Linguagens Formais e Autômatos

Arthur do Prado Labaki – 11821BCC017

Segunda Lista de Exercícios

Parte 1

1) **Lema do Bombeamento para linguagens regulares:**

Prove que as linguagens a seguir não são regulares

L1 = $\{w \in \{a, b\}^* \mid w = w_1w_1^R \}$. Ex: abbbba.

Assumindo que L1 é regular, o lema do bombeamento é valido.

Sendo p o valor dado pelo lema e $w = a^pbba^p$.

Como $|w| \geq p$, w pode ser escrito como uvz.

Qualquer que seja a divisão em que $v \geq 1$ e $|uv| \leq p$, temos $v = a^t$, para algum $t \geq 1$ e $u = a^r$, para algum $r \geq 0$.

Então $uvvz = a^ra^ta^ta^{p-r-t}bba^p$. Mas $r+2t+p-r-t = p+t$ e não há forma de dividir $a^{p+t}bba^p$ em duas partes (ww^r).

Logo uvvz não pertence a L1, uma contradição do lema. Então L1 não é uma linguagem regular.

L2 = {w ϵ {0, 1}* | w = 0^i1^j, sendo i > j, j ≥ 0}. Ex: 0001.

Assumindo que L2 é regular, o lema do bombeamento é valido.

Sendo p o valor dado pelo lema e w = $0^{p+1}1^p$e p ≥ 0.

Como |w| ≥ p, w pode ser escrito como uvz.

Qualquer que seja a divisão em que v ≥ 1 e |uv| ≤ p, temos v = 0^t, para algum t ≥ 1 e u = 0^r, para algum r ≥ 0.

Então uz = $0^r0^{p+1-r-t}1^p$. Mas r+p+1-r-t = p+1-t ≤ p, não obedecendo a regra i > j.

Logo uz não pertence a L2, uma contradição do lema. Então L2 não é uma linguagem regular.

2) Simplificação e normalização de Gramáticas Livres de Contexto

3.11 Considere a seguinte gramática:

G = ({S, X, Y, Z, A, B}, {a, b, u, v}, P, S), onde:

P = { S → XYZ,

X → AXA | BXB | Z | ε,

Y → AYB | BYA | Z | ε,

A → a, B → b

Z → Zu | Zv | ε}

a) Qual a linguagem gerada?

b) Simplifique a gramática.

a) A Linguagem gerada é a junção de duas linguagens conhecidas, a wcw e a wcw^r, como também suas combinações.

b) Utilizando simplificações combinadas temos:

Retirada de produções vazias:

G = ({S, X, Y, Z, A, B}, {a, b, u, v}, P, S), onde:

P = {S → XYZ | YZ | XZ | XY | X | Y | Z | ε,

X → AXA | BXB | Z | AA | BB, Y → AYB | BYA | Z | AB | BA,

Z → Zu | Zv | u | v, A → a, B → b}

Retirada de produções que substituem variáveis:

G = ({S, X, Y, Z, A, B}, {a, b, u, v}, P, S), onde:

P = {S → XYZ | YZ | XZ | XY | ε | AXA |BXB | AA | BB | AYB | BYA | AB | BA | Zu | Zv | u | v,

X → AXA | BXB | AA | BB | Zu | Zv | u | v,

Y → AYB | BYA | AB | BA| Zu | Zv | u | v,

Z → Zu | Zv | u | v, A → a, B → b}

Retirada de símbolos inúteis:

G = ({S, X, Y, Z, A, B}, {a, b, u, v}, P, S), onde:

P = {S → XYZ | YZ | XZ | XY | ε | AXA |BXB | AA | BB | AYB | BYA | AB | BA | Zu | Zv | u | v,

X → AXA | BXB | AA | BB | Zu | Zv | u | v,

Y → AYB | BYA | AB | BA| Zu | Zv | u | v,

Z → Zu | Zv | u | v, A → a, B → b}

PS: Não encontrei casos em que substituía os estados A e B, mesmo eles levando a somente uma única variável (Como AXA iria ser aXa, retirando esses estados).

3) **Ambiguidade**

Complemente a gramática de expressões vista em aula incluindo as operações de divisão (/) e subtração (-), além de 2 operandos (y e z):

G = ({E}, {+, -, *, /, [,], x, y, z), P, E),

P = {E → E+E | E*E | E-E | E/E | [E] | x | y | z }

Remova a ambiguidade dessa gramática, considerando que + e – têm a mesma precedência, que é menor que a precedência de * e /, sendo que esses 2 últimos têm a mesma precedência.

Mostre todas as árvores de derivação possíveis nas duas gramáticas (ambígua e não ambígua) para a expressão:

x / [y + z * x] – y

Removendo a ambiguidade da gramatica utilizando as regras de precedências, temos:

G2 = ({E, T, F, I}, {+, -, *, /, [,], x, y, z), P2, E), onde

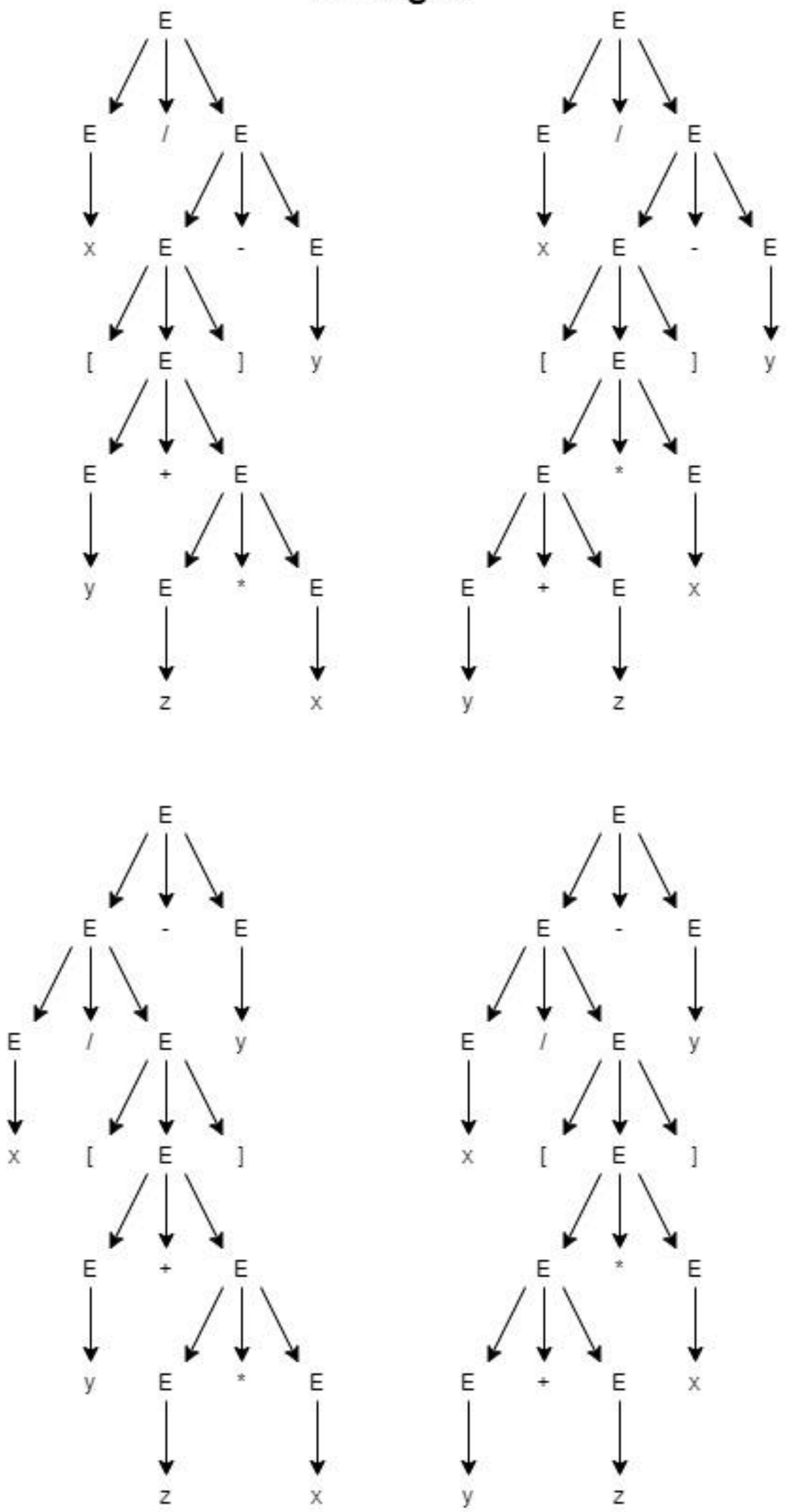
P2 = { E → T | E + T | E – T,

T → F | T * F | T / F,

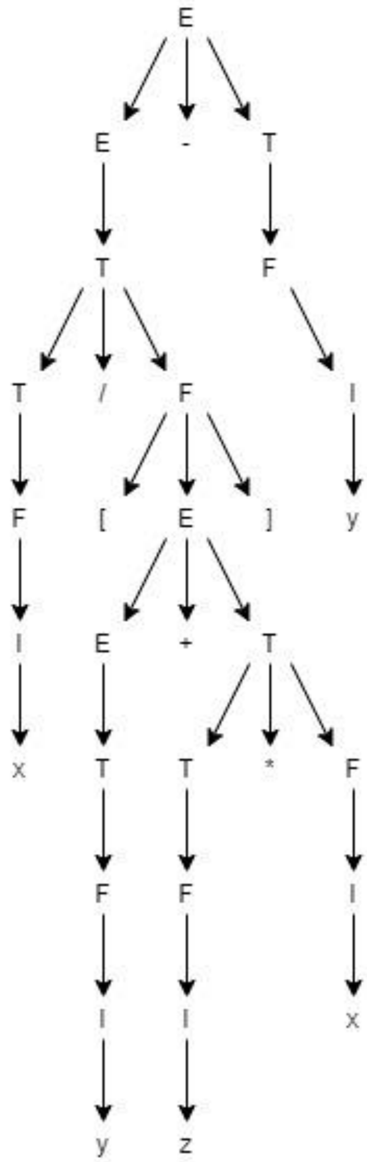
F → I | [E],

I → x | y | z }

Ambígua



Não Ambígua



4) Autômato de Pilha

3.3 Desenvolva Autômatos com Pilha que reconheçam as seguintes linguagens:

c) $L_3 = \{a, b\}^*$

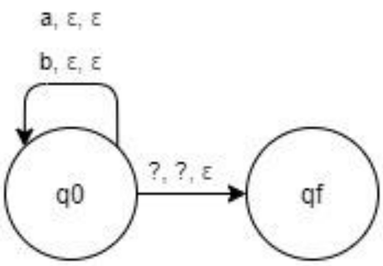
d) $L_4 = \{w \mid w$ é palíndromo em $\{a, b\}^*\}$

f) $L_9 = \{ua^nva^nw \mid n \in \{1, 2\}$, u, v, w são palavras de $\{a, b\}^*$ e $|u| = |v| = 5\}$.

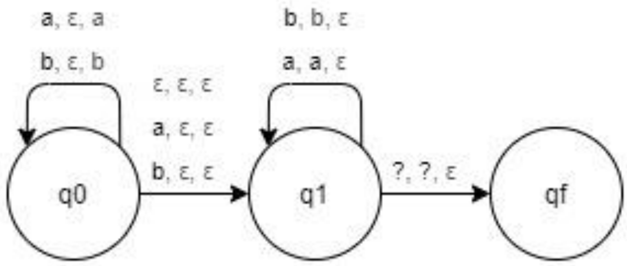
AP3 = ({ a, b }, { q0, qf }, δ1, q0, { qf }, { a, b })

AP4 = ({ a, b }, { q0, q1, qf }, δ2, q0, { qf }, { a, b })

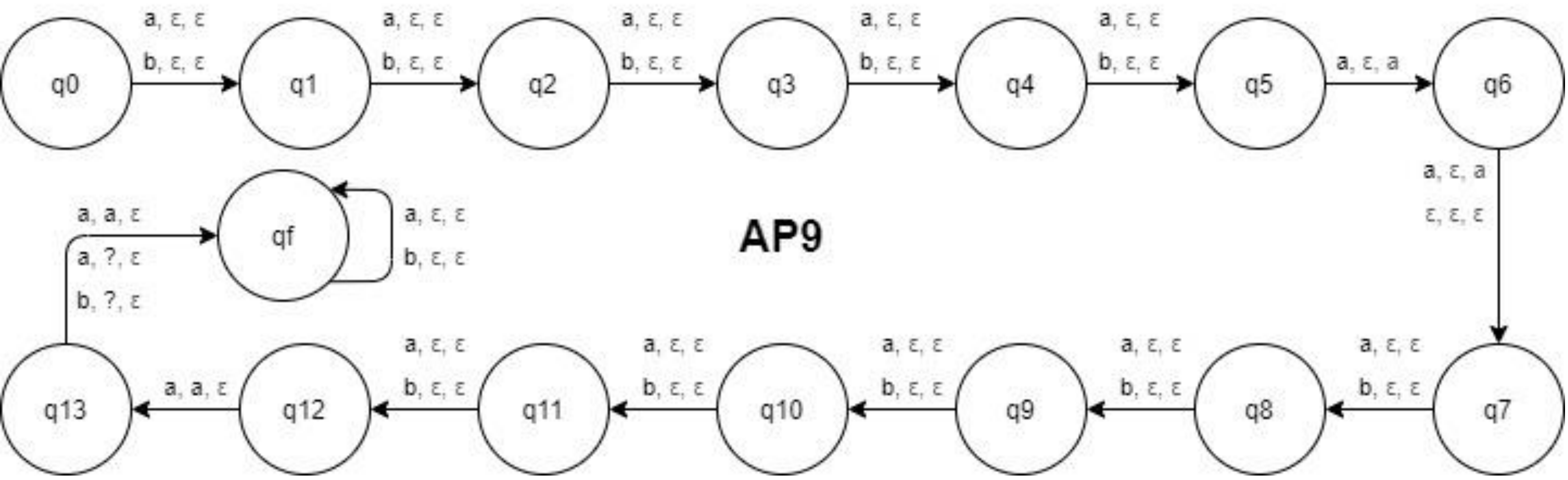
AP9 = ({ a, b }, { q0, q1, q2, q3, q4, q5, q6, q7, q8, q9, q10, q11, q12, q13, qf }, δ3, q0, { qf }, { a, b })



AP3



AP4



AP9

5) Lema do Bombeamento para Linguagens Livres de Contexto

3.14 Explique intuitivamente por que e prove que as seguintes linguagens não são Livres do Contexto:

a) $L_{10} = \{ww \mid w \text{ é palavra de } \{a, b\}^*\}$

Supondo que L10 é uma LLC e 'n' o comprimento do bombeamento, vamos considerar w = $a^n b^n a^n b^n$, com |w|≥ p.

Pelo lema do bombeamento, w = uxvyz, tal que:

|xvy| ≤ n e |xy| ≥ 1 para todo i ≥ 0, sendo $ux^i vy^i x$

Assim, supondo que x e y contém somente símbolos a ou somente símbolos b (4 casos)

Nesse caso, ux^2vy^2x contém mais símbolos que a cadeia original, logo é uma contradição do lema. No caso a ou b seria maior que n, por exemplo, $a^{n+v}b^n a^n b^n$

Supondo que x e y contém parte de símbolos a e b (3 casos)

Ainda assim, ux^2vy^2x contém mais símbolos que o resto da cadeia. No caso, algum $a^n b^n$ seria sempre maior que o resto da palavra, não respeitando sua regra.

Logo uxvyz não pertence a L10, uma contradição do lema. Então L10 não é uma linguagem livre de contexto.