Modelagem e Simulação

Quarto Trabalho

Arthur do Prado Labaki - 11821BCC017

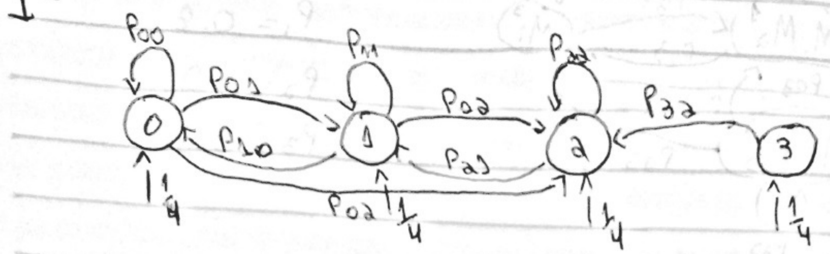
29-10, 2022

GBC065

Resolução do item 1)

Dado exercício, temos:

1-



$p = 0.8$

$(1-p) = 0.2$

$P_{00} = p^3 + (p^2.(1-p)).3$ -> Nenhuma ou só 1 quebrar (3x) = 0.896

$P_{01} = (p.(1-p)).3$ -> 2 quebrarem (3x) = 0.096

$P_{02} = (1-p)^3$ -> quebrar 3 = 0.008

$P_{10} = p^2$ -> dos 2 não quebrar = 0.64

$P_{11} = p.(1-p).2$ -> dos 2, quebrar 1 (2x) = 0.32

$P_{12} = (1-p)^2$ -> quebrar os 2 = 0.04

$P_{21} = \cancel{00}\ p$ -> única não quebrar = 0.8

$P_{22} = (1-p)$ -> única quebrar = 0.2

$P_{32} = 1$ -> não tem maquina para quebrar = 1

Matriz Estocástico

X	0	1	2	3
0	0.896	0.096	0.008	0
1	0.64	0.32	0.04	0
2	0	0.8	0.2	0
3	0	0	1	0

$$\begin{array}{cccc} 0 & 1 & 2 & 3 \end{array}$$
$$X_0 = \left[\tfrac{1}{4}, \tfrac{1}{4}, \tfrac{1}{4}, \tfrac{1}{4}\right]$$ -> 1° dia

$X_1 = X_0.P = [\tfrac{1}{4}, \tfrac{1}{4}, \tfrac{1}{4}, \tfrac{1}{4}]$. Matriz estocástico $= [0.384, 0.304, 0.312, 0]$ -> 2° dia

$X_2 = X_1.P = [0.539, 0.384, 0.078, 0]$ -> 3° dia

Com isso, temos que a probabilidade das três maquinas funcionarem no inicio do terceiro dia é de 53,9%, ou 0.539. Para calcular a probabilidade das três máquinas funcionarem no regime estacionário, temos que:

Probabilidade das 3 máquinas funcionarem no 3º dia é de 53,9%

$\tilde{\pi} = \tilde{\pi} . P$ → Regime estacionário

$[P_0, P_1, P_2, P_3] = [P_0, P_1, P_2, P_3]$. Matriz estocástica

→ $P_3 = 0$

$$\begin{cases} 0.104 P_0 - 0.64 P_1 = 0 \\ -0.096 P_0 + 0.68 P_1 - 0.8 P_2 = 0 \\ P_0 . P_1 . P_2 = 1 \end{cases}$$

$\boxed{P_0 = 0,847}$ → 3 máquinas funcionarem

$P_1 = 0,138$

$P_2 = 0,015$

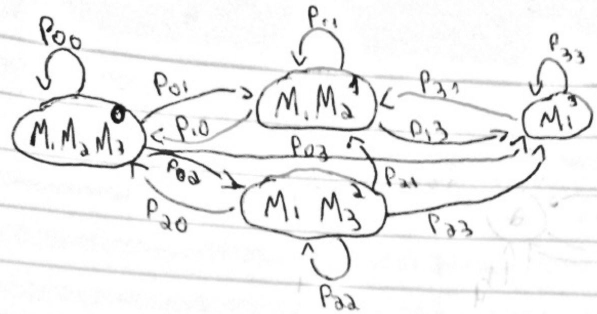
Resolução do item 2)

De acordo com o problema:

Sabendo que as três máquinas funcionam inicialmente, a probabilidade delas continuarem funcionando no inicio do segundo dia é de 78,8%, ou de 0.788. Ela só tem uma única distribuição estacionaria, pois de qualquer estado, é possível ir para todos os outros estados em até 3 passos. Por exemplo:

- Estado 0 → Estado 1
- Estado 0 → Estado 1 → Estado 3
- Estado 0 → Estado 2
- Estado 3 → Estado 2 → Estado 0 → Estado 1

2-



$P_1 = 0.8$

$P_2 = 0.7$

$P_3 = 0.6$

$P_{00} = P_1 . P_2 . P_3 + (1-P_1) . P_2 . P_3 + P_1 . (1-P_2) . P_3 + P_1 . P_2 . (1-P_3) = 0.788$

$P_{01} = (1-P_1) . P_2 . (1-P_3) + P_1 . (1-P_2) . (1-P_3) = 0.152$

$P_{02} = (1-P_1) . (1-P_2) . P_3 = 0.036$

$P_{03} = (1-P_1) . (1-P_2) . (1-P_3) = 0.024$

$P_{10} = P_1 . P_2 = 0.56$

$P_{11} = (1-P_1) . P_2 + P_1 . (1-P_2) = 0.38$

$P_{13} = (1-P_1) . (1-P_2) = 0.06$

$P_{20} = P_1 . P_3 = 0.48$

$P_{21} = P_1 . (1-P_3) = 0.32$

$P_{22} = (1-P_1) . P_3 = 0.12$

$P_{23} = (1-P_1) . (1-P_3) = 0.08$

$P_{31} = P_1 = 0.8$

$P_{33} = (1-P_1) = 0.2$

	0	1	2	3
0	0.788	0.152	0.036	0.024
1	0.56	0.38	~~0.06~~ 0	0.06
2	0.48	0.32	0.12	0.08
3	0	0.8	0	0.2

$X_0 = [1, 0, 0, 0] \rightarrow$ 1º dia $\rightarrow$ 3 máquina no 2º dia

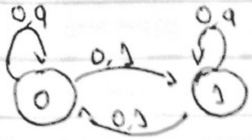
$X_1 = X_0 .$ matriz estacionário $= [\boxed{0.788}, 0.152, 0.036, 0.024]$

Resolução do item 3)

Para esse exercício, temos que:

A probabilidade de que o sinal transmitido e recebido sejam os mesmos (começa e termina com 0, ou começa e termina com 1) é de 75,6%, ou de 0.756.

3-



	0	1
0	0,9	0,1
1	0,1	0,9

0000 = 0,729	1111 = 0,729
0010 = 0,009	1101 = 0,009
0100 = 0,009	1011 = 0,009
0110 = 0,009	1001 = 0,009
→ 0,756	→ 0,756

Começa e termina com 0 ou Começa e termina com 1.

$$\frac{0,756 + 0,756}{2} = 0,756$$

$$\begin{cases} P_1 = 0,9P_1 + 0,1P_2 \\ P_2 = 0,1P_1 + 0,9P_2 \\ P_1 + P_2 = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 1 - P_2 = 0,9(1-P_2) + 0,1P_2 \\ P_2 = 0,1.(1-P_2) + 0,9P_2 \end{cases} \rightarrow$$

$P_1 = 1 - P_2$

$$1 - P_2 = 0,9 - 0,9P_2 + 0,1P_2$$
$$1 - P_2 = 0,9 - 0,8P_2$$
$$-P_2 + 0,8P_2 = 0,9 - 1$$
$$-0,2P_2 = -0,1$$
$$P_2 = \frac{0,1}{0,2} = 0,5$$