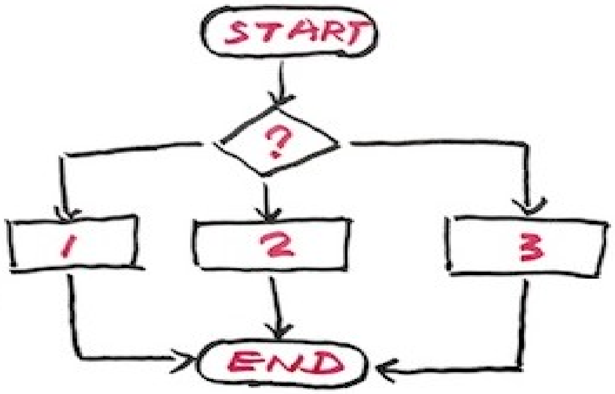
Introdução a Programação

Lógica Proposicional

Aula 01

Prof. Me Ivan José dos Reis Filho



Diferença entre disciplina e rotina

Agenda

- Introdução
- Alfabeto
- Fórmulas
- Precedência
- Exercícios

Definição

Proposição

*É uma sentença **declarativa**, seja ela expressa de forma **afirmativa** ou **negativa**, na qual podemos atribuir um valor lógico “V” (verdadeiro) ou “F”(falso)*

Oque é uma proposição?

Falso (**F**) ou Verdadeiro (**V**)

Exemplo

- Brasília é a capital do Brasil

É uma sentença declarativa expressa de forma afirmativa. Podemos atribuir um **valor lógico**, como a sentença é verdadeira seu valor lógico é **“V”**.

Valores lógicos

Falso (**F**) ou Verdadeiro (**V**)

Exemplo

– A argentina não é um país pertencente ao continente Africano.

É uma sentença declarativa expressa de forma negativa. Podemos atribuir um **valor lógico**, como a sentença é verdadeira seu valor lógico é **“V”**.

Valores lógicos

Falso (**F**) ou Verdadeiro (**V**)

Frases que são proposições

Exemplos

- Corinthians tem dois títulos mundiais
- A cidade de Salvador é a capital do estado do Amazonas
- O numero 712 é ímpar
- O Palmeiras tem um mundial

Valores lógicos

Falso (**F**) ou Verdadeiro (**V**)

Frases que NÃO são proposições

Exemplos

- Pare!
- Quer uma xícara de café?
- Eu não estou bem certo se esta cor me agrada

Exercício

Aula01Ex01

1. Atribua o valor lógico nas sentença:

   a) Todos os homens são mortais
   b) 10 é um número par positivo
   c) 7 + 5 = 10
   d) Porte Alegre não é a capital de Minas Gerais
   e) O Clube São Paulo não tem copa do Brasil
   f) Frutal não é uma cidade do estado de Goiás
   g) Brasil está situado na América do sul

Exercício

Aula01Ex01

1. Atribua o valor lógico nas sentença:

   a) Todos os homens são mortais **(True)**

   b) 10 é um número par positivo **(True)**

   c) 7 + 5 = 10 **(False)**

   d) Porte Alegre não é a capital de Minas Gerais **(True)**

   e) O Clube São Paulo não tem copa do Brasil **(True)**

   f) Frutal não é uma cidade do estado de Goiás **(True)**

   g) Brasil está situado na América do Norte **(False)**

Definição

Podemos dizer que, assim como na língua portuguesa, temos letras, pontuação e frases. ***Na lógica proposicional*** *as definições* ***SÃO semelhantes.***

Alfabeto

O alfabeto na linguagem de lógica proposicional é definido da seguinte forma:

Exemplos

- Símbolos de pontuação: (,)
- Símbolos de verdade: true, false
- Símbolos proposicionais: P, Q, R, S, P1, Q1, R1, S1, P2, Q2, R2, S2, ...
- Conectivos proposicionais: $\neg$, $\lor$, $\land$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$

Alfabeto

Observe

- O alfabeto da linguagem de lógica proposicional é constituído de **infinitos símbolos**, diferente da língua portuguesa (que tem apenas 27 símbolos);

P, Q, R, S, P1, Q1, R1, S1, P2, Q2, R2, S2, ...

Alfabeto

Observe:

- Os símbolos de pontuação são apenas os parênteses ( );

Símbolos de pontuação: ( )

Alfabeto

Observe

- Os símbolos de verdade são as palavras da língua inglesa **true** e **false**, que devem ser consideradas apenas símbolos, não palavras;

Símbolos de verdade: **true**, **false**

Alfabeto

Observe que

- Os **conectivos** proposicionais são heranças da matemática e possuem os seguintes significados:

1. Negação ou não $= \neg$
2. Ou $= \vee$
3. E $= \wedge$
4. Se, então (implica) $= \rightarrow$
5. Se, somente se $= \leftrightarrow$

Definição

Essa notação pode ser diferente, de acordo com a vontade de autores e editores.

Essa notação era a adotada pela SBC (Sociedade Brasileira de Computação) em 2002.

Alfabeto, símbolos e conectivos

Exemplos

T = Hoje está chovendo

$\neg T$ = Hoje **não** está chovendo

R = Hoje vai fazer frio

T^R= Hoje está chovendo **e** vai fazer frio

1. Negação ou não = $\neg$
2. Ou = $\vee$
3. E = $\wedge$
4. Se, então (implica) = $\rightarrow$
5. Se, somente se = $\leftrightarrow$

Exercício

Aula01Ex02

2 - Traduza para a linguagem natural usando os seguintes argumentos:

P = o livro é interessante

Q = o livro é caro

R = o livro é de lógica

Negação ou não	$= \neg$
Ou	$= \vee$
E	$= \wedge$
Se, então (implica)	$= \rightarrow$
Se, somente se	$= \leftrightarrow$

a) $\neg P$

b) $P \wedge Q$

c) $P \vee \neg Q$

d) $\neg P \wedge Q$

e) $\neg(P \wedge Q)$

f) $P \rightarrow Q$

Fórmulas

Fórmulas

As fórmulas na lógica proposicional são formadas pela **concatenação de símbolos** do alfabeto.

- Todo símbolo de verdade é uma fórmula (true, false);
- Todo símbolo proposicional é uma fórmula (P, Q, ...);
- Se H é uma fórmula, então $(\neg H)$ também é uma fórmula. (Lê-se Negação de H)

Fórmulas

As fórmulas na lógica proposicional são formadas pela concatenação de símbolos do alfabeto.

Se **H** é uma fórmula,

então (**¬H**) também é uma fórmula.

(Lê-se Negação de **H**)

Fórmulas

As fórmulas na lógica proposicional são formadas pela concatenação de símbolos do alfabeto.

Se **H** e **G** são fórmulas,

então a disjunção das fórmulas **H** e **G** também é uma fórmula (**H** ∨ **G**)

(Lê-se H ou G)

Fórmulas

As fórmulas na lógica proposicional são formadas pela concatenação de símbolos do alfabeto.

Se **H** e **G** são fórmulas,

então a conjunção das fórmulas **H** e **G** também é uma fórmula (**H ∧ G**).

(Lê-se H e G)

Fórmulas

As fórmulas na lógica proposicional são formadas pela concatenação de símbolos do alfabeto.

Se **H** e **G** são fórmulas, então (**H** → **G**) é uma fórmula.

Nesse caso, **H** é o antecedente e **G** é o consequente da fórmula.

(Lê-se Se H então G)

Fórmulas

As fórmulas na lógica proposicional são formadas pela concatenação de símbolos do alfabeto.

Se **H** e **G** são fórmulas, então $(H \leftrightarrow G)$ é uma fórmula.

Nesse caso, **H** é o lado esquerdo e **G** é o lado direito da fórmula.

(Lê-se H se e somente se G)

Fórmulas

Exemplos

– Pela definição, podemos constatar que **P**, **Q** e **true** são fórmulas. Então, poderemos criar formulas como:

$$(P \lor Q) \rightarrow \text{true}$$

(Lê-se: Se P **OU** Q então verdadeiro)

Fórmulas

Exemplos

- Pela definição, podemos constatar que **P**, **Q** e **true** são fórmulas. Então, poderemos criar formulas como:

$$(P \wedge Q) \rightarrow \text{false}$$

(Lê-se: Se P **E** Q então falso)

Este raciocínio ***segue indefinidamente****,* *possibilitando a criação de* ***infinitas fórmulas.***

Nota: Símbolos e parênteses podem ser omitidos quando não houver problemas na interpretação da fórmula. Além disso, as fórmulas podem ser expressas em mais de uma linha quando isso for conveniente para seu melhor entendimento

Assim sendo, a fórmula

$$(((P \lor R) \rightarrow true) \leftrightarrow (Q \land S))$$

poderia ser escrita assim:

$$(P \lor R) \rightarrow true$$

$$\leftrightarrow$$

$$Q \land S$$

Erros de Fórmulas

Exemplos de construções **MAL FORMULADAS** de fórmulas

- As concatenações de símbolos a seguir NÃO constituem fórmulas por não ser possível obtê-las à partir das regras citadas acima:

$$PQ$$

$$(P \text{ true} \leftrightarrow)$$

$$(\text{true} \rightarrow \leftrightarrow (Q \text{ true} \rightarrow))$$

Precedência

Precedência

*Assim como na matemática nós temos uma **ordem de precedência** para resolução de problemas, na lógica proposicional teremos uma ordem semelhante.*

2 + 4 x 5

sem indicação de parênteses, **sabemos que deveremos primeiramente resolver a multiplicação** e posteriormente a adição, resultando em **22** na expressão acima.

Precedência

Precedência na lógica proposicional:

- maior: $\neg$
- intermediária: $\rightarrow$, $\leftrightarrow$
- menor: $\vee$, $\wedge$

Precedência

Quando ocorrer de equivalência de precedência, lembrem-se sempre de utilizarem os símbolos de pontuação. Por exemplo:

$$P \rightarrow Q \leftrightarrow R$$

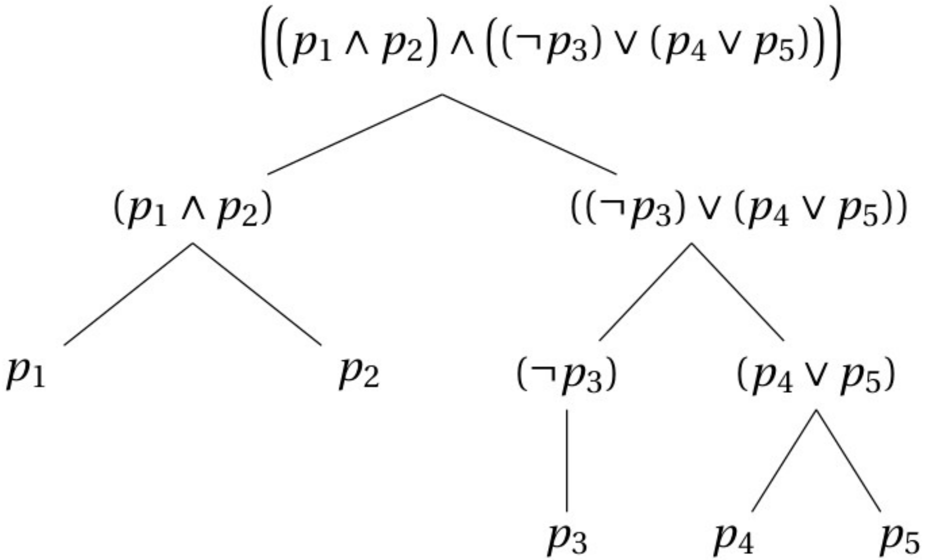
pode ser interpretado como

$((P \rightarrow Q) \leftrightarrow R)$ ou $(P \rightarrow (Q \leftrightarrow R))$

Precedência

A precedência também está relacionada com o nível da fórmula, ou seja, o uso de parênteses.

Exemplo:



Comprimento de uma Fórmula

Comprimento da Fórmula

O comprimento das fórmulas da lógica proposicional é definido por:

- Se H é um símbolo proposicional ou verdade, **então o comp[H] = 1**

  Se **H** e **G** são fórmulas da lógica proposicional, então:

  comp[¬H] = comp[H] + 1

  comp[H ∨ G] = comp[H] + comp[G] + 1

  comp[H ∧ G] = comp[H] + comp[G] + 1

  comp[H → G] = comp[H] + comp[G] + 1

  comp[H ↔ G] = comp[H] + comp[G] + 1

*Resumindo, **o comprimento de uma fórmula** é obtido contando-se **apenas os símbolos proposicionais**, de verdade **e os conectivos**, desprezando-se os símbolos de pontuação.*

Por exemplo, o comprimento das fórmulas

$(P \rightarrow Q)$ e $((P \vee Q) \leftrightarrow R)$ são:

respectivamente 3 e 5.

Subfórmulas

Informalmente, uma subfórmula é um pedaço de uma fórmula. Podemos definir subfórmulas por:

Seja H uma fórmula da lógica proposicional.

- **H** é uma subfórmula de **H**
- Se **H** = (¬ G) então G é uma subfórmula de H
- Se H é uma fórmula do tipo: (G ∨ E), (G ∧ E), (G → E) ou (G ↔ E) então
- G e E são subfórmulas de H.
- Se G é uma subfórmula de H, então toda subfórmula de G é uma
- subfórmula de H.

Conclusão

Conclusão

Quando trabalhamos com a lógica proposicional temos sempre que ter em mente as seguintes considerações:

Lei do Meio Excluído	*Uma proposição é falsa (**F**) ou verdadeira (**V**): não há meio termo.*
Lei da Contradição	*Uma proposição não pode ser, simultaneamente, **V** e **F**.*
Lei da Funcionalidade	*O valor lógico (**true** ou **false**) de uma proposição composta é unicamente determinado pelos valores lógicos de suas proposições constituintes.*

Exercícios

Exercícios

3. Escreva as fórmulas para as sentenças utilizando os seguintes símbolos proposicionais

P = Paula vai na festa

Q = Quincas vai na festa

R = Ricardo vai na festa

S = Sara vai na festa

a) Paula não vai
b) Se Paula for então Quincas vai também
c) Paula irá se Quincas for
d) Paula irá apenas se Quincas for
e) Paula vai ou Quincas não vai
f) Paula vai, ou Ricardo e Quincas não vão
g) Se nem Sara nem Ricardo vão, Paula irá
h) Ricardo e Sara irão somente se Paula e Quincas forem
i) Ricardo e Sara irão somente se Paula ou Quincas forem
j) Paula não irá se Ricardo ou Quincas não forem

Exercícios

4. Escreva as sentenças utilizando a lógica proposicional e seus símbolos

a) O filme será exibido a menos que seja exibido o jogo do Santos.

b) Se o Jô não marcasse o gol, o Corinthians não venceria o Santos.

c) Se minha namorada vier eu irei ao teatro somente se a peça for comédia

d) Irei ao teatro somente se for uma peça de comédia

Exercícios

5. Determine o comprimento das fórmulas a seguir

a) $P \leftrightarrow \neg \neg Q$
b) $(P \vee Q) \leftrightarrow (Q \vee P)$
c) $P \rightarrow (Q \rightarrow R)) \leftrightarrow (Q \wedge P)$