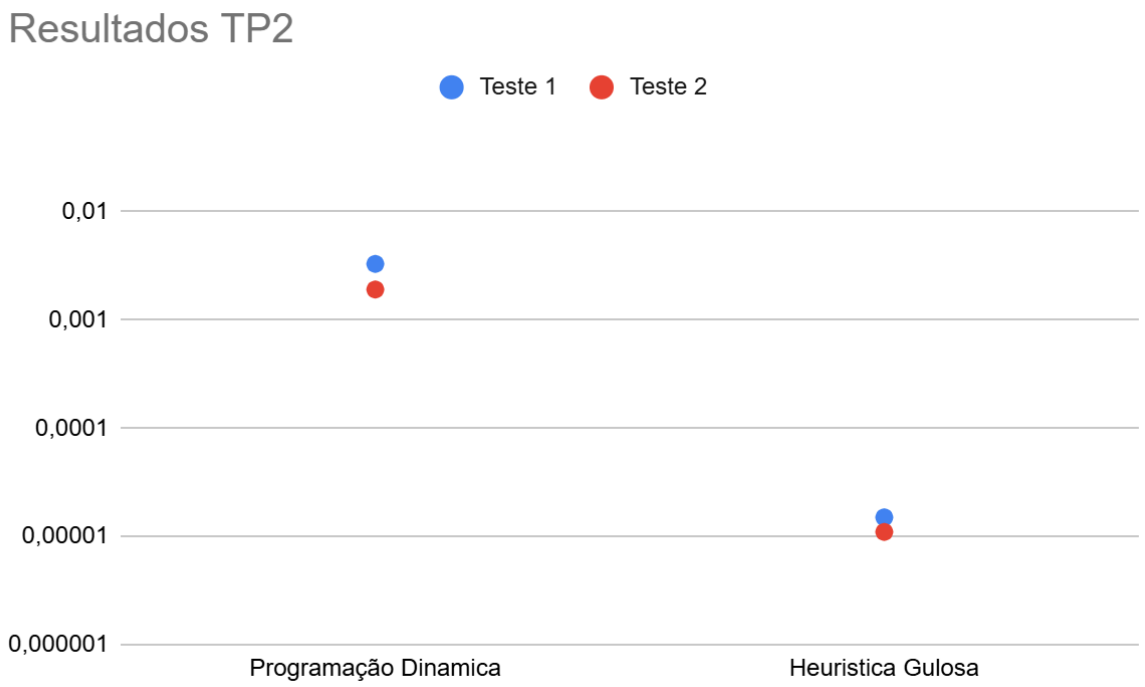
No **pior caso**, com $Lmax \approx P$, a complexidade é $O(P^2 logP)$. Consequentemente, a função **get_caminho_max_habilidade**, que invoca **max_habilidade_guloso_por_povo** P vezes, opera em:

$$O(P^3 logP)$$

O **melhor caso** para **max_habilidade_guloso_por_povo** ocorreria com um caminho muito curto ($Lmax$ pequeno) e poucos vizinhos (k) a ordenar em cada passo, aproximando-se de $O(Lmax \cdot klogk)$, que consequentemente iria acabar operando em $\boldsymbol{O(P \cdot Lmax \cdot klogk)}$ já que **get_caminho_max_habilidade** roda P vezes.

4.3 Análise de Resultados

Agora que entendemos a complexidade do código, vamos rodar o mesmo e analisar os resultados, primeiro vamos analisar o tempo de ambos os códigos,rodando as entradas oferecidas no enunciado do TP, e esses foram os resultados dos teste:



Ou seja, a heurística gulosa foi aproximadamente 100 vezes mais rápida que a solução com programação dinâmica, mas lembrando que em geral a heurística gulosa **dificilmente** retorna uma solução ótima, diferente da programação dinâmica que garante uma solução ótima.

Outro ponto de grande diferença das duas é o uso de memória onde nos testes feitos, tivemos o seguinte retorno:

- Programação Dinâmica: Foram alocados 673,852 bytes ou 673KB.
- Heurística Gulosa: Foram alocados 11380 bytes ou 11KB.

Ou seja, o uso de memória da programação dinâmica é significativamente mais elevado, aproximadamente 59 vezes maior que o da heurística gulosa nos testes realizados.

Especificação da máquina onde foi rodado os testes:

- Processador Intel Core I5-8300h
- 16GB de Ram DDR4
-

5. Conclusão

Este trabalho abordou o problema de otimização do recrutamento de exércitos para o guerreiro Zorc, por meio de duas estratégias: Programação Dinâmica (DP) e uma Heurística Gulosa.

A abordagem por DP garantiu a otimalidade da solução, explorando exaustivamente os estados possíveis com auxílio de memorização. Apesar de seu alto custo computacional em tempo e em espaço, a estratégia entrega sempre a melhor resposta.

Já a Heurística Gulosa prioriza eficiência, com complexidade em tempo e em espaço. Embora não assegure otimalidade, é uma opção prática para instâncias grandes ou quando o tempo de resposta é mais importante.

A comparação entre as abordagens evidencia o dilema entre ótimos resultados e eficiência, reforçando a importância de escolher a estratégia mais adequada ao contexto do problema.

6. Referências

[CORMEN et al., 2012] CORMEN, T. H., Leiserson, C., Rivest, R., and Stein, C (2012). Algoritmos: teoria e prática. LTC.

BACKES, A. LINGUAGEM C: COMPLETA E DESCOMPLICADA. [s.l.] Elsevier, 2012.