

Programação Funcional

Laboratório 4: Recursão

Envie seu arquivo `.hs` para bruno.welldm@gmail.com.

Assunto do email: PF Lab 4

Corpo do email: nome do aluno

1) Dado um valor inteiro, escreva a função recursiva `fatorial`.

2) Dado um número inteiro n , escreva a função recursiva `fibonacci` que retorna o n -ésimo termo da sequência de Fibonacci a seguir, sendo os casos base $F_0 = 0$ e $F_1 = 1$. Utilize a definição recursiva vista em sala: $fibonacci(n) = fibonacci(n-2) + fibonacci(n-1)$.

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, ...

3) Dado um número inteiro n , escreva a função recursiva `n_tri`, que retorna o n -ésimo termo da sequência de números triangulares, dada a seguir.

0, 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55, 66, 78, ...

4) Faça uma segunda definição da função recursiva `fibonacci2` que retorna o n -ésimo termo da sequência de Fibonacci utilizando recursividade e os conceitos a seguir (dica: defina a função `passo(x,y)`).

a) Defina um par na sequência de Fibonacci como $(n, n+1)$.

Exemplos: $(1,1)$, $(3,5)$, $(55,89)$, $(233,377)$

b) Dois pares consecutivos na sequência podem ser considerados como um passo: $(x,y) \Rightarrow (y, x+y)$.

Exemplos: $(1,1) \Rightarrow (1,2)$; $(3,5) \Rightarrow (5,8)$; $(55,89) \Rightarrow (89, 144)$

c) A partir do par inicial $(1,1)$, podemos definir o n -ésimo par, como a aplicação consecutiva de n passos:

$(1,1) \Rightarrow (1,2) \Rightarrow (2,3) \Rightarrow (3,5) \Rightarrow (5,8) \Rightarrow (8,13) \Rightarrow (13,21) \Rightarrow (21,34) \Rightarrow (34,55) \Rightarrow \dots$

d) O n -ésimo termo (para $n > 0$) é o primeiro elemento do n -ésimo par.

Ex: quarto par: (3,5) e quarto termo: 3 e décimo par: (55,89) e décimo termo: 55

5) Defina, utilizando lista por Compreensão e uma das funções que retorna o n -ésimo elemento (`fibonacci` ou `fibonacci2`), os 50 primeiros termos da sequência de Fibonacci.

a) Utilize a definição recursiva alternativa `fibonacci2`.

b) Utilize a definição `fibonacci` recursiva original vista em sala.

c) Compare o desempenho do interpretador nas duas opções acima. Justifique.

6) Escreva a função `potencia2`, que calcula a potência de 2 elevada a um expoente n de forma recursiva: $2^n = 2^{n-1} * 2$.

7) a) Escreva a função recursiva `prodIntervalo`: dados dois inteiros m e n , onde $m < n$, retorna o produto: $m * (m+1) * \dots * (n-1) * n$.

b) Reescreva a função `fatorial` usando a função `prodIntervalo`.

8) Defina de forma recursiva as funções `resto_div` e `div_inteira`, que retornam o resto e o quociente da divisão inteira de um inteiro m por inteiro n , realizando subtrações sucessivas de n a partir de m .

Ex: $m=20$ e $n=3$: $20-3=17$, $17-3=14$, $14-3=11$, $11-3=8$, $8-3=5$, $5-3=2$.

Como $2 < 3$: resto=2 e quociente=6.

9) Implemente a função `mdc`, usando a definição recursiva vista em sala:

$\text{mdc}(m,n) = m$, se $n = 0$

$\text{mdc}(m,n) = \text{mdc}(n, k)$, se $n > 0$, sendo $k = m \bmod n$

Obs: Fazer uma definição usando guardas e outra com casamento de padrões.

10) Implemente a função binomial usando a definição recursiva vista em sala:

$\text{binomial}(n,k) = 1$, se $k = 0$

$\text{binomial}(n,k) = 1$, se $k = n$

$\text{binomial}(n,k) = \text{binomial}(n-1,k) + \text{binomial}(n-1,k-1)$, se $0 < k < n$

Observe que $\text{binomial}(n,k)$ não é definido se $k > n$.

Obs: Fazer uma definição usando guardas e outra com casamento de padrões.