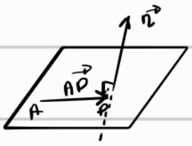
Equação do Plano

- $A = (3,1,0)$ / $\vec{n} = \langle 3,-2,-5 \rangle$ (ORTOGONAL AO PLANO)



$\vec{AP} = P - A$ (ORTOGONAL A N)

$\vec{AP} \times \vec{n} = 0$ (PRODUTO INTERNO)

$3x - 2y - 5z - 7 = 0$ EQ. DO PLANO

↳ $ax + by + cz + d = 0$

$\vec{n} = (a, b, c)$

01) $\vec{n} = 5, -2, 4$ / $A = (1, 1, 2)$

$5x - 2y + 4z + d = 0$

$5.1 - 2.1 + 4.2 + d = 0$

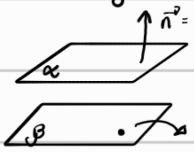
↳ $5 - 2 + 8 + d = 0$

$d = -11$ //

$5x - 2y + 4z - 11 = 0$ //

↳ EQUAÇÃO DO PLANO

- $\alpha = 7x - 4y + 2z - 10 = 0$ / PARALELO A α / $Q = (2, -1, 3)$



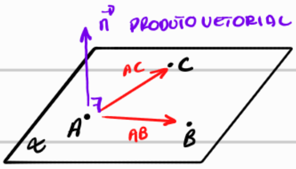
↳ $7x - 4y + 2z + d = 0$ ⇝ $7.2 - 4.(-1) + 3.2 + d = 0$

$14 + 4 + 6 + d = 0$

$d = -24$

$7x - 4y + 2z - 24 = 0$ //

- PLANO α / $A = (1, 0, 1)$ / $B = (2, 2, 4)$ / $C = (2, 1, 0)$



$AB = B - A = (2-1, 2-0, 4-1) = (1, 2, 3)$

$AC = C - A = (2-1, 1-0, 0-1) = (1, 1, -1)$

$AB \times AC = \begin{vmatrix} 1 & & 1 \\ I & J & K \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \\ I & & K \end{vmatrix}$

$(3J - 2I + K) - (-J + 2K + 3I)$

$(4J, -5I, K)$

$(-5, 4, 1)$

- $-5x + 4y + z + d = 0$ ⇝ $-5x + 4y + z + 2 = 0$ //

↳ $-5.2 + 4.2 + 4.1 + d = 0 \Rightarrow d = +2$

↳ $-5.1 + \cancel{4.0} - 1 + d = 0 \Rightarrow d = +6$

↳ $-5.2 + 4.1 - \cancel{1.0} + d = 0 \Rightarrow d = +6$

Equação Parametrica do $\boxed{\text{Plano}}$

→ Equação Vetorial do Plano : $(x, y, z) = (x_0, y_0, z_0) + \vec{u}.t + \vec{v}.h$

↳ $P = (2, 4, -1)$ / $\vec{u} = (-1, 2, 1)$ / $\vec{v} = (1, 0, 3)$

$(2, 4, -1) + (-1, 2, 1).t + (1, 0, 3).h$

$(2, 4, -1) + (-t + 2t + t) + (h + 3h)$

$(x, y, z) = (2 - t + h, 4 + 2t, -1 + t + 3h)$

$$\begin{cases} x = 2 - t + h \\ y = 4 + 2t \\ z = -1 + t + 3h \end{cases}$$ //

01) $\vec{u} = (5, 1, 2)$ / PLANO α (PARALELO) / $A\ (3, -1, 1)$ / $B\ (2, -1, 0)$

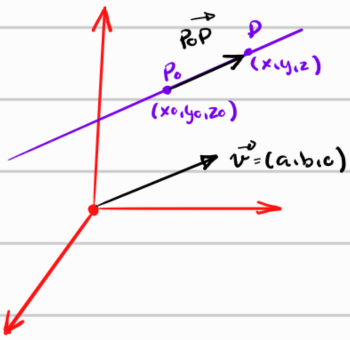
* $(x, y, z) = (x_0, y_0, z_0) + u.t + v.t \Rightarrow (x, y, z) = (3, -1, 1) + (5, 1, 2)t + (-1, 0, 1).h$

$(x, y, z) = (3, -1, 1) + (5t + t + 2t) + (-h, h)$

$(x, y, z) = (3 + 5t - h, -1 + t, 1 + 2t + h)$

$$\begin{cases} x = 3+5t-h \\ y = -1+t \qquad t \in \mathbb{R} \\ z = 1+2t+h \end{cases}$$

Equação Paramétrica da $\boxed{\text{Reta}}$



VETORES PARALELOS ⇒ SÃO PROPORCIONAIS $\frac{\vec{P_0P}}{v} = t \rightsquigarrow \frac{P-P_0}{v} = t \rightsquigarrow \underline{P = P_0 + v.t}$ → EQUAÇÃO VETORIAL DA RETA

$\vec{P_0P} = P - P_0 = (x,y,z) - (x_0,y_0,z_0) = (x-x_0, y-y_0, z-z_0)$

↳ $\frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c} = t \rightsquigarrow \left.\begin{matrix} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{matrix}\right\}$ EQUAÇÃO PARAMÉTRICA

01) $A = (2,1,4)$ $B = (0,2,7)$

$\vec{AB} = B - A = (-2,1,3) \rightsquigarrow (x,y,z) = (2,1,4) + (-2,1,3).t$ ⇒ VETORIAL

↳ $(2,1,4) + (-2t, t, 3t)$

↳ $(2-2t, 1+t, 4+3t)$

↳ $\begin{cases} x = 2-2t \\ y = 1+t \\ z = 4+3t \end{cases}$ ⇒ PARAMÉTRICA

Intersecção de Planos

↳ $\left.\begin{matrix} \alpha = 2x+4y-z+1 = 0 \\ \beta = -x+2y+z+2 = 0 \end{matrix}\right\}$ EQUAÇÃO DA INTERSECÇÃO

↳ RESOLVER O SISTEMA

$\begin{cases} 2x+4y-z = -1 \\ -x+2y+z = -2 \quad \times 2 \end{cases}$

$\begin{cases} \cancel{2x}+4y-z = -1 \\ -\cancel{2x}+4y+2z = -4 \quad + \end{cases}$

$8y+z = -5$

$z = -5-8y$ //

$\rightsquigarrow -x+2y+(-5-8y)+2 = 0$

$\rightsquigarrow x = -3-6y$ //

$S = \{(-3-6y, y, -5-8y) ; y \in \mathbb{R}\}$ //

↳ $S = (-3,0,-5) + (6y, y, -8y)$

$S = (-3,0,-5) + y(6,1,-8)$

↳ $P = P_0 + v.t$ (EQUAÇÃO VETORIAL DA RETA)

Intersecção entre Plano e Reta

- $3x - 9y + 2z = 7$ $r(t) = \langle 1,2,1 \rangle + t.\langle -2,0,1 \rangle \rightsquigarrow r(-5) = \langle 1-2(-5), 2, 1+(-5) \rangle$

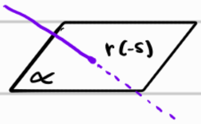
$r(-5) = \langle 1+10, 2, -4 \rangle$

$r(-5) = \langle 11, 2, -4 \rangle$ //

↳ $r(t) = \langle 1,2,1 \rangle + \langle -2t, t \rangle$

$(x,y,z) = (1-2t, 2, 1+t) \rightsquigarrow \begin{cases} x = 1-2t \\ y = 2 \\ z = 1+t \end{cases}$

↳ RETA



$3(1-2t) - 9(2) + 2(1+t) - 7 = 0$

$\cancel{3} - 6t - 18 + \cancel{2} + 2t - \cancel{7}^{1} = 0$

$-20 - 4t = 0 \rightsquigarrow -4t = 20$ $t = \frac{20}{4}$ $t = -5$ //

Distância entre um Ponto e Reta no Espaço

- Distância $P(1,1,1)$ à reta $\vec{AB}$ $(A(0,6,8)\ B(-1,4,7))$

↳ $\vec{AB} = B - A = (-1-0,\ 4-6,\ 7-8) \Rightarrow \langle -1, -2, -1 \rangle$ //

↳ $\vec{AP} = P - A = (1-0,\ 1-6,\ 1-8) = \langle 1, -5, -7 \rangle$ //

$$\begin{array}{cccc} & 1 & & -7 \\ AB \times AP & I & J & K \\ & -1 & -2 & -1 \\ & 1 & -5 & -7 \\ & I & & K \end{array}$$

$(-J + 14I + 5K) - (7J - 2K + 5I)$

$(9I - 8J + 7K)$

$> 9, -8, 7 < \ \vec{n}$

↳ $|\vec{AB} \times \vec{AP}| = \sqrt{9^2 + (-8)^2 + 7^2}$

↳ $\sqrt{194} \Rightarrow$ área do paralelogramo

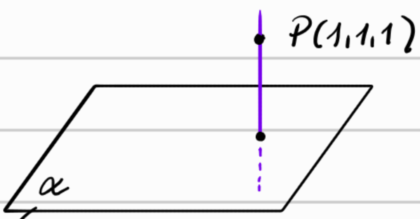
$9x - 8y + 7z + d = 0$ # Reta

$|AB| = \sqrt{6}$

$A_p = b.h$

$\sqrt{194} = \sqrt{6}.\ h \leadsto h = \dfrac{\sqrt{194}}{\sqrt{6}}$ $\quad h = 2{,}45$ u.c //

Distância de um Plano à um Ponto



↳ $2x + y + 5z = 2$

Qual a menor distância de P à α ?

reta = $P = P_0 + v.t$

$(x,y,z) = (1,1,1) + (2,1,5).t$

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + 5t \end{cases}$$

> substitui na equação da reta agora

$2(1+2t) + (1+t) + 5(1+5t) = 2$

$2 + 4t + 1 + t + 5 + 25t = 2$

$8 + 30t = 2$

$t = \dfrac{-6}{30} \quad t = -\dfrac{1}{5}$ //

$$\begin{cases} x = 1 + 2(-1/5) \\ y = 1 - 1/5 \\ z = 1 + 5(-1/5) \end{cases}$$

$\Rightarrow$ descobre os valores $\quad P_0 \langle 3/5, 4/5, 0 \rangle$ //

calcula a distância de $P \to P_0$ acha o resultado

vetor $\vec{P_0P}$

Fórmula :

$$d_{P,\alpha} = \frac{|2x + y + 5z - 2|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 5^2}}$$ //

(pontos) $\quad$ a, b, c