



INSTRUÇÕES

A prova terá duração de 100 minutos com uma pontuação de 100%.

Nenhum material auxiliar é permitido. O uso de equipamentos eletrônicos é proibido.

Todas as questões só possuem uma resposta correta, e valem o mesmo valor.

Na folha de respostas, preencha totalmente sem ultrapassar as linhas, usando CANETA, o quadrado referente à sua resposta.

QUESTÃO 1

Seja um grafo não-direcionado e não-ponderado G . Seja uma busca em largura de G a partir de um vértice r . Sejam $d(r, u)$ e $d(r, v)$ os comprimentos dos caminhos mais curtos de r para u e v , respectivamente, em G . Se u for visitado antes de v durante a busca em largura, qual das seguintes afirmações está correta?

- ☐ A $d(r, u) > d(r, v)$ ☐ B $d(r, u) \leq d(r, v)$ ☐ C $d(r, u) \geq d(r, v)$ ☐ D $d(r, u) < d(r, v)$

QUESTÃO 2

Seja o grafo não-direcionado $G = (V, E)$. Analise as assertivas a seguir, assinalando V, se a assertiva for verdadeira, ou F, se a assertiva for falsa.

- () K_n (grafo completo) – O grafo completo K_n é regular para todos os valores de $n \geq 1$, já que o grau de cada vértice é $n - 1$.
() C_n (grafo ciclo) – O grafo ciclo C_n é regular para todos os valores de $n \geq 3$, já que o grau de cada vértice é sempre 2.
() W_n (grafo roda) – O grafo roda W_n é regular apenas para $n = 3$.
() W_n (grafo roda) – W_3 é isomorfo ao K_4 .

A ordem correta, de cima para baixo, das respostas destas assertivas é:

- ☐ A V – V – V – V ☐ B V – F – F – F ☐ C F – F – V – F ☐ D F – F – F – V



Rafael Vilefort

CORRIGIDO

QUESTÃO 3

Seja $G = (V, E)$ um grafo direcionado em que V é o conjunto de vértices e E é o conjunto de arestas.

- () Se $G' = (V, E')$ em que $E' = \{(u, v) \mid (u, v) \notin E\}$ então G e G' possuem os mesmos componentes conexos.
- () Se $G' = (V, E')$ em que $E' = \{(u, v) \mid (v, u) \in E\}$ então G e G' possuem os mesmos componentes conexos.
- () Se $G' = (V, E')$ em que $E' = \{(u, v) \mid \text{existe um caminho de tamanho menor ou igual a 2 de } u \text{ para } v \text{ em } E\}$ então G e G' possuem os mesmos componentes conexos.
- () Se $G' = (V', E)$ em que V' é o conjunto de vértices em G que não são isolados então G e G' possuem os mesmos componentes conexos.

☐ A Há duas afirmativas corretas.

☐ C Há três afirmativas corretas.

☐ B Todas as afirmativas estão corretas.

☐ D Há somente uma afirmativa correta.

QUESTÃO 4

Seja $G = (V, E)$ um grafo não direcionado, e (G, W) um grafo ponderado nas arestas. Considere que os pesos das arestas são inteiros positivos e todos os valores são distintos. Analise as assertivas a seguir.

1. A árvore geradora mínima é única.
2. O menor caminho entre quaisquer dois vértices é único pois todos os pesos das arestas são distintos.

☐ S Somente o item (1) está correto.

☐ C Somente o item (2) está correto.

☐ B Nenhum dos itens está correto.

☐ D Os dois itens estão corretos.



Rafael Vilefort

CORRIGIDO

QUESTÃO 5

Seja o grafo não-direcionado $G = (V, E)$. Analise as assertivas a seguir, assinalando V, se a assertiva for verdadeira, ou F, se a assertiva for falsa.

- ☐ Um grafo direcionado é fortemente conexo se há um caminho de um vértice u para outro vértice v ou de v para u .
- ☐ Um grafo não direcionado é conexo se houver caminho entre quaisquer par de vértices.
- ☐ Em um grafo completo com 10 vértices (nomeado de A a J), o número total de circuitos hamiltonianos que iniciam em A é $10!$.
- ☐ Se um grafo possui um caminho (aberto) hamiltoniano então possui um caminho (aberto) euleriano.
- ☐ Se um grafo possui um caminho (aberto) euleriano então ele possui um caminho (aberto) hamiltoniano.
- ☐ Existe um algoritmo para identificar se um grafo possui um ciclo hamiltoniano.
- ☐ Existe um algoritmo para identificar se um grafo possui um ciclo euleriano.

A ordem correta, de cima para baixo, das respostas destas assertivas é:

☐ A F – V – F – F – F – F – V

☐ C V – F – V – V – V – F – F

☒ B F – V – F – F – F – V – V

☐ D V – F – V – V – V – F – F

QUESTÃO 6

Considere um grafo não direcionado G com vértices $\{a, b, c, d, e\}$. No grafo G , cada aresta tem peso distinto. A aresta $\{c, d\}$ é a aresta com peso mínimo e a aresta $\{a, b\}$ é a aresta com peso máximo. Então, qual das afirmações a seguir é falsa?

- ☐ A Toda árvore geradora mínima de G deve conter $\{c, d\}$.
- ☒ B Nenhuma árvore geradora mínima contém $\{a, b\}$.
- ☐ C G tem uma árvore geradora mínima única.
- ☐ D Se $\{a, b\}$ estiver em uma árvore geradora mínima, então sua remoção deve desconectar G .



Rafael Vilefort

CORRIGIDO

QUESTÃO 7

Considere as seguintes afirmações.

- () Não existe grafo simples, conexo e não direcionados com 80 vértices e 77 arestas.
- () Todos os vértices de um grafo de Euler (possui ciclo euleriano) possuem grau par.
- () Todo grafo simples, acíclico, conexo e não direcionado com 50 vértices tem, no mínimo, dois vértices de grau 1.
- () Existe um grafo bipartido com mais que 10 vértices com conjunto independente de tamanho máximo igual a 2.

☐ A Há três afirmativas corretas.

☐ C Há duas afirmativas corretas.

☐ B Há somente uma afirmativa correta.

☒ Todas as afirmativas estão corretas.

QUESTÃO 8

Seja $G = (V, E)$ um grafo não-direcionado, e (G, W) um grafo ponderado nas arestas. Analise as assertivas a seguir.

1. Supondo que todos os pesos das arestas são diferentes, a árvore geradora mínima de G e o a árvore geradora com *bottleneck* mínimo são iguais.
2. Achar uma árvore geradora mínima em G pode ser revolido por meio da solução de um problema de árvore de Steiner quando o critério de otimização é a minimização da soma dos pesos das arestas e os terminais são iguais a V .
3. Seja $T \subseteq G$ uma árvore geradora mínima de G . Sejam dois vértices u e v . Achar o menor caminho entre u e v em G é equivalente a encontrar o menor caminho entre u e v em T .

☒ Somente o item (2) está correto.

☐ C Há somente dois itens corretos.

☐ B Somente o item (3) está correto.

☐ D Nenhum dos itens está correto.



Rafael Vilefort

CORRIGIDO

QUESTÃO 9

Analise as assertivas a seguir, assinalando V, se a assertiva for verdadeira, ou F, se a assertiva for falsa.

- ☐ Um grafo não direcionado e sem ciclos não possui vértices com grau de entrada zero.
- ☐ Seja um grafo $G = (V, E)$, se $e = \{u, v\}$ é uma aresta pertencente à E , pode-se afirmar que: (i) u e v são vértices e pertencem à V ; (ii) u e v são chamados de vértices adjacentes.
- ☐ Seja um grafo $G = (V, E)$, se $e = \{u, v\}$ é uma aresta pertencente à E , pode-se afirmar que: (i) u e v são vértices e pertencem à V ; (ii) u e v são chamados de vértices vizinhos.
- ☐ Seja um grafo $G = (V, E)$, se $e = (u, v)$ é uma aresta pertencente à E , pode-se afirmar que: (i) u é predecessor de v ; e (ii) v é sucessor de u .
- ☐ Seja um grafo $G = (V, E)$, se todo vértice $u \in V$ é vizinho a todo vértice $v \in V$, então G é chamado de grafo completo.
- ☐ O número de arestas de uma árvore geradora mínima de 10 vértices é igual a 10.
- ☐ Um grafo $G = (V, E)$ é chamado grafo nulo se $E = \emptyset$.

A ordem correta, de cima para baixo, das respostas destas assertivas é:

☐ A V – F – V – F – V – V – F

☐ C V – F – F – V – V – F – F

☐ B F – V – F – F – F – V – V

☒ F – V – V – V – F – F – V

QUESTÃO 10

Seja G um grafo não-direcionado ponderado e e uma aresta com peso máximo em G . Suponha que haja uma árvore geradora de peso mínimo em G contendo a aresta e . Qual das seguintes afirmações é sempre VERDADEIRA?

- ☐ A A aresta e não pode estar contida em um ciclo.
- ☐ B Existe um ciclo em G com todas as arestas de peso máximo.
- ☒ C Existe um cut-set em G com todas as arestas de peso máximo.
- ☐ D Todas as arestas em G têm o mesmo peso.



Rafael Vilefort

CORRIGIDO

QUESTÃO 11

Seja o grafo não-direcionado $G = (V, E)$ em que $V = \{a, b, c, d, e\}$ e

$$E = \{\{a, b\}, \{b, c\}, \{b, d\}, \{a, d\}, \{c, e\}\}$$

Analise as assertivas a seguir, assinalando V, se a assertiva for verdadeira, ou F, se a assertiva for falsa.

- ☐ O vértice “e” é um vértice pendente
- ☐ O vértice “d” é um vértice pendente
- ☐ O vértice “a” é um vértice de corte
- ☐ O vértice “c” é um vértice de corte
- ☐ Já um caminho entre os vértices “a” e “e”
- ☐ G é um grafo regular

☐ A F – F – V – V – F – F

☐ C F – V – F – F – F – V

☐ B V – V – V – F – V – V

☒ V – F – F – V – V – F

QUESTÃO 12

Seja $G = (V, E)$ em que $V = \{a, b, c, d\}$ e $E = \{\{a, b\}, \{a, d\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{b, d\}\}$. Quantas árvores geradoras mínimas existem no grafo G?

☐ A 3

☐ B 16

☐ C 7

☒ 8

QUESTÃO 13

Seja $G = (V, E)$ um grafo não-direcionado e (G, W) um grafo ponderado nas arestas. Analise as assertivas a seguir.

1. G tem uma única árvore geradora mínima se não houver duas arestas em G com o mesmo peso.
2. G tem uma única árvore geradora mínima se, para cada corte de G, existe uma aresta de peso-mínimo cruzando o corte.

☐ A Somente o item (2) está correto.

☐ C Somente o item (1) está correto.

☒ Os dois itens estão corretos.

☐ D Nenhum dos itens está correto.



Rafael Vilefort

CORRIGIDO

QUESTÃO 14

Em um grafo não-direcionado e conexo, uma ponte é uma aresta cuja remoção desconecta grafo. Qual afirmação é verdadeira?

- ☐ A Toda aresta de um clique de tamanho maior ou igual a 3 é um ponte.
- ☐ B Uma árvore não tem pontes.
- ☐ C Um grafo com pontes não pode ter um ciclo.
- ☒ D Uma ponte não pode ser parte de um ciclo simples.

QUESTÃO 15

Seja $G = (V, E)$ um grafo direcionado e (G, W) um grafo ponderado sendo $W : V \mapsto \mathbb{Z}^+$. Como alterar o algoritmo de Dijkstra para encontrar o menor caminho de um vértice s para todos os vértices do grafo? As menores distâncias serão armazenadas em um vetor d .

Analisar as assertivas a seguir, assinalando V, se a assertiva for verdadeira, ou F, se a assertiva for falsa.

- () Alterar a função de atualização da distância em um vértice dado v , quando há uma aresta de u para v , para $d[v] = \min\{d[v], d[u] + w(v)\}$.
- () Não alterar a distância inicial atribuída para s .
- () Alterar a função de atualização da distância em um vértice dado v , quando há uma aresta de u para v , para $d[v] = \min\{d[v], d[v] + w(u)\}$.
- () Os valores iniciais das distâncias para todos os vértices, exceto o primeiro, será igual a ∞ .

A ordem correta, de cima para baixo, das respostas destas assertivas é:

- ☐ A F – V – V – V
- ☒ B V – F – F – V
- ☐ C V – V – F – F
- ☐ D F – F – V – F



Rafael Vilefort

CORRIGIDO

QUESTÃO 16

Considere um grafo não direcionado G com vértices $\{a, b, c, d, e, f, g\}$. Analise as assertivas a seguir, assinalando V, se a assertiva for verdadeira, ou F, se a assertiva for falsa.

- () Caso o conjunto de vértices $C = \{a, c, d\}$ for um conjunto independente máximo, então o subgrafo de G induzido pelos vértices $\{b, e, f, g\}$ é completo.
- () Caso o conjunto de vértices $C = \{a, c, d\}$ for uma cobertura de vértices mínima, então o subgrafo de G induzido pelos vértices $\{b, e, f, g\}$ é completo.
- () Caso o conjunto de vértices $C = \{a, c, d\}$ for uma cobertura de vértices, então o subgrafo de G induzido pelos vértices $\{b, e, f, g\}$ é nulo.

A ordem correta, de cima para baixo, das respostas destas assertivas é:

☐ A V – V – V

☐ B V – F – V

☒ C F – F – V

☐ D F – V – F

QUESTÃO 17

Considere um grafo não-direcionado G com vértices $\{a, b, c, d, e, f, g\}$. Analise as assertivas a seguir, assinalando V, se a assertiva for verdadeira, ou F, se a assertiva for falsa.

- () O algoritmo para encontrar um conjunto independente máximo é baseado na escolha dos vértices de menor grau.
- () Seja o algoritmo para encontrar um conjunto independente máximo baseado na escolha dos vértices de menor grau. Pode-se afirmar que este algoritmo sempre terá a resposta ótima quando todos os graus forem diferentes.
- () Considere que G seja um grafo bipartido em que há 2 vértices em um conjunto e 4 vértices no outro conjunto. Podemos afirmar que o conjunto independente máximo de G será igual a 4.

A ordem correta, de cima para baixo, das respostas destas assertivas é:

☒ A Todas as assertivas são falsas.

☐ B Há somente duas assertivas verdadeiras.

☐ C Há somente uma assertiva verdadeira.

☐ D Todas as assertivas são verdadeiras.