

Nome:

Número:

1. Durante um mesmo dia de funcionamento, três máquinas 1, 2 e 3 de um sistema de produção têm a mesma confiabilidade $p=0.8$ cada uma (o que significa que a probabilidade de uma máquina parar de funcionar no período de funcionamento de um dia é igual a $1-p$). Se uma máquina parar de funcionar, ela será consertada durante a noite e voltará a funcionar na manhã do dia seguinte. No máximo uma máquina pode ser consertada durante uma mesma noite. Seja X_{n-1} o número de máquinas funcionando no início do n -ésimo dia de funcionamento (X_0 corresponde, então, ao número de máquinas funcionando no início do primeiro dia de funcionamento). Calcule a probabilidade de as três máquinas funcionarem no início do terceiro dia de funcionamento sabendo que, no início do primeiro dia de funcionamento, existem as seguintes probabilidades:

- probabilidade de as três máquinas estarem estragadas igual a $1/4$,
- probabilidade de duas das três máquinas estarem estragadas igual a $1/4$,
- probabilidade de uma das três máquinas estar estragada igual a $1/4$,
- probabilidade de nenhuma máquina estar estragada igual a $1/4$.

CALCULAR A PROBABILIDADE DE AS 3 MÁQUINAS FUNCIONAREM NO REGIME ESTACIONÁRIO.

OBS: Não esquecer de representar o grafo das transições e a matriz estocástica de tal processo para poder resolver a questão (15 pontos).

2. Durante um mesmo dia de funcionamento, três máquinas 1, 2 e 3 de um sistema de produção têm as confiabilidades $p_1=0.8$ (máquina 1), $p_2=0.7$ (máquina 2) e $p_3=0.6$ (máquina 3). Se uma máquina parar de funcionar, ela será consertada durante a noite e voltará a funcionar na manhã do dia seguinte. No máximo uma máquina pode ser consertada durante uma mesma noite. O conserto da máquina 1 é prioritário sobre o conserto das máquinas 2 e 3. O conserto da máquina 2 é prioritário sobre o conserto da máquina 3. Representar o grafo das transições que representa os diversos estados discretos existentes no sistema e representar, também, a matriz estocástica de tal processo. Sabendo que, inicialmente, as três máquinas funcionam, calcular a probabilidade de as três máquinas estarem funcionando no início do segundo dia de funcionamento. Mostrar que o processo Markoviano correspondente tem somente uma distribuição estacionária. (10 pontos)

3. Em um determinado sistema de comunicação, um sinal digital (que pode ter como valores 0 ou 1) tem de percorrer dois pontos de comunicação intermediários antes de ser recebido, conforme indicado na figura 3.

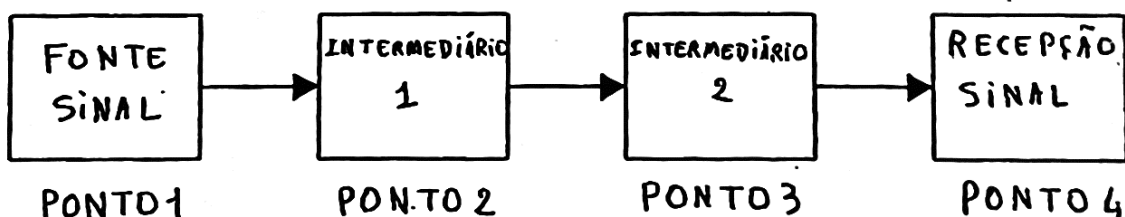


Figura 3

Em cada ponto, em instantes bem definidos (n -ésimo passo com $n=0,1,3,\text{etc...}$), o sinal é recuperado e transmitido para o próximo ponto (o sinal demora 1 passo para ser transmitido de um ponto até o próximo). Suponha que a probabilidade de que o sinal seja alterado (o sinal passe de 0 a 1 ou de 1 a 0 durante a transmissão de ponto a ponto) seja igual a $p=0.1$. Considerando um sinal qualquer, construir o grafo das transições onde apareçam os diversos estados discretos alcançáveis pelo sistema (os valores das probabilidades de transição deverão aparecer nos arcos do grafo). Qual é a probabilidade de que o sinal TRANSMITIDO E RECEBIDO SEJAM OS MESMOS? (10 PONTOS)