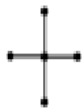
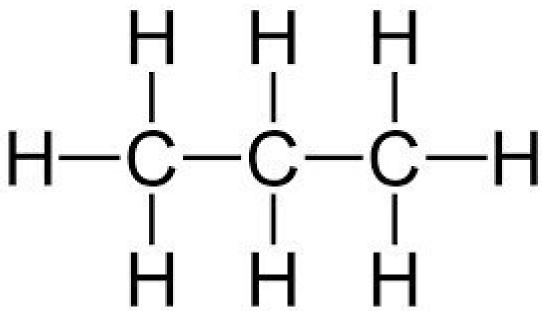
Tarefa 4 – Teoria dos Grafos

Arthur do Prado Labaki – 11821BCC017

1.5 –

metano - C1H4





No hidrocarboneto C3H8, só existe um tipo de molécula, pois cada carbono pode fazer até 4 ligações (arestas) e cada hidrogênio uma, formando o Propano.

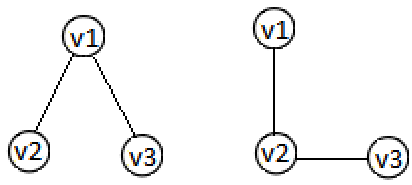
A sequencia de carbono está com o máximo possível de hidrogênio. Caso separem os carbonos (como 2 carbonos com 3 hidrogênio e um carbono com 2 hidrogênio, todos os carbonos separados entre si) a formula química iria deixar de ser C3H8.

1.224 –

Seja (v1, v2, v3, . . . , vn) uma sequência de objetos distintos dois a dois. Para cada j, seja i(j) um elemento de {1, . . . , j−1}. O grafo ({v1, v2, v3, . . ., vn}, {v2vi(2), v3vi(3), . . . , vnvi(n)}) é uma árvore, pois cada vértice v está ligado somente a um outro vértice (Ex: v2 - v3vi(3)) e, assim, eles não se repetem, não formam ciclos, sendo uma árvore.

1.225 –

Seja T uma árvore, existe uma permutação (v1, v2, . . . , vn) de VT dotada da seguinte propriedade: para j = 2, . . . , n, o vértice vj é adjacente a exatamente um dos vértices do conjunto {v1, . . . , vj−1}, pois usando o j=2 como exemplo, ele será adjacente a v1, seu respectivo pai. Supondo j = 3, o conjunto de vértices seriam v1 e v2, e assim por diante pois T é uma arvore.



1.227 –

Começa em algum vértice;

Nomeia ele (v1);

Verifica se ele é de grau 0, caso sim, não é arvore;

Para cada filho que houver, executa recursivamente o algoritmo, ao avançar no próximo filho, nomeia ele e salva a sua aresta;

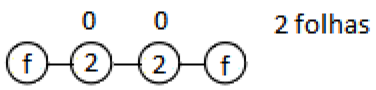
Caso chegue no mesmo filho por duas arestas diferentes, não é árvore (como o algoritmo percorre em pré-ordem, é impossível encontrar algum nó anterior se não for da mesma aresta);

Caso termine, é árvore.

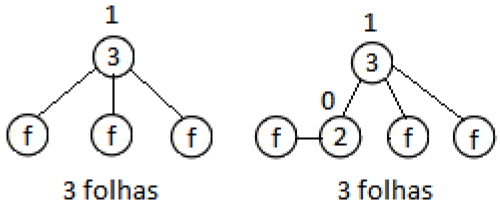
1.234 –

Sendo T uma árvore com dois ou mais vértices e X o conjunto dos vértices cujo grau é maior que 2.

X são os vértices não folhas do grafo. Caso X estiver vazio, o número de folhas será 2, pois a arvore T será um caminho e as folhas serão as extremidades dele.



Caso X seja apenas um vértice de grau 3, a arvore terá 3 folhas, pois o caminho agora tem outra extremidade.

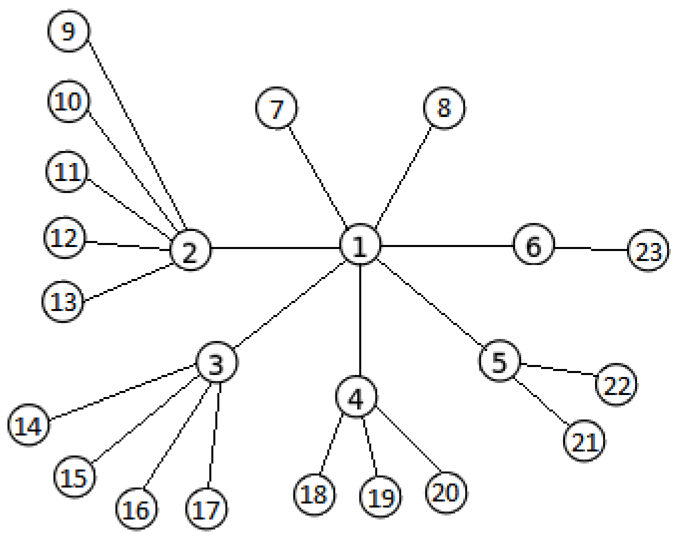


Com isso, a soma dos graus dos vértices X, retirando de cada um 2 e somando 2 ao final será o numero de folhas da árvore.

$$2+\sum_{x\in X}(\mathrm{d}(x)-2) \text{ folhas.}$$

1.235 –

Uma das maneiras de gerar a árvore T seria com n = 23 vértices.



1.236 –

Sendo T uma árvore com p + q vértices e p tem grau 4 e q são folhas.

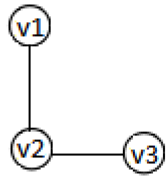
Com isso, podemos supor que p é uma molécula de carbono completo (grau 4) e que p seja moléculas de hidrogênio (grau 1), sendo assim, a arvore T seria a molécula CpHq.

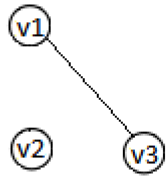
Como o carbono é sempre ligado entre si, todos os carbonos do interior têm 2 ligações para fazer com o hidrogênio e as extremidades tem 3.

Com isso, o número de p seria 2p para os carbonos interiores e 3p para os 2 exteriores. Unindo, temos que p = 2p + 2.

1.237 –

Falso, pois sendo um grafo com 3 vértices não estrela, seu complemento não é conexo. Se considerar esse tipo de grafo como uma estrela com no interno em v2, então é verdadeiro.



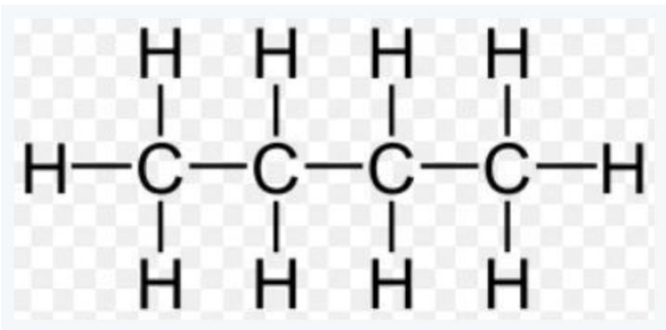


1.239 –

De acordo com o teorema de Helly, se uma família de conjuntos convexos tem uma interseção não vazia para cada grupo de três subconjuntos, então a família inteira tem interseção não vazia. Se em 3 caminhos distintos existem uma interseção entre eles, a intersecção permanece nos 3 caminhos juntos (o no pai).

2.21 –

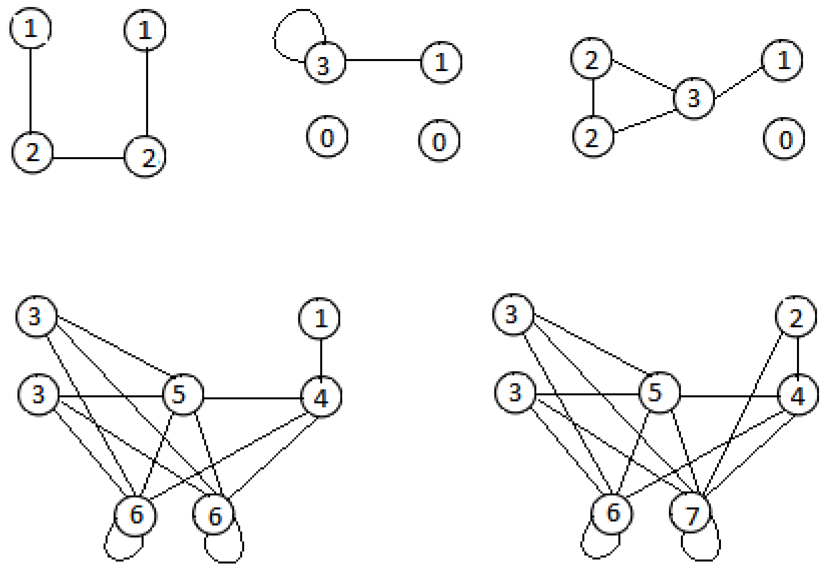
Como cada hidrogênio pode fazer apenas uma ligação e o grafo precisa ser conexo, ou seja, os hidrogênios não podem fazer duplas entre si. Com isso, só é possível um tipo de ligação.



Se for possível trocar os carbonos e hidrogênios de lugar, o numero de conjuntos seria na casa de 4! * 10!

3.1 –

São possíveis os: (1, 1, 2, 2), (0, 3, 1, 0), (0, 1, 2, 2, 3), (6, 6, 5, 4, 3, 3, 1), (7, 6, 5, 4, 3, 3, 2).



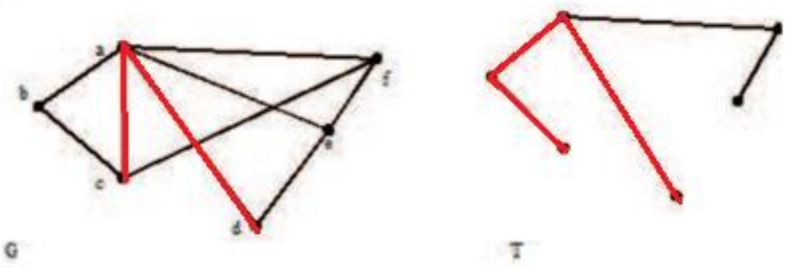
3.2 –

Supondo o grafo anterior (0, 3, 1, 0) gi <= n-1 = gi <= 3 e sua some é par, sendo 0+3+1+0 = 4. Pegando outro exemplo, (0, 1, 2, 2, 3) temos gi <= 4 e sua soma é 8.

14.7 –

É falso, pois distG(r, x) < = distT (r, x), podendo ser menor. No exemplo, a distancia de G é 2 e T é 3.

Mas se existe caminho G e em T, as distancias serão as mesmas.



14.9 –

Toda arvore pode ter no máximo dois centros, somente se eles forem adjacentes, pois o menor valor da excentricidade (exc(v) := maxw∈V dist(v, w)) terá, em uma arvore, no máximo dois vértices iguais.