浙江大学

硕 士 学 位 论 文

论文题目 选址问题及其模型与算法研究

作者姓名 张 莉 丽

指导教师 姚 恩 瑜 教授

学科(专业) 运筹学与控制论

所在学院 理学院

提交日期 2006 年 1 月

摘 要

选址问题是运筹学中经典的问题之一。本文第 1 章介绍了选址问题的由来及发展现状。第 2 章介绍了一些经典的选址问题及其数学模型，包括韦伯(Weber)问题、P-Median 问题、P-center 问题，产量无约束的选址问题、产量有约束的选址问题、二级产量无约束的选址问题、二级多产品选址~~模型~~问题等。

选址问题已经形成了多种求解方法，大致可分为定性和定量两类：定性的方法主要是结合层次分析法和模糊综合法对各方案进行指标评价，找出最优选址；定量的常用方法则是松弛算法和启发式算法以及两者的结合应用。这些算法在第 3 章作了简要介绍。

在第 4 章着重介绍了一类特殊的选址问题：带单源约束的选址运输问题。带单源约束的选址运输问题是在经典的选址运输问题基础上考虑每个顾客需求的产品仅由一家工厂供应的情况。所建立的模型是整数规划，是 NP 难的。本章的叙述分为两节：第一节先考虑了开办费用为零的带单源约束的选址运输问题，即带单源约束的运输问题，松弛其中一种变量约束，借鉴求解运输问题的表上作业法，给出了一种修正的表上作业法；第二节将算法推广到带单源约束的选址问题上。最后给出了将算法应用在 Excel 随机生成的测试问题上所得到的结果，与 LINDO 求得的最优解相比，差距很小。

第 5 章是结束语。

关键词：选址 重心法 层次分析法 模糊综合评判法 分枝定界 禁忌算法

遗传算法 改进的表上作业法

Abstract

Location Problem is the most classics problem in Operational Research literature. This paper introduces two sorts of location models: continuous location problems and discrete location problems for the different of their solution space, the former 's solution space is continuous and you can set your facilities in every point, while you can just choose your location in a few feasible points in the latter's solution space. Location problem include Weber Problem, P-median problem, P-center problem, the uncapacitated facility location problem, the capacitated location problem, the 2-stage uncapacitated facility location problem, the 2-stage multiproduct capacitated facility location problems and so on.

There are many methods to solve these mathematics models, In character 2 Centriod method, Analytic hierarchy process, Fuzzy evaluation method, Branch and bound, Tabu search and Genetic algorithm are given.

The forth character is about the single source capacitated plant location problem(SSCPLP). That is all the needs of customers must be supplied by one plant. We borrow ideas from Table dispatching method and raise an improved algorithm for SSCPLP, and it runs well, but for the limit of table, the method we propose can only be used to solve small-scale SSCPLPs.

The final part is about the future of location problems in my eyes.

Keywords: Location Centroid method Analytic hierarchy process Fuzzy evaluation method Tabu search Genetic algorithm Improved table dispatching method

1 绪论

最早的连续选址问题是由德国人阿尔佛雷德·韦伯(Alfred Weber) 在十九世纪末提出的工业布局问题(Industry Location Problem)，当时欧洲工业革命如火如荼，铁路运输、能源、电讯和城市的飞速发展给工厂的建立提供了更多的便利,如何布局成为工厂主们急需解决的问题，工业布局理论应运而生。韦伯在 1909 年出版的书[1]中详细介绍了该理论。从此工业布局问题被称为韦伯问题(Weber Problem)。

第二次世界大战期间，为了解决后勤组织和武器设计问题，运筹学逐渐向跨学科的数学化方向发展，包括数学，心理学和经济学。选址问题成为研究人员关注的热点。二十世纪五十年代后期，运筹学在中国的应用集中在运输和选址问题上，其中一个广为流传的例子就是“打麦场的选址问题”，目的在于解决当时手工收割为主的情况下如何选择打麦场的位置以节省人力和时间。

随着经济的发展，企业之间竞争加剧。为将优势集中在核心部门上，增强自身的竞争力，许多企业选择业务外包，第三方物流出现。在物流系统中，配送中心或流通中心、仓库、销售店等设施设置地点的选择是物流系统优化的一个具有战略意义的问题，其中配送中心的位置显得更加重要。物流配送中心是货物从制造商、厂商至零商之间的中间贮存据点，是集中和分散、促进货物迅速流转的仓库。同地区、不同品种的货物通过物流中心的调节与保管，按不同需求重新组合，发往收货者手中。配送中心地址的合理选择，不仅可以缩短配送距离，加快配送速度，降低配送成本，提高服务质量，而且可以促进生产和消费两种流量的有机协调与配合，使整个物流系统处于平衡发展的状态。

由于配送中心在物流系统中所处的重要地位，大批科研人员对这一问题展开了深入细致的研究，建立了一系列的选址模型与算法。这些模型涉及到工厂（Plant）选址、设施(Facility)选址、配送中心(Logistics Center)选址、服务中心（Service Center）选址、仓库(Warehouse)选址等，为方便起见，在不引起歧义时通称工厂选址。工厂服务的对象通称为顾客。

带单源约束的选址问题是 NP 难的问题，而研究者多从启发式算法入手来求解模型的近似解。本文所做的工作是借鉴运输问题表上作业法的思想，提出了一个简单易操作的算法，在表上操作即可。但是由于表上作业的局限，只能求解较小规模的问题。

第 2 章介绍最近几十年来经典的选址模型；第 3 章介绍解决问题常用的算法；第 4 章是本人对一类带有单源约束的选址问题的研究成果；第 5 章是结束语。

2 几种经典的选址问题简介

选址问题多种多样，按决策变量的特征，将其分为两类：一类是连续选址问题，决策变量可以在某一平面连续取值；一类是离散选址问题，决策变量是在有限的点中组取值。

2.1 连续选址问题

平面上的连续选址模型主要有两点特征：一是决策变量是连续的，即可以将工厂建在平面上的任何一点；二是采用适合的度量方法度量距离。比较常用的有 L_1 距离（也称直角距离），L_2 距离（也称欧氏距离）和 L_∞ 模距离。

最早的连续选址问题是单工厂静态选址的韦伯(Weber)问题，将加权距离作为唯一的选址决策因素。问题可以这样描述：

选择一个工厂的坐标（x, y）$\in R\times R$, 使得给定的需求点（a_k, b_k）（$k\in K$）到该设施的加权距离 $w_k d_k(x, y)$ 的和最小。可以用下面的数学模型表示：

$$(WP)\min_{(x,y)}\sum_{k\in K} w_k d_k(x,y) \qquad (1)$$

这里 $d_k(x,y)=\sqrt{(x-a_k)^2+(y-b_k)^2}$

将韦伯问题推广：选择 p 个工厂，$1<p<|K|$，各个顾客的需求由这些工厂来满足，此问题称为多源韦伯问题（Multi-source Weber problem，MSWP），它是个 NP 难的问题，可以用下面的数学模型表示：

$$(MSWP)\min\sum_{k\in K}\sum_{j=1}^{p}(w_k d_k(x_j,y_j))z_{kj} \qquad (2)$$

$$s.t\sum_{j=1}^{p} z_{kj}=1 \qquad \forall k\in K \qquad (2a)$$

$$z_{kj}\in\{0,1\} \qquad \forall k\in K, j=1,\cdots,p, \qquad (2b)$$

$$x,y\in R^p \qquad (2c)$$

这里 z_{kj} 是决策变量，$z_{kj}=1$ 如果顾客 k 由工厂 j 供应，否则 $z_{kj}=0$。

目标函数(2)要求各顾客到最近工厂的加权距离和最小；等式(2a)保证每个顾客的需求由离它最近的工厂来满足。

2.2 离散选址问题

离散选址问题一般都可以用混合整数规划模型来表示。有一类离散选址模型中的采用的距离是图中的最短路，比如 P-Median 问题和 P-Center 问题及其衍生问题。有一类采用的是 L_p 模距离，这类选址问题按照不同的标准，可以粗略地划分为以下类型：

按设施的生产能力分为产量有约束和产量无约束；

按过程的复杂程度分为一级选址和多级选址；

按顾客需求产品的种类分为单产品选址和多产品选址；

按研究时间段的不同分为静态选址模型和动态选址模型；

按数据分为确定性选址问题和随机性选址问题；

按顾客要求由单个设施服务与否分为单源选址与多源选址。

下面给出的是几个典型的静态选址问题及其模型表示。

2.2.1 P-Median 问题

P－Median 问题是由 Hakimi 于 1964 年首先定义的。问题是指在备选工厂集里选定 p 个工厂，使得需求点到离它最近工厂的加权距离总和最小。

P-Median 问题对模拟现实世界比如公共场所、仓库等等的选址非常有用，目标是寻求最小费用。问题是 NP 难的。也可以这样描述：在有 n 个节点的图上选择 p 个工厂位置，使得图上的需求节点到最近工厂的距离和最小。

令K:节点集，

$J \subseteq K$:备选的工厂集，

$w_k d_{kj}$:节点k与j之间的加权距离，

$$y_j = \begin{cases} 1, \text{如果节点}j\text{被选为工厂；} \\ 0, \text{否则。} \end{cases}$$

$$x_{kj} = \begin{cases} 1, \text{如果节点}k \in K\text{由工厂}j\text{服务，} \\ 0, \text{否则。} \end{cases}$$

P-Median 问题可以用如下的整数规划模型表示：

$$(P-Median)\min\sum_{k\in K}\sum_{j\in J}(w_k d_{kj})x_{kj} \qquad (3)$$

$$s.t\sum_{j\in J}x_{kj}=1, \qquad \forall k\in K; \qquad (3a)$$

$$x_{kj}\le y_j, \qquad \forall k\in K, j\in J; \qquad (3b)$$

$$\sum_{j\in J}y_j=p, \qquad (3c)$$

$$x_{kj}, y_j\in\{0,1\} \qquad \forall k\in K, j\in J. \qquad (3d)$$

目标函数(3)是求各个顾客到最近工厂的加权距离和的最小值；等式约束(3a)保证每个顾客的需求都可以得到满足；不等式约束(3b)表明只有开办的工厂才能服务顾客。等式约束(3c)限定开办的工厂数量。

2.2.2 P-center 模型

P-center 问题则是选择 p 个工厂，使得顾客到最近工厂的最小距离的最大值最小。

令K:节点集；

J:备选的工厂集；

$w_k d_{kj}$:节点k与j之间的加权距离；

$$y_j=\begin{cases}1, \text{如果工厂j启用；}\\ 0, \text{否则。}\end{cases}$$

$$x_{kj}=\begin{cases}1, \text{如果节点}k\in K\text{由工厂j服务；}\\ 0, \text{否则。}\end{cases}$$

则 P-Center 问题可以用如下模型表示：

$$(P-Center)\min r \qquad (4)$$

$$s.t\sum_{j\in J}w_k d_{kj}x_{kj}\le r, \qquad \forall k\in K; \qquad (4a)$$

$$\sum_{j\in J}x_{kj}=1, \qquad \forall k\in K; \qquad (4b)$$

$$x_{kj}\le y_j, \qquad \forall k\in K, j\in J; \qquad (4c)$$

$$\sum_{j\in J}y_j=p, \qquad (4d)$$

$$x_{kj}, y_j\in\{0,1\}, \qquad \forall k\in K, \forall j\in J. \qquad (4e)$$

目标函数(4)是求最大距离最小；不等式约束(4a)保证 r 是最大距离；等式约

束(4b)保证每个顾客的需求都得以满足；不等式约束(4c)表明开办的工厂才服务顾客；等式（4d）限定工厂的开办数目。

2.2.3 产量无约束的选址模型

在这一类问题中，最简单最经典的问题是产量无约束的工厂选址问题（The Uncapacitated plant location problem，简写为 UPLP）,也称作简单工厂选址问题(The simple plant location problem，简写为 SPLP)。在此问题中，给定一个工厂集和一个顾客集；每个顾客的需求已知，顾客必须由一个或者多个启用的工厂服务。UFLP 与 P-Median 问题的不同有两点：一是有启用工厂的费用；二是启用的工厂数量没有上界限制。

UPLP 是运筹学中研究最早、理论最成熟的问题之一。最早可以追溯到二十世纪 60 年代 Blinski[2]，Kuehn&Hamburger[3]，Manne[4]和 Stollsteimer[5]所做的研究工作。他们证明 UPLP 是 NP 难的，为此，研究者的注意力集中在寻找近似算法上。如果一个算法运行时间为多项式的，且所得到的结果不超过最优解的 α 倍，那么我们称这个算法为 α -近似算法。α 有时称作算法的性能比。我们可以把任何一个著名的集合覆盖问题(Set Cover Problem)的实例构造为 UPLP 的实例，也就是表明，除非 P=NP，不存在性能比比 $c\ln|D|$ 好的近似算法，这里 c 是某一常数。

Hochbaum[6]在文章中证明了贪婪算法(Greedy Algorithm)是 UPLP 的性能比为 $O(\log n)$ 的近似算法；Lin&Vitter[7]给出了一个巧妙的技巧：过滤(filtering),来将UPLP 线性松弛问题所得到的分数解凑整，近似算法的性能比仍然为 $O(\log n)$ 。Shmoys, Tardos&Aardal[8]给出了该问题的一个性能比为 3.16 的近似算法，该算法是 UPLP 的第一个性能比为常数的算法。Guha and Khuller[9]又证明除非 $NP \subseteq DTIME[n^{O(\log\log n)}]$，否则没有性能比达到 1.463 的算法。Jain and Vazirani[10]用原始对偶和拉格朗日松弛结合得到的算法将性能比提高到了 3。随后 Mahdian et al.[11]又将这一结果改进到 1.861。在 Jain,Mahdian and Saberi[12]合作提出 JMS 算法，将结果改进到 1.61。Mahdian,Ye and Zhang[13]的 MYZ 算法又进一步将结果改进到 1.52。

下面给出数学描述。令

I：工厂集；

J：顾客集；

d_j：顾客 j 对产品的需求量；

c_{ij}：单位产品从工厂 i 运送到顾客 j 的费用；

f_i：工厂i的启用费用。

设x_{ij}：顾客j由工厂i供应的产品量与顾客总需求量的比值($0 \le x_{ij} \le 1$)；

$$y_i = \begin{cases} 1 & 如果工厂i开办; \\ 0 & 否则。 \end{cases}$$

则 UPLP 可以用下面的数学模型表示：

$$(UPLP)\min \sum_{i\in I}\sum_{j\in J} c_{ij} d_j x_{ij} + \sum_{i\in I} f_i y_i \qquad (1)$$

$$s.t\sum_{i\in I} x_{ij} = 1, \qquad \forall j \in J; \qquad (1a)$$

$$x_{ij} \le y_i, \qquad \forall i \in I, j \in J; \qquad (1b)$$

$$0 \le x_{ij} \le 1, \qquad \forall i \in I, j \in J; \qquad (1c)$$

$$y_i \in \{0,1\}, \qquad \forall i \in I. \qquad (1d)$$

目标函数(1)是要求包括产品运输费用和工厂启用费用在内的总费用最小；式(1a)表示每个顾客的需求都得到满足；不等式约束(1b)保证顾客的产品是由启用的工厂供应。

2.2.4 产量有约束的选址模型

我们考虑产量有约束的工厂选址模型(The Capacitated Plant Location Problem, CPLP)。在此问题中，我们给定一个设施集和一个顾客集；每个顾客的需求已知，且必须由一个或多个启用的工厂服务；启用工厂的固定费用已知；工厂服务顾客的单价已知；工厂的容量已知，即工厂最多能提供多少个单位的产品；目标是满足所有顾客需求的前提下总费用最小。这个目标里包含两个决策：选择开办的工厂和产品的分配。CPLP 实际上是一个混合整数规划，因此是 NP-难的问题。CPLP 及其推广问题已经被透彻地研究和应用于实践。

研究 CPLP 的特殊情况，假定任意$i \in I, j \in J$，费用c_{ij}是固定的，且费用与工厂和顾客间的欧氏距离线性相关，即满足非负性、对称性和三角不等式。

Korupolu, Plaxton and Rajaraman(KPR)给出了第一个性能比为常数的近似算法[14]。其算法为简单的局部搜索启发式，所得到的解为最优解的 8+ε 倍，对任意的 ε 大于 0。Chudak,Williamson[15]简化并改进了 KPR 的算法，得到近似比为6(1+e)的算法。Chudak,Williamson 还考虑了 CPLP 的一个推广，即一个地方可以建造 k 个设备 i，固定费用均为f_i，容量均为 U。他们记此问题为 k-CPLP(即一般的 CPLP 是 1-CPLP)。Shmoys,Tardos,and Aardal[8]对 7/2-CPLP 给出了多项式算法，所得解是 1-CPLP 最优解的 7 倍。Chudak and Shmoys[16]基于某些 UPLP 的研

究成果，对无穷-CPLP 给出了一个 3-近似算法。Mehdian, Ye, and Zhang[13]也给出了 CPLP 性能比为 2.89 的近似算法。又在另一篇文章[17]中将性能比改进到了 2。

下面给出 CPLP 的数学描述。令

I：工厂集；

J：顾客集；

d_j：顾客j对产品的需求量；

c_{ij}：单位产品从工厂i运送到顾客j的费用；

s_i：工厂i的最大生产量；

f_i：工厂i的启用费用。

设x_{ij}：顾客j由工厂i供应的产品量与其总需求量的比值$(0 \le x_{ij} \le 1)$；

$$y_i = \begin{cases} 1 & \text{如果工厂}i\text{开办；} \\ 0 & \text{否则。} \end{cases}$$

则 CPLP 可以用下面的模型表示：

$$(CPLP)\quad \min \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} c_{ij} d_j x_{ij} + \sum_{i \in I} f_i y_i \tag{2}$$

$$s.t \sum_{i \in I} x_{ij} = 1, \qquad \forall j \in J; \tag{2a}$$

$$\sum_{j \in J} d_j x_{ij} \le s_i y_i, \quad \forall i \in I \tag{2b}$$

$$x_{ij} \le y_i, \qquad \forall i \in I, j \in J; \tag{2c}$$

$$0 \le x_{ij} \le 1, \qquad \forall i \in I, j \in J; \tag{2d}$$

$$y_i \in \{0,1\}, \qquad \forall i \in I. \tag{2e}$$

目标函数(2)是要求包括产品运输费用和工厂启用费用在内的总费用最小；式(2a)保证每个顾客的需求都得到满足；不等式约束(2b)保证每个工厂供应顾客的产品量不超过它的最大产量；不等式约束(2c)保证顾客的产品是由启用的工厂供应。

2.2.5 多级选址模型

考虑一种特殊情况，工厂必须通过配送中心向顾客运送货物。其实在实际物流活动中，往往顾客对产品的需求是种类多但每种产品的数量相对较少；供货的公司或者第三方物流公司需要在一个或多个合适的地方建立配送中心，在中心将产品按需求重新分配装箱，然后运送给顾客。

多产品的设施选址模型下节给出，本节先给出二级生产能力不受限的选址模型(the 2-stage Uncapacitated Plant Location Model, 2-UPLP)。

给定顾客集 K，每个顾客的需求已知；给定备选工厂集 I，备选配送中心集 J，每个工厂和配送中心的固定开办费用已知(不考虑工厂生产能力和配送中心的容量)。这里任意两个位置$i,j \in I \cup J \cup K$之间的运输费用都与两地之间的直线距离线性相关（也就是说费用满足非负性、对称性和三角不等式，即$\forall i,j,k \in I \cup J \cup K, c_{ij}+c_{jk} \ge c_{ik}$）。单位产品从工厂 i 经配送中心 j 运送到顾客 k 产生的费用为$c_{ij}+c_{jk}$，为方便起见，记为c_{ijk}($c_{ijk} \triangleq c_{ij}+c_{jk}$)。

令

I：工厂集；

J：配送中心集；

K：顾客集；

f_i：工厂i的固定开办费用；

g_j：配送中心j的固定开办费用；

d_k：顾客k对产品的需求量；

c_{ijk}：单位产品从工厂i经配送中心j运送到顾客k的费用；

设 x_{ijk}：从工厂i经配送中心j运送到顾客k的产品占顾客k的总需求量的比值；

$$y_i = \begin{cases} 1, & \text{如果工厂i开办；} \\ 0, & \text{否则。} \end{cases}$$

$$z_j = \begin{cases} 1, & \text{如果配送中心j开办；} \\ 0, & \text{否则。} \end{cases}$$

2-UPLP 可以用下面的数学模型表示：

$$(2-UPLP)\min \sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\sum_{k\in K} d_k c_{ijk} x_{ijk} + \sum_{i\in I} f_i y_i + \sum_{j\in J} g_j z_j \qquad (3)$$

$$s.t\ \sum_{i\in I}\sum_{j\in J} x_{ijk} = 1, \qquad \forall k \in K; \qquad (3a)$$

$$\sum_{j\in J} x_{ijk} \le y_i, \qquad \forall i \in I, k \in K; \qquad (3b)$$

$$\sum_{i\in I} x_{ijk} \le z_j, \qquad \forall j \in J, k \in K; \qquad (3c)$$

$$x_{ijk} \ge 0, \qquad \forall i \in I, j \in J, k \in K; \qquad (3d)$$

$$y_i, z_j \in \{0,1\}, \qquad \forall i \in I, j \in J; \qquad (3e)$$

目标函数(3)是求总运输费用与总开办费用的最小值；等式约束(3a)保证每个顾客的需求都得到满足；不等式约束(3b)表明只有启用的工厂才能供应产品；不等式约束(3c)保证启用的配送中心才能充当转运中心。

从上述模型很容易得到二级产量受约束的选址问题的模型。

2.2.6 多产品选址模型

令I：工厂集；

J：配送中心集；

K：顾客集；

P：产品集；

S_i^p：工厂i生产产品p的最大产量；

f_i：工厂i的固定开办费用；

W_j：配送中心j的最大容量；

g_j：配送中心j的固定开办费用；

d_k^p：顾客k对产品p的需求量；

c_{ij}^p：单位产品p从工厂i运送到顾客k的费用；

c_{jk}^p:单位产品p从配送中心j运送到顾客k的费用；

设x_{ij}^p：从工厂i运送到顾客k的产品p的量与配送中心j的最大容量的比值；

x_{jk}^p：从配送中心j运送到顾客k的产品p的量与顾客k对该产品的总需求量的比值；

$$y_i = \begin{cases} 1, & \text{如果工厂}i\text{启用；} \\ 0, & \text{否则。} \end{cases}$$

$$z_j = \begin{cases} 1, & \text{如果配送中心}j\text{启用；} \\ 0, & \text{否则。} \end{cases}$$

2-MCPLP 可以用下面的数学模型表示：

$$(2-MCPLP)\ \min\sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\sum_{p\in P}W_j c_{ij}^p x_{ij}^p+\sum_{j\in J}\sum_{k\in K}\sum_{p\in P}d_k^p c_{jk}^p x_{jk}^p+\sum_{i\in I}f_i y_i+\sum_{j\in J}g_j z_j \qquad (4)$$

$$s.t\ \sum_{j\in J}x_{jk}^p=1, \qquad \forall k\in K, p\in P; \qquad (4a)$$

$$\sum_{j\in J}W_j x_{ij}^p\le y_i S_i^p, \qquad \forall i\in I, p\in P; \qquad (4b)$$

$$\sum_{i\in I}W_j x_{ij}^p\ge\sum_{k\in K}d_k^p x_{jk}^p, \qquad \forall j\in J, p\in P; \qquad (4c)$$

$$\sum_{k\in K}\sum_{p\in P}d_k^p x_{jk}^p\le z_j W_j, \qquad \forall j\in J; \qquad (4d)$$

$$x_{ij}^p\ge 0, \qquad \forall i\in I, j\in J, p\in P; \qquad (4e)$$

$$x_{jk}^p\ge 0, \qquad \forall j\in J, k\in K, p\in P; \qquad (4f)$$

$$y_i, z_j\in\{0,1\}, \qquad \forall i\in I, j\in J; \qquad (4g)$$

目标函数(4)求包括运输费用和工厂启用费在内的总费用最小；等式约束(4a)保证顾客对每种产品的需求都得到满足；不等式约束(4b)说明工厂供应的每种产品的数量不能超过该产品的最大生产量；不等式(4c)和(4d)要求运出配送中心的各种产品总数不大于运进中心的数量，且总数量不大于配送中心的容量。

3 选址问题常用算法介绍

工厂选址问题已经形成了多种求解方法，大致可分为定性和定量两类：定性的方法主要是结合层次分析法和模糊综合法对各方案进行指标评价，找出最优选址；定量的常用方法包括松弛算法和启发式算法以及两者的结合。

线性松弛算法和拉格朗日松弛算法的基本原理是：将造成问题难的约束吸收到目标函数中，并使得目标函数依旧保持线性，由此使得问题易于求解。一些组合优化问题在现有的约束条件下很难求得最优解，但在原问题减少某些约束后，求解问题的难度就大大减少，达到在多项式时间内求得减少约束后问题的最优解。由于拉各朗日松弛算法的实现比较简单且有较好的性质，因此它不仅可以用来评价算法的效果，同时也可以用在其它算法中，提高算法的效率。拉各朗日算法主要包括次梯度算法和拉各朗日松弛启发式算法。它们两个的主要应用是给出混整规划问题的下界和构造基于拉各朗日松弛的启发式算法。

在介绍启发式算法之前我们先介绍状态空间搜索。状态空间搜索就是将问题求解过程表现为从初始状态到目标状态寻找路径的过程。由于求解问题的过程中分枝有很多，主要是求解过程中求解条件的不确定性、不完备性造成的，这使得求解的路径很多，这些路径构成了一个图，这个图就是状态空间。问题的求解就是在图中找到一条从开始到目标的路，寻找的过程叫做搜索。常用的状态空间搜索有深探法和广探法[18]。深探法是按照一定的顺序查找完一个分枝，再查找另一分枝，直到找到目标为止。广探法是从初始状态按某种顺序一层一层往下找，找到目标为止。这两种搜索方式的缺陷在于都是在一个给定的状态空间穷举。这在状态空间不大的情况下是很合适的算法，但是在空间很大又不可预测的情况下就不可取了。这就要用到启发式搜索。

启发式搜索就是指在状态空间中对每一个要搜索的位置按照某种方式进行评估，得到最优的位置，再从这个位置进行搜索直到达到目标。这样可以省略大量的无谓的搜索路径，提高了效率。不同的位置评估方式，得到不同的算法。常用的启发式算法包括禁忌搜索、遗传算法、进化算法、模拟退火算法、蚁群算法、人工神经网络等等。

下面简要介绍几种算法。

3.1 重心法

下面以连续选址模型韦伯问题的数学模型为例，来说明重心法的步骤。

选择一个设施的坐标（x, y）∈R×R, 使得给定的需求点（a_k, b_k）(k∈K) 到该设施的加权距离$w_k d_k(x, y)$的和最小。可以用下面的数学模型表示：

$$(WP)\min_{(x,y)} C=\sum_{k\in K} w_k d_k(x,y) \qquad (1)$$

$$这里 d_k(x,y)=\sqrt{(x-a_k)^2+(y-b_k)^2} \qquad (2)$$

要从上式(1)中可求出使加权距离和 C 最小的(x,y)。连续模型认为服务中心的地点可在平面上取任意点，解决这个模型用重心法[19]。重心法亦称网格法或精确重心法，它利用解析几何的基本知识求解在一个已定地区内设置单个服务中心的定位问题。这一方法假定下列因素都是固定的：工厂和顾客的位置；设施单位时间内的产量和市场单位时间内的销量；运输费率线性变化，且运输费用只与工厂和顾客点之间的直线距离有关。

重心法

解决这个问题要运用下面的公式：

$$\frac{\partial C}{\partial x}=\sum_{k\in K}\frac{w_k(x-a_k)}{d_k}=0 \qquad (3)$$

$$\frac{\partial C}{\partial y}=\sum_{k\in K}\frac{w_k(y-b_k)}{d_k}=0 \qquad (4)$$

由上式（3）、（4）求得最适合的点的坐标(x^*,y^*)，其表达式为

$$x^*=\frac{\sum_{k\in K} {w_k a_k}/{d_k}}{\sum_{k\in K} {w_k}/{d_k}} \qquad (5)$$

$$y^*=\frac{\sum_{k\in K} {w_k b_k}/{d_k}}{\sum_{k\in K} {w_k}/{d_k}} \qquad (6)$$

由于(5)、(6)中还含有d_k，即含有要求的未知数 x、y，因此采用迭代法来求解。迭代法的计算步骤如下：

step1. 给出设施初始地点的坐标(x_0, y_0)，一般是忽略距离，将各顾客之间的几何重心作为初始点。

$$x_0 = \overline{x} = \frac{\sum_{k\in K} w_k x_k}{\sum_{k\in K} w_k} \qquad y_0 = \overline{y} = \frac{\sum_{k\in K} w_k y_k}{\sum_{k\in K} w_k}$$

step2. 将(x_0, y_0)代入(1)，计算出C_0；

step3. 代入（5）、（6）中，计算出设施的改善地点(x_1, y_1)；

step4. 将(x_1, y_1)代入（1），计算出对应的总费用C_1；

step5. 比较C_0和 C_1。如果$C_1 \geq C_0$，则说明就是最有解；如果反之，则返回 3)，继续求解，直到$C_{n+1} \geq C_n$，求出最优解(x_n, y_n)为止。这时(x_n, y_n)为设施的最佳定位，C_n为最小总运输费用。

由于在重心法中未能考虑路线实际问题（以上运算中假设路线是直的）、交通情况和场址的环境状况等方面，只能求得服务中心的大概位置范围，因此用该法所得结果还要结合设施的长远整体规划布局，拟定几个可供选择的场址作进一步选择。

3.2 层次分析法

层次分析法[19](Analytic Hierarchy Process, AHP)是在 20 世纪 70 年代中期美国著名运筹学家 T. L. Satty 提出的一种简便、灵活又实用的多准则决策方法，主要用于确定最低层因素对于最高层目标的重要性权值。AHP 是一种系统规划方法，是通过应用数学方法将决策过程中的定量分析和定性分析有机结合起来，统一进行优化处理而得到合理结果的一种方法，适用于结构比较复杂、决策准则多、不易量化的决策问题。该方法自 1982 年被介绍到我国以来，迅速地在我国社会经济各个领域内，如能源系统分析、城市规划、经济管理、科研评价等，得到了广泛应用。

层次分析法的主要思路是：将所要分析的问题层次化，根据问题的性质和要达到的目标，将问题分解成不同的子问题，按照子问题间的相互影响及支配关系，

通过两两比较判断的方式确定各子问题中元素的相对重要性和子问题集的相对重要性，然后通过合成以得到决策因素对整个系统或系统总目标的重要性排序。层次分析法体现了人们决策思维的根本特征：分解、判断和综合。根据具体问题一般可分为目标层、准则层和措施层。

具体步骤如下：

step1．建立层次结构模型。

在深入分析所面临的问题之后，将问题中所包含的因素划分为不同层次，用框图形式说明层次的递阶结构与因素的从属关系。当某个层次包含的因素较多时(如超过 9 个)，可将该层次进一步划分为若干子层次。

设目标层 A，准则层 C（有 k 个准则因素），方案层 P（有 n 个方案）。

step2．构造判断矩阵

构造两两比较判断矩阵。指标层次结构建立后，聘请专家就指标评价体系中同一层次的各个指标，运用两两比较的方法。这些比较判断值通过采用 1-9 标度法(即两因素之间的相对重要性的比较判断标准值)确定。

设 A 与 C 的判断矩阵为 $(a_{ij})_{k\times k}, C_i$ 与 P 的判断矩阵 $(i=1,2,\cdots,n)$ 为 $(a_{ij})_{n\times n}$，

记 $a_{ij}={w_i}/{w_j}$ 为第 I 指标的权重，A 矩阵有以下特点：

(1) $a_{ii}=1$;

(2) $a_{ij}={1}/{a_{ji}}, \quad (i,j=1,2,\cdots,n)$;

(3) $a_{ij}={a_{ik}}/{a_{jk}}, \quad (i,j=1,2,\cdots,n)$;

由矩阵原理有：

$$AW=\begin{pmatrix} {w_1}/{w_1} & {w_1}/{w_2} & \cdots & {w_1}/{w_n} \\ {w_2}/{w_1} & {w_2}/{w_2} & \cdots & {w_2}/{w_n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ {w_n}/{w_1} & {w_n}/{w_2} & \cdots & {w_n}/{w_n} \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{pmatrix} = n\begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{pmatrix} = nW$$

即 $(A-nI)W=0$，亦即 A 具有唯一非零的最大特征根 $\lambda_{\max}$，且此时的 A 具有完全的一致性。

然而实际中则由于认得判断误差必然导致不一致性，所以要通过检验一致性

指标 $CR=\frac{CI}{RI}$，其中 $CI=\frac{\lambda_{\max}-n}{n-1}$，而 RI 为平均随机一致性指标，是足够多个根据随机发生的判断矩阵计算的一致性指标的平均值。其 1－10 阶矩阵 RI 取值如下表：

维数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
RI	0.00	0.00	0.58	0.96	1.12	1.24	1.32	1.41	1.45	1.49

step3. 层次单排序及其一致性检验。

判断矩阵A的最大特征值问题 $AW=\lambda_{\max}W$ 的解W，经归一化后即为同一层次相应因素对于上层次某因素相对重要性的排序权值，这一过程称为层次单排序，并检验一致指标 $CI=\frac{\lambda_{\max}-n}{n-1}$。当随机一致性比率 $CR=\frac{CI}{RI}<0.10$ 时，认为层次单排序的结果具有满意的一致性，否则需要调整判断矩阵的元素取值。

step4. 层次总排序

总排序是指在计算层次模型中，最下层的每一指标元素相对于总目标的相对权重。总排序计算是从最高层(目标层)由上而下逐层次总排序，直到最低层为止。

step5. 层次总排序的一致性检验。

这一步骤也是从高到低逐层进行的。如果 B 层次某些因素对于 A_j 单排序的一致性指标为 CI，相应的平均随机一致性指标为 CR_j，则 B 层次总排序随机一致性比率为:

$$RI=\frac{\sum_{j=1}^{m}a_jCI_j}{\sum_{j=1}^{m}a_jRI_j}$$

类似地，当 RI<0.10 时，认为层次总排序结果具有满意的一致性，否则需要重新调整判断矩阵的元素取值。

在实际当中，有时指标过多，加之其它因素的影响，很可能会遇到一致性检验通不过的情况，这时就要对矩阵进行调整，通过计算机程序重新计算，直到满意一致性为止。

AHP 最根本也最致命的缺陷在于其判断矩阵的不一致性，以及由此而导致的不相容性、逆序性和信息不完全性，不一致性是 AHP 法客观存在的缺陷。

3.3 模糊综合评判法

模糊综合评判法[20][21]是目前使用最多的模糊数学方法之一。它广泛应用于工程、分析等领域。所谓综合评判，就是全面考虑各种相关影响因素的情况下，对评价对象进行全面的评价。其优点是:数学模型简单，容易掌握，对多因素、多层次的复杂问题评判效果比较好。

模糊综合评判方法是一种适合于服务中心选址的建模方法。它是一种定性与定量相结合的方法，有良好的理论基础。特别是多层次模糊综合评判方法，其通过研究各因素之间的关系，可以得到合理的服务中心位置。

在模糊评判中，各因素的权重分配非常重要，将直接影响评判的结论。权重A 的确定方法很多，在实际运用中常用的方法有:Delphi 法、专家调查法和层次分析法(AHP)。

按照模糊决策理论，综合评判法大致要按以下步骤进行：

step1. 建立着眼因素集合 $U=\{u_1,u_2,\cdots,u_m\}$，抉择评语集合 $V=\{v_1,v_2,\cdots,v_n\}$

原则是既要全面又要抓主要矛盾。

首先对着眼因素集 U 中的单因素 $u_i(i=1,2,\cdots,m)$ 做单因素评判，从因素 u_i 着眼确定该事物对抉择等级 $v_j(j=1,2,\cdots,n)$ 的隶属度 r_{ij}。这样就得出第 i 个因素 u_i 的单因素评判集 $r_i=(r_{i1},r_{i2},\cdots,r_{in})$，它是抉择评判集 V 上的模糊子集。

step2. 确定影响因素的权重向量 A。按影响因素的相对重要性，依次确定影响因素的权重。一种方法是由具有权威性的专家及具有代表性的人按因素的重要程度来商定；另一种方法是通过统计方法来确定。记为

$$A=(a_1,a_2,\cdots,a_n),\text{且}\sum_{i=1}^{n}a_i=1,a_i\ge 0。$$

a) 建立隶属函数。根据实际情况确定相应的隶属度公式。

b) 根据隶属函数对各个方案的目标的影响因素建立模糊评判矩阵 R，

$$R=\begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & \cdots & r_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ r_{m1} & r_{m2} & \cdots & r_{mn} \end{pmatrix}$$

R 即是着眼因素论域 U 到抉择评判论域 U 的一个模糊关系，r_{ij} 表示因素对抉

择等级 v_j 的隶属度。

step3. 选择适当的算法，进行模糊综合评判。考虑多因素下的权重分配，则模糊综合评判模型如下：

$$B = A \circ R = (b_1, b_2, \cdots, b_n)$$
$$b_j = (a_1 \otimes r_{1j}) \oplus (a_2 \otimes r_{2j}) \oplus \cdots \oplus (a_m \otimes r_{mj}) \quad (j = 1, 2, \cdots n)$$

记为模型 $M(\otimes, \oplus)$。其中 $\otimes$ 为广义模糊“与”运算，$\oplus$ 为广义“或”运算。

B 称为抉择评语集 V 上的等级模糊子集，$b_j (j = 1, 2, \cdots, n)$ 为等级对 v_j 综合评判所得等级模糊子集 B 的隶属度。如果要选择一个决策，则可按照最大隶属度原则选择最大的 b_j 所对应的等级 v_j 作为综合评判的结果。

在复杂的系统中，需要考虑的因素往往很多，因素还要分成若干层次，形成评判树状结构，对各层次的因素划分评判等级，各层次划分的评判等级数目应相同，上一层次与下一层次划分的评判等级要由单一的对应关系，以便数学处理运算，并确定各因子的隶属函数，求得各层次的模糊矩阵。评判顺序为:首先进行最低层次的模糊综合评判，其次由最低层次的评判结果构成上一层次的模糊矩阵，再进行上一层次的模糊综合，循此自底而上逐层进行模糊综合评判，可得到系统总体的综合评判结果。

3.4 分枝定界法

分枝定界算法[18]（Branch-and - Bound Algorithm , B&B）由 Land Doig 等人于二十世纪六十年代提出。其算法思想不仅适用于表达成整数线性规划（或者混合整数线性规划）的问题，也适用于几乎任何组合优化问题。它采用了类似分而治之的算法策略，在分析一个组合优化问题的一切可行解的过程中，采取了必要的限制条件，设法排除可行域中大量非最优解区域，从而能够有效求解一些规模较大的问题。

分枝定界法的一般步骤如下：

step1. 先不考虑原问题的整数限制，求解相应的松弛问题，若求得最优解，检查它是否符合整数约束条件；如符合整数约束条件，即转下一步。

step2. 定界。在各分枝问题中，找出目标函数值最大者作为整数规划最优值 z^* 的上界记为 $\bar{z}$，从已符合整数条件的分枝中，找出目标函数值最大者

作为下界，记为$\underline{z}$。即$\underline{z} \le z^* \le \bar{z}$。

step3. 分枝。根据对变量重要性的了解，在最优解中选择一个不符合整数条件的x_j，令$x_j = b_j'$ （b_j'不为整数)则用下列两个约束条件：其中$\lfloor b_j' \rfloor$表示不超过b_j'的最大整数，分别加入问题形成两个子问题。

step4. 应用对目标函数估界的方法，或对某一分枝重要性的了解，确定出首先要解的某一分枝的后继问题，并解此问题。若所获得的最优解符合整数条件，则就是原问题的解，若不符合整数条件，再回到第二步，并参照第四步终止后继问题。

在上述过程中，要不断应用分枝、定界、估界来进行判断。当我们求解某子问题的松弛问题时，只要出现下列情况之一，该问题就已探明：

(1) 松弛问题没有可行解，则原问题也没有可行解；

(2) 松弛问题的最优解恰好全取整数，则该最优解也是其对应的子问题的最优解；

(3) 松弛问题的最大值小于现有的下界 z，则无论其最优解是否取整数值，都将对应的子问题剪枝；

已探明的子问题就不再用分枝了，如果所有的子问题都已探明，则原整数规划的最优解就一定可以求出，或可以判定它无解。

3.5 禁忌搜索算法

禁忌搜索法[22] (Tabu Search Algorithm，TSA)是由 Glover 于 1986 年提出、发展和完善的一种智能型启发式算法，是局部领域搜索法的推广；从广义上讲，是一种通过使用自适应的记忆结构来引导局部搜索的技术，是人工智能在组合优化算法中的一个成功应用。所谓禁忌就是避免重复前面的工作。

其主要过程为：从一个初始可行解出发，选择一系列的特定搜索方向移动作为试探，选择实现让特定的目标函数值变化最多的移动。为了避免陷入局部最优解，禁忌搜索中采用了一种灵活的记忆技术，对已经进行的优化过程进行记录和选择，指导下一步的搜索方向，这就是 Tabu 表的建立。Tabu 表中保存了最近若干次迭代过程中所实现的移动的反方向移动，凡是处于 Tabu 表中的移动，在当前迭代过程中是不允许实现的，这样可以避免算法重新访问已经访问国的解群，从而防止了循环，帮助算法摆脱局部最优解。另外，为了尽可能不错过产生最优解的移动，禁忌搜索还采用“特赦准则（aspiration criterion）”的策略。

禁忌搜索算法步骤如下：首先确定一个初始可行解 x，x 可以从一个启发式算法获得或在可行解集合中任意选择；生成 x 的所有领域，从中选择 n 个（一般取 5 个）最优的解，来定义可行解 x 的领域移动集 n（x），从领域移动中挑出一个最优的能改进当前 x 的移动 New(x)。再从新解 x 开始，重复搜索。如果领域移动中只接受比当前解 x 好的解，搜索就可能陷入循环的危险为避免陷入循环和局部最优，构造一个短期循环记忆表— 禁忌表(Tabu List),禁忌表中存放刚刚进行过的一个邻域移动，这些移动称作为禁忌移动(Tabu Move)。对于当前的移动，在以后的 m 次(一般取 3 次)循环内是禁止的，以避免回到原先的解；m 次以后释放该移动。需要注意的是，由于当前的禁忌对象对应状态可能是最优选择，因此在算法中设置判断，若禁忌对象对应的适配值比最优状态值还要好，则无视禁忌属性而仍采纳其为当前选择，也就是所谓的特赦准则。

在禁忌算法中，领域结构、候选解、禁忌长度、禁忌对象、藐视准则、终止准则等是影响禁忌搜索算法的关键。需要指出：

(1) 由于 TS 是局部领域搜索的一种推广，因此领域结构的设计很关键，它决定了当前解的领域解的产生形式和数目，以及各个解之间的联系。
(2) 若领域结构决定了大量的领域解，则可以选择部分互换的结果，而候选解也取其中的少量最佳状态。
(3) 禁忌长度是个很重要的关键参数，它决定了禁忌对象的任期，其大小直接影响到 TS 的搜索进程和行为。
(4) 搜索，进而实现全局优化的关键步骤。
(5) 对于非禁忌候选状态，算法无视它与当前状态的适配值的优略关系，仅考虑它们中间的最佳状态为下一步决策，如此可以实现对局部极小的突跳。
(6) 为了算法具有优良的优化性能或时间性能，必须设置一个合理的终止准则来结束整个搜索过程。

禁忌搜索的搜索速度较遗传算法快，但缺点是对初始解的依赖性较强。一个较好的初始解可使禁忌搜索在解空间中搜索到更好的解，而一个较差的初始解则会降低搜索的收敛速度。为此，人们往往使用启发式算法来获得一个较好的初始解，来提高算法的性能。禁忌搜索的另一缺陷是在搜索过程中初始解只能有一个，在每代也只是把一个解移动到另一个解，不像遗传算法每代都是对解集群体进行操作。

3.6 遗传算法

二十世纪 60 年代，Holland 首次提出遗传算法(Genetic Algorithm，GA)[22][23]这一术语。1975 年 Holland 出版了遗传算法历史上的经典著作《自然和人工系统中的适应性》，系统阐述了遗传算法的基本理论和方法。

进入 80 年代，遗传算法迎来了兴盛发展时期，无论是理论研究还是应用研究都成了十分热门的课题。尤其是遗传算法的应用领域也不断扩大。目前遗传算法所涉及的主要领域有自动控制、规划设计、组合优化、图像处理、信号处理、人工生命等。

遗传算法已有了许多发展，但一般来说，其基本过程是：首先采用某种编码方式将解空间映射到编码空间（可以是位串、实数、有序串、树或图，Holland 最初的遗传算法是基于二进制串的，类似于生物染色体结构，易于用生物遗传理论解释，各种遗传操作也易于实现。另外，可以证明，采用二进制编码方式，算法处理的模式最多。但是，在具体问题中，直接采用解空间的形式进行编码，可以直接在解的表现型上进行遗传操作，从而易于引入特定领域的启发式信息，可以取得比二进制编码更高的效率。实数编码一般用于数值优化，有序串编码一般用于组合优化。），每个编码对应问题的一个解，称为染色体或个体。一般通过随机方法确定起始的一群个体，称为种群，在种群中根据适应值或某种竞争机制选择个体（适应值就是解的满意程度，可由外部显式适应度函数计算，也可由系统本身产生，如由协同演化时不同对策的博弈确定，或者由个体在群体中的存活量和繁殖量确定），使用各种遗传操作算子（包括杂交、变异、倒位等）产生下一代（下一代可以完全替代原种群，即非重叠种群；也可以部分替代原种群中一些较差的个体，即重叠种群），如此进化下去，直到满足期望的终止条件。

从上面的原理可以看出，从搜索角度，遗传算法具有许多独特的优点：第一，不必非常明确描述问题的全部特征，通用性和鲁棒性强，能很快适应问题和环境的变化；对领域知识依赖程度低，不受搜索空间限制性假设的约束，不必要求连续性、可导等。第二，从点群而不是单一的点开始搜索，如同在搜索空间上覆盖的一张网，搜索的全局性强，不易陷入局部最优；具有隐并行性，非常适合于并行计算。第三，运用概率规则进行指导，实现对优化解的随机搜索，运算简单、收敛速度快，且比传统数学规划方法简单。

一个串行运算的遗传算法(Seguential Genetic Algorithm, SGA)按如下过程进行：

step1. 对待解决问题进行编码；

step2. 随机初始化群体 $X_0 := (x_1, x_2, \cdots, x_n)$；

step3. 对当前群体 $X(t)$ 中每个个体 x_i 计算其适应度 $F(x_i)$，适应度表示了该个体的性能好坏；

step4. 应用选择算子产生中间代 $Xr(t)$；

step5. 对 $Xr(t)$ 应用其它的算子，产生新一代群体 $X(t+1)$，这些算子的目的在于扩展有限个体的覆盖面，体现全局搜索的思想；

step6. $t := t+1$；如果不满足终止条件继续(3)。

GA 中最常用的算子有如下几种：

step7. 选择算子(selection/reproduction)：选择算子从群体中按某一概率成对选择个体，某个体 x_i 被选择的概率 P_i 与其适应度值成正比。最通常的实现方法是轮盘赌(roulette wheel)模型。

step8. 交叉算子(Crossover)：交叉算子将被选中的两个个体的基因链按概率 P_c 进行交叉 ，生成两个新的个体，交叉位置是随机的。其中 P_c 是一个系统参数。

step9. 变异算子(Mutation)：变异算子将新个体的基因链的各位按概率 P_m 进行变异，对二值基因链(0,1 编码)来说即是取反。

上述各种算子的实现是多种多样的，而且许多新的算子正在不断地提出，以改进 GA 的 某些性能。由于 GA 是一个概率过程，所以每次迭代的情况是不一样的；系统参数(个体数 n、基因链长度 l、交叉概率 P_c、变异概率 P_m 等)不同，迭代情况也不同，系统参数对算法的收敛速度及结果有很大的影响，应视具体问题选取不同的值。

4 带单源约束的选址运输问题

在很多的文献中，考虑了带选址要求的产品分配问题（简称选址运输问题）。其中最经典的产品受约束的选址问题（the Capacitated Plant Location Problem，CPLP）已在本文的是第 2 章中给出描述。而在实际情况中，顾客需求的产品，往往要求只由一家工厂来供应，由此产生的问题称为带单源约束的选址运输问题（The Single Source Plant Location Problem, SSCPLP）[24]，显然，SSCPLP 也是一个 NP-难的问题。

本章研究了该问题，提出了的求解 SSCPLP 的算法。该算法借鉴了运输问题经典的求解方法一表上作业法的思想，将工厂的启用费用按照某种方式平摊到运输费用上，然后在表上运算，因此可以称该算法为改进的表上作业法(Improved Table dispatching Method)。本章从 SSCPLP 的特殊情况（工厂开办费用为零）即带单源约束的运输问题(Transportation Problem with Single Source Constraints, SSTP)入手，先给出给求解 SSTP 的算法 1；然后在算法 1 的基础上给出了求解 SSCPLP 的算法 2。

第一节先介绍 SSTP。

4.1 带单源(single-source)约束的运输问题

4.1.1 问题描述及模型建立

经典运输问题（Transportation Problem，简称 TP）的模型是这样表述的：设某种产品有 m 个产地 $A_1,A_2,\cdots,A_m$，它们的产量分别为 $s_1,s_2,\cdots,s_m$；此产品又有 n 个销售地 $B_1,B_2,\cdots,B_n$，它们的需求量分别是 $d_1,d_2,\cdots,d_n$。产品从工厂 A_i 运到销售地 B_j 的单位费用记为 c_{ij}。问如何安排 A_i 到 B_j 的运输量 x_{ij}，才能既满足各销售地的需求又使总运价最少？这些数据可以用表格 1 显示：

表格 1:运输问题的费用矩阵

产地	B_1	B_2	…	B_n	s_i
A_1	c_{11}	c_{12}	…	c_{1n}	s_1
A_2	c_{21}	c_{22}	…	c_{2n}	s_2
…	…	…	…	…	…
A_m	c_{m1}	c_{m2}	…	c_{mn}	s_m
d_j	d_1	d_2	…	d_n	

此问题可用下面的线性规划来描述：

$$(TP)\ \min\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}c_{ij}x_{ij} \tag{5}$$

$$s.t.\sum_{j=1}^{n}x_{ij}\le s_i,\qquad i=1,2,\ldots,m; \tag{5a}$$

$$\sum_{i=1}^{m}x_{ij}=d_j,\qquad j=1,2,\ldots,n; \tag{5b}$$

$$x_{ij}\ge 0,\qquad i=1,2,\ldots,m,j=1,2,\ldots,n. \tag{5c}$$

(TP)是线性规划，可以转化成平衡的运输问题用单纯形法或表上作业法求解。在实际情况中，对于销售地而言，它不但希望运来的商品成本低，而且也希望商品由一个产地而不是多个产地供应，这就是前面提到的带单源约束的运输问题（SSTP)。对于 SSTP，我们可以得到相应的模型：

$$(SSTP)\ \min\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}c_{ij}x_{ij} \tag{6}$$

$$s.t.\sum_{j=1}^{n}x_{ij}\le s_i,\qquad i=1,2,\ldots,m; \tag{6a}$$

$$\sum_{i=1}^{m}x_{ij}=d_j,\qquad j=1,2,\ldots,n; \tag{6b}$$

$$x_{ij}=\{0,d_j\},\qquad i=1,2,\ldots,m,j=1,2,\ldots,n. \tag{6c}$$

有无可行解？

4.1.2 算法

对模型（SSTP）中 $x_{ij}=\{0, d_j\}$进行松弛，得到 $0\le x_{ij}\le d_j$。不难看出，(TP）就是（SSTP）的松弛模型，故借鉴经典运输问题的表上作业法，本文提出求解带单源约束的运输问题的修正的表上作业法，记作算法 1，其步骤如下：

step1. 增加虚拟销地 B_{n+1},其需求量为$\sum_{i=1}s_i-\sum_{j=1}d_j$，从 $A_1,A_2,\cdots,A_m$ 到 B_{n+1}

的单位运输费用设为一个足够大的常数 M。

step2. 求 min $c_{ij}=c_{pq}$。

step3. 如果$d_q \le s_p$，则取$x_{pq}=d_q$，将 x_{pq} 填入格（p,q）中，并将 d_q 列划去（此即表示 d_q 列中除 x_{pq} 外的其余变量均取 0），并用$s_p - d_q$代替 s_p。

step4. 如果 $d_q>s_p$，则求除 c_{pq} 外最小的 c_{ij}。转 step1。

step5. 经过有限次，必将划掉除最后一列外所有的列。将产地$A_1, A_2, \cdots, A_m$剩余的量全部对应填入最后一列，包括剩余量 0 在内，得到一个可行解。

step6. 求关于可行解的位势（见注 1）。即：任给一 u_i（或 v_j）某一常数（比如 0），对应于填入运输量x_{ij}的格子（i，j），由方程$u_i + v_j = c_{ij}$可唯一确定$u_i, v_j, i=1,2,\cdots,m; j=1,2,\cdots,n$。检查是否所有未填入数字的格子满足$u_i + v_j \le c_{ij}$。如果是，则必定已得到最优解； 如果否，则在违反处作标记。

step7. 是否所有作标记的格子都已检查过。若是，转 step9；否则转 step8。

step8. 我们对得到的解作这样的调整：任取一个已标记但未检查的格子（i,j），则必存在如图 1 所示唯一的闭回路（i,j）、（r,j）、（r,n+1）、（i,n+1）（见图 1），其中（r,j）、（r,n+1）、（i,n+1）是填入数的格子，

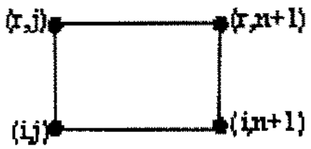

图 1 闭回路

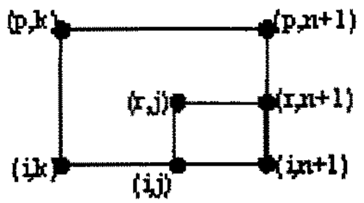

图 2 闭回路

(1). 如果$x_{rj} \le x_{i(n+1)}$,则将 x_{rj} 从（r,j）调整到（i,j）,用$x_{r(n+1)} + x_{rj}$替换$x_{r(n+1)}$，$x_{i(n+1)} - x_{rj}$替换$x_{i(n+1)}$。转 step6；

(2). 如果 $x_{rj}>x_{i(n+1)}$，检查是否存在满足下列条件的格子（i,k)，(p,k)（位置见图 2）：

i. $x_{ik}>0$;

ii. $x_{rj} \le x_{ik} + x_{i(n+1)}$;

iii. 或存在 p≠ r,使 $x_{p(n+1)} \geq x_{ik}$ 或 p=r，使 $x_{rj} + x_{r(n+1)} \geq x_{ik}$；

iv. $x_{ik}(c_{pk} - c_{ik}) + x_{rj}(c_{ij} - c_{rj}) < 0$。若是，则将 x_{rj} 由（r,j）调整到（i,j），x_{ik} 由（i,k）调整到（p,k），转 step6；否则，转 step7。

step9. 停止。

须指出的是，若在 step8 中进行了调整，则必改进了目标值。我们只需用调整前后目标值的差来证明此结论。

证明：若在 step8(1)中进行了调整：

$$c_{ij}x_{rj} + c_{r(n+1)}(x_{rj} + x_{r(n+1)}) + c_{i(n+1)}(x_{i(n+1)} - x_{rj}) - [c_{rj}x_{rj} + c_{r(n+1)}x_{r(n+1)} + c_{i(n+1)}x_{i(n+1)}]$$

$$=(c_{ij}+c_{r(n+1)}-c_{i(n+1)}-c_{rj})x_{rj}$$

$$=(c_{ij} - u_i - v_j)x_{rj} < 0 \qquad (\text{因为}(i,j)\text{是违反格即}u_i + v_j > c_{ij})$$

若在 step8(2)中进行了调整：

$$c_{pk}x_{ik} + c_{ij}x_{rj} + c_{p(n+1)}(x_{p(n+1)} - x_{ik}) + c_{r(n+1)}(x_{r(n+1)} + x_{rj}) + c_{i(n+1)}(x_{i(n+1)} + x_{ik} - x_{rj})$$

$$-[c_{ik}x_{ik} + c_{rj}x_{rj} + c_{p(n+1)}x_{p(n+1)} + c_{r(n+1)}x_{r(n+1)} + c_{i(n+1)}x_{i(n+1)}]$$

$$=(c_{pk}-c_{p(n+1)}+c_{i(n+1)}-c_{ik})x_{ik} + (c_{ij} + c_{r(n+1)} - c_{i(n+1)} - c_{rj})x_{rj} < 0$$

因为$(c_{pk}-c_{ik})x_{ik} + (c_{ij} - c_{rj})x_{rj} < 0$是调整条件，故上式成立。

4.1.3 实例说明

下面利用算法 1 求解 SSTP 的一个实例，相关数据如表格 2 所示：

表格 2：SSTP 实例的费用矩阵

产地	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	B_7	s_i
A_1	8	2	14	16	6	4	1	73
A_2	14	2	16	1	18	11	2	70
A_3	8	8	10	9	1	18	4	58
A_4	15	12	16	5	8	16	15	67
A_5	10	9	4	5	15	10	9	63
d_j	25	19	15	28	40	32	38	

1. 增加虚拟销地 B_8，单位费用置为足够大的一个数 M（见表格 3）
2. 求 min c_{ij}=c24=1，取 x_{24}=28，划去 B_4 列，s_2 用 42 替换；
3. min c_{ij}=c_{35}=1,取 x_{35}=40，划去 B_5 列，s_3 用 18 替换；

表格 3：增加虚拟销地后地费用矩阵

产地	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	B_7	B_8	s_i
A_1	8	2	14	16	6	4	1	M	73
A_2	14	2	16	1	18	11	2	M	70
A_3	8	8	10	9	1	18	4	M	58
A_4	15	12	16	5	8	16	15	M	67
A_5	10	9	4	5	15	10	9	M	63
d_j	25	19	15	28	40	32	38		

4. min $c_{ij}=c_{17}=1$，取 $x_{17}=38$，划去 B_7 列，s_1 用 35 替换；
5. min $c_{ij}=c_{12}=2$，取 $x_{12}=19$，划去 B_2 列，s_1 用 16 替换；
6. min $c_{ij}=c_{53}=4$，取 $x_{53}=15$，划去 B_3 列，s_5 用 48 替换；
7. min $c_{ij}=c_{16}=4$，但是 $d_6=32>s_1=16$，故选除 c_{16} 外剩余 c_{ij} 中最小的；
8. min $c_{ij}=c_{11}=c_{31}=8$，但是 $d_1=25>s_1=16$ 且 $d_1=25>s_3=18$，接着求除了 c_{11}，c_{31} 之外的最小 c_{ij}；
9. min $c_{ij}=c_{51}=10$，取 $x_{51}=25$，划去 B1 列，s_5 用 23 替换；
10. min $c_{ij}=c_{56}=10$，$d_6=32>s_5=23$,求下一个最小的；
11. min $c_{ij}=c_{26}=11$，取 $x_{26}=32$，划去 B_6 列，s_2 用 10 替换；
12. 将剩余的量填入最后一列，记录下上面求到的基变量，求关于可行解 x 的位势。检查是否满足 $u_i+v_j\leq c_{ij}$，不满足的作标记*（见表格 4）；

表格 4：可行解 x 的位势表

产地	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	B_7	B_8	u_i
A_1	8*	(2,19)	14	16	6	4*	(1,38)	(M,16)	0
A_2	14	2	16	(1,28)	18	(11,32)	2	(M,10)	0
A_3	8*	8	10	9	(1,40)	18	4	(M,18)	0
A_4	15	12	16	5	8	16	15	(M,67)	0
A_5	(10,25)	9	(4,15)	5	15	10*	9	(M,23)	0
v_j	10	2	4	1	1	11	1	M	

13. 找到下列的可调整的项：

(A_1,B_2)	(A_1,B_6)	(A_1,B_8)
(A_2,B_2)	(A_2,B_6)	(A_2,B_8)

14. 因为（2-2）×19-（11-4）×32<0,故将 32 从（A_2,B_6）调整到（A_1,B_6），19 从（A_1,B_2）调整到（A_2,B_2），x_{18} 更新为 3，x_{28} 更新为 23；
15. 根据算法，不再改进。

目标值为 10×25+2×19+4×15+1×28+1×40+4×32+1×38=582，用 LINDO 求解该问题，最优目标值也是 582，解同上。即上述算法求到的是最优解。

为了测试给出的算法的有效性，我们用 Excel 的随机生成函数生成了一些测

试数据，每个数据的范围如下：$0 \le c_{ij} \le 19, 1 \le d_j \le 50, 40 \le s_i \le 80$。测试结果如表格 5：

表格 5：算法 1 的测试结果

m	n	Gaps(%)	m	n	Gaps(%)	m	n	Gaps(%)
3	4	0.00	4	5	0.00	4	6	0.00
3	4	0.00	4	5	0.00	4	6	0.00
3	4	0.00	4	5	0.00	4	6	0.00
3	4	0.00	4	5	0.00	4	6	0.00
3	4	0.00	4	5	0.00	4	6	0.00

*Gap=(UB-OV)/OV×100%，其中 UB＝Upper Bound 表示本算法得到的解，因为可行所以是问题的上界；OV＝Optimal Value 表示用 LINDO 求得的最优解。

4.2 带单源(single-source)约束的选址模型

4.2.1 问题描述及模型建立

研究人员对 SSCPLP 进行了深入的研究，提出了各种各样的求解方法。Neebe 和 Rao[25]提出一个分枝定界方法，他们将 SSCPLP 看成一个集划分问题，通过考虑枚举树上每一个节点的线性松弛来获得界。Barcelo 和 Casanovas[26]通过对偶需求约束，提出一个拉各朗日松弛启发式算法，算法包括两步：首先选择工厂；其次分配。Klincewicz 和 Luss[27]通过拉各朗日乘子将产量约束放入目标函数中，得到的问题以无产量约束的选址问题（The Uncapacitated Plant Location Problem）作为子问题，他们用 Erlenkotter（1978）提出的对偶上升算法来解这个子问题。Geoffrion 和 Graves[28]基于 Benders 分解给出了一个求解广义 SSCPLP 的程序。所谓广义，是指考虑多商品和多阶段。Nauss[29]，Guignard-Spielberg 和 Kim[30]，VanRoy[31]和 Cornuejols et.al.[32]指出添加一个替代约束 CPLP 能得到更好的下界。Barcelo 和 Casanovas[26]在模型的建立中也采用了同一约束。R.Sridharan[33]考虑了两种拉各朗日松弛形式，给出了一个求解程序。K.S.Hindi 和 K.pieacutenkosz[34]给出了求解大规模 SSCPLP 问题的一个有效算法，该算法融合了拉各朗日松弛和受限的邻域搜索。Delmaire et al.[35]，基于以下方法提出了一系列的启发式算法：Evolutive Algorithms，GRASP（Greedy Randomized Adaptive Search Procedures），Simulated Annealing and Tabu Search，提出的这些算法使用 Barcelo,Fernandez 和 Jornsten（1991）的测试数据，结果在非常小的计算时间内改进了已知最好的解。

下面给出数学描述：

令 d_j 为顾客 B_j 的需求，

s_i： 工厂 A_i 的最大产量，

c_{ij}： 为产品由工厂 A_i 运送到顾客 B_j 的单位费用，
f_i： 为工厂 A_i 的开办费用，

$A_1, A_2, \cdots, A_m$： 工厂集，

$B_1, B_2, \cdots, B_n$： 顾客集， 并定义

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, \text{如果顾客} B_j \text{需要的产品从工厂} A_i \text{运送}; \\ 0, \text{ 否则。} \end{cases}$$

$$y_i = \begin{cases} 1, \text{工厂} A_i \text{开办}; \\ 0, \text{ 否则。} \end{cases}$$

则问题可以用以下模型表示：

$$(SSCPLP) \quad \min \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} + \sum_{i=1}^{m} f_i y_i \tag{7}$$

$$s.t. \sum_{j=1}^{n} x_{ij} \le s_i y_i, \qquad i = 1,2,\ldots,m; \tag{7a}$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = d_j, \qquad j = 1,2,\ldots,n; \tag{7b}$$

多余

$$x_{ij} \le y_i d_j, \qquad i = 1,2,\ldots,m, j = 1,2,\ldots,n; \tag{7c}$$

$$x_{ij} = \{0, d_j\}, \qquad i = 1,2,\ldots,m, j = 1,2,\ldots,n; \tag{7d}$$

$$y_i = \{0,1\}, \qquad i = 1,2,\ldots,m. \tag{7e}$$

目标函数(7) 表示目标函数是使总运输费用和总开办费用的综合最小；不等式约束(7a)表示每个工厂所供应顾客的总产品量不大于它的最大产量； 等式(7b)保证每个顾客的需求得到满足；不等式约束(7c)表明工厂运送产品给顾客仅当工厂开办。

4.2.2 算法

本节给出的算法 2 主要由两大步构成。第一步确定将开办哪些工厂；开办工厂确定后，问题则转化成 SSTP,第二步利用算法 1 求解此 SSTP。其步骤如下：

(第一步 将工厂的开办费分摊到运输费用上，修改 c_{ij}，形成一个 SSTP)

1) 令 $c_{ij}' = c_{ij} + f_i / m_{ij}$，其中 $m_{ij} = \min\{s_i, d_j\}$。
2) 在所有的 c_{ij}' 中，求 $\min c_{ij}' = c_{pq}'$。

3) 如果 $d_q \leqslant s_p$，则取 $x_{pq}=d_q$，将 x_{pq} 填入格(p,q)中，并将第 q 列划去。并用 s_p-d_q 代替 s_p，置 fp=0;转 2。

4) 如果 $d_q>s_p$，则求除 c_{pq}'外最小的 c_{ij}'。转 2。

5) 经过有限次，必将划掉除最后一列外所有的列。记录下上面所启用的工厂。

(第二步 问题转化成 SSTP，用算法 1 求解)

6) 解一个 SSTP 问题，只用上面所启用的工厂，用算法 1。

注：p 个工厂启用后，f_p 置为 0，在其后的迭代过程中，保持此值，这是为了保证工厂一旦启用，就尽可能的充分利用；当某个需求 d_q 被满足，上面算法 2 表格中的数字只有很小的变动，第 p 行的变回原来的单位费用 c_{pj}，其他的保持不变。因此接下来的许多次分配可能只需同一张表格直到 $s_p=0$ 或不能再进行分配（$s_p<d_j$）。

4.2.3 实例说明

下面利用算法 2 求解 SSCPLP 的一个实例，相关数据如表格 6 所示：

表格 6：SSCPLP 实例的费用矩阵

产地	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	B_7	s_i	f_i
A_1	3	5	2	6	1	5	9	25	50
A_2	7	4	8	9	2	10	9	17	30
A_3	10	2	1	8	4	10	1	32	75
A_4	5	10	6	1	4	2	8	10	60
A_5	9	6	2	7	3	2	4	26	40
d_j	14	3	16	4	10	9	1		

(1) 列出表格 $c_{ij}'=c_{ij}+f_i/m_{ij}$(见表格 7)；

表格 7：开办费用分摊后的费用矩阵

产地	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	B_7	s_i	f_i
A_1	6.57	21.67	5013	18.50	6.00	10.56	59.00	25	50
A_2	9.14	14.00	9.88	16.50	5.00	13.33	39.00	17	30
A_3	15.36	27.00	5.69	26.75	11.50	18.33	76.00	32	75
A_4	11.00	30.00	12.00	16.00	10.00	8.67	68.00	10	60
A_5	11.86	19.33	4.50	17.00	7.00	6.44	44.00	26	40
d_j	14	3	16	4	10	9	1		

(2) min $c_{ij}'=c_{53}'=4.50$，取 $x_{53}=16$，划去第 3 列，s_5 用 10 替换，置 $f_5=0$；

(3) 重新列出表格，第 5 行的单位费用变回原来的 c_{ij}，其它的不变(见表格 8)，min $c_{ij}'=c_{56}'=2.00$，取 $x_{56}=9$，划去第 6 列，s_5 用 1 替换；

表格 8：执行第 2-3 步的费用矩阵

产地	B_1	B_2	B_4	B_5	B_6	B_7	s_i	f_i
A_1	6.57	21.67	18.50	6.00	10.56	59.00	25	50
A_2	9.14	14.00	16.50	5.00	13.33	39.00	17	30
A_3	15.36	27.00	26.75	11.50	18.33	76.00	32	75
A_4	11.00	30.00	16.00	10.00	8.67	68.00	10	60
A_5	9.00	6.00	7.00	3.00	2.00	4.00	10	0
d_j	14	3	4	10	9	1		

(4) 其余 c_{ij}' 不变，还用表 8， $\min c_{ij}'=c_{55}'=3$，但是 $d_5=10>s_5=1$，故选除 c_{55}' 外剩余 c_{ij}' 中最小的；

(5) $\min c_{ij}'=c_{57}'=2.00$，取 $x_{57}=1$，划去第 7 列，s_5 用 0 替换；

(6) 其余 c_{ij}' 不变，还用表 8，求除 c_{55}' 外剩余 c_{ij}' 中最小的；$\min c_{ij}'=c_{25}'=5.00$，取 $x_{25}=10$，划去第 5 列，s_2 用 7 替换，置 f2=0；

(7) 重新列出表格，第 2 行的单位费用变回原来的 c_{ij}，其它的不变(见表格 9)，$\min c_{ij}'=c_{22}'=4.00$，取 $x_{22}=3$，划去第 2 列，s_2 用 4 替换；

(8) 其余 cij' 不变，还用表 9， $\min c_{ij}'=c_{11}'=6.57$，取 $x_{11}=14$，划去第 1 列，s_1 用 11 替换，置 $f_1=0$；

(9) 重新列出表格，第 1 行的单位费用变回原来的 cij，其它的不变(见表格 10)，$\min c_{ij}'= c_{14}'=6.00$，取 $x_{14}=4$，划去第 4 列，s_1 用 7 替换；

表格 9：执行第 4-7 步的费用矩阵

产地	B_1	B_2	B_4	s_i	f_i
A_1	6.57	21.67	18.50	25	50
A_2	7.00	4.00	9.00	7	0
A_3	15.36	27.00	26.75	32	75
A_4	11.00	30.00	16.00	10	60
A_5	9.00	6.00	7.00	0	0
d_j	14	3	4		

表格 10：执行第 8-9 步的费用矩阵

产地	B_4	s_i	f_i
A_1	6.00	11	0
A_2	9.00	7	0
A_3	26.75	32	75
A_4	16.00	10	60
A_5	7.00	0	0
d_j	4		

(10)　启用工厂 A_1，A_2，A_5，解这样的一个 SSTP(见表格 11)，运用算法 1 进行求解，最终得到的解为 $x_{11}=1$，$x_{14}=1$，$x_{22}=1$，$x_{25}=1$，$x_{53}=1$，$x_{56}=1$，$x_{57}=1$。目标值为 272。而用 LINDO 解，最优解为 272。即用上述算法我们求到了最优解。

表格 11：确定工厂后形成的 SSTP 的费用矩阵

产地	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	B_7	s_i	f_i
A_1	3	5	2	6	1	5	9	25	50
A_2	7	4	8	9	2	10	9	17	30
A_5	9	6	2	7	3	2	4	26	40
d_j	14	3	16	4	10	9	1		

我们也用 Excel 随机生成了一些测试问题。数据范围如下：
$0\leqslant c_{ij}\leqslant 19$，$1\leqslant d_j\leqslant 50$，$40\leqslant s_i\leqslant 80$，$0\leqslant f_i\leqslant 999$。测试结果如表格 12：

表格 12：算法 2 测试结果

m	n	gaps(%)	m	n	gaps(%)	m	n	gaps(%)
3	4	0.00	4	5	0.00	4	6	0.00
3	4	0.00	4	5	0.00	4	6	12.49
3	4	0.00	4	5	3.60	4	6	0.00
3	4	0.00	4	5	22.77	4	6	0.00
3	4	0.00	4	5	4.93	4	6	39.58

gap=(UB-OV)/OV×100%，其中 UB＝Upper Bound 表示本算法得到的解，因为可行所以是问题的上界；OV＝Optimal Value 表示用 LINDO 求得的最优解。有的测试问题的 gap 很大，是因为在随机产生的数据中有的 d_j 大过多数的 s_i。

5 结束语

选址问题是个古老而新鲜的问题。一些经典的问题如 UFLP、CFLP 的理论发展已趋完善，但新的问题层出不穷。特别是现在物流业蓬勃发展，物流中心已逐步由传统的仓库型过渡到信息化、自动化和智能化的综合型的物流配送中心。配送中心是一种特殊的仓库设计，兼有保管、重新装配和运输的功能，目的在于增快货物流动速度和方便用户并避免不必要的配送成本。配送中心的选址问题属于最小成本问题，即求解是运输成本、变动处理成本和固定成本等总费用最小的优化选址模型。

二十世纪九十年代，供应链和供应链管理兴起。供应链围绕核心企业，通过对信息流、物流、资金流的控制，从采购原材料开始，制成产品，不同产品按照消费者要求重新装配到最后由销售网络把产品送到消费者手中，构成了将原材料供应商、制造商、分销商和最终用户练成一体的功能网链结构模式。

在这种背景下，物流出现了一种所谓的网络化趋势，这种发展趋势认为，物流网络也包括不同企业之间以物流服务为内容而建立起来的合作关系。典型的就是第三方物流及其服务提供商，它与供需企业之间建立合作关系，根据与这些企业合作的紧密程度，可相应的提供从简单到只安排一批货物的运输，到供应链某些结点企业之间物资的组织和配送，甚至可以复杂到设计、实施和运作一个企业的整体分销及物流系统与供应链物流的设计、实施和运作。第四方物流的概念也已提出，并将其定义为供应链的集成者，它与职能互补的服务提供商一起组合和管理组织内的资源、能力以及技术，提出整体的供应链解决方案。这里的解决方案指的是物流解决方案。

新产生的问题更加复杂，制约条件更多；要得到较好的选址方案也更加有难度，这是广大研究人员所面临的机遇和挑战。

参考文献

[1]. Alfred Weber. er den Standort der Indusrtie (Theory of the location of Industries), 1909.http://www.csiss.org/classics/content/51.

[2]. M.L.Balinski. On finding integer solution to linear programs. In Proceedings of the IBM Computing Symposium on Combinatorial Problems,P225-248,IBM,1966.

[3]. A.A.kuehn and M.J.Hamburger. A heuristic program for location warehouses. Management Sci.,9:643-666,1963.

[4]. A.S.Manne. Plant location under economies-of scale-decentralization and computation. Management Sci.,11:213-235,1964.

[5]. J.F.Stollsteimer. A working model for plant numbers and locations. J. Farm Econom.,45:631-645,1963.

[6]. D.S.Hochbaum. Heuristics for the fixed cost median problems. Math Programming, 2:148-162,1982.

[7]. J.H.Lin and J.S.Vitter. ε -approximations with minimum packing constraint violation. In Proceeding of the 24th Annual ACM Symposium on Theory of computing, P771-782, 1992.

[8]. D.B.Shmoys,Eva Tardos and K.Aardal. Approximation algorithms for facility location problems. In Proceedings of the 29th ACM Symposium on Theory of Computing, pages265-274,1997.

[9]. S.Guha and S.Khuller. Greedy strikes back: Improved facility location algorithms. J. of Algorithms, 31:228-248,1999.

[10]. K.Jain and V.V.Vazirani. Approximation algorithms for metric facility location and K-median problems using the primal-dual scheme and lagrangian relaxation. J. of the ACM,48:274-296,2001.

[11]. M.Mahdian, E.Marakakic, A.Saberi and V.V.Vazirani. Agreedy facility location algorithm analyzed using dual fitting. In proceeding of 5th International Workshop on Randomization and Approximation Techniques in Computer science.v.2129,P127-133. Springer Verlag.2001.

[12]. K.Jain,M.Mahdian and A.Saberi. A new greedy approach for facility location problems. In Proceedings of the 34th Symposium on Theory of Computing 2002.forthcoming,2002.

[13]. M.mahdian,Y.Ye and J.Zhang. Improved approximation algorithms for metric facility location problems. In Proceedings of the 5th Approx Conference lecture. Notes in Computer Science.V2462,P229-242,2002.

[14]. M.Korupolu, C.Plaxton, and R.Rajaraman.Analysis of a local search heuristic for facility location problems. J. of Algorithms 37:146-188,2000.

[15]. F.Chudak and D.P.Williamson. Improved approximation algorithms for capacitated facility location problems. In Proceedings of the 7th IPCO Conference,pages99-113,1999.

[16]. F.Chudak and D.B.Shmoys. Improved approximation algorithms for a capacitated

facility location problem. In Proceedings of the 10^{th} Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms, pages875-876,1999.

[17].M.Mahdian,Y.Ye and J.Zhang. A 2-approximation algorithm for the soft-capacitated facility location problem. In Proceedings of the 6^{th} International Workshop on Approximation Algorithms for Combinatorial Optimization, Pages129-140,2003.

[18]. 姚恩瑜，何勇，陈仕平编著，数学规划与组合优化，杭州浙江大学出版社，2001。

[19].赵焕臣. 层次分析法一一种简易的新决策方法， 科学出版社，1986。

[20].李洪兴等。工程模糊数学方法及其应用，天津科学技术出版社，1993.10。

[21].于鹏，模糊决策方法研究与应用，中国地质大学管理科学与工程论文，2001。

[22].陈国良、王煦法、庄镇泉等。遗传算法及其应用。北京：人民邮电出版社，1996。

[23]. 朱剑英。智能系统非经典数学方法。华中科技大学出版社，2001。

[24].Hugues Delmaire, Juan A Diaz, Elena Fernandez, Maruja Ortega,Reactive GRASP and TABU search based heuristics for the Single Source Capacitated Plant Location Problem .INFOR, Canadian Journal of Operational Research and Information Processing ,8/1999,37(3):194-225.

[25]. Neebe A W, Rao M R, An algorithm for the fixed-charge assigning users to sources problem .Journal of Operational Research Society,1983,34: 1107-1113

[26].Barcelo J, Casanovas J,A heuristic lagrangean algorithm for the capacitated plant location problem. European Journal of Operational Reasearch,1984,15: 212-226.

[27].Klincewicz J G, Luss H,A lagrangean relaxation heuristic for capacitated plant location problems with single source constraints. Journal of Operational Research Society,1986,37: 495-500.

[28].Geoffrion A M, Graves G W, Multicommodity distribution system design by Benders decomposition. Mathematical Programming,1974, 2:82-114.

[29].Nauss R M,An improved algorithm for the capacitated facility location problem .Journal of Operational Research Society,1978,29: 1195-1201.

[30].Guignard-Spielberg M, Kim S, A strong lagrangean relaxation for capacitated plant location problems,WPNo56, Department of Statistics, The Wharton School, Uni. of Pennsylvania, 1983.

[31].Van Roy T J A, cross decomposition algorithm for capacitated facility location. Operations Research,1986,34: 145-163.

[32].Cornuejols G, Sridharan R, Thizy J M,A comparison of heurstics and relaxtions for the capacitated plant location problem. European Journal of Operational Research, 1991, 50:280-297.

[33].Rsridharan，A Lagrangean heuristic for the capacitated plant location problem with single source constraints. European Journal of Operational Research，1993，66: 305-312.

[34].KS Hindi，K pieńkosz，Efficient solution of large scale，single-source, capacitated plant location problems. Journal of Operational Research Society，1999，50: 268-274.

[35].Delmaire, H, J A Diaz, E Fernandez ，M Ortega Comparing New Heuristics for the Pure Integer Capacitated Plant Location Problem。Working paper DR97/10，Dpt EIO, Universitat Politecnica de Catalunya, 1997.

致 谢

本文是在姚恩瑜教授的悉心指导下完成的，我忠心感谢导师对我两年多来的严格要求、耐心指导和不断鼓励。导师渊博的知识、严谨的治学态度和对工作的执着精神一直感染并深深激励着我，并将终生受益。导师平易近人，具有强大的人格魅力，是我做人的榜样。值此论文完成之际，谨向导师致以诚挚和深切的谢意。

感谢在研究生期间已故何勇老师、黄庆学老师的悉心授课，感谢张国川老师、谈之奕老师的指点；感谢师姐鲁海燕对我无私的帮助，也感谢雷挺、葛浩和侯海洋，大家在一起度过了许多难忘的时光。

张莉丽

2006 年 1 月

选址问题及其模型与算法研究

作者：　张莉丽
学位授予单位：　浙江大学

相似文献(10条)

1.期刊论文 何国华.He Guohua 城市总体规划中对物流园选址问题的思考 -规划师2007,23(5)

城市物流园的选址问题是一个涉及城市经济、交通、产业布局等的复杂的问题,难以用单一的方法确定,应结合城市实际,采用定性和定量等多种方法综合确定.层次分析法是一种定性与定量相结合的多目标决策分析方法,是经过实践检验的较为可行的一种方法,可在物流园的选址中加以应用.

2.学位论文 彭伟华 物流配送选址优化模型的研究 2005

物流系统平台中的选址问题可以抽象为以下四类：配送中心选址、仓库选址、订单出库选址和货物配送路径选址，这四种选址问题在交通、运输、仓储和工业探测等行业得到了广泛的应用。近年来物流选址问题是国内外研究的一个热点，本文在将四大选址问题分类的基础上，主要研究配送中心的选址模型并对其优化算法进行求解分析与实现。因为配送中心选址在物流选址问题中占有重要的地位，配送中心选址的合理化可以大大降低企业的运营总成本，其中包括运输费、建设费和可变费用等，其研究意义重大。本文的具体研究内容如下：　　首先，提出选址问题，所谓的选址问题就是关于为需要设置的“设施”选择最优位置的问题。并把物流系统中的问题抽象为选址问题进行分析研究，主要包括对配送中心选址的影响因素分析以及常用的选址方法研究。　其次，针对这种抽象提出了一种全面通用的目标函数模型，在众多的建模方法中，由于层次分析法(AHP)建模方法是一种利用专家经验将定性的综合判断转化为具体的定量判定的方法，同时具有定性分析和定量分析的能力，所以考虑到物流系统的复杂性以及配送中心选址影响因素的多样性，本文选用AHP建模方法进行物流选址问题的假设、建模和检验。同时详细介绍了AHP建模方法的实现思想。　　最后，结合物流系统的特点和所建模型的特性，选择了两种有效的优化算法，即模拟退火算法和遗传算法，并对它们的实现思想分别进行了介绍。同时根据每种优化算法的实现思想不同，对它们进行分析比较，给出了它们在解的特性、初始解、约束条件、收敛速度等因素下的比较表。考虑到遗传算法在解决问题中的某些不足，提出了它与模拟退火相结合的算法，并对选址模型分别用遗传算法和模拟退火遗传混合算法实现，且给出了相应的实验数据和算法思想以作比较。　　通过一定的研究，结合理论分析得出结论，结果表明运用AHP建模方法大大简化了物流系统的选址问题，具有很大的适用性。同时模拟退火遗传混合优化算法也得到了较好的应用，取得了应有的效果。

3.学位论文 张涛 基于层次分析法的物流中心选址研究 2008

随着科技的飞速发展和经济全球化，“地球村”和“世界工厂网”的出现，在现代化生产中，通过降低原材料成本和提高设备本身生产能力的手段，来提高企业的效益已经变得极其有限。于是，现代物流成为了一个新的经济热点，物流是企业的第三利润源泉，整个物流系统中却蕴藏着巨大的潜在经济效益。为此，现代化的物流中心如雨后春笋般拔地而起，物流中心在整个物流系统中都发挥着巨大的作用，而中心的选址又对中心运转功效的发挥至为重要，这就是本文研究适应企业实际业务的物流中心选址问题的理由。　　物流中心的选址，是指在一个具有若干供应点及若干需求点的经济区域内，选一或多个地址设置配送中心的规划过程。在传统的物流中心选址模型中，大都假设物流系统中所涉及的库存费用、运输费用、需求量、运输时间等关键因素为已知常数，然后根据要求确定一个或多个物流中心。但在实际情况中，有些影响物流中心选址的因素是不确定的，例如地理因素，经济因素，环境因素，运输时间受交通状况影响等，从而形成了物流中心选址的不确定环境。在复杂的物流系统设计时，应该把这些不确定因素考虑进去。　　本文全面介绍了物流中心及网点布局的相关概念；阐述了几种有代表性的物流中心选址的方法，其中重点讲述了层次分析法的发展情况、优势、基本原理和应用层次分析法的基本步骤；对物流配送中心选址的模糊综合评价及网络规划作了比较深入的研究，着重阐述实际选址问题的影响因素、模型构建和求解算法，最后将层次分析法应用到实例之中，求出最优的物流中心地址是有效地、符合实际情况的。

4.期刊论文 李红.杨小凯 利用层次分析法确定水库选址问题 -海河水利2004(4)

层次分析法是一种实用的多准则决策方法,可以将一个复杂问题表示为一个有序的递阶层次结构,并利用人们判断决策方案的优劣进行排序.该方法能统一处理决策中的定性和定量因素,具有系统性、简洁性、实用性、有效性等优点.应用层次分析法确定某水库的选址问题,可在多项统计核算、经济分析和专家判断的基础上进行计算,为其最终决策提供一个技术支持.

5.学位论文 季一木 物流系统选址决策模型的研究与实现 2004

该文将物流系统平台中的配送中心选址、仓库选址、订单出库选址和货物配送路径选址问题抽象为四大选址问题,这四种选址问题在运输、交通、仓储和工业探测等行业应用广泛.近年来物流选址问题是国内外研究的一个热点,该文在将四大选址问题分类的基础上,理论抽象出两种通用的选址模型并进行优化算法求解分析与实现.具体研究内容如下:首先,针对这种抽象给出了两种全面通用的目标函数模型,在众多的建模方法中,由于AHP建模方法不但具有定量分析,也具有定性分析的能力,所以该文选用AHP建模方法进行物流选址问题的假设、建模和检验.同时详细介绍了AHP建模方法的实现思想,并编程求出用于评价模型一致性的随机一致性指标RI在50个不同规模下的值.其次,介绍了二种常用的优化算法的实现思想,即模拟退火算法和遗传算法,并在附录中对遗传算法利用面向对象编程思想进行了设计.根据每种优化算法的实现思想不同,对它们的进行了分析比较,给出它们在解的特性、初始解、约束条件、收敛速度等因素影响下的比较表.最后对两类选地址模型分别用传统的Dijkstra算法和模拟退火遗传混合算法实现,并给出相应的实验数据和算法思想.最后结合理论分析,给出了课题所对应的物流系统平台的总体功能设计和数据库设计,以及仓库管理功能模块的详细设计和实现算法.

6.期刊论文 刘金禄 半结构决策方法在松花江蓄洪区选址问题中的研究 -安全与环境学报2004,4(1)

研究松花江蓄洪区选址问题的决策方法.松花江蓄滞洪区选址问题涉及诸多定性指标和定量指标,属于半结构决策问题.本文综合层次分析法和模糊优选法,提出求解这类问题的一种半结构决策方法.基本方法是:将评价指标分为定性指标和定量指标;对于定性应用层次分析法,求其评价矩阵;对于定量指标应用相对隶属度方法,求其评价矩阵;二者合成得到全体指标的评价矩阵;最后利用模糊优选法求得最优决策.应用该方法于松花江流域蓄滞洪区的方案选择中.

7.学位论文 郜振华 配送中心选址模型与算法研究 2005

在物流网络中，配送中心连接着供货点和需求点，是两者之间的桥梁，在物流系统中有着举足轻重的作用，因此搞好配送中心的选址将对物流系统作用的发挥乃至物流经济效益的提高产生重要的影响。　　本论文在综述配送中心选址问题研究现状的基础上，通过对配送中心选址特点的分析，对配送中心选址的模型和算法进行了研究。全文主要内容如下：　　(1)详细介绍了有关配送中心选址问题的研究现状，分析了配送中心选址问题的基本理论与方法，其中对于本文研究相关的方法作了重点介绍，为下文进一步研究配送中心选址问题奠定了基础。　　(2)定性研究了配送中心选址问题，通过对影响配送中心选址影响因素的分析，构建了配送中心选址评价的指标体系，在此基础上，运用多层次灰色评价方法建立了配送中心选址多层次灰色评价模型。最后通过实例分析表明该模型能很好地处理配送中心选址问题，为决策者提供一种有效的优化工具。　　(3)研究了配送中心的连续性选址问题，将小生境粒子群优化算法和ALA方法相结合，提出了解决此类模型的混合粒子群优化算法。通过算例表明该方法能有效解决配送中心的连续性选址问题。　　(4)提出了有竞争的配送中心选址模型，用常规启发式算法对有竞争的物流配送中心选址问题进行求解时，经常会陷入局部优化解。针对这一情况，本文引用Drezner算法的思想，提出了解决此类模型的混合遗传算法。该算法充分利用Drezner算法的局部搜索能力和遗传算法的全局优化能力，使计算结果能更接近全局最优解。最后通过实例分析表明该算法能很好地处理有竞争的物流配送中心选址问题，为决策者提供一种有效的优化工具。　　(5)提出了基于“成本-服务型”战略的配送中心选址模型，该模型是在有距离约束的p-median问题的基础上建立起来。结合该模型的特点，本文提出了一种求解该模型的免疫算法，通过实例分析，该算法能有效地求得问题的优化解和近似优化解。　　(6)研究了一类考虑同定成本的配送中心选址方法，针对该模型及其算法复杂的特点，引入了二重结构编码的方法，与运输问题的算法相结合，提出了一种混合的遗传算法。该方法有效地解决了约束条件的限制，提高了算法的搜索效率。实验表明，该算法具有较好的收敛能力，能够快速地进化到最优解附近。 (7)提出了一种综合GAHP和目标规划的配送中心选址模型，物流系统配送中心选址所涉及的影响因素众多，这些因素中既有定性冈素，又有定量因素。本文首先川灰色层次分析法对这些影响因素进行处理，得到了各备选点的权值。针对灰色层次分析法无法解决条件约束问题，提出了用灰色层次分析法和目标规划方法相结合用于物流配送中心选址的模型。最后通过示例表明该模型能有效地处理物流配送中心选址问题。

8.学位论文 姜海泓 我国大型油码头选址问题的研究 2005

随着我国近年来经济的迅猛发展以及加入WTO对石油进出口贸易的拉动，我国对原油的进口需求日益增加，必然要求船舶向大型化发展，港口建设也要随之跟上，逐步建成符合中国经济发展布局的油品运输基础体系[1]。对油轮装卸码头的建设重点在于提高靠泊能力，以便适应于船型的改进，接卸大吨位油轮。　　　　本文针对这一问题进行了我国大型油码头选址问题的相关研究。文章首先对国际和国内的油轮运输市场进行了分析，并对我国未来原油进口量进行了预测，得出了今后油轮运输中船舶大型化的趋势；接着分析了我国现有的油港及油码头现状，得出了我国应相应建设大型油码头以接卸大型油品运输船舶的结论；接下来本文介绍了我国大型油码头选址评价模型所要采用的数学方法——层次分析法和模糊综合评价法；分析了大型油码头选址问题的影响因素，结合现有的研究成果以及油码头选址自有的特点并参考了专家意见建立了大型油码头选址评价指标体系；采用了专家问卷调查的方法得出了各个方案的最后综合评价的得分排序；最后本文总结了本文的研究成果并提出了今后进一步完善的研究方向。

9.期刊论文 郑志成.刘心.ZHENG Zhi-cheng.LIU Xin 灰色关联度和AHP在冷链物流配送中心选址问题中的应用研究 -科学技术与工程2009,9(5)

冷链物流配送中心选址是一个定性与定量相结合的问题.针对冷链物流的基本含义和特点进行阐述,并构建了其配送中心选址过程中的关键指标体系,提出了采用灰色关联度和层次分析法相结合的方法来解决冷链物流配送中心的选址问题.利用算例说明了该方法的实用性和应用价值.

10.学位论文 孙文霞 区域物流配送与选址问题技术研究 2003

区域内如果缺乏对生产资源产品供给与需求的系统化分配与规划,缺乏对物品运输路线、运输规模及运送方向上的统筹与优化,则将造成运输业与仓储业资源的极大浪费.因此通过对区域内物流业的系统规划与研究,可以从根本上转变目前物品运送与分配上的混乱局面,可以使物流的主客体都能够从规划物流系统中取得实效,取得较大的直接与间接经济效益,因此对区域物流系统的研究将具有客观的发展前景,这也是区域经济与社会发展进步的需求.区域物流中心选址问题以及区域物流运输配送技术问题是区域物流布局与规划中的重要课题,这篇论文第三章和第四章分别对这两方面的问题进行了分析.影响区域物流中心选址的因素较多,论文根据模糊数学理论,对多因素决策问题提出用贴近度的方法比较被选地址与理想目标的接近程度,用层次分析法确定各评价指标的权重,与隶属函数综合成隶属度,并用实例说明该方法的有效性.同其他方法相比较,综合分析法可操作性更强.物流合理化的目的不仅是为了降低商品的流通费用,更为重要的是为了增强用户的满意程度,增强企业的竞争力.物流合理化在很大程度上取决于运输的合理化.这篇论文主要针对三种配送要求依据运筹学中动态规划、图与网络分析、线性规划中运输问题的有关理论,对区域物流中心配送运输技术问题进行综合分析与讨论.