报童模型的最优解及其解空间研究

黄宇菲[1]， 汪应洛[1]， 吕绚丽[2]

(1. 西安交通大学 管理学院，陕西 西安 710049; 2. 合肥工业大学 管理学院，安徽 合肥 230009)

摘 要: 文章从经典报童模型出发，找到了使收益最大化的报童模型最优解及其存在的解空间。在分析最优解存在条件的基础上，研究了单位生产成本和单位缺货惩罚成本对最优解的解空间的影响。在此基础上，进一步分析了如何通过控制单位生产成本和单位缺货惩罚成本，影响最优解存在条件的方法。最后，在该领域其他学者的实际算例的基础上，提出了分别通过调节单位生产成本和单位缺货惩罚成本，以及同时调节单位生产成本和单位缺货惩罚成本，从而影响企业生产决策的三种方法。文章结果可以指导相关学者选择适当的报童模型算例，且实际算例表明该方法在企业管理方面也有较好的效果和应用前景。

关键词: 生产管理; 报童模型; 最优解; 解空间; 管理策略

中图分类号: O224 **文章标识码:** A **文章编号:** 1007-3221(2010)05-0009-06

Study on the Optimal Solution and the Solution Space of Newsvendor Model

HUANG Yu-fei[1], WANG Ying-luo[1], LV Xuan-li[2]

(1. *School of Management, Xi'an Jiaotong University, Xi'an* 710049, *China*; 2. *School of Management, Hefei University of Technology, Hefei* 230009, *China*)

Abstract: Based on the process to find the optimal order quantity in the classic newsvendor model, this paper finds out the condition of the existence of the optimal order quantity, and how the parameters such as unit production cost and unit penalty cost influence the optimal solution of newsvendor model. According to the results achieved in this paper, three management policies are considered: the adjustment of unit production cost, the adjustment of unit penalty cost, and the adjustment of both unit production cost and unit penalty cost. Then numerical examples from published papers are presented to test the three policies. The results of the numerical examples show that these three policies are functional and may be executable in practice.

Key words: production management; newsvendor model; optimal solution; solution space; management policy

0 引言

经典报童模型，即单周期库存问题(SPP)是生产管理中一个非常重要的模型。报童模型的历史可以追溯到1888年著名经济学家Edgeworth用它解决银行的资金流问题[1]。虽然报童模型是一个古老的问题，但是学术界对它的关注却始终未减。近年来，报童模型在生产、服务、管理和金融领域都有广泛的应用。

经典报童模型最初是研究报童每天如何确定报纸订购量来平衡缺货成本和积压成本。此后学术界对经典模型进行了扩展，Khouja和万仲平在各自的综述文章中，对这些扩展进行了详细的归类和总结[1,2]，如考虑不同的目标函数和效用函数[3~6]，不同供应商的定价策略及不同的零售商的定价和打折销售策略[7~12]，具有约束的多产品问题及可相互替代的多产品问题[13~15]，以及在销售期前具有多个准备周期的

收稿日期: 2009-11-25
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(70602017); 国家社科基金资助项目(06CJY019)
作者简介: 黄宇菲(1983-)，男，江苏常州人，博士生，研究方向为生产管理。

问题等等[16~19]。但是，对报童模型最优解存在条件及其在企业管理方面的作用，学术界的研究还很少。

本文从新的角度探讨经典报童模型的应用，即报童模型可为企业管理提供参考和决策依据。由于生活水平的提高，消费者已经从以前满足基本生活需要，转变为追求个性化和时尚的产品，如手机、时装等产品，更新换代很快。这种时尚产品（即 style good）符合报童模型的特点[20]，即有确定的销售时期，且销售期结束后，产品价格迅速降低。因此，这种时尚产品的生产厂家必须像报童一样，确定合适的产量来获得最大的收益。

在现实中，有些此类产品是国家和社会所提倡的，如一些环保产品、节能产品等，虽然生产成本可能很高，利润较低，但我们应该鼓励这些产品的不断升级和更新换代；而有些产品，虽然有很高利润，却对环境和社会造成不良影响，如污染环境等。对于这些产品，我们应该阻止企业生产。如何鼓励好的产品生产，阻止不好的产品生产，仅仅利用行政手段是不够的。很多时候，由于前一种产品成本高、利润低，而后一种产品虽然有害环境，利润却很高，企业为了追逐利润而生产后一种产品，国家用行政手段屡禁不止。我们从报童模型最优解存在的条件出发，分析企业何时会选择生产，何时选择不生产。以此作为依据，利用经济手段对企业进行引导和管理，这是对行政管理手段的有效补充。

1 报童模型最优解存在的条件

1.1 模型推导

由经典的报童模型可得[21]

$$F(Q^*) = \frac{P+S-C}{P+S-V} \tag{1}$$

其中 Q 为产品数量，* 表示最优解，P 为产品单价，S 为单位产品的缺货惩罚成本，V 为单位产品的残值，C 为单位产品成本。F 为需求的分布函数。显然：$P \geqslant 0$，$C \geqslant 0$ 且 $0 \leqslant F(x) \leqslant 1$。$V$ 可正可负，不失一般性的，设 $V \leqslant P$，即残值总低于销售期的售价。当 V 为负时，表示剩余产品的单位处理成本[22]。若 Q^* 存在，则上式必须满足

$$0 \leqslant \frac{P+S-C}{P+S-V} \leqslant 1 \tag{2}$$

下面对该不等式分类讨论：

(Ⅰ) 当 $P+S-C \geqslant 0$ 且 $P+S-V > 0$ 时

由 $P+S-C \geqslant 0$ 可得 $$S \geqslant C-P \tag{3}$$

不等式(2)两边同时乘以 $P+S-V$ 可得 $$C \geqslant V \tag{4}$$

(i) 当 $P \geqslant C \geqslant 0$

①当 $S < 0$ 时

$$C-P \leqslant S < 0 \tag{5}$$

②当 $S \geqslant 0$ 时 $$C-P \leqslant 0 \leqslant S \tag{6}$$

(ii) 当 $C > P \geqslant 0$

由不等式(3)得 $S \geqslant C-P > 0$

①当 $C-S \geqslant 0$ 时 $$0 \leqslant C-S \leqslant P < C \tag{7}$$

②当 $C-S < 0$ 时 $$C-S < 0 \leqslant P < C \tag{8}$$

(Ⅱ) 当 $P+S-C < 0$ 且 $P+S-V < 0$ 时

同理，可得 $$S < C-P \tag{9}$$

$$0 \leqslant C \leqslant V \tag{10}$$

(i) 当 $P \geqslant C \geqslant 0$

由不等式(9)可得 $$S < 0 \text{ 且 } 0 \leqslant P-C < -S \tag{11}$$

(ii) 当 $0 \leqslant P < C$

由(10)得 $0 \leqslant C \leqslant V$，则可得 $0 \leqslant P < C \leqslant V$，与假设 $V \leqslant P$ 矛盾，因此舍去。

(Ⅲ) 当 $P+S-V=0$ 时

当 $P+S-V=0$ 时，等式(1)的分母为 0，为讨论 Q^* 是否存在。我们将 $P+S-V=0$ 带入经典报童模型。经典报童模型的期望收益为[21]

$$E(\pi) = (P+S-C)\int_Q^{\infty} Qf(x)\,dx - S\int_Q^{\infty} xf(x)\,dx + (P-V)\int_0^Q xf(x)\,dx - (C-V)\int_0^Q Qf(x)\,dx \tag{14}$$

通过 Leibniz 公式，可证明上式为凹函数。令 $E(\pi)$ 的一阶导数为 0，即可得到等式(1)。但当 $P+S-V=0$ 时，等式(1)分母为 0，不成立。因此我们将 $P+S-V=0$ 直接带入(14)得

$$E(\pi)=(V-C)\int_Q^{\infty}Qf(x)\,\mathrm{d}x-S\int_Q^{\infty}xf(x)\,\mathrm{d}x-S\int_0^{Q}xf(x)\,\mathrm{d}x+(V-C)\int_0^{Q}Qf(x)\,\mathrm{d}x \tag{15}$$

将等式(15)进一步化简得

$$E(\pi)=(V-C)Q\int_0^{\infty}f(x)\,\mathrm{d}x-S\int_0^{\infty}xf(x)\,\mathrm{d}x=(V-C)Q-S\cdot E(x) \tag{16}$$

在(16)式中，$E(x)$为期望需求量，Q为产量，由此式可得，当 $P+S-V=0$ 时，Q 与 $E(\pi)$ 为线性关系，因此当 $V>C$ 时，使 $E(\pi)$ 最大的 Q 的最优解为∞；当 $V<C$ 时，使最大的 Q 的最优解为 0；当 $V=C$ 时，无论 Q 为何值，$E(\pi)=-SE(x)$。由此可见，在 $P+S-V=0$ 的情况下，Q 取值为 0 或∞，且当 $V=C$ 时，期望利润与 Q 的取值无关。因此，可将这种情况舍去，将以上讨论结果归纳如表 1 所示。

表 1　报童模型最优解存在条件

	$C\geqslant V$	$0\leqslant C\leqslant V$
$P\geqslant C$	(5) $P-C\geqslant -S,S<0$ (6) $P-C\geqslant -S,S\geqslant 0$	(11) $P-C<-S,S<0$
$P<C$	(7) $S\geqslant C-P,S>0,C\geqslant S$ (8) $S>C-P,S>0,C<S$	无

1.2　Q^* 的解空间

设在自由市场经济条件下，由 P，S，C 和 V 四个变量的定义及特点可知，P 价格由市场决定，V 残值由市场及产品的特点决定。而针对 S 和 C 两个变量，可以通过一些经济政策的手段进行调整，从而决定报童模型的最优解是否存在。图 1 为 C 和 S 变化时，Q^* 的解空间示意图。

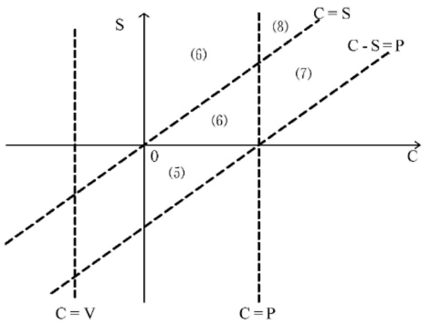

图 1 - a　$V<0$ 时 Q^* 的解空间示意图

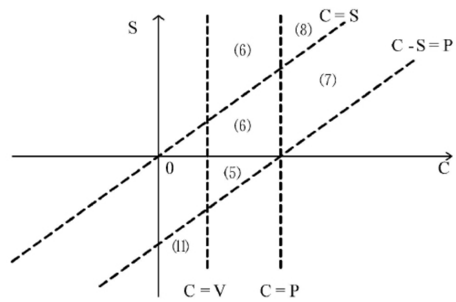

图 1 - b　$V\geqslant 0$ 时 Q^* 的解空间示意图

1.3　结果解释

首先，我们做如下说明：

(1) 我们用 $P-C$ 表示单位产品的销售利润，当 $P<C$ 时，我们用 $C-P$ 来表示单位产品的销售亏损。

(2) S 代表单位产品的缺货惩罚成本，当 $S<0$ 时，$-S$ 则代表相关部门为阻止生产而支付给企业的单位产品补贴。

(3) 由于报童模型的特点，缺货惩罚 S 仅发生在销售期。同时，残值 V 仅指销售期后低价处理产品的所得。

由以上分析可以得出：分别在(5)、(6)、(7)、(8)和(11)条件下，最优解 $Q*$ 存在。下面分别对这五种情况进行解释：

● 对(5)的解释

最优解存在的条件：$P\geqslant C,P-C\geqslant -S,S<0,C\geqslant 0\geqslant V$

解释：考虑一种商品，具有高利润率 $P\geqslant C$，如果不生产，每个产品会得到相关部门 $-S$ 的补贴($S<0$)。但是由于 $P-C\geqslant -S$，即利润大于补贴，企业仍然会选择生产。因此，Q^* 存在。

● 对(6)的解释

最优解存在的条件：$P\geqslant C,P-C\geqslant -S,S\geqslant 0,C\geqslant 0\geqslant V$

解释：这是普通的情况。销售获利，缺货会有惩罚。

● 对(7)和(8)的解释

最优解存在的条件：$P<C,S\geqslant C-P,S>0,C\geqslant V$

解释: 考虑一种商品,生产后售价低于成本 $P < C$,但是,如果不生产,惩罚成本会高于销售的亏损 $S \geqslant C - P$,企业仍然会选择生产。因此,Q^* 存在。

● 对(11) 的解释

最优解存在的条件: $P \geqslant C, P - C < -S, S < 0, 0 \leqslant C \leqslant V$

解释: 考虑一种商品,具有高利润率 $P \geqslant C$,但是会污染环境或有其他不利的影响,如果不生产,相关部门会给与每个产品 $-S$ 的补贴($S < 0$),并且补贴大于销售利润 $P - C \leqslant -S$,但是由于 $C < V$,即企业在经过销售期后,仍然可以以高于成本的价格将产品处理,此时,企业仍然会选择生产。因此,Q^* 存在。

2 最优解的解空间与管理策略

2.1 经典报童模型算例

我们首先考虑 Khouja 在 1993 年发表的文章[23]中所举的算例。文中设 F 服从正态分布,$\mu = 100$,$\sigma = 15$ 且 $P = 10$,$C = 7.5$,$S = 0$,$V = 9, 8, 7, 6, 5$。比较 P,S,C 和 V 之间的关系可知,当 $V = 9, 8$ 时,它们不满足表 1 中的任一条件,因此 Q^* 不存在; 当 $V = 7, 6, 5$ 时,它们均满足 $P \geqslant C, P - C \geqslant -S, S \geqslant 0, C \geqslant V$,即该算例符合 2.2 中(6) 的条件,即图 1-b(6) 所在位置,属于普通情况。因此 Q^* 存在,此时计算得 $Q^* = 115, 105, 100$。

其次,考虑许明辉等在 2006 年发表的文章[22]中所举的算例。文中设 $P = 8$,$C = 3$,$V = 1$,$S = 5, 7, 10, 15$。在此,假设 F 服从正态分布,且 $\mu = 100$,$\sigma = 15$。比较 P,S,C 和 V 之间的关系可知,它们均满足 $P \geqslant C, P - C \geqslant -S, S \geqslant 0, C \geqslant V$,即该算例符合 2.2 中(6) 的条件,属于普通情况,因此 Q^* 存在,此时计算得 $Q^* = 115, 116, 118, 120$。

2.2 基于 S 的管理策略

S 的定义为销售期内的单位产品缺货惩罚成本。一般来讲,若 S 增大,则企业面临的缺货惩罚成本越高,其缺货损失越大,因而企业倾向于按时生产交货; 若 S 减小,则企业面临的缺货惩罚成本越低,其缺货损失越小,因此企业不生产的可能性增大。当 $S < 0$ 时,表示若企业选择不生产,不但不需要支付惩罚成本,而且有 $-S$ 的补贴,则企业更倾向于不生产。由此可见,通过对 S 的调整,可以影响企业生产与否的决策。

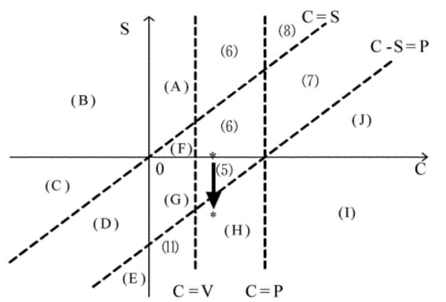

图 2 基于 S 的最优解控制策略

以图 1-b($V \geqslant 0$) 为例,将解空间作如下划分,见图 2。其中字母标明的空间为无解空间,数字标明的为有解空间。根据空间相邻的原则,再将(5)(6)(7)(8) 划为一类,(B)(C)(D)(E) 划为一类,(A)(F)(G) 划为一类,(H)(I)(J) 划为一类。若使(5)(6)(7)(8) 类由有最优解 Q^* 变为无解,即假设有关部门希望相关企业停止生产某产品,且该产品的初始 P,C,S,V 所构成的坐标点属于(5)(6)(7)(8) 区域内,若仅通过 S 这一变量控制,则由图 2 可知,需要减小 S 的值,直到代表该产品的坐标点落于 $C - S = P$ 这条直线下方。即通过减小 S,使该产品 P,C,S,V 所构成的坐标点落于(H)(I)(J) 的区域内。反之,若该产品初始 P,C,S,V 所构成的坐标点落于(H)(I)(J) 的区域内,此时最优解 Q^* 不存在,但是管理部门希望通过经济调节手段,鼓励企业生产该种产品,则应通过增大 S 值的方式,使坐标点落于(5)(6)(7)(8) 所构成的区域内。

我们在 2.1 中,Khouja 的算例的基础上,进一步解释基于 S 的调控策略。首先,在该算例中,$P = 10$,$C = 7.5$,$S = 0$,并选 $V = 6$,则由数值计算可知,该种情况所对应的坐标点落在区域(5) 和区域(6) 的分界线上,即该情况下,Q^* 最优解存在,若出于某种考虑,希望该产品的生产停止,则应按照图 2 中箭头的方向减小 S 的值,在本算例中,为了使坐标点位于直线 $C - S = P$ 之下,则应使 $S < -2.5$。此时,坐标点落于(H) 区域,Q^* 不存在,即从报童模型的角度出发,企业不会选择生产。因为此时,虽然单位产品获利 $P - C = 2.5$,但是由于补贴为 $-S > 2.5$,因此企业不生产可获得比生产更多的收益。

2.3 基于 C 的管理策略

C 的定义为单位产品生产成本。一般来讲,若 C 增大,则企业生产成本越高,其获利越少,因而企业倾

向于不生产；若 C 减小，则企业面临的生产成本越低，其获利越大，因此企业生产的可能性增大。有关部门通过销售补贴的形式，可间接降低企业的生产成本，从而鼓励企业生产。例如，2009 年初政府宣布对单价 8 万元的奇瑞电动轿车，每车给予 7 万元的购买补贴，间接降低了企业的生产成本，从而促进电动车的生产和推广。另一方面，有关部门也可以通过增加税率等方式，间接增加企业生产产品的成本，从而抑制企业生产。由此可见，通过对 C 的调整，亦可以影响企业生产与否的决策。

同样的，以图 1-b（$V \geqslant 0$）为例，将解空间作如下划分，见图 3。以普通类商品为例，即假设产品属性坐标落于（6）中，若使（6）中由有最优解 Q^* 变为无解，即假设管理部门希望相关企业停止生产某产品，且仅通过 C 这一变量控制，则由图 2 可知，增大 C 的值，使坐标点越过（7）或（8）这两个区域，到达区域（J）。反之，若该产品初始 P, C, S, V 所构成的坐标点落于无解的区域内，此时最优解 Q^* 不存在，但是管理部门希望通过经济调节手段，鼓励企业生产该种产品，则应通过改变 C 的方式，使坐标点落于有解的区域内。值得注意的是，仅由图 2 看，也可减小 C 的值，使坐标点落于（A）、（F）或（B）区域，此时 Q^* 也不存在。这一结论似乎与常理矛盾，因为减小成本 C，应是促进了生产，但是在图 2 中却是无解区域。这是因为，在（A）（F）（G）区域时，$C < P$，$C < V$，这种情况下，若选择生产，在销售期内，单位产品获利为 $P - C > 0$，且经过销售期后，残值 $V > C$，这意味着，即使过了销售期，企业销售产品仍能不断获利，因而从追逐利益最大化角度出发，企业会持续不断的生产，最优产量 Q^* 趋向于无穷大。此时，报童模型失效，最优解不存在。因此，在利用报童模型的结论，通过 C 进行管理时，应避开（A）（F）（G）这几个区域。

我们在 2.1 中，许明辉等的算例的基础上，进一步解释基于 C 的政策调控。首先，在该算例中，$P = 8$，$C = 3$，$V = 1$，并任选 $S = 5$，则由数值计算可知，该种情况所对应的坐标点落在区域（6）中，即该情况下，Q^* 最优解存在，若出于某种考虑，希望该产品的生产停止，则应按照图 3 中箭头的方向增加 C 的值，在本算例中，为了使坐标点位于直线 $C - S = P$ 之下，则应使 $C > 13$。此时，坐标点落于（J）区域，Q^* 不存在，即从报童模型的角度出发，企业不会选择生产。因为此时，虽然单位产缺货惩罚 $S = 5$，但是由于成本提高导致单位产品销售亏损为 $C - P > 5$，因此企业不生产比生产所带来的亏损少，此时企业也不会选择生产。当然，现实中的实际应用，往往与在此所举算例过程向反。例如之前提到奇瑞车的案例，就是政府通过降低成本 C 的手段，使坐标点从区域（J）转移到有解区域（6）的过程。

2.4　同时调整 S 和 C 的管理策略

在现实中，可以通过同时调整变量 S 和 C 来影响企业的生产决策。这种情况事实上是 2.1 和 2.2 的结合。如图 4 所示。若使位于区域（6）的坐标点移到区域（J），第一步可先增大 C，第二步减小 S，这两步综合的效果最终使坐标点转移到（J）。利用这种方法调节，S 和 C 的调整范围都相对于仅调节 S 或 C 要小的多。事实上，现实中大幅度单独调整 C 或大幅度单独调整 S，所需要的成本很高，往往很难实施，而同时小幅度调整 C 和 S，成本较低，且可以收到同样的效果。

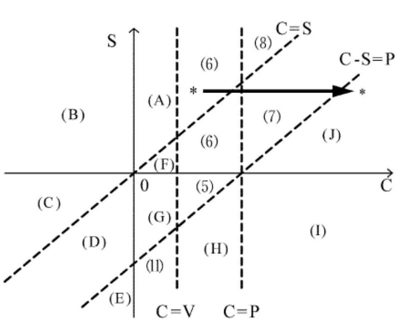

图 3　基于 C 的最优解控制策略

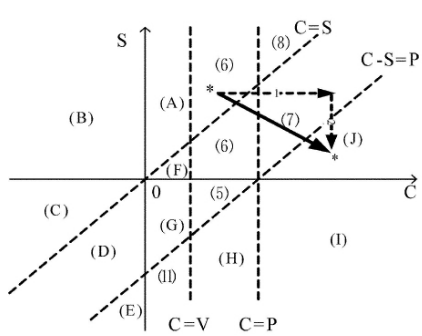

图 4　同时调节 C 和 S 的最优解控制策略

我们仍利用 2.2 中的算例，即 $P = 8$，$C = 3$，$V = 1$，$S = 5$。为使相应坐标点从（6）转移到（J），同时调节 C 和 S 的值。由图 4 可知，应减小 S 的值，同时增大 C 的值，使得 $C - S > 8$，即该坐标点落于直线 $C - S = P$ 的下方。在此，令 S 由 5 变为 2，C 由 3 变为 11。此时，坐标点落于（J）区域，Q^* 不存在，即从报童模型的

角度出发,企业不会选择生产。在这种情况下,虽然单位产缺货惩罚 $S=2$,但是由于成本提高导致单位产品销售亏损为 $C-P=3$,因此企业不生产比生产所带来的亏损少,此时企业也不会选择生产。反之,若想让位于(J) 区域的坐标点转移到有解区域,亦可用同时调整 C 和 S 的方法。

3 结语

本文从经典报童模型最优解存在的条件出发,确定了最优解存在的解空间。并在经典报童模型的基础上,对单位生产成本 C、单位缺货惩罚成本 S 等变量的定义进行了扩展。通过研究 C 和 S 的变化对最优解存在条件的影响,提出了通过调整报童模型解空间的手段影响企业生产决策的方法。文中同时给出了基于三种不同调节方法的实际算例。

本文的研究,不但对选取合适的报童模型算例有帮助,而且为企业管理提供了决策依据。在本文的研究基础上,可以针对价格和成本,引入经济学的理论和分析方法,将经济学理论与报童模型相结合。这些研究方向,都值得我们进一步深入研究。

参考文献:

[1] 万仲平,侯阔林,程露,蒋威. 报童问题的扩展模型 [J]. 武汉大学学报(理学版),2008,54(3):259-266.
[2] Khouja M. The single-period(newsvendor) problem: literature review and suggestion for future research [J]. Omega, 1999, 27: 537-553.
[3] Chen X, Sim M, Simchi-Lev D, Sun P. Risk aversion in inventory management [J]. Operations Research, 2007, 55(5): 828-842.
[4] Keren B, Pliskin J S. A Benchmark solution for the risk-averse newsvendor problem [J]. European Journal of Operational Research, 2006, 174(3): 1643-1650.
[5] Gotoh J, Takano Y. Newsvendor solutions via conditional value-at-risk minimization [J]. European Journal of Operational Research, 2007, 179: 80-96.
[6] Choi S, Ruszczyński A. A risk-averse newsvendor with law invariant coherent measures of risk [J]. Operations Research Letters, 2008, 36: 77-82.
[7] Zhang M, Bell P C. The effect of market segmentation with demand leakage between market segments on a firm's Price and Inventory Decisions [J]. European Journal of Operational Research, 2007, 182 (2): 738-754.
[8] Granot D, Yin S. On sequential commitment in the price-dependent newsvendor model [J]. European Journal of Operations Research, 2007, 177: 939-968.
[9] Khouja M. A Note on the newsboy problem with an emergency supply option [J]. Journal of Operational Research Society, 1996, 47: 1530-1534.
[10] Lin C, Kroll D E. The single-item newsboy problem with dual performance measures and quantity discounts [J]. European Journal of Operations Research, 1997, 100: 562-565.
[11] Polatoglu L H. Optimal order quantity and pricing decisions in single-period inventory systems [J]. International Journal of Production Economics, 1991, 23: 175-185.
[12] Whitin T M. Inventory control and price theory [J]. Management Science, 1955, 2: 61-68.
[13] AbdelMalek L, Montanari R. On the multi-product newsboy problem with two constraints [J]. Computers & Operations Research, 2005, 32 (8): 2095-2116.
[14] Abdel-Malek L, Montanari R. An analysis of the multi-product newsboy problem with a budget constraint [J]. International Journal of Production Economics, 2005, 97 (3): 296-307.
[15] Abdel-Malek L, Areeratchakul N. A quadratic programming approach to the multi-product newsvendor problem with side constrain s [J]. European Journal of Operational Research, 2007, 176 (3): 1607-1619.
[16] Bitran G R, Haas E A, Matsuo H. Production planning of style goods with high setup costs and forecast revisions [J]. Operations Research, 1986, 34: 226-236.
[17] Hausman W H, Peterson R. Multiproduct production scheduling for style goods with limited capacity, forecast revisions, and terminal delivery [J]. Management Science,1972, 18: 370-383.
[18] Kodama M. Probabilistic single period inventory model with partial returns and additional orders [J]. Computers and Industrial Engineering, 1995, 29: 455-459.
[19] Matsuo H. A stochastic sequencing problem for style goods with forecast revisions and hierarchical structure [J]. Management Science, 1990, 36: 332-347.
[20] Murray G R, Silver E A. A Bayesian analysis of the style goods inventory problem [J]. Management Science, 1966, 12 (11): 785-797.
[21] 程露,万仲平,侯阔林,蒋威. CVaR 准则下的双层报童问题模型研究 [J]. 运筹学学报,2008,12 (4):83-93.
[22] 许明辉,于刚,张汉勤. 带有缺货惩罚的报童模型中的 CVaR 研究 [J]. 系统工程理论与实践,2006,10:1-8.
[23] Khouja M. The newsboy problem under progressive multiple discounts [J]. European journal of operational research, 1995, 84: 458-466.