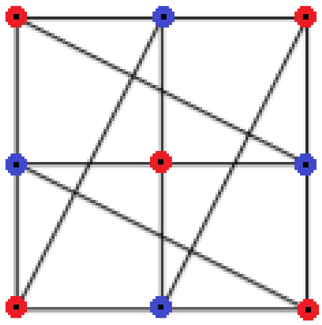
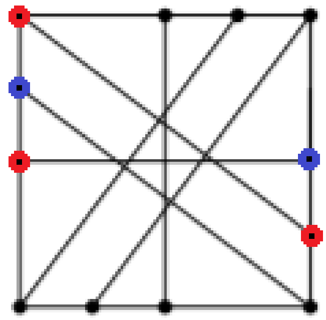
Tarefa 7 – Teoria dos Grafos

Arthur do Prado Labaki – 11821BCC017

4.11 –

O primeiro é grafo é bicolorável, porém o segundo não.





4.22 –

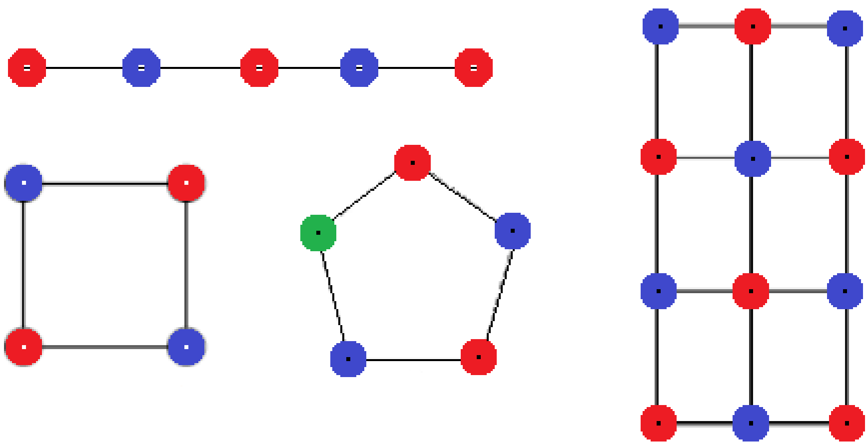
Sendo D um corte e O um circuito, a intersecção entre D e as arestas de O é par, pois um corte é o conjunto de todas as arestas que têm uma ponta em X e outra em VG / X. Logo é necessário que sua intersecção seja par devido ao corte ser um conjunto de 2 pontas de arestas.

7.9 –

Sendo {U, W} uma bicoloração em um grafo G, {X, X'} uma partição de U e {Y, Y'} uma partição de W. Se N(X) é um subconjunto próprio de Y, (N(X) é o conjunto dos vértices em VG / X), ou seja, o conjunto de vértices de G retirando o conjunto X é um subconjunto de Y. Com isso, pode se afirmar que, unindo Y com o X', que é o complemento do conjunto X em U, temos que todos os vértices de G tem pelo menos uma aresta nessa união, que é a definição de cobertura.

8.4 –

Em um caminho, a coloração mínima de vértices sempre será 2 cores. Já um circuito, se ele for par, a coloração será 2, e se for ímpar, será 3. Já uma grade será 2 cores mínimas.



8.15 -

Supondo que cada vértice é uma máquina, as arestas significando que as maquinas estão ligadas ao mesmo tempo e que cada operador seja representado por uma cor distinta. Com isso dois vértices destintos não podem ter a mesma cor, gerando o problema da coloração de vértices. Todo o clique é composto por maquinas que estão ligadas ao mesmo tempo. Logo o número mínimo de trabalhadores ira depender do grafo montado.

8.21 –

Para o problema da coloração em grafos, uma ponte não altera o numero máximo de cores (número cromático), pois, caso a ponte for retirada do grafo, o número cromático será o mesmo, devido a característica de ligar dois grafos (o número cromático de 2 grafos será o mesmo que a união deles).

8.53 –

Usando o pior caso, que seria grafos completos, o numero máximo de vértices para uma 3-coloração é 4, necessitando de 4 cores. No melhor caso, seria um caminho, podendo ter infinitos vértices que sempre a coloração será 2.

12.2 –

Supondo um grafo bipartido {U, W}, em que U seja as maquinas disponíveis, W seja os operários e as arestas seria a tarefa, respeitando qual funcionário poderia realiza-la. Para representar os dias, colorimos cada aresta com uma respectiva cor, sendo que cada operário e máquina podem ter apenas uma única cor diferente.

Um exemplo seria a aresta que liga a maquina 1 e o operário 1, colorindo a aresta de azul. Com isso nem o operário 1 e nem a máquina 1 podem ter outras arestas da cor azul, mas outros operários e outras maquinas podem.

O número de dias necessários para completar a tarefa seria o grau do maior vértice, podendo ser tanto maquina quanto operário.

12.3 –

Nesse problema, cada aresta tem uma cor e cores iguais são de vértices diferentes (como azul pra aresta ab e cd). Com isso, o número mínimo de períodos necessários e suficientes será o número do vértice de maior grau.

Supondo que o vértice de maior grau seja um professor com 6 arestas. Cada aresta dele não poderá ter a mesma cor, pois ele não pode estar em 2 lugares no mesmo período. Sendo cada cor um período, e que os outros professores podem dar aulo no mesmo período que ele.

12.9 –

Todo grafo cúbico possui uma quantidade par de vértices e como o grafo G é hamiltoniano, logo existe um circuito hamiltoniano. Sendo par o tamanho do ciclo, é possível colorir suas arestas com duas cores. Com isso, todo vértice possui duas arestas com o mesmo par de cores, logo é possível colorir as outras arestas com outra cor.