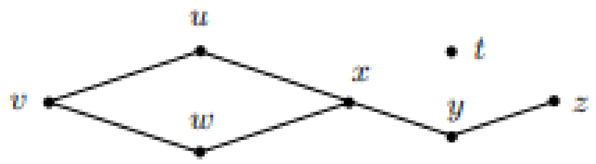
Tarefa 1 – Teoria dos Grafos

Arthur do Prado Labaki – 11821BCC017

1.3)



	t	u	v	w	x	y	z
t	0	0	0	0	0	0	0
u	0	0	1	0	1	0	0
v	0	1	0	1	0	0	0
w	0	0	1	0	1	0	0
x	0	1	0	1	0	1	0
y	0	0	0	0	1	0	1
z	0	0	0	0	0	1	0

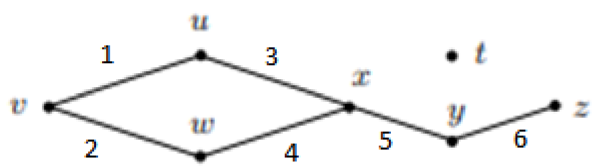
Matriz de adjacência

de um K4

0	1	1	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

A relação entre a matriz de adjacências de um grafo e matriz de adjacências do seu complemento é que elas serão sempre opostas.

1.4)



	1	2	3	4	5	6
t	0	0	0	0	0	0
u	1	0	1	0	0	0
v	1	1	0	0	0	0
w	0	1	0	1	0	0
x	0	0	1	1	1	0
y	0	0	0	0	1	1
z	0	0	0	0	0	1

Matriz de incidência

de um K4

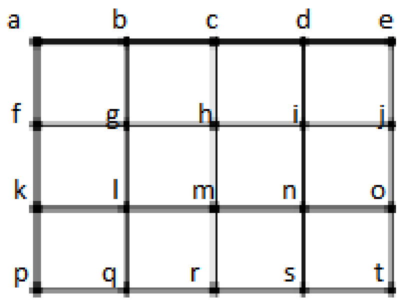
1	1	1	0	0	0
1	0	0	1	1	0
0	0	1	1	0	1
0	1	0	0	1	1

A soma de todos os elementos da matriz de incidência vale sempre o dobro do número de arestas.

A relação será que as arestas faltantes para completar o grafo.

1.6)

Uma grade p-por-q terá ((p-1) x q) + ((q-1) x p) arestas, ou seja, sendo 3 por 4, (2x4) + (3x3) = 17 arestas.



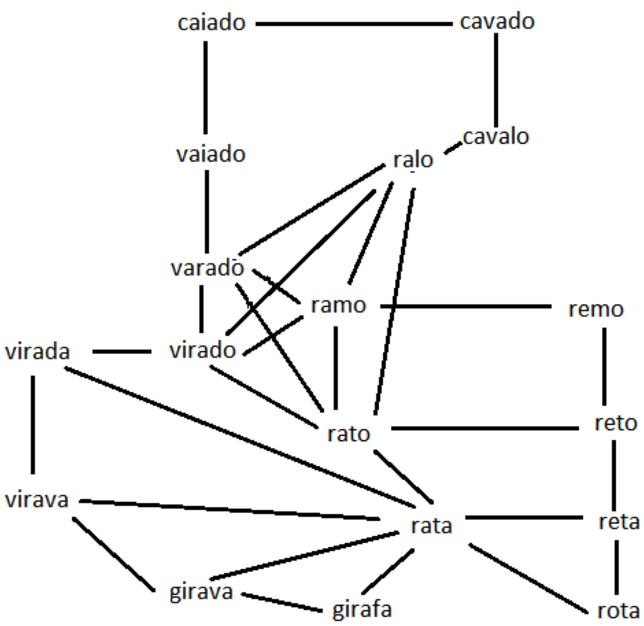
0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0

Matriz de adjacência

Matriz de incidência

1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0
0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1
0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1

1.13)



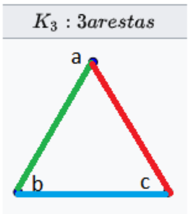
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0
0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0
0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1
0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0
0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0

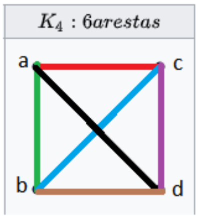
Matriz de adjacência

Matriz de incidência

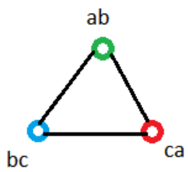
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0
0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0
0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0

1.24)

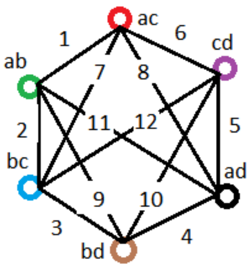




$L(K_3)$



$L(K_4)$



Matriz de adjacência de L(K4)

0	1	1	1	0	1
1	0	1	0	1	1
1	1	0	1	1	0
1	0	1	0	1	1
0	1	1	1	0	1
1	1	0	1	1	0

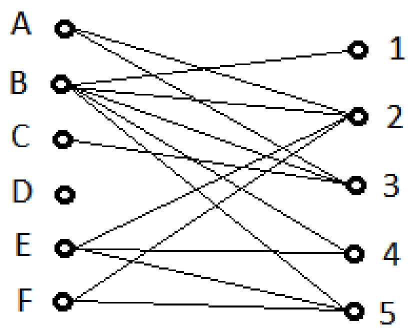
Matriz de incidência de L(K4)

	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0
	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1
	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0
	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0
	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1
	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0

L(Kn) terá o número de vértices o mesmo numero de aresta de Kn, ou seja, (n(n-1)) /2.

1.25)

A	$2, 3$	B	$1, 2, 3, 4, 5$
C	3	D	
E	$2, 4, 5$	F	$2, 5$



1.26)

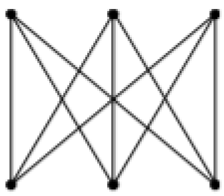
O número máximo de arestas que um grafo {U, W} -bipartido pode ter é U x W, onde cada vértice do primeiro conjunto está associado a cada vértice do segundo conjunto.

1.27)

Em grafo Kp,q bipartido completo com p vértices em X e q vértices em Y, tendo pq arestas.

1.30)

A matriz de adjacência terá a aparência de bloquinhos



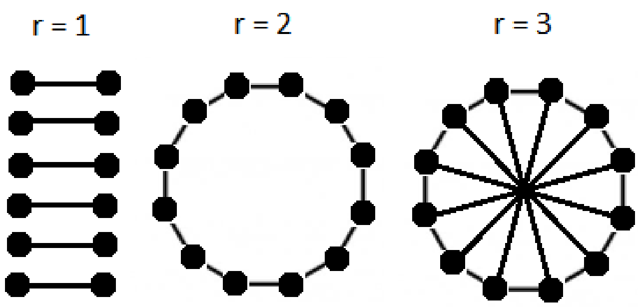
0	0	0	1	1	1
0	0	0	1	1	1
0	0	0	1	1	1
1	1	1	0	0	0
1	1	1	0	0	0
1	1	1	0	0	0

1.33)

Sendo um grafo G Kn, o grau mínimo e máximo (δ(G) e Δ(G)) serão n-1, por exemplo um k4, o grau de todos os vértices é 3.

Sendo um grafo G Kp,q, o grau mínimo δ(G) será o menor valor dentre p ou q, e o grau máximo Δ(G) será o maior valor dentre p ou q.

1.34)



1.39)

Tanto o valor da soma da linha de A quanto de M valem o numero de arestas ligado ao vértice (grau do vértice). No exemplo, a soma dos elementos da linha do vértice v é 2, tanto em A quanto em M.

1.40)

Se G é um grafo {U,W}-bipartido e G também é regular, logo todos os vértices devem ter o mesmo grau, o mesmo numero de arestas e, sendo bipartido, é necessário que os “2 lados do grafo” sejam iguais, ou seja, U tem q ser igual a W.

1.46)

Sendo n o número de vértices de um grafo, o grau máximo de cada vértice será n-1 (ligando em todos os outros vértices, menos nele próprio). Com isso a soma de todos os graus de todos os vértices será n(n-1). Porém como o grafo não é orientado, arestas de vértices iguais serão contadas 2 vezes (por exemplo, a aresta a-b é contada 2 vezes, sendo uma a->b e outra b->a), com isso devemos retirar todas as arestas repetidas(que serão metade), gerando a formula (n(n-1))/2.

1.53)

Sendo Gc o complemento de G (não consegui usar o traço em cima do G), δ(Gc) será o número de vértice de G - Δ(G). E o e Δ(Gc) será o número de vértices de G - δ(G).

1.65)

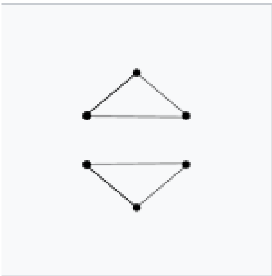
δ(P) será 1, pois seria o começo do caminho (extremos), e Δ(P) será 2, pois seria o meio do caminho (internos).
Tanto δ(O) como e Δ(O) será 2, pois todos os vértices tem 2 arestas para formar o circuito.

1.67)

Em um conjunto de vértices {1, 2, 3}, o número máximo de caminhos possíveis será 6 (1-2, 1-3, 2-3, 1-2-3, 1-3-2, 2-1-3).
No mesmo conjunto, o número máximo de circuitos é 1, pois é necessário no mínimo 3 vértices para formar um circuito.

Já no conjunto de vértices {1, 2, 3, 4}, o numero máximo de circuitos possíveis são 4 (1-2-3-1, 1-2-4-1, 1-3-4-1, 2-3-4-2).

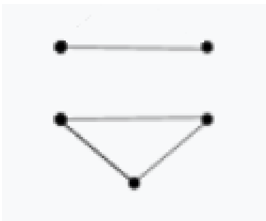
1.68)



Não, pois existem grafos desse tipo, separando em 2 circuitos e não um único.

Se contar eles separadamente, todo grafo 2-regular será um circuito sim.

1.69)



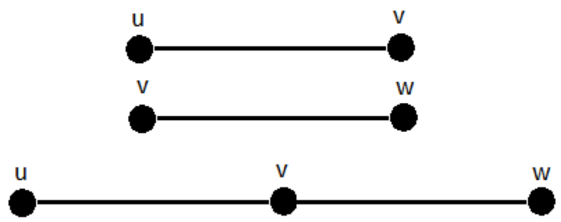
Não, pois pode existir um grafo desse tipo, separando em 2, um sendo um circuito e outro sendo um caminho.

Se não puder contar eles separadamente, separando em 2 grafos distintos, esse tipo de grafo será sempre um caminho.

1.73)

Se P é um caminho com extremos u a v e Q um caminho com extremos

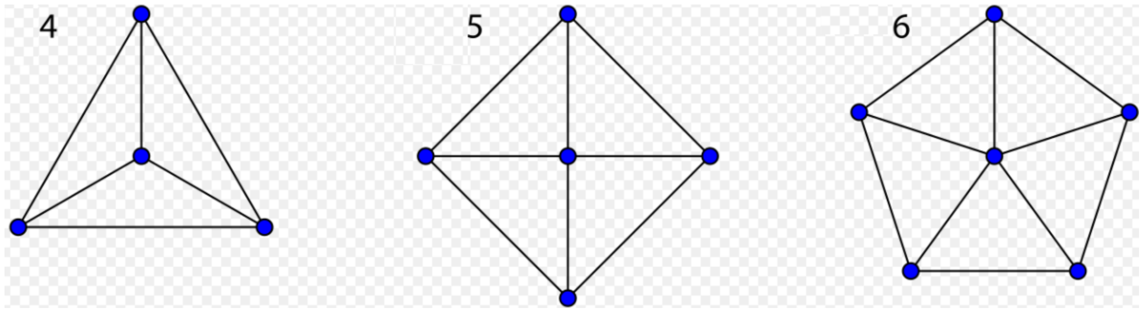
v e w e também Vp ∩ Vq = {v}, sendo v o único vértice em comum dos dois caminhos, por ele ser um extremo dos dois caminhos, logo o grafo P ∪ Q é um caminho.



1.74)

Sendo P e Q dois caminhos com os mesmos extremos u e v, ainda que e Vp ∩ Vq = {u, v}, o grafo P ∪ Q será um circuito se o numero de vértices for maior que 3 (se os 2 caminhos só tiverem os vértices u e v, P ∪ Q só terá 2 vértices e o mínimo de vértices necessários para ser circuito é 3).

1.76)



Sendo uma roda com n vértices:

m será (n-1) *2 (n-1 é tanto o numero de arestas do circuito, quanto da estrela);

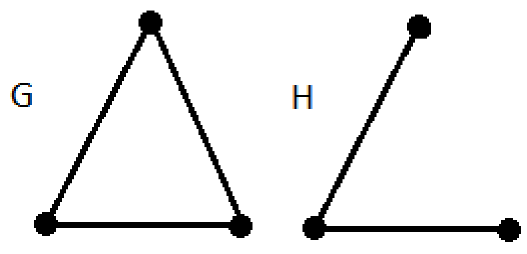
δ sempre será 3 (2 arestas nos vizinhos do lado e 1 no centro);

Δ é n-1 (sendo o centro, ligando a todos os outros vértices, com exceção dele mesmo).

1.87)

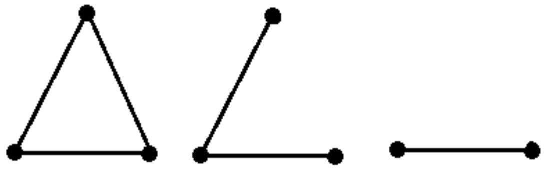
Se H é um subgrafo de G E Vh = Vg, H não é necessariamente o número de vértices.

Se Eh = Eg, necessariamente H = G.



1.90)

Se retirarmos tanto um vértice quanto uma aresta de um circuito, o grafo resultante será um caminho.



1.95)

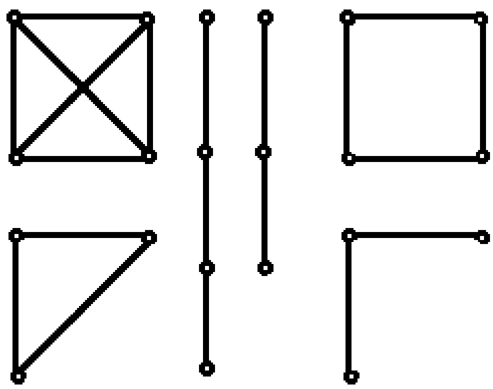
Sendo G um grafo {U, W}-bipartido, os subgrafos induzidos de G[U] e G[W] são vazios, pois um grafo bipartido não tem arestas ligando essas partes (vértices brancos (U) não existem arestas entre si, o mesmo para os vértices pretos (W), e em um subgrafo induzido, é necessário todas as arestas que aparecem no grafo G sobre o mesmo conjunto de vértices).

1.96)

Em um subgrafo induzido faz se necessário todas as arestas que aparecem no grafo G sobre o mesmo conjunto de vértices e, com isso, se um grafo for completo, seu subgrafo também será completo, pois todas os vértices do subgrafo serão já terão arestas ligando em todos os outros vértices.

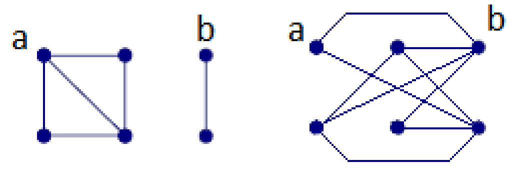
O mesmo ocorre para um caminho, onde por mais que simplifique ele, ele ainda continuará sendo um caminho.

Com circuito, um subgrafo induzido com Vh diferente Vg, o circuito se quebra, existindo duas extremidades, formando um caminho.



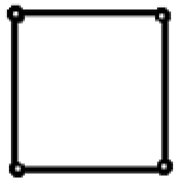
1.151)

Se um grafo é desconexo, seu complemento será conexo pois as arestas que fazem eles ser conexo estarão em seu complemento.



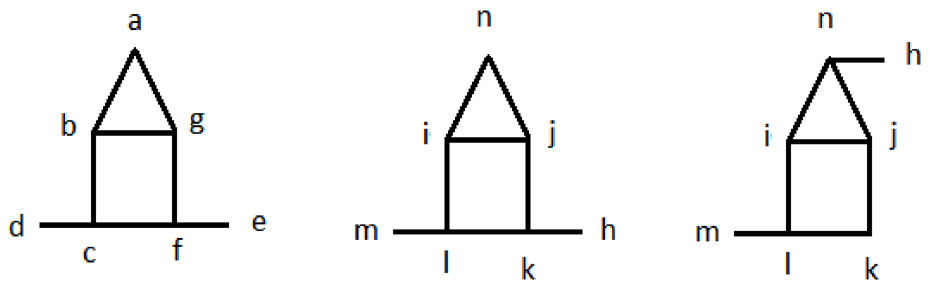
1.201)

Se um grafo for de grau par, qualquer aresta que for removida não desconectará o grafo, pois vai existir pelo menos mais 1 aresta ligando o grafo.



Não existe ponte no grafo, pois qualquer 1 aresta pode ser retirada que não separará o grafo

2.2)



Os grafos G e H são isomorfos, mas trocando hk por hn eles deixam de ser isomorfos.

2.9)

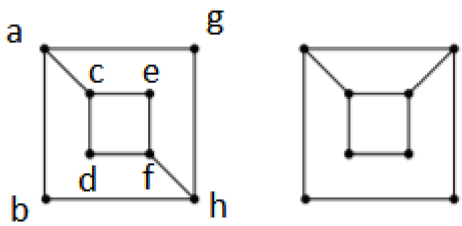


Figura 2.4: Esses grafos são isomorfos?

Os grafos não são isomorfos, pois seguindo o caminho a-c-d-f-h, os graus, em ordem, são 3-3-2-3-3 e essa sequência de grau é impossível de obter no segundo grafo.