

- a)  $\{ (p \rightarrow q), (p \wedge r) \} \models q$  b)  $\{ (p \wedge q), ((p \vee r) \rightarrow s) \} \models (p \wedge s)$
1.  $(p \rightarrow q)$  hip 5.  $q$  M.P 1,3
  2.  $(p \wedge r)$  hip 1.  $(p \wedge q)$  hip 5.  $(p \vee r)$  ad. 3
  3.  $p$  simp 2 2.  $((p \vee r) \rightarrow s)$  hip 6.  $s$  M.P 2,5
  4.  $r$  simp 2 3.  $p$  simp 1 7.  $(p \wedge s)$  conj 3,6
  4.  $q$  simp 1

- c)  $\{ (p \rightarrow \neg q), (\neg p \rightarrow (r \rightarrow \neg q)), ((\neg s \vee \neg r) \rightarrow \neg \neg q), \neg s \} \models \neg r$
1.  $(p \rightarrow \neg q)$  hip 6.  $\sim \sim q$  M.P 3,5
  2.  $(\neg p \rightarrow (r \rightarrow \neg q))$  hip 7.  $\sim p$  M.T 1,6
  3.  $((\neg s \vee \neg r) \rightarrow \neg \neg q)$  hip 8.  $(r \rightarrow \neg q)$  M.P 2,7
  4.  $\neg s$  hip 9.  $\neg r$  M.T 6,8
  5.  $\sim s \vee \sim r$  ad. 4

- c)  $\{ (p \rightarrow (q \rightarrow r)), (p \rightarrow q), p \} \models r$
1.  $(p \rightarrow (q \rightarrow r))$  hip 4.  $q$  M.P 2,3
  2.  $(p \rightarrow q)$  hip 5.  $(q \rightarrow r)$  M.P 1,3
  3.  $p$  hip 6.  $r$  M.P 4,5

- d)  $\{ (p \rightarrow q), (q \rightarrow r), (s \rightarrow t), (p \vee s) \} \models (r \vee t)$
1.  $(p \rightarrow q)$  hip 5.  $(p \rightarrow r)$  S.H 1,2
  2.  $(q \rightarrow r)$  hip 6.  $(r \vee t)$  D.C 3,4,5
  3.  $(s \rightarrow t)$  hip
  4.  $(p \vee s)$  hip

- e)  $\{ (p \rightarrow q), (\neg r \rightarrow (s \rightarrow t)), (r \vee (p \vee s)), \neg r \} \models (q \vee t)$
1.  $p \rightarrow q$  hip 5.  $(s \rightarrow t)$  M.P 2,4
  2.  $(\neg r \rightarrow (s \rightarrow t))$  hip 6.  $(p \vee s)$  S.D 3,4
  3.  $(r \vee (p \vee s))$  hip 7.  $(q \vee t)$  D.C 1,5,6
  4.  $\neg r$  hip



i)  $\{ (p \rightarrow r), (q \rightarrow s), \neg r, (p \vee q) \wedge (r \vee s) \} \models \Delta$

1.  $(p \rightarrow r)$  hip

5.  $\neg p$  M.T 1,4

$A \rightarrow B$

$A \rightarrow B$

2.  $(q \rightarrow s)$  hip

6.  $(r \vee s)$  simp 4

$C \rightarrow D$

$C \rightarrow D$

3.  $\neg r$  hip

7.  $(p \vee q)$  simp 4

$A \vee C$

$\neg B \vee \neg D$

$\neg A \vee \neg C$

4.  $(p \vee q) \wedge (r \vee s)$  hip

8.  $\Delta$  5, 3, 6

$p \rightarrow q$   
 $t \rightarrow u$

$p \rightarrow q$   
 $u \rightarrow v$

j)  $\{ (p \rightarrow q), (q \rightarrow r), (r \rightarrow s), \neg s, (p \vee t) \} \models t$

$\neg q \vee \neg v$

1.  $(p \rightarrow q)$  hip

5.  $(p \vee t)$  hip

9.  $t$  5, 8

2.  $(q \rightarrow r)$  hip

6.  $\neg r$  M.T 3,4

$\neg p \vee \neg v$

3.  $(r \rightarrow s)$  hip

7.  $\neg q$  M.T 2,6

4.  $\neg s$  hip

8.  $\neg p$  M.T 1,7

k)  $\{ (p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s), (t \rightarrow u), (u \rightarrow v), \neg q \vee \neg v \} \models \neg p \vee \neg t$

1.  $(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s)$  hip

4.  $\neg q \vee \neg v$  hip

7.  $\neg p \vee \neg u$

$\Delta$  3, 4, 5

2.  $(t \rightarrow u)$  hip

5.  $(p \rightarrow q)$  simp 1

8.  $(t \rightarrow v)$

5.H 2,3

3.  $(u \rightarrow v)$  hip

6.  $(r \rightarrow s)$  simp 1

9.  $\neg p \vee \neg v$

$\Delta$  3, 4, 5

10.

l)  $\{ (p \wedge q), (p \rightarrow r) \} \models (p \wedge r)$

m)  $\{ (\neg p \wedge q), (r \rightarrow p) \} \models (\neg p \wedge \neg r)$

1.  $(p \wedge q)$  hip

4.  $r$  M.P 2,3

1.  $(\neg p \wedge q)$  hip

4.  $\neg r$  M.T 2,3

2.  $(p \rightarrow r)$  hip

5.  $(p \wedge r)$  conj 3,4

2.  $(r \rightarrow p)$  hip

5.  $(\neg p \wedge \neg r)$  conj 3,4

3.  $p$  simp 1

3.  $\neg p$  simp 1

n)  $\{ (\neg p \rightarrow q), \neg(r \wedge s), (p \rightarrow (r \wedge s)) \} \models \neg p \wedge q$

1.  $(\neg p \rightarrow q)$  hip

6.  $\neg p \wedge q$  conj 4,5

2.  $\neg(r \wedge s)$  hip

3.  $(p \rightarrow (r \wedge s))$  hip

4.  $\neg p$  M.T 2,3

5.  $q$  M.P 1,4



o)  $\{ (p \vee q), \neg r, (q \rightarrow r) \} \models p$       p)  $\{ (p \wedge q), (r \vee \Delta), (p \rightarrow \neg \Delta) \} \models r$   
 1.  $(p \vee q)$  hip      5.  $p$  5.D 1,4      1.  $(p \wedge q)$  hip      5.  $\neg \Delta$  M.P 3,4  
 2.  $\neg r$  hip      6.  $r$  5.D 2,5      2.  $(r \vee \Delta)$  hip  
 3.  $(q \rightarrow r)$  hip      3.  $(p \rightarrow \neg \Delta)$  hip  
 4.  $\neg q$  M.T 2,3      4.  $p$  simp 1

q)  $\{ p, (p \rightarrow \neg q), (q \vee r) \} \models p \wedge r$       r)  $\{ \neg p, (p \vee (q \vee r)), \neg r \} \models q$   
 1.  $p$  hip      5.  $r$  5.D 3,4      1.  $\neg p$  hip      5.  $q$  5.D 3,4  
 2.  $(p \rightarrow \neg q)$  hip      6.  $p \wedge r$  Conj 1,5      2.  $(p \vee (q \vee r))$  hip  
 3.  $(q \vee r)$  hip      3.  $\neg r$  hip  
 4.  $\neg q$  M.P 1,2      4.  $(q \vee r)$  5.D 1,2

s)  $\{ p \vee \neg q, \neg \neg q, (p \rightarrow (r \wedge \Delta)) \} \models \Delta$       t)  $\{ (p \rightarrow q), \neg q, (p \vee r) \} \models r$   
 1.  $p \vee \neg q$  hip      5.  $(r \wedge \Delta)$  M.P 3,4      1.  $(p \rightarrow q)$  hip      4.  $\neg p$  M.T 1,2  
 2.  $\neg \neg q$  hip      6.  $\Delta$  simp 5      2.  $\neg q$  hip      5.  $r$  5.D 3,4  
 3.  $(p \rightarrow (r \wedge \Delta))$  hip      3.  $(p \vee r)$  hip  
 4.  $p$  5.D 1,2

u)  $\{ (p \vee \neg q), (r \rightarrow \neg p), r \} \models \neg q$       v)  $\{ \neg p \vee \neg q, \neg \neg q, (r \rightarrow p) \} \models \neg r$   
 1.  $(p \vee \neg q)$  hip      5.  $\neg q$  5.D 1,4      1.  $\neg p \vee \neg q$  hip      5.  $\neg r$  M.T 3,4  
 2.  $(r \rightarrow \neg p)$  hip      2.  $\neg \neg q$  hip  
 3.  $r$  hip      3.  $(r \rightarrow p)$  hip  
 4.  $\neg p$  M.P 2,3      4.  $\neg p$  5.D 1,2

w)  $\{ (p \rightarrow \neg q), \neg \neg q, (\neg p \rightarrow (r \vee \Delta)) \} \models (r \vee \Delta)$   
 1.  $(p \rightarrow \neg q)$  hip      4.  $\neg p$  M.T 1,2  
 2.  $\neg \neg q$  hip      5.  $(r \vee \Delta)$  M.P 3,4  
 3.  $(\neg p \rightarrow (r \vee \Delta))$  hip



x)  $\{ (p \wedge q), (p \rightarrow r), (r \wedge s) \rightarrow \neg t, (q \rightarrow s) \} \vdash \neg t$

1.  $(p \wedge q)$  hyp.

5.  $p$  simp 1

9.  $(r \wedge s)$  conj 7, 8

2.  $(p \rightarrow r)$  hyp.

6.  $q$  simp 1

10.  $\neg t$  M.P 3, 9

3.  $(r \wedge s) \rightarrow \neg t$  hyp.

7.  $r$  M.P 2, 5

4.  $(q \rightarrow s)$  hyp.

8.  $s$  M.P 4, 6

5.  $\Delta \rightarrow r$  6.  $\neg r$  5. D 1,5

Lista 7.

1) Construa as deduções

d)  $\{((p \vee q) \rightarrow r), ((r \vee q) \rightarrow (p \rightarrow (\Delta \leftrightarrow t))), (p \wedge \Delta)\} \models (\Delta \leftrightarrow t)$

1.  $(p \vee q) \rightarrow r$  hip. 7.  $r$  M. P 1,6

2.  $(r \vee q) \rightarrow (p \rightarrow (\Delta \leftrightarrow t))$  hip. 8.  $r \vee q$  ad. 7

3.  $p \wedge \Delta$  hip. 9.  $p \rightarrow (\Delta \leftrightarrow t)$  mp 2,8

4.  $p$  simp 3 10.  $\Delta \leftrightarrow t$  mp 4,9

5.  $\Delta$  simp 3

6.  $p \vee q$  ad. 4

f)  $\{((p \wedge q) \rightarrow r), (r \rightarrow \Delta), (t \rightarrow \neg u), t, (\neg \Delta \vee u)\} \models \neg(p \wedge q)$

1.  $((p \wedge q) \rightarrow r)$  hip 6.  $\neg u$  M. P 3,4

2.  $(r \rightarrow \Delta)$  hip 7.  $\neg \Delta$  S. D 5,6

3.  $(t \rightarrow \neg u)$  hip 8.  $\neg r$  M. T 2,7

4.  $t$  hip 9.  $\sim(p \wedge q)$  M. P 1,8

5.  $(\neg \Delta \vee u)$  hip



Lista 7.

1) Continue as deduções

d)  $\{((p \vee q) \rightarrow r), ((r \vee q) \rightarrow (p \rightarrow (s \leftrightarrow t))), (p \wedge s)\} \models (s \leftrightarrow t)$

1.  $(p \vee q) \rightarrow r$  hip.

7.  $r$  M.P. 1, 6

2.  $(r \vee q) \rightarrow (p \rightarrow (s \leftrightarrow t))$  hip.

8.  $r \vee q$  ad. 7

3.  $p \wedge s$  hip.

9.  $p \rightarrow (s \leftrightarrow t)$  mp 2, 8

4.  $p$  simp 3

10.  $s \leftrightarrow t$  mp 4, 9

5.  $s$  simp 3

6.  $p \vee q$  ad. 4

f)  $\{((p \wedge q) \rightarrow r), (r \rightarrow s), (t \rightarrow \neg u), t, (\neg s \vee u)\} \models \neg(p \wedge q)$

1.  $((p \wedge q) \rightarrow r)$  hip

6.  $\neg u$  M.P. 3, 4

2.  $(r \rightarrow s)$  hip

7.  $\neg s$  S.D. 5, 6

3.  $(t \rightarrow \neg u)$  hip

8.  $\neg r$  M.T. 2, 7

4.  $t$  hip

9.  $\sim (s \wedge u)$  M.D. 1, 8