

## RAPPORT DU STAGE D'APPLICATION EN STATISTIQUE DE 2<sup>E</sup> ANNEE

#### STRUCTURE D'ACCUEIL:

INSTITUT DE RECHERCHE BIOMÉDICALE ET D'ÉPIDEMIOLOGIE DU SPORT (IRMES)

#### THEME DU STAGE:

LIEN ENTRE MORPHOLOGIE ET PERFORMANCE CHEZ LES ATHLÈTES ET NAGEURS DU XXI° SIECLE

**LIEU DE STAGE:** INSTITUT NATIONAL DU SPORT, DE L'EXPERTISE

ET DE LA PERFORMANCE (INSEP)

11 avenue de Tremblay





VILLE: PARIS (75012) PAYS: FRANCE

Promotion: 2018

Maîtres de stage : Andy MARC et Arthur LEROY













# Table des matières

Tables des figures	4
Remerciements	5
Introduction	6
Présentation de l'IRMES	7
Institut National du Sport, de l'Expertise et de la Performance (INSEP)	7
Institut de Recherche bioMédicale et d'Épidémiologie du Sport (IRMES)	7
Les bases de données	8
La méthodologie	8
Comment avons-nous choisi la loi du modèle et la valeur de la variance ?	9
L'approche bayésienne	9
Retour à notre étude	10
Quel choix pour la loi a priori ?	10
Autres choix de modélisation	11
La morphologie idéale d'un nageur varie selon l'épreuve	12
Le rôle prépondérant de la taille chez les sprinteurs	12
moins chez les nageurs de demi-fond	14
La masse musculaire : un faible avantage au sprint, un poids pour les fondeurs	14
Un Indice de Masse Corporelle à contrôler	14
Autre représentation de l'influence de la morphologie sur la performance	14
Des conclusions sensiblement identiques chez les nageuses	16
Un poids idéal mieux encadré	16
La masse musculaire favorise les sprinteuses de 200m	17
Athlétisme : peu de profils idéaux, mais des morphologies à éviter	18
Faible influence de la morphologie sur la performance d'une sprinteuse	19
Les gabarits épais récompensés sur 400m, 800m et 10km	19
Avantage aux petits gabarits sur 1500m, 3000m et marathon	19
Limites et suites du projet	21
Limites de modélisation	21
et leurs conséquences sur le caractère prédictif de notre étude	22
Piste d'amélioration : le choix de l'a priori	22
Et après ?	22
Conclusion	23
Bibliographie	24
Approved	25







# Tables des figures

Figure n° 1 : Morphologie et performance moyennes d'un nageur selon sa spécialité
Figure n° 2 : Probabilité qu'un nageur de 100m aille plus vite que la moyenne en fonction de sa taille13
Figure n° 3 : Probabilité qu'un nageur de 100m aille plus vite qu'un nageur plus petit en fonction de l'écart de taille
Figure n° 4 : Probabilité qu'un nageur de 100m aille plus vite que la moyenne en fonction de sa morphologie15
Figure n° 5 : Probabilité qu'un nageur de 1500m aille plus vite que la moyenne en fonction de sa morphologie15
Figure n° 6 : Caractéristiques physiques favorisant ou défavorisant la performance chez les nageurs15
Figure n° 7 : Morphologie et performance moyennes d'une nageuse selon sa spécialité 16
Figure n° 8 : Caractéristiques physiques favorisant ou défavorisant la performance chez les nageuses17
Figure n° 9 : Répartition des athlètes selon leur corpulence18
Figure n° 10 : Caractéristiques physiques favorisant ou défavorisant la performance chez les athlètes
Figure n° 11 : Lissage des données grâce à la méthode du minimax21







## Remerciements

#### Je tiens à remercier :

- Monsieur Jean-François TOUSSAINT, directeur de l'IRMES, qui m'a donné l'opportunité de réaliser mon stage au sein de son établissement ;
- Messieurs Arthur LEROY et Andy MARC, mes tuteurs, pour leurs disponibilités et leurs conseils tout au long de mon stage ;
- Brigitte GELEIN et François COQUET pour le temps qu'ils m'ont accordé ;
- l'ensemble des membres et stagiaires de l'IRMES pour leur accueil chaleureux.







## Introduction

Dans l'optique de l'organisation des Jeux Olympiques à Paris en 2024 (l'officialisation de l'attribution aura lieu le 13 septembre à Lima, Pérou), la détection des hauts potentiels et leur accompagnement est un enjeu de taille pour le ministère des Sports et les nombreuses fédérations qu'il représente.

Face à cet objectif de favoriser l'émergence des jeunes talents, l'Institut de Recherche bioMédicale et d'Épidémiologie du Sport (IRMES) cherche à développer un nouvel outil de détection des très hauts potentiels selon leurs dynamiques de performances. Cet outil permettra d'estimer les marges de progression d'un athlète.

Avec un total de 245 médailles distribuées aux Jeux Olympiques de Rio en 2016 (soit 12,6% de la totalité des médailles), l'Athlétisme et la Natation sont les deux disciplines les plus attractives. Pourtant, le bilan français sur cette olympiade s'élève seulement à 10 médailles (aucun titre). L'enjeu sportif est donc important, et les Fédérations Françaises de Natation et d'Athlétisme accompagnent pleinement l'IRMES, dont les travaux sont également suivis par de nombreuses autres fédérations.

Le stage effectué cet été s'inscrit dans cette démarche d'étude de la performance des sportifs. Il s'agissait, sur le modèle d'un article déjà paru sur la morphologie des athlètes masculins, d'étudier la morphologie des athlètes féminines, nageurs et nageuses.

Ceci constitue la première étape d'un processus qui doit durer trois ans, avec la réalisation d'une thèse par Arthur LEROY et dont le sujet est "Apprentissage supervisé, application au problème de la détection de performance dans le sport de haut niveau".

Un objectif sous-jacent de ce stage était l'introduction du point de vue bayésien au sein de l'établissement. En effet, cette approche, pourtant pratique lorsqu'il s'agit de traiter de petits échantillons, est peu fréquemment utilisé dans le milieu biomédical. Notre étude portant principalement sur des échantillons trop petits pour assurer la convergence nécessaire à l'application des méthodes fréquentistes, l'opportunité était ainsi offerte de présenter les avantages de l'approche bayésienne au travers d'une étude assez simple. L'un de ces avantages concerne les intervalles de crédibilité, donc l'interprétation est plus naturelle.

Ainsi, après une première partie consacrée à la présentation de l'IRMES, nous décrirons les bases de données mises à disposition et la méthodologie utilisée pour réaliser l'analyse. Nous présenterons ensuite les principaux résultats obtenus, avant de conclure sur les prolongations et améliorations qui peuvent être apportées à cette étude.







## Présentation de l'IRMES

#### Institut National du Sport, de l'Expertise et de la Performance (INSEP)

Créé en 1975, l'INSEP est un grand établissement français, c'est-à-dire un établissement public à caractère scientifique, culturel et professionnelle (EPSCP). Ce site de 28 hectares est l'opérateur de référence du sport de haut niveau en France : près de 700 sportifs de haut niveau y profitent des équipements sportifs et des infrastructures médicales et de récupération (les sportifs passés par l'INSEP ces 30 dernières années représentent plus de 50% des médailles françaises aux Jeux Olympiques). Ces sportifs proviennent de nombreux sports parmi lesquels l'athlétisme, l'aviron, le judo, l'escrime, la gymnastique etc.

Mais les activités de l'INSEP ne se limitent pas au suivi des sportifs durant leurs carrières. Un accompagnement personnalisé en termes de formation et de reconversion professionnelle est également disponible. De plus, l'INSEP participe à la politique nationale de développement des activités physiques et sportives, et particulièrement dans le domaine du sport de haut niveau, avec l'ambition de faire de la France l'une des 5 meilleures nations Olympiques et Paralympiques.

#### Institut de Recherche bioMédicale et d'Épidémiologie du Sport (IRMES)

Créé en 2006, l'IRMES est un département de l'INSEP dont l'objectif est de développer les connaissances en matière de recherche médicale appliquée au sport.

#### L'IRMES travaille sur quatre axes :

- Épidémiologie de la Performance ;
- Physiopathologie du Sport ;
- Santé Publique et Prévention ;
- Physiologie Expérimentale.

#### L'IRMES a donc pour mission :

- La construction de banques de données liées au sport de haut niveau afin d'éclairer la compréhension dans ce domaine par une vision épidémiologique ;
- La conduite de recherches épidémiologiques et biomédicales destinées à expliquer ou déceler certaines grandes tendances, afin d'aider dans leurs décisions les professionnels de santé, les entraineurs, les préparateurs physiques, les enseignants ;
- La formation des chercheurs provenant des filières médicales, scientifiques et sportives ;
- L'animation d'un réseau régional et national de recherche et d'enseignement inclue l'organisation de séminaires, de colloques, de cycles de conférences et la publication du résultat des recherches.







#### Les bases de données

L'athlétisme est un sport qui regroupe différents types d'épreuves. On distingue ainsi les courses, les sauts, les lancers, les épreuves combinées et la marche. Nous nous concentrerons dans cette étude sur les épreuves de courses, dont les distances varient de 100 mètres à 42,195 kilomètres.

Pour chacune des huit distances étudiées (100m, 200m, 400m, 800m, 1500m, 3000m, 10km et marathon), les 100 meilleures athlètes annuelles ont été recensées entre 1996 et 2012. Pour chaque sportive, les nom, taille, poids et indice de masse corporelle (IMC) sont renseignés, ainsi que le meilleur temps réalisé, la vitesse correspondante et l'année de la performance.

Le terme "natation" désigne également le regroupement de différentes épreuves, à savoir les courses, les plongeons et la natation synchronisée. Les courses sont subdivisées selon les différentes techniques de nage (la brasse, le papillon, le dos crawlé, et la nage libre), auxquelles s'ajoutent les épreuves combinées. Nous ne nous intéresserons ici qu'aux épreuves de nage libre, dont la distance varie de 50m à 10km.

Pour chacune des six distances étudiées (50m, 100m, 200m, 400m, 800m, 1500m), les 100 meilleurs nageurs et nageuses annuels ont également été recensées entre 2000 et 2014. Ces bases de données renferment les mêmes informations que pour l'athlétisme.

Nos données portaient sur les athlètes féminines, les nageuses et les nageurs. Ces trois bases initiales ont donc abouti à 20 nouveaux jeux de données : un par sport, épreuve et sexe (les 8 épreuves d'athlétisme féminin, 6 pour les épreuves des nageuses et 6 pour les épreuves des nageurs).

## La méthodologie

La méthode de recensement des données choisies autorisait l'apparition d'un sportif à plusieurs reprises (c'est par exemple le cas du nageur américain Michael Phelps, dont les performances sur 100m sont renseignées durant 11 saisons consécutives, de 2002 à 2012).

Or l'objectif de l'étude étant de comparer les performances des sportifs en fonction de leurs données physiologiques ; il a donc été décidé de ne conserver pour chaque sportif que la meilleure performance (soit le chrono de 2008 pour Phelps sur 100m). Les bases de données passent ainsi de 1700 observations (pour l'athlétisme, 1500 pour la natation) à en moyenne 375 observations par épreuve (250 pour la natation). Ceci n'a posé aucune difficulté pour l'étude, mais pose des limites qui seront abordées plus tard.

Nous avons alors choisi d'étudier l'écart de vitesse entre la performance d'un sportif et la performance moyenne des sportifs recensés. Cet écart, noté X, est modélisé par une loi Normale d'espérance  $\theta$  inconnue et de variance  $\sigma^2$  considérée connue :

$$X \sim \mathcal{N}(\theta, \sigma^2)$$







#### Comment avons-nous choisi la loi du modèle et la valeur de la variance ?

La loi du modèle a été choisie parmi différentes lois usuelles (Normale, Cauchy, Chi 2, etc.) à l'aide de tests de Kolmogorov-Smirnov d'adéquation à une loi. La loi normale s'est avérée la plus pertinente au vu de nos données.

La variance du modèle a quant à elle été trouvée par méthode minimax. En effet, nous avons cherché à minimiser :

$$sup / F_n(x) - F(x) /$$

c'est-à-dire que nous avons cherché à minimiser l'écart maximal entre la fonction de répartition empirique et la fonction de répartition de la loi normale. Cela revenait algorithmiquement à minimiser la statistique du test de Kolmogorov-Smirnov, en faisant varier les paramètres de cette loi. La variance permettant la minimisation a été considérée comme la vraie valeur de  $\sigma^2$ .

Ce choix de modélisation pose quelques limites qui seront abordées dans la dernière partie du rapport, mais a l'avantage d'offrir une procédure applicable rapidement à tous nos échantillons.

#### L'approche bayésienne

Seul  $\theta$  demeurait alors inconnu. Dans une approche fréquentiste,  $\theta$  aurait été considérée comme la vraie valeur de l'espérance de la loi normale. Nous avons pris le parti de raisonner selon une approche bayésienne, et donc de considérer  $\theta$  comme une variable aléatoire sur laquelle on possède un *a priori*, a priori qui sera remis en question au vu des données en notre possession.

L'approche bayésienne repose sur le théorème de Bayes

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$

où A et B sont deux évènements

Dans le cas continu, la formule de Bayes devient

$$f_{\theta \mid X=x}(\theta) = \frac{p_{\theta}(x) v(\theta)}{\int p_{\theta}(x) v(\theta) d\pi(\theta)}$$

où  $f_{\theta \mid X=x}(\theta)$  est la loi a posteriori de  $\theta$   $p_{\theta}$  est la densité de X sachant  $\theta$   $v(\vartheta)$  est la densité de la loi a priori  $\pi$  de  $\theta$ 







En posant un *a priori* sur  $\theta$ , il va donc être possible de calculer une distribution *a posteriori* de l'espérance de X. Nous pourrons alors calculer un intervalle de crédibilité dans lequel  $\theta$  aura 95% de chances de se trouver.

#### Retour à notre étude

Nous nous intéressons à l'influence de la morphologie des sportifs sur leurs performances. Nous avons donc trié les individus en fonction de leurs caractéristiques physiques (taille, poids et IMC), créant ainsi de nombreuses sous-bases sur lesquelles sera effectuée l'étude. X représente donc l'écart de vitesse entre un athlète / nageur et la vitesse moyenne des athlètes / nageurs de la base, sachant les caractéristiques de ce sportif.

Par exemple, pour le 100m d'athlétisme, X modélisera tour à tour :

- l'écart de vitesse entre une athlète de 1m70-1m74 et la vitesse moyenne d'un 100m :
- l'écart de vitesse entre une athlète de 1m75-1m79 et la vitesse moyenne d'un 100m :
- l'écart de vitesse entre une athlète de 65-69kg et la vitesse moyenne d'un 100m;

- ...

 $\theta$  représente donc l'écart de vitesse moyen entre une athlète de taille t et la moyenne. Une fois les intervalles de crédibilité de  $\theta$  calculés, il est possible de calculer des intervalles de crédibilité concernant la probabilité pour une athlète de taille t d'aller plus vite que la moyenne : en effet, si on considère

$$X \sim \mathcal{N}(\theta, \sigma^2)$$
 avec  $\sigma^2$  connu et  $IC_{95\%}(\theta) = [I, S],$ 

il est possible, en intégrant la densité de X de 0 à  $+\infty$ , de calculer la probabilité que X soit positif, c'est-à-dire la probabilité que l'athlète de taille t soit plus rapide que la moyenne. En remplaçant  $\theta$  successivement par I et S (les bornes de l'intervalle de crédibilité de  $\theta$ ), nous obtenons un intervalle de crédibilité de la probabilité pour un athlète d'aller plus vite que la moyenne sachant ses caractéristiques physiques. Nous pourrons ainsi savoir s'il existe des taille / poids / IMC idéaux ou au contraire rédhibitoires.

#### Quel choix pour la loi a priori?

Le choix de l'*a priori* est arbitraire. Ne possédant pas d'information particulière sur l'influence de la morphologie sur la performance, nous avons pris le parti de considérer une loi *a priori* conjuguée. Ce type de loi permet de simplifier les calculs de la loi a posteriori.

Ainsi, avec notre modèle gaussien, une loi conjuguée est une loi gaussienne. On considère donc l'a priori :

$$\theta \sim \mathcal{N}(0,1)$$







La loi *a posteriori* pour un modèle X |  $\theta \sim \mathcal{N}(\theta, \sigma^2)$  et un *a priori*  $\theta \sim \mathcal{N}(a,b^2)$  est

$$\theta \mid X \sim \mathcal{N}\left(\frac{b^2 \sum X_i + a\sigma^2}{\sigma^2 + nb^2}, \frac{\sigma^2 b^2}{\sigma^2 + nb^2}\right)$$

Démonstration en Annexe n°1

L'intervalle de crédibilité qui en découle est :

$$IC_{95\%}(\theta) = [q_{0.025}; q_{0.975}]$$

où  $q_{0.025}$  et  $q_{0.975}$  sont les quantiles de la loi a posteriori de  $\theta$  d'ordre 0.025 et 0.975.

Le fait de considérer la loi *a priori* comme centrée signifie qu'a priori, nous pensons que la performance d'un sportif n'est pas fonction de ses caractéristiques physiques. En agissant ainsi, nous cherchons à avoir un *a priori* équilibré.

#### Autres choix de modélisation

Après avoir étudier l'écart de vitesse entre un athlète / nageur et la moyenne en fonction de sa taille, de son poids ou de son IMC, nous avons répété l'opération à deux reprises :

- en étudiant l'écart de vitesse entre un athlète / nageur et la moyenne en fonction de ses taille et poids (simultanément) ;
- en étudiant l'écart de vitesse entre deux athlètes / nageurs dont les tailles varient de 1 cm, 2 cm etc. ou dont les poids varient de 1 kg, 2 kg etc.

<u>N.B</u>: L'ensemble des pourcentages évoqués dans l'analyse qui suit ont été calculés avec un degré de confiance de 95%. Par souci de lisibilité et afin d'éviter toute redondance, ceci ne sera plus précisé dans la suite du rapport.







## La morphologie idéale d'un nageur varie selon l'épreuve

Sur la période étudiée (2000-2014), un nageur du top 100 mondial mesurait en moyenne 1m87 pour 80 kg, soit un IMC moyen de 22,9. On note quelques variations selon les distances de compétitions. Les morphologies moyennes et la vitesse moyenne de chaque épreuve sont recensées dans le tableau suivant (Figure n°1) :

	Épreuves	Taille moyenne (cm)	Poids moyen (kg)	IMC moyen (kg/m²)	Vitesse moyenne (km/h)
<b>=</b>	50M	189	83	23,1	7,92
SPRINT	100M	189	83	23,2	7,22
	200M	187	81	23	6,56
QNO	400M	186	79	22,8	6,15
DEMI-FOND	800M	185	78	22,7	5,89
DE	1500M	185	77	22,6	5,79

Figure n° 1 : Morphologie et performance moyennes d'un nageur selon sa spécialité

Le rôle prépondérant de la taille chez les sprinteurs...

Lorsqu'on observe la probabilité qu'un sprinteur (nageur de 50m, 100m ou 200m) aille plus vite que la moyenne en fonction de sa taille (Figure n°2), il apparait clairement qu'être grand est un avantage. En effet, entre 2000 et 2014, sur une épreuve de 100m, un sprinteur mesurant entre 1m90 et 2m00 avait près de 70% de chances d'aller plus vite que la moyenne. À l'inverse, les chances tombent à moins de 40% pour un nageur de moins d'1m85.

Ce phénomène est également observé lorsqu'on compare deux sprinteurs de tailles différentes (Figure n°3) : en effet, la probabilité que le nageur de plus grande taille remporte la confrontation augmente à mesure que la différence de taille croît. Ainsi, lorsque deux hommes sont séparés de 4 cm, le plus grand a 57% de chances de remporter le 100m. Ses chances montent à 75% si l'écart est de 24 cm !

Pour un nageur de 400m, les conclusions sont identiques.







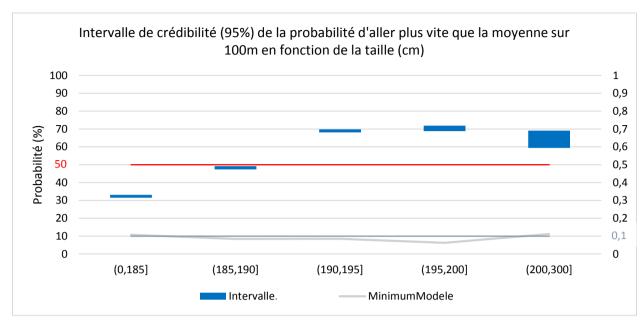


Figure n° 2 : Probabilité qu'un nageur de 100m aille plus vite que la moyenne en fonction de sa taille

Note de lecture : En bleu, l'intervalle de crédibilité de 95%.

En gris, le minimum obtenu avec le minimax, qui sert de critère pour évaluer si le lissage des données par une loi normale est pertinent (cf. les limites de la modélisation en dernière partie du rapport).

Exemple : un nageur mesurant entre 1m95 et 2m a 69 à 72% de chances d'être plus rapide que la moyenne.

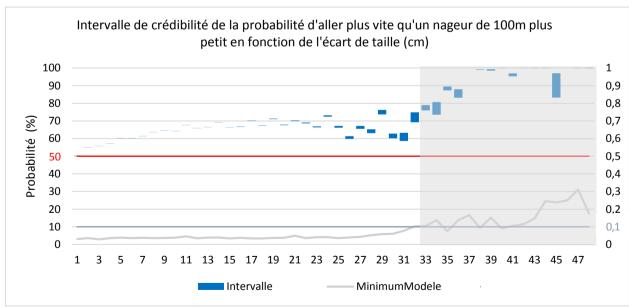


Figure n° 3 : Probabilité qu'un nageur de 100m aille plus vite qu'un nageur plus petit en fonction de l'écart de taille

Note de lecture : La partie grisée marque les écarts de taille pour lesquels le lissage des données par une loi normale n'est plus pertinent (minimax supérieur à 0,1).







#### ... moins chez les nageurs de demi-fond

Lorsqu'on s'intéresse aux nageurs de demi-fond (hors 400m), la performance continue de croître avec la taille. Ce phénomène est toutefois nettement moins marqué ( $Annexe\ n^\circ 2$ ): en effet, si les nageurs de 1500m de plus d'1m90 restent avantagés, la probabilité d'aller plus vite que la moyenne n'est que de 59%. Un déficit de taille n'est quant à lui plus un problème puisqu'un nageur mesurant entre 1m76 et 1m80 a 45% de chances d'être plus rapide que la moyenne. Cela se confirme lorsque nous observons la confrontation de deux nageurs de 1500m aux tailles différentes ( $Annexe\ n^\circ 2$ ): si le plus grand nageur reste favori, sa probabilité de victoire plafonne à 55%.

#### La masse musculaire : un faible avantage au sprint, un poids pour les fondeurs

La probabilité d'être plus rapide que la moyenne croît avec le poids lorsqu'il s'agit d'épreuves courtes (50m et 100m,  $Annexe\ n^\circ 3$ ). Si les courses s'allongent (200m et 400m), le poids n'est plus un facteur déterminant pour la performance (les intervalles de crédibilité oscillent entre 48% et 53%). Il devient en revanche rédhibitoire à mesure que la distance de course augmente (800m et 1500m,  $Annexe\ n^\circ 4$ ) : un nageur de 800m de moins de 70 kg a ainsi plus de 60% de chances d'être plus rapide que la moyenne, quand les chances d'un nageur de plus de 85 kg tombent à moins de 40%.

#### Un Indice de Masse Corporelle à contrôler

En réalité, le poids ne joue un rôle déterminant sur la performance que quand il est associé à la taille par l'intermédiaire de l'IMC :

$$IMC = \frac{poids(kg)}{taille^2(m)}$$

Qu'il s'agisse de sprinters ou de nageurs de demi-fond, la probabilité d'aller plus vite que la moyenne est supérieure ou égale 50% pour les hommes dont l'IMC est inférieur à 23.5 kg/m². Cette probabilité chute progressivement une fois cette limite franchie ( $Annexe\ n°5$ ).

Le phénomène est une nouvelle fois observé lorsqu'on confronte deux nageurs d'IMC différents ( $Annexe\ n^\circ 6$ ). De plus, cette représentation nous permet d'observer que la perte de compétitivité est accélérée avec l'allongement de la distance de course : en effet, si un nageur de 200m à l'IMC 5 points supérieurs à son adversaire a encore 40% de chances d'aller plus vite que lui, cette probabilité tombe à 35% sur un 800m, et 25% sur un 1500m.

#### Autre représentation de l'influence de la morphologie sur la performance

Nous avons également cherché à étudier la performance en combinant taille et poids mais sans passer par l'IMC. Cette nouvelle représentation (Figures n°4 et 5) confirme les conclusions déjà présentées, à savoir que le facteur prépondérant de la performance chez les sprinteurs est la taille, tandis que le poids a un rôle plus important chez les fondeurs.







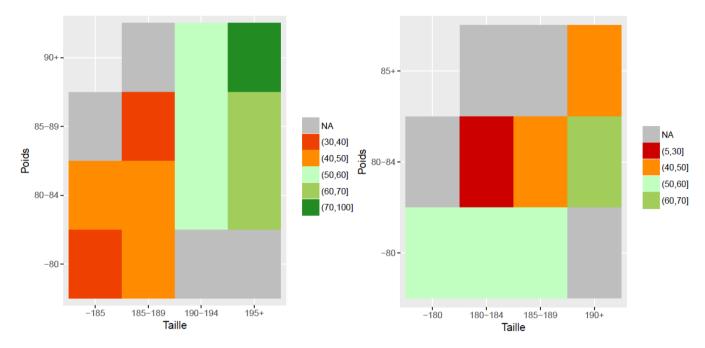


Figure n° 4 : Probabilité qu'un nageur de 100m aille plus vite que la moyenne en fonction de sa morphologie

Figure n° 5 : Probabilité qu'un nageur de 1500m aille plus vite que la moyenne en fonction de sa morphologie

On peut enfin déceler des tailles / poids / IMC favorables voire idéaux, ou au contraire néfastes à la performance. Ils sont recensés dans le tableau suivant (Figure n°6) :

	Taille (cm)	Poids (kg)	IMC (kg / m²)
50M	+:≥191	+:≥96	+: [19,5; 21,5[
30101	- : ≤ 185	<b>-</b> : ≤ 75	<b>-</b> : ≥ 25.5
10014	+:≥191	+:≥96	+:
100M	<b>-</b> : ≤ 185	<b>-</b> : ≤ 75	- : < 21,5 et ≥ 25,5
200M	+:≥186	+:	<b>+</b> : < 23,5
200101	<b>-</b> : ≤ 185	- :	<b>-</b> : ≥ 25,5
40014	+ : ≥ 186	+:	<b>+</b> : < 23,5
400M	<b>-</b> : ≤ 185	-:	<b>-</b> : ≥ 25,5
000M	+ : ≥ 186	<b>+</b> :≤70	<b>+</b> : < 22,5
800M	<b>-</b> : ≤ 175	- :≥86	<b>-</b> : ≥ 23,5
4500M	+:≥191	+:≤75	<b>+</b> : < 23,5
1500M	<b>-</b> : ≤ 180	- :≥81	<b>-</b> : ≥ 23,5

Figure n° 6 : Caractéristiques physiques favorisant ou défavorisant la performance chez les nageurs







## Des conclusions sensiblement identiques chez les nageuses

Sur la période étudiée (2000-2014), une nageuse du top 100 mondiale mesurait en moyenne 1m74 pour 63,5 kg, soit un IMC moyenne de 21 kg/m². Comme chez les nageurs, la taille et le poids moyenne diminuent à mesure que s'allonge la distance de course. En revanche, nous observons une légère hausse de l'indice de masse corporelle (Figure n°7) :

	Épreuves	Taille moyenne	Poids moyen	IMC moyen	Vitesse moyenne
		(cm)	(kg)	(kg/m²)	(km/h)
ΔŢ	50M	176	64,5	20,88	7,01
SPRINT	100M	176	64,4	20,88	6,46
SF	200M	175	64,1	20,94	6,02
-   	400M	174	63,5	20,93	5,71
DEMI- FOND	800M	173	62,9	20,93	5,57
	1500M	173	63	21	5,40

Figure n° 7 : Morphologie et performance moyennes d'une nageuse selon sa spécialité

Comme chez leurs homologues masculins, la taille joue un rôle conséquent sur la propension d'une sprinteuse (50m, 100m, 200m) à aller plus vitesse que ses concurrentes : en effet, sur un 50m ( $Annexe\ n^\circ 7$ ), une femme de moins d'1m65 a moins de 10% de chances d'être plus rapide que la moyenne ! À l'inverse, la probabilité monte à 65% pour une sprinteuse mesurant entre 1m81 et 1m85.

Une nouvelle fois, l'influence de la taille diminue lorsque l'épreuve devient plus longue : une nageuse de moins d'1m65 voit ses chances augmentaient, plus de 30% de probabilité sur un 400m, et plus de 40% sur le 800m ( $Annexe\ n^\circ 7$ ). A contrario, une femme mesurant entre 1m81 et 1m85 a une probabilité plus faible d'être plus performante que la moyenne (60% sur 400m, 55% sur 800m), jusqu'à atteindre quasiment l'équilibre sur 1500m où une femme de plus d'1m75 a 53% d'aller plus vite que ses concurrentes.

En ce qui concerne l'indice de masse corporelle (*Annexe n°8*), on observe pour chaque épreuve un IMC optimal qui oscille entre 20 kg/m² et 21 kg/m² selon l'épreuve. Autour de ses valeurs, la probabilité d'aller plus vite que la moyenne diminue progressivement, avec le plus souvent des probabilités inférieures à 40% lorsque l'IMC descend sous les 18,5 kg/m² ou grimpe au-delà des 23,5 kg/m².

#### Un poids idéal mieux encadré

Lorsque le poids est étudié indépendamment de la taille, nous constatons que l'intervalle de poids favorisant les performances est plus restreint que chez les hommes : en effet, quelle que soit l'épreuve, les sprinteuses de moins de 55 kg ne font pas le poids face à la moyenne (moins de 30% de chances d'être plus rapide sur 50m et 100m, 35% sur 200m). Le constat est le même elles dépassent 75 kg sur 50m et 100m.







Les nageuses de 800m seront quant à elles pénalisées si leur poids n'est pas compris entre 61 kg et 75 kg (entre 51 kg et 70 kg sur 1500m).

## La masse musculaire favorise les sprinteuses de 200m

Contrairement à ce que nous observions chez les hommes, la masse musculaire n'avantage pas les nageuses de sprint courts (50m et 100m) : en effet, sur 50m, le poids occasionnant la probabilité la plus forte d'être plus rapide que la moyenne est de 56-60 kg. Audelà, le pourcentage diminue pour passer sous la barre des 50% dès 70 kg ( $Annexe n^{\circ}9$ ). Sur 100m, les chances d'être plus performante que la moyenne sont identiques que la sprinteuse fasse 56 ou 75 kg (55%).

Paradoxalement, en augmentant la distance de course (200m et 400m), le poids devient un avantage : 60% de chances pour une nageuse de 71-75 kg contre seulement 50% pour une nageuse de 61-65 kg.

En revanche, sur les longues épreuves (800m et 1500m), le poids redevient un handicap, avec des probabilités d'être plus rapide que la moyenne qui diminue progressivement avec l'augmentation du poids ( $Annexe\ n^{\circ}9$ ).

La confrontation de deux athlètes aux poids différents confirme ces observations, avec une probabilité de victoire qui croît avec le poids sur 200m, mais qui diminue sur 1500m ( $Annexe n^{\circ}10$ ).

Finalement, on obtient les morphologies favorables / défavorables à la performance suivantes (Figure n°8) :

	Taille (cm)	Poids (kg)	IMC (kg / m²)
TOM.	+:≥176	+: [56; 60]	+: [19,5; 20,5[
50M	- : ≤ 175	- : ≤ 55 et > 70	<b>-</b> : ≥ 22.5
100M	+:≥176	+1	+: [19,5; 20,5[
TOOW	- : ≤ 175	- : ≤ 55 et > 75	- :≥ 22.5
20014	+ : ≥ 181	+: [71; 75]	+: [19,5; 20,5[
200M	- : ≤ 175	<b>-</b> : ≤ 60	- : < 18,5 et ≥ 22,5
40014	+ : ≥ 181	+: [66; 75]	+: [19,5; 22,5[
400M	- : ≤ 165	<b>-</b> : > 75	- : < 18,5 et ≥ 22,5
800M	+ : ≥ 176	+: [61; 70]	+: [20,5; 21,5[
OUUIVI	- : ≤ 165	- : ≤ 60 et > 75	- : < 19,5 et ≥ 22,5
1500M	+1	+: [51; 55]	+: [19,5; 21,5[
	- :≤165	- : ≤ 50 et > 70	<b>-</b> : < 22,5

Figure n° 8 : Caractéristiques physiques favorisant ou défavorisant la performance chez les nageuses







## Athlétisme : peu de profils idéaux, mais des morphologies à éviter

Si l'étude des caractéristiques physiques des nageurs et nageuses avaient permis d'observer certaines tendances sur le lien entre taille, poids, performance et distance de course, l'analyse des performances des athlètes s'avère moins prolifique.

Une première différence notable entre les deux sports concerne les modifications de corpulence à mesure que s'allonge les distances de courses : chez les nageurs et nageuses, les sportifs les plus grands et lourds disputent les sprints, puis la taille et le poids diminuent progressivement, les plus petits et légers se consacrant au 1500m.

En athlétisme, les sportifs les plus grands et massifs se retrouvent sur le 400m, et la corpulence se réduit légèrement quand les courses se raccourcissent, fortement quand la distance tend vers les 42 km de marathon. Les profils moyens des athlètes pour la période étudiée (1996-2012) sont recensés dans l'*Annexe* n°11.

Autre constat, si les nageurs ont essentiellement des corpulences normales au sens de l'IMC (c'est-à-dire un indice de masse corporelle compris entre 18,5 et 25,5), la maigreur (IMC compris entre 16,5 et 18,5) est un état largement répandu sur les piste d'athlétisme : le sprint est plutôt épargné par le phénomène, mais la nombre s'élève à mesure que la distance de course augmente (Figure n°9) :

	Épreuves	Effectif	Dénutrition (IMC ≤ 16,5)	Maigreur ]16,5 ; 18,5]	Normale ]18,5 ; 25,5]	Surpoids ]25,5 ; 30]
_	100M	345	0 (0%)	17 (5%)	323 <b>(94%)</b>	5 (1%)
SPRINT	200M	374	2 (1%)	22 (6%)	347 <b>(92%)</b>	3 (1%)
S	400M	349	2 (0,5%)	35 (10%)	310 <b>(89%)</b>	2 (0,5%)
9	800M	308	6 (2%)	80 (26%)	222 <b>(72%)</b>	0 (0%)
DEMI-FOND	1500M	364	14 (4%)	139 (38%)	211 <b>(58%)</b>	0 (0%)
日日	3000M	415	37 (9%)	199 <b>(48%)</b>	179 (43%)	0 (0%)
Q.	10KM	450	42 (9%)	268 <b>(60%)</b>	140 (31%)	0 (0%)
FOND	Marathon	378	31 (8%)	222 (59%)	125 (33%)	0 (0%)

Figure n° 9 : Répartition des athlètes selon leur corpulence







## Faible influence de la morphologie sur la performance d'une sprinteuse

Sur les sprints courts (100m et 200m), la taille ne paraît pas être un élément déterminant pour aller vite : aucun intervalle de taille ne procure une probabilité d'aller plus vite que la moyenne supérieure à 54% ( $Annexe\ n^\circ 12$ ). Nous pouvons en revanche noter que les tailles extrêmes semblent être un désavantage (probabilité d'être plus rapide que la moyenne inférieure ou égale à 40% pour une sprinteuse de 200m mesurant moins de 1m60 ou plus de 1m80). Cela se confirme lorsque nous confrontons les temps de deux femmes de tailles différentes puisque quand l'écart est compris entre 1 et 20cm, le rapport de force est de 50-50 ( $Annexe\ n^\circ 12$ ).

Même constat s'agissant du poids, où seules les femmes pesant plus de 70 kg sont pénalisées, et pour l'IMC, où seuls les indices de masse corporelle sont pénalisants (20% de chances d'être plus rapide que la moyenne sur 200m avec un IMC supérieur à 23,5 ( $Annexe n^{\circ}13$ ).

#### Les gabarits épais récompensés sur 400m, 800m et 10km

Sur le demi-fond (400m et 800m), les concurrentes dont la taille ne dépasse pas 1m65 ont moins de 45% (voire moins de 40%) de chances d'être plus rapide que la moyenne (Annexe  $n^{\circ}14$ ), et le constat semble identique pour les athlètes de plus d'1m80. La taille idéale semble se situer autour d'1m75 sur 400m, autour d'1m70 sur 800m. On retrouve le phénomène de façon moins marqué sur le 10km, avec un déficit de vitesse chez les concurrentes de plus d'1m70, avec une taille idéale autour d'1m65. L'avantage de la taille est également observable sur les confrontations d'athlètes de tailles différentes (Annexe  $n^{\circ}14$ ).

Concernant le poids, les femmes de moins de 55 kg sont pénalisées sur 400m et 800m (Annexe  $n^{\circ}15$ ), quand les athlètes pesant entre 51 kg et 60 kg sont avantagées par rapport à leurs concurrentes plus légères sur 10km (Annexe  $n^{\circ}15$ ).

Enfin, la maigreur semble être un désavantage en demi-fond avec une probabilité d'aller plus vite que la moyenne qui diminue progressivement lorsque l'IMC passe de 22 kg/m² à 17 kg/m² ( $Annexe\ n^\circ 16$ ).

#### Avantage aux petits gabarits sur 1500m, 3000m et marathon

Sur les trois disciplines restantes, la taille semble pénaliser légèrement les athlètes ( $Annexe\ n°17$ ): même si les concurrentes mesurant moins d'1m60 ont une probabilité d'aller plus vite que la moyenne légèrement inférieure à 50%, les athlètes les plus handicapées par la taille sont les femmes mesurant plus d'1m70 sur 1500m et 3000m (1m65 sur le marathon).

La taille qui maximise les chances est située entre 1m61 et 1m65 sur 1500m et marathon, entre 1m66 et 1m70 sur 3000m.

Le critère ayant le plus d'influence sur les probabilités d'être plus rapide que la moyenne est l'indice de masse corporelle : sur les course de demi-fond, un IMC supérieur à la moyenne est un avantage (chances maximisées pour un IMC entre 19,5 et 21,5). Sur le marathon, les concurrentes légères sont avantagées (plus de 60% de chances pour un IMC compris entre 15,5 et 16,5 kg/m²).

Attention toutefois de ne pas franchir certains seuils : sur 1500m et 3000m, un IMC supérieur à 21,5 donne moins d'une chance sur deux (8% de probabilités d'aller plus vite que la moyenne sur 3000m!). Le seuil est situé à 20,5 kg/m² sur le marathon (*Annexe n°18*).







Même si la morphologie idéale n'existe pas en athlétisme, nous avons pu repérer certaines caractéristiques favorables à la performance (Figure n°10) :

	Taille (cm)	Poids (kg)	IMC (kg / m²)
10014	+: [161; 165]	+: [66; 70]	+: [19,5; 21,5[
100M	<b>-</b> : > 175	<b>-</b> : > 70	<b>-</b> : ≥ 23,5
200M	+: [161; 165]	+:	+: [19,5; 23,5[
200101	<b>-</b> : > 180	- : ≤ 50 et >70	- : < 18,5 et ≥ 23,5
400M	+: [171; 175]	<b>+</b> : [66 ; 70]	+: [19,5; 23,5[
400101	- : ≤ 160 et > 180	- : ≤ 55 et >70	<b>-</b> : < 19,5
800M	<b>+</b> : [166 ; 175]	<b>+</b> : > 55	+: [19,5; 22,5[
OUUIVI	- : ≤ 165	<b>-</b> : ≤ 55	<b>-</b> : < 19,5
1500M	+: [161; 165]	<b>+</b> : [46 ; 50]	+: [19,5; 21,5[
1300101	<b>-</b> : > 170	<b>-</b> : [51 ; 60]	<b>-</b> : ≥ 21,5
3000M	<b>+</b> : [166 ; 170]	+1	+: [19,5; 21,5[
3000101	<b>-</b> : > 170	<b>-</b> : ≤ 45	<b>-</b> : ≥ 21,5
10KM	+: [161; 170]	<b>+</b> : [51 ; 60]	+ : ≥ 20,5
	<b>-</b> : > 170	- : ≤ 40 et > 60	<b>-</b> : [16,5 ; 17,5[
Marathon	+: [161; 165]	+:	+: [15,5; 16,5[
iviarathon	<b>-</b> : > 165	-:	<b>-</b> : ≥ 20,5

Figure n° 10 : Caractéristiques physiques favorisant ou défavorisant la performance chez les athlètes







## Limites et suites du projet

#### Limites de modélisation...

La modélisation choisie avait l'avantage d'être facilement reproductible sur de nombreux échantillons. Elle est donc perfectible : dans les cas de très faibles échantillons, le lissage des données par une loi normale n'est pas pertinent. Dans ces cas-là, il pourrait être intéressant d'estimer la densité au moyen d'outils non paramétriques (par exemple grâce à l'estimateur de Parzen-Rosenblatt).

Concernant le critère qui permet d'évaluer si la modélisation par une loi normale est plausible ou non, nous avons arbitrairement choisi que, si le minimax de l'écart entre les fonctions de répartition empirique et de la loi normale était inférieur à 0.1, le modèle était adapté aux données. Ce critère a été préféré à la p-value du test de Kolmogorov-Smirnov, car la philosophie de ce test ne correspondait pas à notre problématique : en effet, notre objectif était de trouver une loi usuelle adaptée à nos observations et uniquement à nos observations, alors que le test d'adéquation de Kolmogorov-Smirnov cherche à déterminer si la population dont sont tirées nos observations suit la loi usuelle.

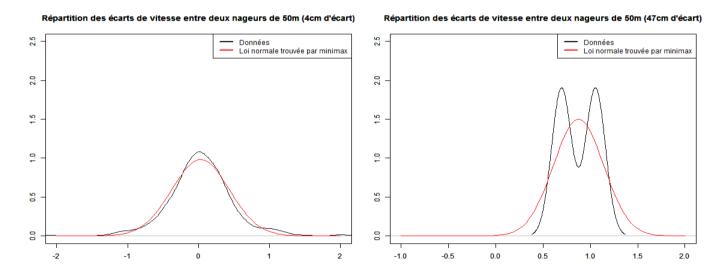


Figure n° 11 : Lissage des données grâce à la méthode du minimax

Par exemple (Figure n°11), la loi trouvée concernant les écarts de vitesse entre deux nageurs dont la taille diffère de 4 cm est convenable ; pourtant, le test de Kolmogorov-Smirnov rejette cette loi en raison du nombre d'observations (p-valeur à 0.02 pour 2688 valeurs). À l'inverse, la loi trouvée quand la taille diffère de 47 cm ne correspond pas aux données et n'est pas utilisable dans notre étude ; pourtant, le test ne rejette pas la loi (p-valeur à 0,99 pour 2 observations).







## ... et leurs conséquences sur le caractère prédictif de notre étude

Il faut être prudent quant à la transposition de nos résultats aux athlètes et nageurs de demain : en effet, la professionnalisation du sport et de son environnement (la nutrition, le suivi médical etc.) entraine une transformation du profil des athlètes. Les données à notre disposition sont trop limitées dans le temps pour pouvoir étudier convenablement ce phénomène, mais une étude temporelle des performances et de la morphologie des sportifs est à envisager.

De plus, notre critère de validation du modèle confère à notre étude un bon pouvoir explicatif, mais limite son pouvoir prédictif (le test de Kolmogorov-Smirnov et a fortiori le test de Shapiro auraient été préférables de ce point de vue-là).

Enfin, nos données se limitent aux athlètes et nageurs professionnels. Dans l'objectif de détecter les talents de demain, intégrer des sportifs amateurs pourrait s'avérer utile. C'est notamment les perspectives qu'offre une base de données fournie par la Fédération Française de Natation (FFN), et qui recense toute course organisée en France depuis 2002, des catégories jeunes aux plus de 80 ans, soit plus de 10 millions d'observations. Malheureusement cette base de données ne comprend pas les données morphologiques, et c'est pourquoi elle n'a pas été utilisée dans cette étude.

#### Piste d'amélioration : le choix de l'a priori

Nous avons pris le parti de considérer un *a priori* neutre ; il n'est pourtant pas totalement objectif, notamment parce que nous avons fait le choix de considérer une loi conjuguée qui facile les calculs des lois *a posteriori*.

Dans le but de trouver une loi qui serait "universelle", Harold Jeffreys a proposé une loi qui se base sur l'information de Fisher. Dans les prolongements de cette étude, nous pouvons envisager de considérer cette loi non informative.

Autre piste d'amélioration, le problème de la variance du modèle : nous avons ici pris le parti de l'estimer par minimax puis de considérer cette valeur comme la valeur réelle. Dans l'approche bayésienne, il est également possible de considérer cette valeur inconnue comme une variable aléatoire et de l'estimer comme nous l'avons fait ici pour l'espérance.

#### Et après?

Cette étude va permettre d'enrichir les articles à paraitre sur la morphologie des nageurs et athlètes, sur le modèle de l'article d'Adrien SEDEAUD déjà publié (<u>BMI a performance</u> parameter for speed improvement).

Mais au-delà de ces articles, ce stage se place comme une première pierre du projet de l'IRMES, qui souhaite développer un outil de détection des champions de demain. Mes derniers jours de stage ont été consacrés à la ma mise en forme de la base de données fournies par la FFN, afin qu'elle soit exploitable par mes tuteurs.







## Conclusion

Sur la période 200-2014, la morphologie d'un sportif joue sur ses performances. En natation, la taille parait primordiale. Cela s'explique par le fait que des membres plus grands permettent des mouvements de plus grande envergure et donc une meilleure efficacité des gestes. Le poids (et donc l'IMC) permet lui de distinguer les nageurs destinés aux épreuves courtes et explosives (nageurs plus lourds) des nageurs bâtis pour les épreuves plus longues et endurantes (nageurs plus légers).

En athlétisme féminin, l'état de maigreur devient majoritaire à mesure que s'allonge la durée des courses. Cela s'explique grâce aux mécanismes de dégagement de chaleur par l'organisme : le dégagement de chaleur est de moins en moins efficace à mesure que la corpulence augmente. L'influence de la morphologie existe également au sein des épreuves, bien qu'il soit plus difficile à déchiffrer. Cette influence est visible au travers de l'indice de masse corporelle, mais les faibles variations de probabilité d'une morphologie à l'autre laisse à penser que d'autres facteurs jouent davantage sur la performance.

Ce stage au sein de l'Institut de Recherche bioMédicale et d'Épidémiologie du Sport (IRMES) m'aura apporté énormément sur le plan personnel.

D'un point de vue professionnel, cela aura été l'occasion de me familiariser avec l'approche bayésienne que j'avais jusqu'alors préféré contourner. Ce fût également l'opportunité d'une première expérience dans le monde de la recherche, avec ses lots de frustrations, remises en question et finalement satisfaction d'obtenir un résultat après plusieurs semaines de mise en échec.

Ce stage m'a également permis de parfaire mes connaissances du logiciel R (pour le traitement des données) et du langage Visual Basic (pour la construction des graphiques).

Sur le plan personnel, cela a été l'occasion de me rapprocher du milieu sportif, qui m'attire tout particulièrement. Grâce à mes collègues, je m'y suis pleinement épanoui. La mise en place de partenariats entre l'ENSAI et divers établissements sportifs, à l'initiative de Brigitte GELEIN, responsable de la filière Statistique pour les sciences de la vie que je rejoindrai à la rentrée, me permet d'envisager un avenir dans ce domaine.







## **Bibliographie**

• Site internet de l'INSEP

http://www.insep.fr/

• BMI a performance parameter for speed improvement, Adrien SEDEAUD, IRMES

http://journals.plos.org/plosone/article?id=10.1371/journal.pone.0090183

M'ont également servi durant mon travail bibliographique :

Wikipédia

https://fr.wikipedia.org/wiki/Inf%C3%A9rence\_bay%C3%A9sienne

- Introduction aux statistiques bayésiennes, Ismaël Castillo, Université Paris VI
   <a href="http://www.lpma-paris.fr/pageperso/castillo/bayes/Castillo-M1-Bayes.pdf">http://www.lpma-paris.fr/pageperso/castillo/bayes/Castillo-M1-Bayes.pdf</a>
- Les bases de la statistique bayésienne, Jean-Michel Marin et Christian P. Robert, INSEE

https://www.ceremade.dauphine.fr/~xian/mr081.pdf







#### **Annexes**

Annexe n°1: Démonstration que la loi a posteriori est normale dans notre étude Annexe n°2 : Influence de la taille sur les performances des nageurs de 1500m Annexe n°3: Influence du poids sur les performances des nageurs de 100m Annexe n°4: Influence du poids sur les performances des nageurs de 1500m Annexe n°5: Influence de l'IMC sur les performances des nageurs de 200m et 800m Annexe n°6: Influence de l'IMC sur les confrontations entre nageurs de 200m et 1500m Annexe n°7: Influence de la taille sur les performances des nageuses de 50m et 800m Annexe n°8: Influence de l'IMC sur les performances des nageuses de 50m et 800m Annexe n°9: Influence du poids sur les performances des nageuses de 50m et 1500m Annexe n°10: Influence du poids sur les confrontations entre nageuses de 200m et 1500m Annexe n°11: Morphologie et performance moyennes d'une athlète selon sa spécialité Annexe n°12: Influence de la taille sur les performances des athlètes de 200m Annexe n°13: Influence de l'IMC sur les performances des athlètes de 200m Annexe n°14: Influence de la taille sur les performances des athlètes de 400m Annexe n°15: Influence du poids sur les performances des athlètes de 800m et 10km Annexe n°16: Influence de l'IMC sur les performances des athlètes de 800m Annexe n°17: Influence de la taille sur les performances des athlètes de 1500m Annexe n°18: Influence de l'IMC sur les performances des marathoniennes







#### Annexe n°1 : Démonstration que la loi a posteriori est normale dans notre étude

8. 
$$X_1 \mid m, \dots, X_n \mid m$$
 i.i.d.  $\mathcal{N}(m, \sigma^2), \ \sigma > 0$  connu,  $m \sim \mathcal{N}(a, b^2)$ 
(a)

$$L(X_1, \dots, X_n, m) = \frac{1}{(\sigma\sqrt{2\pi})^n} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (X_i - m)^2\right]$$
$$\nu(m) = \frac{1}{b\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2b^2} (m - a)^2\right]$$

$$p(X_1, ..., X_n, m) = L(X_1, ..., X_n, m) \cdot \nu(m)$$

$$= \frac{1}{(\sigma \sqrt{2\pi})^n n} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2} \left(\sum_{i=1}^n X_i^2 - 2m \sum_{i=1}^n X_i + n m^2\right)\right]$$

$$\times \frac{1}{b\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2b^2} (m^2 - 2am + a^2)\right]$$

$$\Rightarrow p^{X}(m) = p(m \mid X_{1}, \dots, X_{n}) \propto \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{n}{\sigma^{2}} + \frac{1}{b^{2}}\right)m^{2} + \left(\frac{1}{\sigma^{2}}\sum_{i=1}^{n}X_{i} + \frac{a}{b^{2}}\right)\right]$$

$$\propto \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{n}{\sigma^{2}} + \frac{1}{b^{2}}\right)\left(m^{2} - 2\frac{\frac{1}{\sigma^{2}}\sum_{i=1}^{n}X_{i} + \frac{a}{b^{2}}}{\frac{n}{\sigma^{2}} + \frac{1}{b^{2}}}m\right)\right]$$

$$\propto \exp\left\{-\frac{1}{2\frac{\sigma^{2}b^{2}}{\sigma^{2} + nb^{2}}}\left[m^{2} - 2\frac{\sigma^{2}b^{2}}{\sigma^{2} + nb^{2}}\left(\frac{1}{\sigma^{2}}\sum_{i=1}^{n}X_{i} + \frac{a}{b^{2}}\right)m\right]\right\}$$

$$\propto \exp\left\{-\frac{1}{2\frac{\sigma^{2}b^{2}}{\sigma^{2} + nb^{2}}}\left[m^{2} - \frac{2}{\sigma^{2} + nb^{2}}\left(b^{2}\sum_{i=1}^{n}X_{i} + \sigma^{2}a\right)m\right]\right\}$$

$$\propto \exp\left\{-\frac{1}{2\frac{\sigma^{2}b^{2}}{\sigma^{2} + nb^{2}}}\left[m - \frac{1}{\sigma^{2} + nb^{2}}\left(b^{2}\sum_{i=1}^{n}X_{i} + \sigma^{2}a\right)\right]^{2}\right\}$$

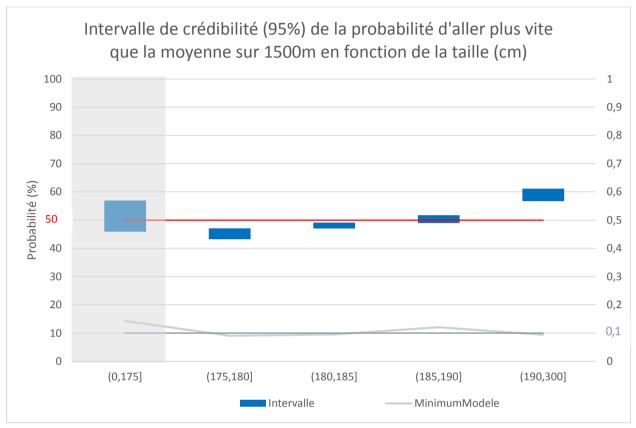
 $\Rightarrow m \mid X_1, \dots, X_n \sim \mathcal{N}\left(\frac{1}{\sigma^2 + n b^2} \left(b^2 \sum_{i=1}^n X_i + \sigma^2 a\right), \frac{\sigma^2 b^2}{\sigma^2 + n b^2}\right)$ 

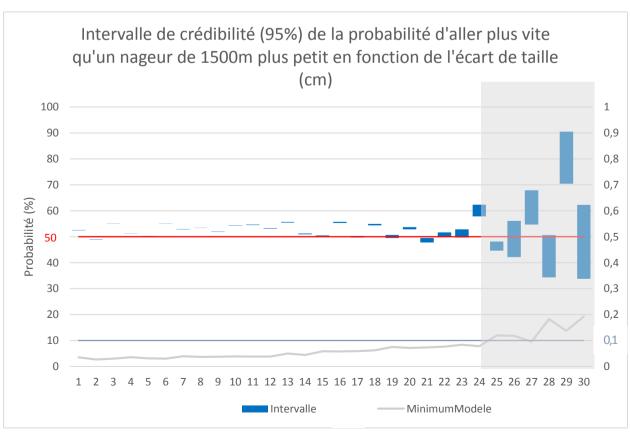






Annexe n°2 : Influence de la taille sur les performances des nageurs de 1500m



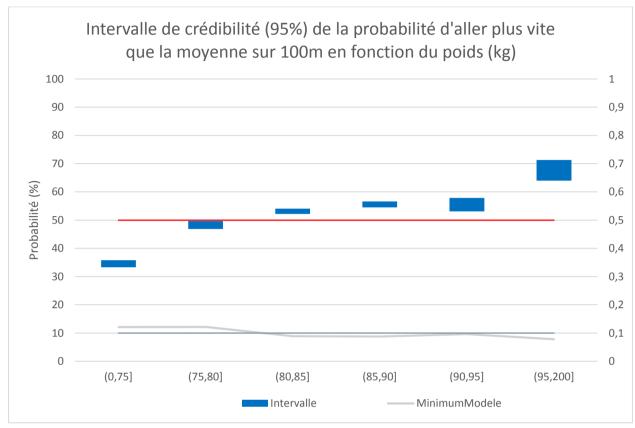


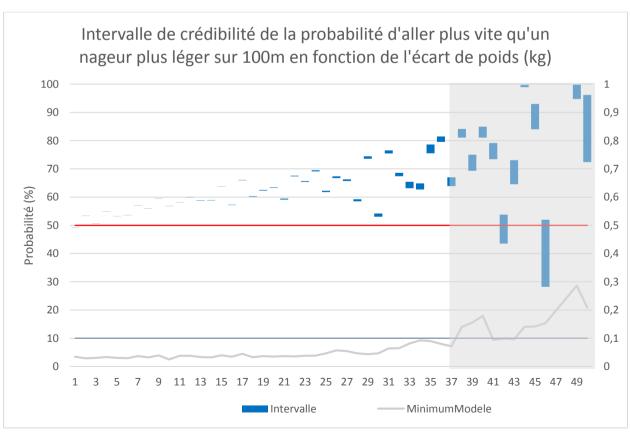






Annexe n°3 : Influence du poids sur les performances des nageurs de 100m



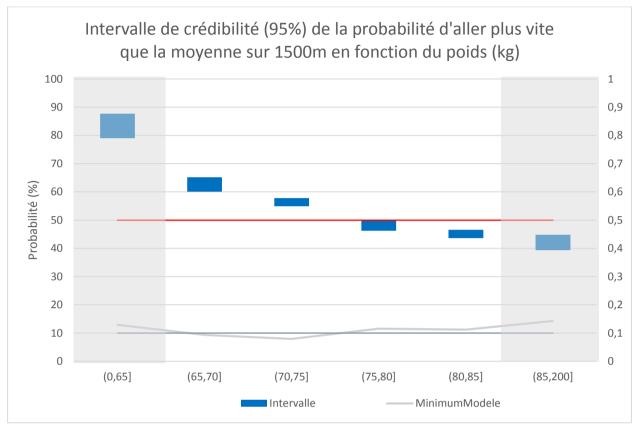


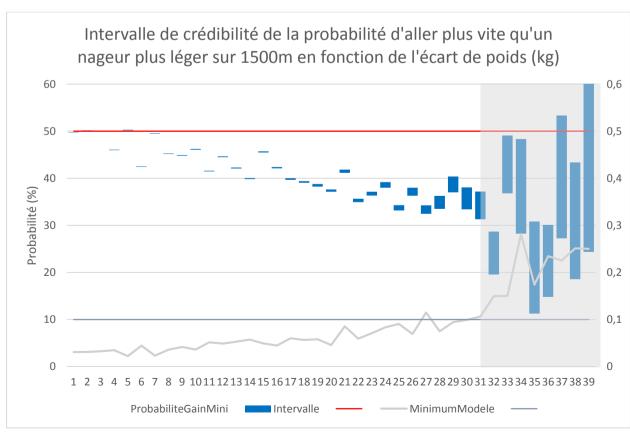






Annexe n°4 : Influence du poids sur les performances des nageurs de 1500m



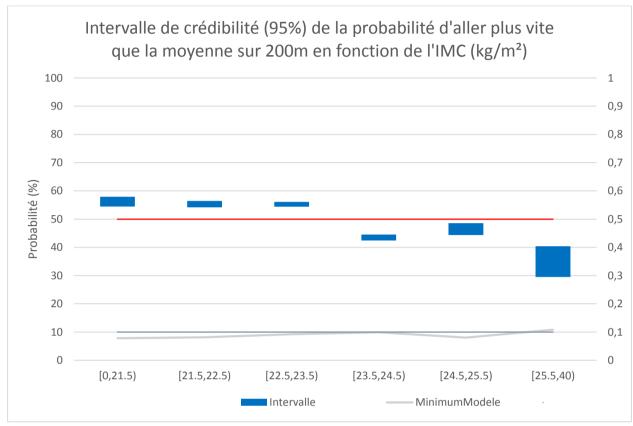


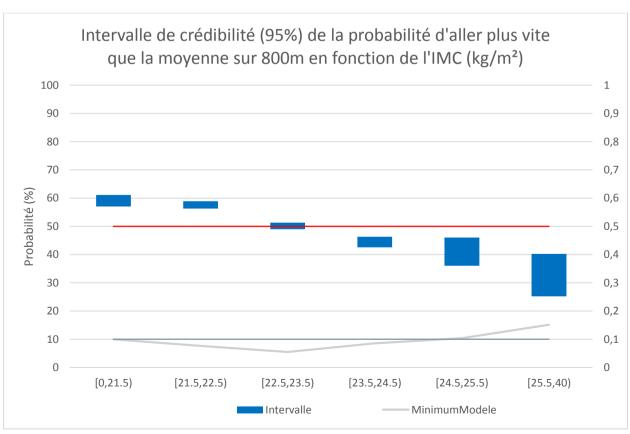






Annexe n°5 : Influence de l'IMC sur les performances des nageurs de 200m et 800m



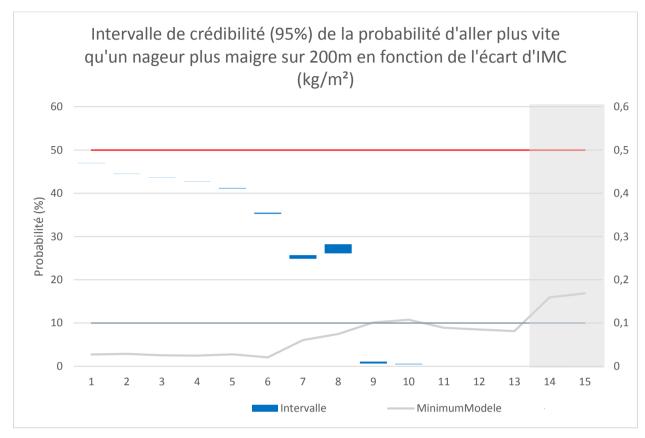


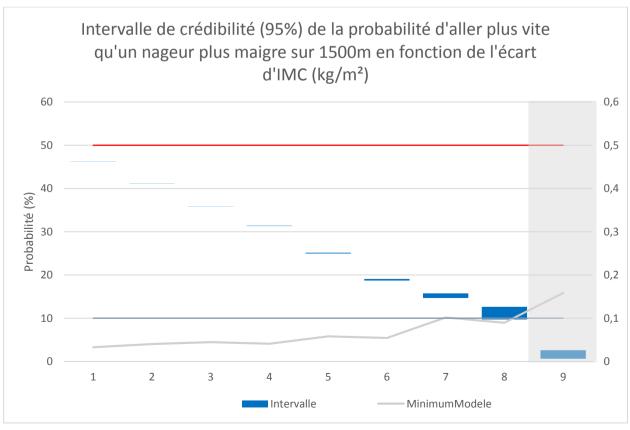






Annexe n°6 : Influence de l'IMC sur les confrontations entre nageurs de 200m et 1500m



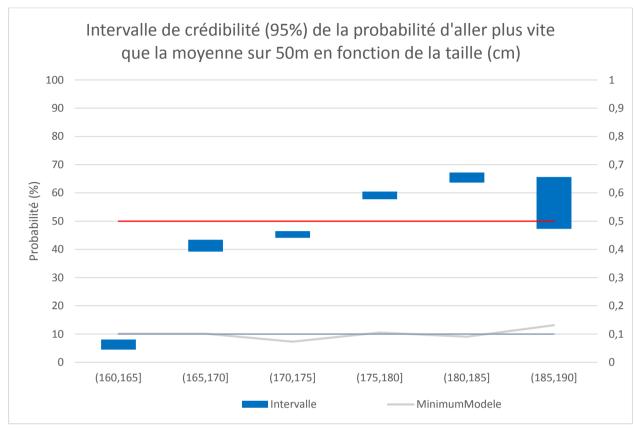


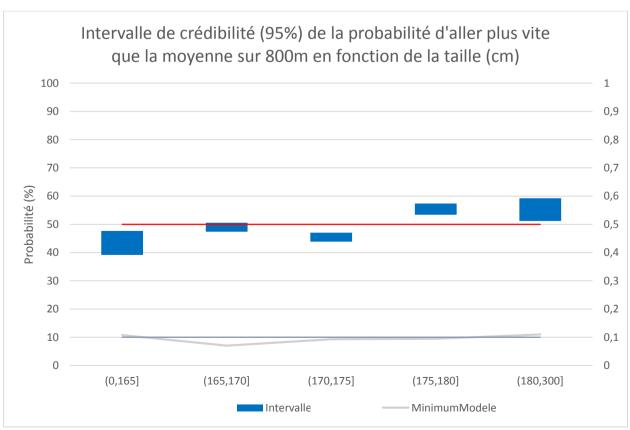






Annexe n°7 : Influence de la taille sur les performances des nageuses de 50m et 800m



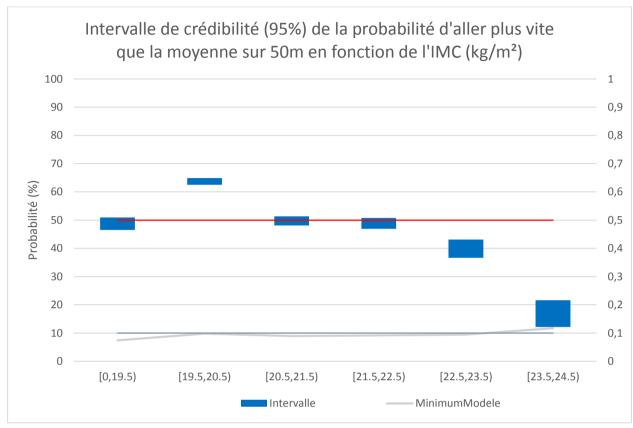


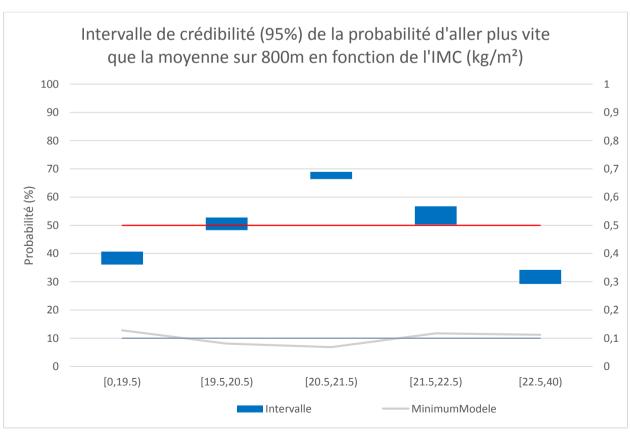






Annexe n°8 : Influence de l'IMC sur les performances des nageuses de 50m et 800m



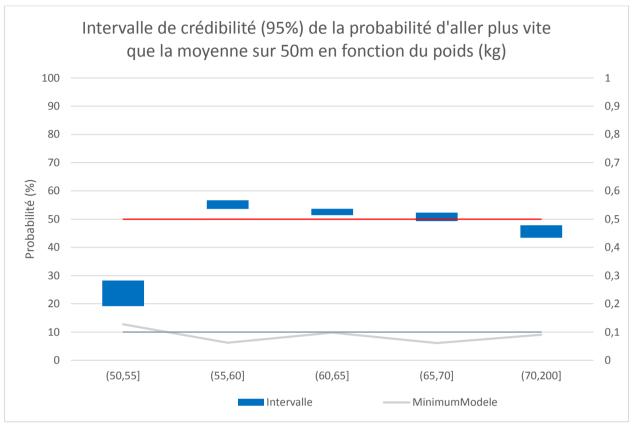


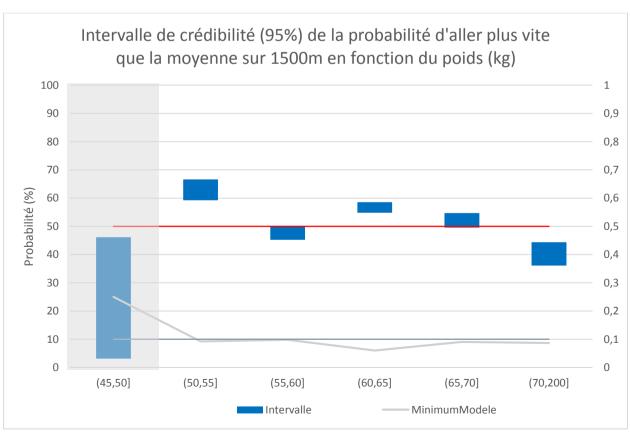






Annexe n°9 : Influence du poids sur les performances des nageuses de 50m et 1500m



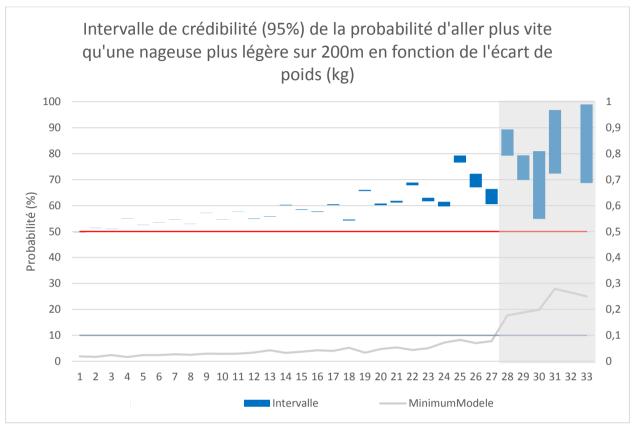


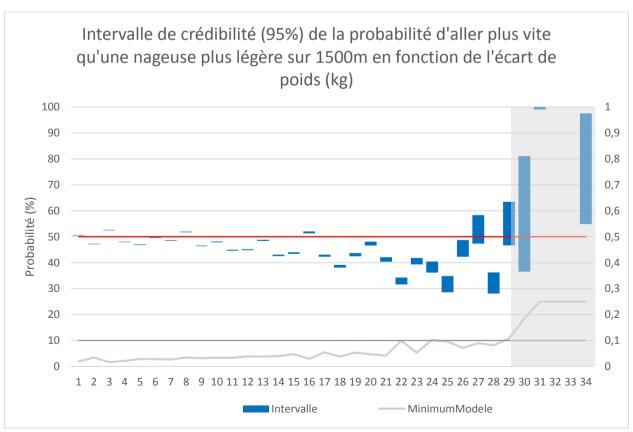






Annexe n°10 : Influence du poids sur les confrontations entre nageuses de 200m et 1500m











## Annexe n°11 : Morphologie et performance moyennes d'une athlète selon sa spécialité

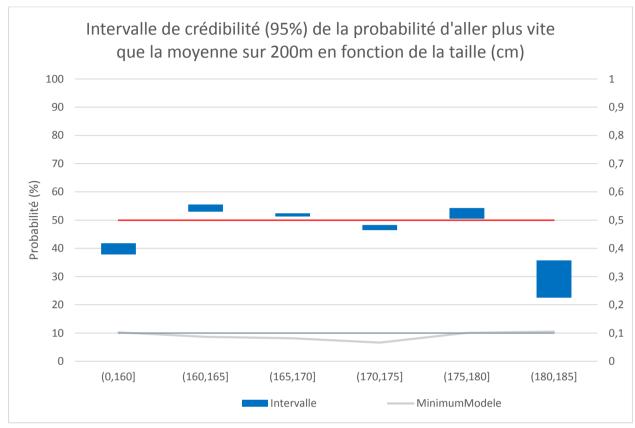
	Épreuves	Taille moyenne (cm)	Poids moyen (kg)	IMC moyen (kg/m²)	Vitesse moyenne (m/s)
_	100M	168	58,4	20,8	8,94
SPRINT	200M	169	59	20,6	8,78
S	400M	170	58,8	20,3	7,81
ND	800M	168	54,6	19,3	6,67
DEMI-FOND	1500M	167	52,5	18,8	6,11
DEI	3000M	165	49,8	18,4	5,62
Q	10KM	162	47,5	18,1	5,23
FOND	Marathon	162	47,7	18,1	4,79

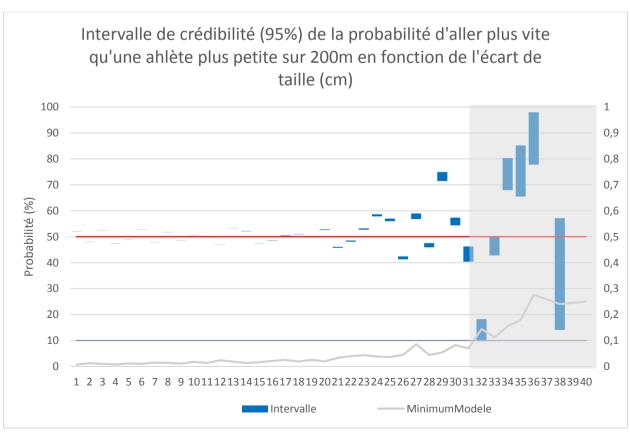






Annexe n°12 : Influence de la taille sur les performances des athlètes de 200m



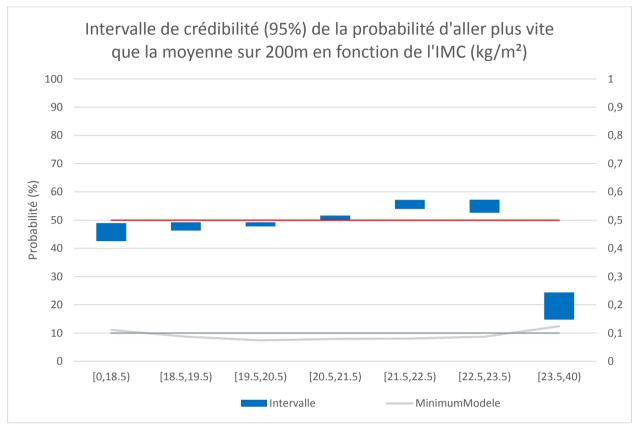


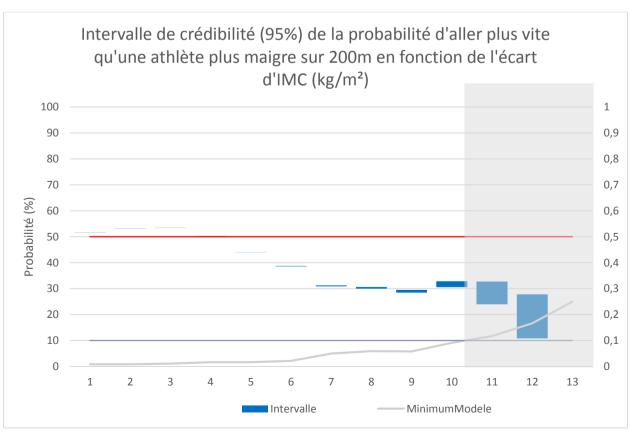






Annexe n°13 : Influence de l'IMC sur les performances des athlètes de 200m



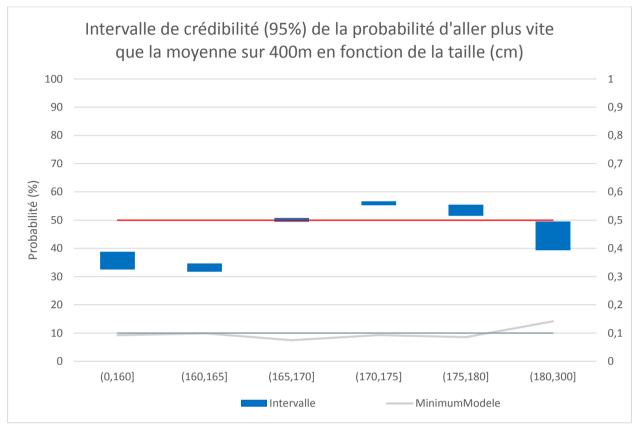


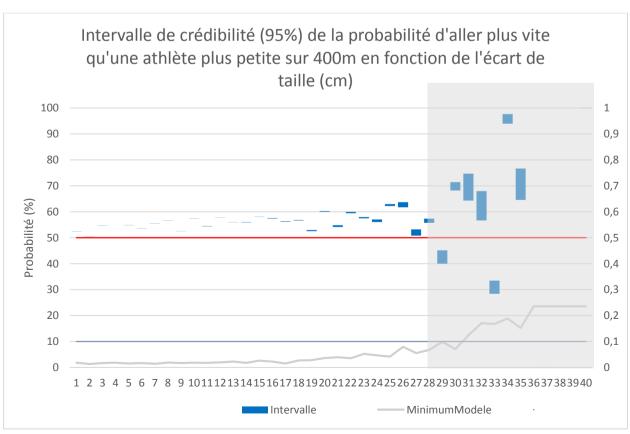






Annexe n°14 : Influence de la taille sur les performances des athlètes de 400m



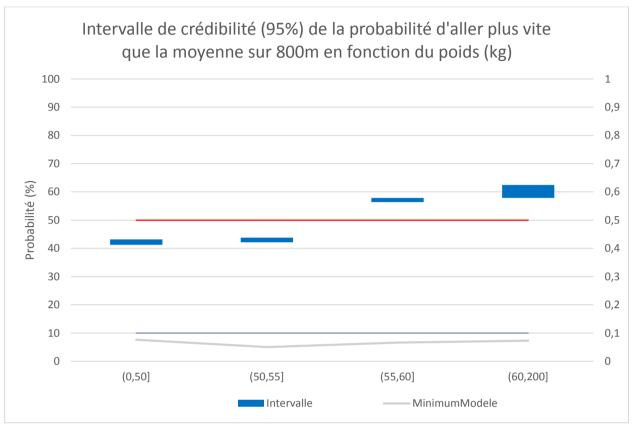


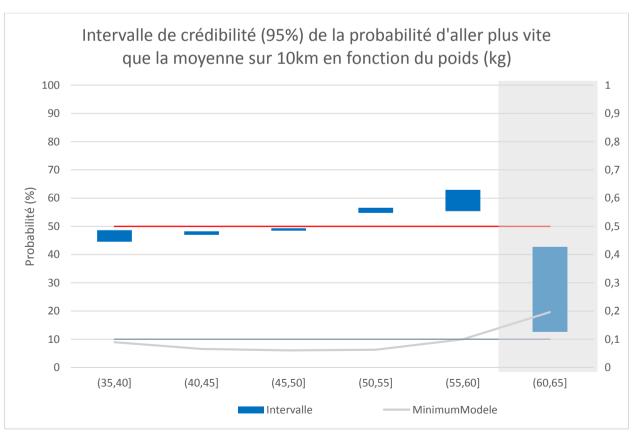






Annexe n°15 : Influence du poids sur les performances des athlètes de 800m et 10km



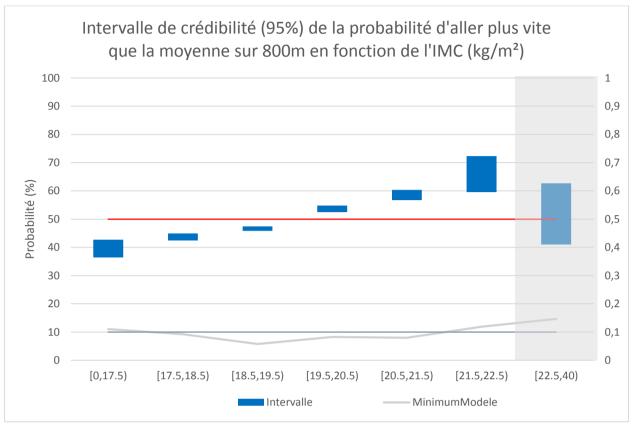


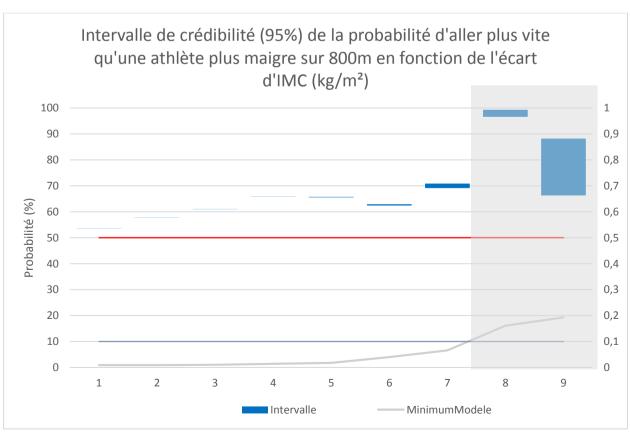






Annexe n°16 : Influence de l'IMC sur les performances des athlètes de 800m



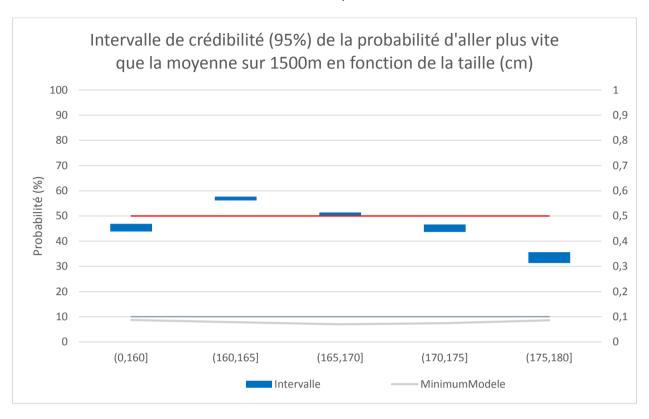








Annexe n°17 : Influence de la taille sur les performances des athlètes de 1500m



Annexe n°18 : Influence de l'IMC sur les performances des marathoniennes

