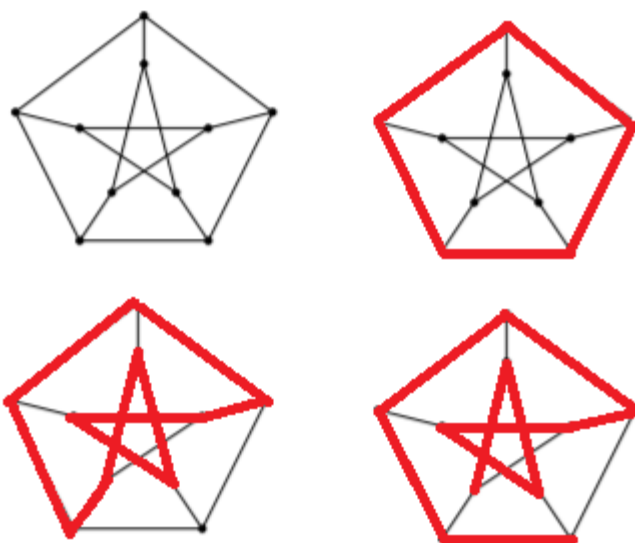


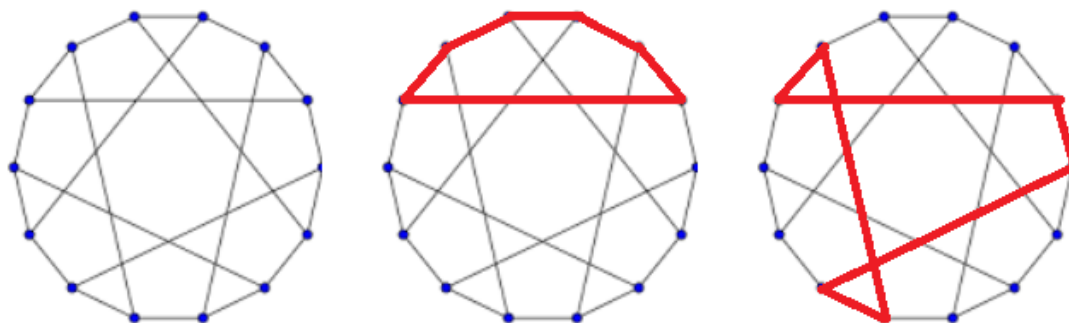
Tarefa 3 – Teoria dos Grafos

Arthur do Prado Labaki – 11821BCC017

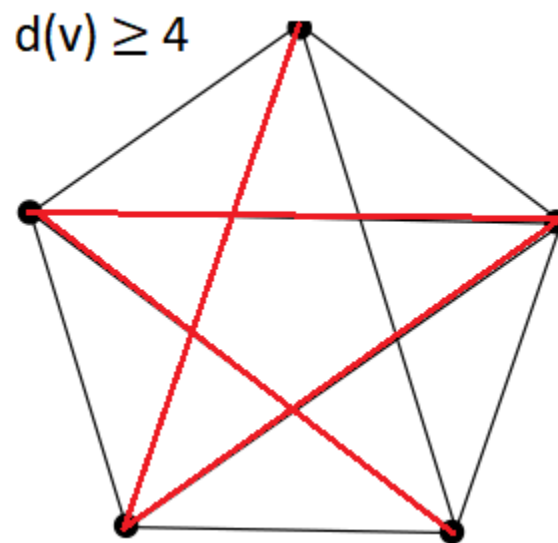
1.119 –



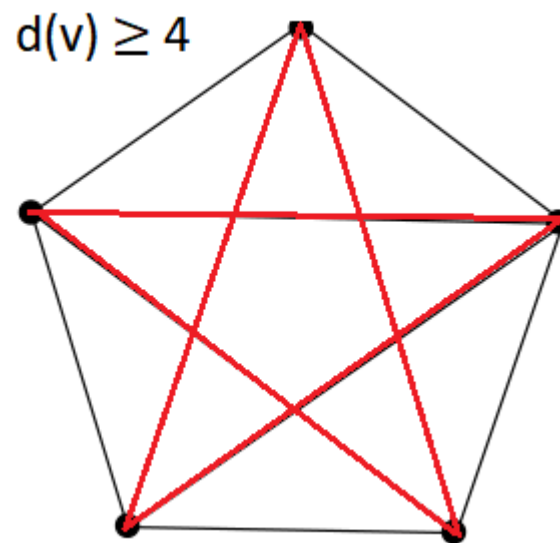
1.122 –



1.125 –

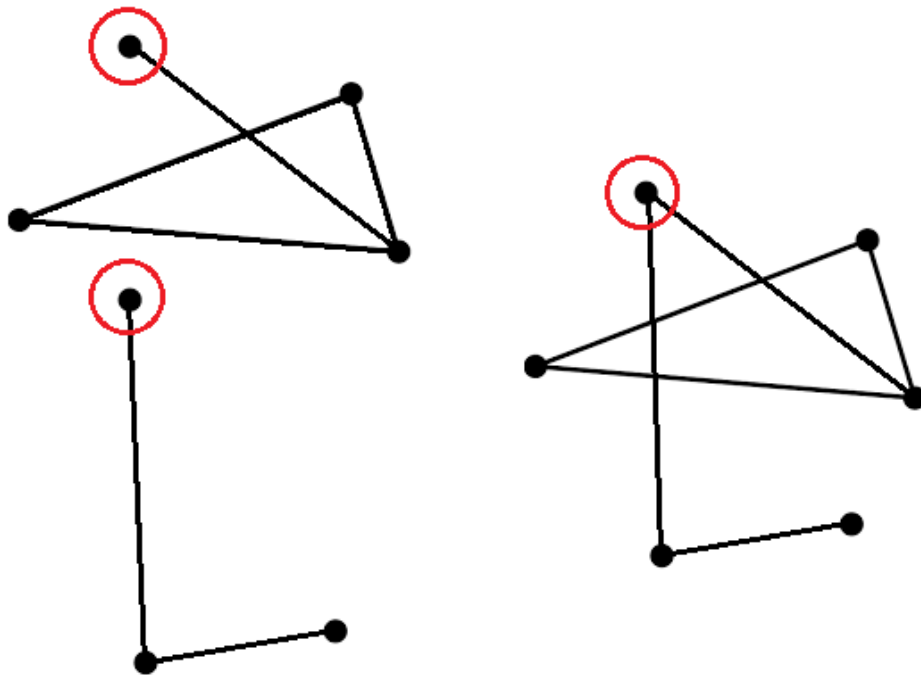


1.128 –



1.143 –

Um caminho é conexo, pois todos os seus vértices estão ligados aos respectivos vizinhos. Logo se 2 caminhos tiverem, no mínimo, um vértice em comum, os dois caminhos serão um grafo conexo, pois existe arestas conectando todos os vértices, pois existem vértices em comum.



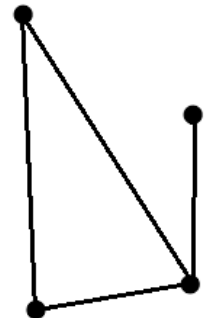
1.167 –

Um grafo será sempre conexo se o número de arestas for de tamanho maior que

$\frac{1}{2} * (n - 1) * (n - 2)$, sendo n o numero de vértice, pois ultrapassa o limite de um vértice não ter aresta.

$$n = 4$$

$$\frac{1}{2} * 3 * 2 = 3$$



1.174 –

P um caminho e S um subconjunto próprio de V_P

$$c(P - S) \leq |S| + 1$$

O conjunto de vértices de todo grafo admite uma única partição X_1, X_2, \dots, X_k em que cada X_i é um conjunto fechado. O subgrafo induzido por cada X_i é um componente. Com isso, $c(P - S)$ será um valor dependente de $|S|$, em que $c(P - S)$ é k que , sendo $|S|$ o maior subconjunto possível, k será $|S|+1$, em seu valor máximo.

1.175 –

O um circuito e S um subconjunto de V_O tal que $0 < |S| < n(O)$

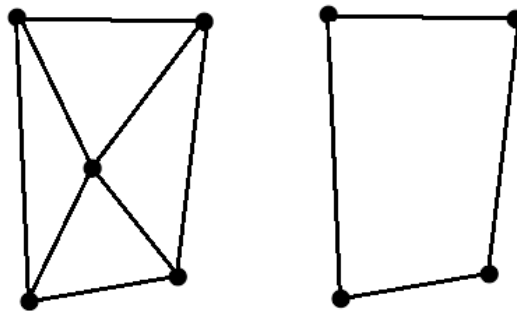
$$c(O - S) \leq |S|$$

Sabendo que $c(P - S) \leq |S| + 1$ se P for um caminho, para O, que é um circuito, a diferença é que em k, seu valor máximo, será o próprio $|S|$, pois não existe extremidades em um circuito($c(P - S) \leq |S| + 1$ -1 caso P for um circuito).

1.188 –

Não. Sendo 6 o numero de vértices de um grafo G e 1 for o conjunto X, a condição será satisfeita e mesmo assim, o grafo continua conexo.

$$c(G - X) > |X| + 1 \rightarrow 4 > 2$$



1.204 –

Para achar todas as pontes em um grafo será necessário usar a busca em profundidade para visitar cada vértice. P será uma lista de adjacências que guardará as pontes encontradas. Para cada vértice visitado atribuiremos dois valores: visit e minor.

O visit será um boolean e indicará quando o vértice foi visitado.

O minor indicará se existe um vértice anterior a ele que pode ser visitado em uma subárvore enraizada pelo vértice em análise.

Se o valor do minor puder ser alterado para novo caminho possível para chegar no vértice em análise, então ele não é ponte.

Caso contrário, a aresta que liga o vértice em análise ao seu antecessor é ponte, e a lista P deve receber os vértices que formam essa ponte.

1.215 –

Um circuito é conexo e tem sempre três ou mais vértices, por natureza. Ele também não tem articulações, pois $c(G - v)$ nunca será maior $c(G)$.

(Sendo $c(G - v)$ será 2, pois será um caminho, e $c(G)$ é $n-1$, sendo n o número de vértices).

14.6 –

Para achar a distância mínima entre dois vértices é necessário usar busca em largura para encontrar a menor distância entre eles. D será um inteiro que guardará a distância entre eles.

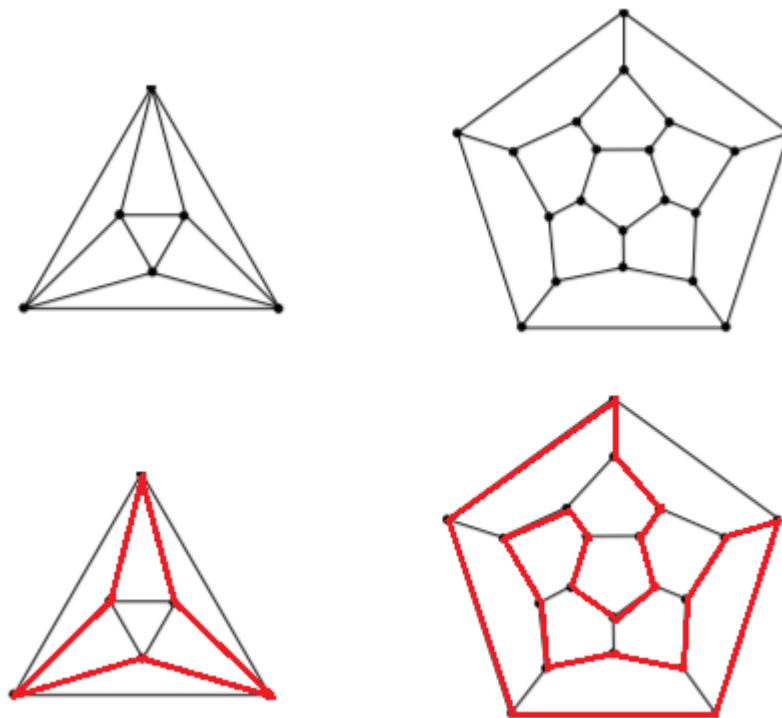
Utilizaremos da mesma maneira o visit, porém o level indicará se existe um vértice no mesmo nível que ele que pode ser visitado em uma subárvore enraizada pelo vértice em análise.

Ao encontrar um dos vértices necessários, irá guardar o nível dele. Ao encontrar o segundo vértice necessário, iremos voltar ao nível do primeiro vértice encontrado, somando em um o D, até chegar no vértice.

16.19 –

A conexidade do grafo de Petersen é 3, pois é o menor subconjunto que faz o grafo ficar desconexo sem eles (todos os vértices tem 3 arestas).

17.3 –



17.14 –

Se o grafo G for um circuito hamiltoniano, o grafo não vai ter pontes, pois todos os vértices de G formam um grande circuito e circuito não tem ponte.

O grafo também não tem articulações, pois, como já foi provado no exercício 1.215, todo circuito não tem articulação.

17.24 –

Sendo G um grafo com $n(G) \geq 4$ e $\delta(G) \geq n(G) - 2$, o grafo terá um circuito hamiltoniano, pois o menor grau do vértice terá pelo menos metade do número de vértices, fazendo com que seja possível formar um circuito incluindo todos os vértices do grafo, mesmo se $\delta(G) = \Delta(G)$.