

1. Seja o processo  $\{X_n ; n=0,1,2,\dots\}$ , com o conjunto de soluções  $S=\{1,2\}$ . Suponhamos que as transições entre os instantes  $n$  e  $n+1$  (com  $n \geq 1$ ) sejam realizadas da seguinte maneira:
- Se  $X_{n-1} = X_n$ , então  $p_{i1}=3/4$  e  $p_{i2}=1/4$  ( $i=1$  ou  $i=2$ )
  - Se  $X_{n-1} \neq X_n$ , então  $p_{i1}=p_{i2}=1/2$  ( $i=1$  ou  $i=2$ )

Calcular as probabilidades :  $P(X_4=2 / X_3 = 1, X_2 = 1)$  e  $P(X_4=2 / X_3 = 1, X_2 = 2)$ . Este processo é Markoviano? (justificar a resposta).

2. Durante um mesmo dia de funcionamento, três máquinas 1, 2 e 3 de um sistema de produção têm a mesma confiabilidade  $p=0.8$  cada uma (o que significa que a probabilidade de uma máquina parar de funcionar neste período (o dia de funcionamento) é igual a  $1-p$ ). Se uma máquina parar de funcionar, ela será consertada durante a noite e voltará a funcionar na manhã do dia seguinte. No máximo duas máquinas podem ser consertadas durante uma mesma noite. Seja  $X_{n-1}$  o número de máquinas funcionando no início do  $n$ -ésimo dia ( $X_0$  corresponde, então, ao início do primeiro dia). Fornecer o grafo das transições e a matriz estocástica de tal processo. Considerando que, no início do primeiro dia, as três máquinas funcionam, calcular a probabilidade de as três máquinas funcionarem no início do terceiro dia. Calcular a probabilidade de as três máquinas funcionarem no regime estacionário.
3. Um sistema  $S$  é composto de dois subsistemas  $S1$  e  $S2$  montados em paralelo.  $S1$  e  $S2$  funcionam de modo independente. Durante um mesmo dia,  $S1$  tem a confiabilidade  $p1$  e  $S2$  tem a confiabilidade  $p2$ . Não há possibilidade de reparo neste sistema. Fornecer o grafo das transições que representa os diversos estados discretos alcançáveis pelo sistema em função de  $p1$  e  $p2$ . O processo Markoviano correspondente tem somente uma distribuição estacionária? (justificar a resposta). Qual é a probabilidade de os dois subsistemas  $S1$  e  $S2$  estarem estragados no regime estacionário?