1. Lista 6

a) $\{(p \to q)\} \vDash (p \to q) \lor \sim r$

   1. $(p \to q)^A$

   2. $(p \to q) \lor \sim r$ <u>Adição 1</u>

       $A \lor B$

c) $\{(p \to q), (q \to \sim r)\} \vDash (p \to \sim r)$

   1. $\overset{A}{p} \to \overset{B}{q}$ hip.

   2. $\overset{B}{q} \to \overset{C}{\sim r}$ hip.

   3. $\overset{A}{p} \to \overset{C}{\sim r}$ <u>Silogismo hipotético</u>

b) $\{\neg p \land (q \to r)\} \vDash \neg p$

   1. $\overset{A}{\neg p}$

   2. $(q \to r)^B$

   3. $\overset{A}{\neg p}$ <u>Simplificação 1</u>

d) $\{p \to (q \to r), p\} \vDash q \to r$

   1. $\overset{A}{p}$

   2. $\overset{A}{p} \to (\overset{B}{q \to r})$

   3. $\overset{B}{q \to r}$ <u>Modus Ponens 1, 2</u>

e) $\{(q \lor r) \to \neg p, \neg \neg p\} \vDash \neg (q \lor r)$

   1. $(\overset{A}{q \lor r}) \to \overset{B}{\neg p}$

   2. $\overset{B}{\neg \neg p}$

   3. $\neg(\overset{A}{q \lor r})$ <u>Modus Tollens 1, 2</u>

f) $\{(p \to q), (r \to \neg s)\} \vDash (p \to q) \land (r \to \neg s)$

   1. $\overset{A}{p \to q}$

   2. $\overset{B}{r \to \neg s}$

   3. $(\overset{A}{p \to q}) \land (\overset{B}{r \to \neg s})$ <u>Conjunção 1, 2</u>

g) $\{(p \land q) \lor (\neg p \land r), \neg(\neg p \land r)\} \vDash (p \land q)$

   1. $(\overset{A}{p \land q}) \lor (\overset{B}{\neg p \land r})$

   2. $\neg(\overset{\neg B}{\neg p \land r})$

   3. $(\overset{A}{p \land q})$ 5. Δ 1, 2

2.a) $\{(s\vee t)\to(r\wedge q),\ (r\wedge q)\to\neg p\}$

  1. $(s\vee t)\to(r\wedge q)$ hip A→B
     $\overset{A}{}$ $\overset{B}{}$

  2. $(r\wedge q)\to\neg p$ hip B→C
     $\overset{B}{}$ $\overset{C}{}$

  3. $(s\vee t)\to\neg p$ 5.H 1,2
     $\overset{A}{}$ $\overset{C}{}$

d) $\{p\to(r\vee\neg s),\ (r\vee\neg s)\to t\}$

  1. $p\to(r\vee\neg s)$ hip
     $\overset{A}{}\ \overset{B}{}$

  2. $(r\vee\neg s)\to t$
     $\overset{B}{}\ \overset{C}{}$

  3. $p\to t$ 5.H 1,2
     $\overset{A}{}\ \overset{C}{}$

b) $\{(p\Leftrightarrow q)\to\neg(r\wedge s),\ \neg\neg(r\wedge s)\}$

  1. $(p\Leftrightarrow q)\to\neg(r\wedge s)$
     $\overset{A}{}$ $\overset{B}{}$

  2. $\neg\neg(r\wedge s)$ M.T 1,2
     $\overset{B}{}$

  3. $\neg(p\Leftrightarrow q)$
     $\overset{A}{}$

e) $\{p\to r,\ \neg q\to\neg s,\ p\vee\neg q\}$

  1. $p\to r$ hip.
     $\overset{A}{}\ \overset{B}{}$

  2. $\neg q\to\neg s$ hip.
     $\overset{C}{}\ \overset{D}{}$

  3. $p\vee\neg q$ hip.
     $\overset{A}{}\ \overset{C}{}$

  4. $r\vee\neg s$ D.C 1,2,3

c) $\{s\vee(r\wedge t),\ \neg s\}$

  1. $s\vee(r\wedge t)$
     $\overset{A}{}\ \overset{B}{}$

  2. $\neg s$
     $\overset{\neg A}{}$

  3. $(r\wedge t)$ 5.Δ 1,2
     $\overset{B}{}$

f) $\{\neg p\vee\neg q,\ \neg\neg q\}$

  1. $\neg p\vee\neg q$
     $\overset{A}{}\ \overset{B}{}$

  2. $\neg\neg q$
     $\overset{\neg B}{}$

  3. $\neg p$ 5.Δ 1,2
     $\overset{A}{}$

g) $\{p\to(\neg r\wedge q),\ \neg(\neg r\wedge q)\vee\neg s,\ \neg q\to s\}$

  1. $p\to(\neg r\wedge q)$ hip
     $\overset{A}{}\ \overset{B}{}$

  2. $\neg(\neg r\wedge q)\vee\neg s$ hip
     $\overset{\neg B}{}\ \overset{\neg D}{}$

  3. $\neg q\to s$ hip
     $\overset{C}{}\ \overset{D}{}$

  4. $\neg p\vee q$ D.D 1,2,3

3. a) $\{(p\wedge q)\to s,\ p,\ q\}\vDash s$

  1. $(p\wedge q)\to s$ hip.
  2. p hip.
  3. q hip.
  4. $p\wedge q$ Conj 2,3
  5. s M.P 1,4

b) $\{p\to q,\ \neg p\to r,\ \neg q\}\vDash r$

  1. $p\to q$ 4. $\neg p$ M.T 1,3
  2. $\neg p\to r$ 5. r M.P 2,4
  3. $\neg q$

Scanned with CamScanner

d) (p∧q, p→r, q→s) ⊨ r∧s

1. p∧q   4. p   simp 1
2. p→r   5. r   M.P 2,4
3. q→s   6. q   simp 1
     7. s   M.P 3,6
     8. r∧s   Conj. 5,7

c) {p→q, q→¬¬r, s→¬r, p} ⊨ ¬s

1. p→q   5. q   M.P 1,4
2. q→¬¬r   6. p→r   5.H 1,2
3. s→¬r   7. r   M.P 4,6
4. p   8. ¬s   M.T 3,7

e) {p→(¬q∧r), p, s→q, s∨t} ⊨ t

1. p→(¬q∧r)   5. (¬q∧r)   M.P 1,2
2. p   6. ¬q   simp 5
3. s→q   7. r   simp 5
4. s∨t   8. ¬s   M.T 3,6
     9. t   S.D 4,8

f) {(p∨q)→(p→(s∧t)), p∧r} ⊨ t∨u

1. (p∨q)→(p→(s∧t))
2. p∧r
3. t   simp 1
4. t∨u   adição 3

g) {p→q, ¬q, (¬p∨¬r)→s} ⊨ s

1. p→q   6. (¬p∨¬r) adição 4,5
2. ¬q   7. s   M.P 3,6
3. (¬p∨¬r)→s
4. ¬p   M.T 1,2
5. ¬r   M.P 3,4

h) {p→¬r, p, s→r} ⊨ ¬s

1. p→¬r   4. ¬r   M.P 1,2
2. p   5. ¬s   M.T 3,4
3. s→r

Lista 7.

1) Construa as deduções

d) $\{((p \lor q) \to r), ((r \lor q) \Rightarrow (p \Rightarrow (s \Leftrightarrow t))), (p \land s)\} \vDash (s \Leftrightarrow t)$

1. $(p \lor q) \to r$ hip.   7. r M.P1,6
2. $(r \lor q) \to (p \to (s \Leftrightarrow t))$ hip.   8. $r \lor q$ ad.7
3. $p \land s$ hip.   9. $p \to (s \Leftrightarrow t)$ mp 2,8
4. p simp 3   10. $s \Leftrightarrow t$ m.P 4,9
5. s simp 3
6. $p \lor q$ ad. 4

f) $\{((p \land q) \to r), (r \to s), (t \to \neg u), t, (\neg s \lor u)\} \vDash \neg(p \land q)$

1. $((p \land q) \to r)$ hip 6. $\neg u$ M.P 3,4
2. $(r \to s)$ hip   7. $\neg s$ S.D 5,6
3. $(t \to \neg u)$ hip   8. $\neg r$ M.T 2,7
4. t his   9. $\neg(p \land q)$ M.T 1,8