

Mécanique des fluides - S3

I Equations de bilans

Definition I.1. Bilan de masse (continuité)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{v}) = 0$$

On en déduit l'équivalence : écoulement incompressible $\leftrightarrow \text{div}(\vec{v}) = 0$

Definition I.2. Bilan de quantité de mouvement

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = -\text{grad}(p) + \mu \Delta \vec{v} + \vec{f}$$

en développant la dérivée droite et en introduisant la viscosité cinématique ($\nu = \frac{\mu}{\rho}$) :

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \text{grad} \cdot \vec{v} = -\frac{\text{grad}(p)}{\rho} + \nu \Delta \vec{v} + \frac{\vec{f}}{\rho}$$

Definition I.3. Loi de Newton

- Tenseur de contraintes : $\bar{\sigma} = -p \bar{I} + \bar{\tau}$
- Tenseur de contraintes visqueuses : $\bar{\tau} = 2 \mu \bar{D} + \eta \text{div}(\vec{v}) \bar{I} = 2 \eta (\bar{D} - \frac{\text{div}(\vec{v})}{3} \bar{I})$
- Tenseur du taux de déformation : $\bar{D} = \text{sym}(\text{grad}(\vec{v}))$
- Taux de variation de volume : $\text{div}(\vec{v}) = \text{tr}(\bar{D})$
- Hypothèse de Stokes sur les coefficients de viscosité (viscosité de volume nulle) : $2\mu + 3\eta = 0$

On en déduit la force totale appliquée sur un solide immergé : $\vec{F} = \int_S \bar{\sigma} \vec{n} dS$

II Analyse des écoulements incompressibles

II.1 Echelles caractéristiques

Definition II.1. Temps caractéristiques

- Temps caractéristiques de transport **advectif** (transport sur L à la vitesse V) : $T_a = \frac{L}{V}$
- Temps caractéristiques de transport **diffusif** (affectation de la ligne σ par la viscosité) : $T_d = \frac{\sigma^2}{\nu}$

Avec **L** la distance caractéristique, **T** le temps caractéristique et **V** la vitesse caractéristique.

Definition II.2. Nombres caractéristiques

- **Nombre de Strouhal** : Caractérise l'instationarité
 $St = \frac{T_a}{T} = \frac{L}{VT} \begin{cases} St \ll 1 \rightarrow \text{quasi-permanent} \\ St \approx 1 \rightarrow \text{instationnaire} \\ St \gg 1 \rightarrow \text{fortement instationnaire} \end{cases}$
- **Nombre de Reynolds** : Caractérise les effets visqueux (matériaux géologiques, bactéries, lubrification ...)
 $Re = \frac{T_d}{T_a} = \frac{VL}{\nu} \approx \frac{\text{force d'inertie}}{\text{force de viscosité}} \begin{cases} Re \ll 1 \rightarrow \text{écoulement rampant} \\ St \approx 1 \rightarrow \text{diffusion et advection du même ordre de grandeur} \\ St \gg 1 \rightarrow \text{effets de viscosité négligeables} \end{cases}$
- **Nombre de Froude** : $St = \frac{V^2}{Lg} \approx \frac{\text{force d'inertie}}{\text{force de pesanteur}}$

Definition II.3. Couche limite (approfondie par la suite)

Distance à la paroi, notée σ , sur laquelle le milieu est affecté par la diffusion.

$$\sigma \approx \sqrt{\nu T_a} \approx \sqrt{\nu T_d}$$

II.2 Rotation dans les écoulements