Modelagem e Simulação

Terceiro Trabalho

Arthur do Prado Labaki - 11821BCC017

23-10, 2022

GBC065

Resolução do item 1)

$$X_{n-1} = X_n \rightarrow \begin{cases} P_{11} = 3/4 & P_{12} = 1/4 \\ P_{21} = 3/4 & P_{22} = 1/4 \end{cases}$$

$$X_{n-1} \neq X_n \rightarrow \begin{cases} P_{11} = P_{22} \\ P_{12} = P_{21} \end{cases} = \frac{1}{2}$$

para $P(X_4 = 2 \mid X_3 = 1, X_2 = 1)$ temos de X_2 para X_3 não altera e X_3 para X_4 altera, sendo $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$

para $P(X_4 = 2 / X_3 = 1, X_2 = 2)$ temos de X_2 para X_3 altera, sendo $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}$ e X_3 para X_4 altera, sendo $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4}$. Logo temos $\frac{3}{8} + \frac{1}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

Esse processo é Markoviano pois para uma cadeia de Markov finita (número de estados finito) sempre existe pelo menos uma distribuição estacionaria, o que ja é demonstrado no exercício (como X2, X3, X4, ...).

Resolução do item 2)

Analisando o exercício, temos:

Para calcular a probabilidade das três maquinas funcionarem no inicio do terceiro dia é, sendo X0 o primeiro dia:
X0 = 1 ou 100%
X1 = P00 = 0,992 ou 99,2%
X2 = (P00.POO) + (P01.P10) = 0,9917 ou 99,17%

A probabilidade das três maquinas funcionarem no regime estacionário seria Xn, sendo n infinito. Analisando os resultados passados, eles tendem a diminuir, mas não chegaram a 0. Seu limite será de (Conta)

$$
P_{00} = \begin{cases} p \cdot p \cdot p = p^3 = (0{,}8)^3 = 0{,}512 & \text{não quebrar} \\ p \cdot p \cdot (1-p) = p^2 (1-p) = (0{,}8)^2 \cdot (0{,}2) \cdot 3 = 0{,}384 & \text{quebrar 1} \\ p \cdot (1-p)^2 = (0{,}8) \cdot (0{,}2)^2 \cdot 3 = 0{,}096 & \text{quebrar 2} \end{cases} = 0{,}992
$$

Possibilidades

$$
P_{01} = \{ (1-p)^3 = (0{,}2)^3 = 0{,}008 \quad \text{quebrar 3} \}
$$

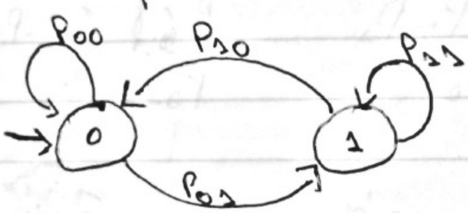
$$
P_{11} = \{ (1-p)^2 = (0{,}2)^2 = 0{,}04 \quad \text{quebrar 2} \}
$$

$$
P_{10} = \begin{cases} p^2 = (0{,}8)^2 = 0{,}64 & \text{não quebrar} \\ p \cdot (1-p) = (0{,}8) \cdot (0{,}2) \cdot 2 = 0{,}32 & \text{quebrar 1} \end{cases} = 0{,}96
$$

Matriz Estocástica

	0	1
0	0,992	0,008
1	0,96	0,04

Grafo de Transição

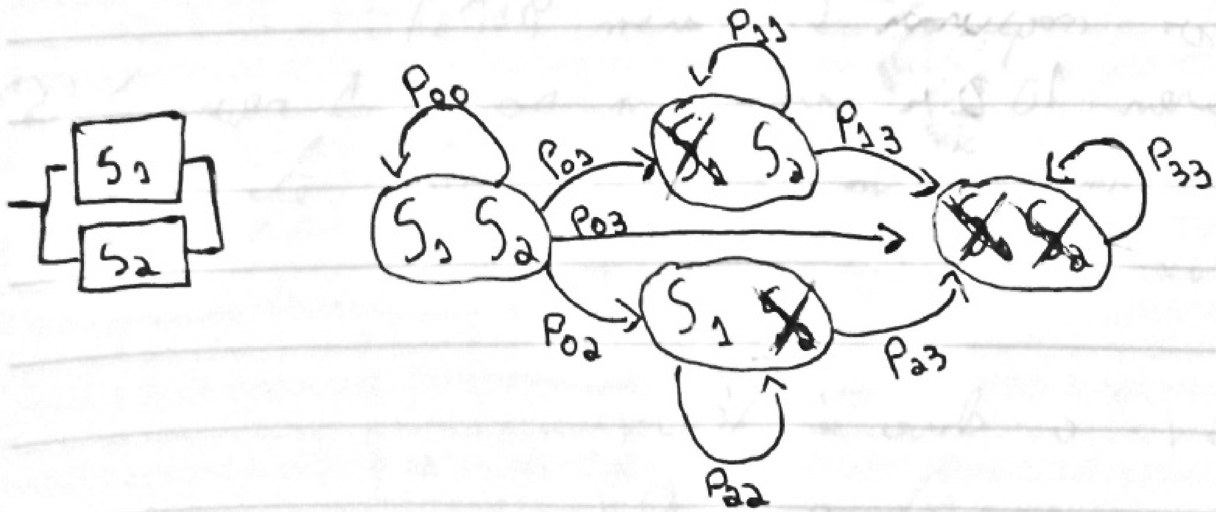


Resolução do item 3)

Observando o problema, temos:

Analisando o grafo de transições,podemos verificar que o processo Markoviano correspondente tem somente uma distribuição estacionaria. Caso os valores de p1 e p2 sejam menor que 100%, a distribuição estacionária tende ao estado 3 (S1S2 quebrados), pois não é possível concertar as máquinas, logo se for atribuído infinito tempo, elas irão em algum momento quebrar.

Caso os valores de p1 e p2 sejam 100%, ele também tem somente uma distribuição estacio-



$P_{00} = p_1 \cdot p_2$

$P_{01} = (1-p_1) \cdot p_2$

$P_{02} = p_1 \cdot (1-p_2)$

$P_{03} = (1-p_1) \cdot (1-p_2)$

$P_{33} = 1$

$P_{11} = p_2$

$P_{22} = p_1$

$P_{13} = (1-p_2)$

$P_{23} = (1-p_1)$

naria, o estado 0 (S1S2 não quebrados), pois eles nunca irão quebrar. Caso p1 ou p2 sejam 100% a distribuição estacionaria será o estado que tem chance de quebrar (S1S2 com S2 quebrado se S1 for sem chance de quebrar).