

专题综述

滴水尽其用

杨岑莹¹, 陈炜², 刘威志²

(1. 南京大学 商学院, 江苏 南京 210093; 2. 南京大学 工程管理学院, 江苏 南京 210023)

摘 要:将水资源短缺归因于水资源在时间和空间上的不均匀分布,以及供给和需求的不平衡。对于前者,采用跨流域调水和蓄水来解决;对于后者,采用增加供给与控制需求的方法。首先使用灰色模型预测 2025 年全国各省市水资源需求与供给的缺口;然后建立 4 个模型,分别从调水、蓄水、海水淡化、节水 4 个方面讨论了改善水资源的状况。使用运输模型求得跨流域调水的最优解,使用库存论中的报童模型求取满足下游需求的最优蓄水量,使用净现值分析方法比较得出海水淡化点的布局,使用拉姆齐定价确定水价策略以达到节水目的;最后,根据模型给政府提供了决策参考,并且对 4 个代表性的区域提出详细方案。

关键词:水资源管理;灰色预测;运输模型;报童模型;成本效益分析;拉姆齐定价

中图分类号:O29

文献标志码:A

文章编号:2095-3070(2013)03-0001-08

0 引言

近年来,人口、地理和气候的变化增加了水资源的需求,同时减少了水资源的供给。根据陶氏化学公司 2011 年的报告^[1],在中国 661 个城市中,有 33% 存在缺水现象,有 17% 被认为是严重缺水。对于中国来说,使用全世界 6% 的水资源养育全世界 20% 的人口是一项严峻的挑战。现如今中国水资源在时间和空间上分布不均匀,例如,中国的北方地区生活着 40% 的人口,却只有 5% 的水资源。地表水与地下水的过度开采加剧了水资源的短缺,同时还带来新的环境问题^[2],因此,解决水资源短缺问题是当务之急。本文为解决中国可持续发展的水资源管理提供了一个方法,并回答了以下 2 个问题:

- 1) 2025 年水资源的需求与供给情况如何?
- 2) 如何解决预计的水资源短缺问题?

水资源问题包含两个方面:一是水资源的供需不平衡,二是水资源分布在时间与空间上不均匀。为此,分别考虑 4 种策略:调水、蓄水、海水淡化和节水,并分别使用了运输模型、报童模型、净现值分析和阶梯定价方法给出最优方案;然后,综合 4 种策略,并从政府决策者的角度制定方案,建模的总体思路如图 1 所示;最后,分析中国内地的 30 个省份(为方便起见,将省份与直辖市均统称为“省份”),忽略了海南省、香港特别行政区、澳门特别行政区、台湾地区,因为它们相对中国大陆的水

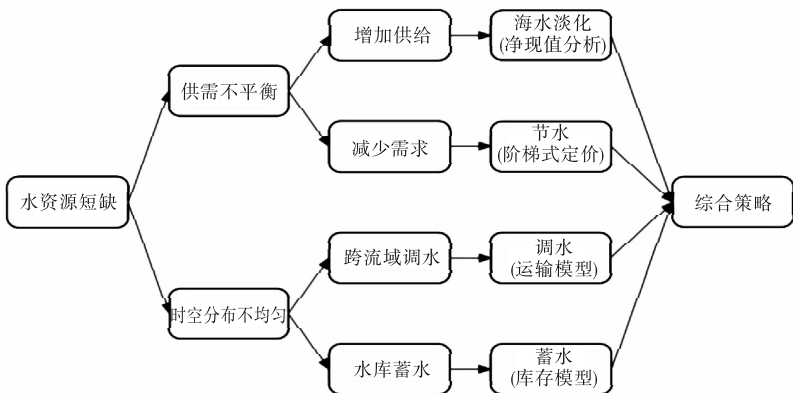


图 1 建模总体思路图

资源管理系统是独立的。

1 水资源供给与需求的预测

许多方法可以用来对时间序列数据进行拟合与预测,包括自回归模型、移动平均模型、Box-Jenkins 模型、灰色模型(grey model, GM)、神经网络模型等。其中灰色预测模型仅需要少量数据便可以预测一个未知系统的行为^[3]。考虑到中国相关数据较少,因此使用灰色模型来预测水资源的供给与需求。

1.1 数据描述

从国家统计局官方网可以查询到 1999—2011 年的相关数据。这里用亿 m³ 作为用水量单位,包括农业用水、工业用水、城市消费用水以及生态保护用水。注意到 2004 年的数据由于未知原因缺失,为保持数据的一致性,使用 2003 年和 2005 年的平均值作为 2004 年数据。

用水资源总量的 40% 作为水资源的供给。水资源总量包括地表水与地下水量之和减去二者重复的部分。自然界的水资源质量有不同的等级,其中仅有一部分为淡水,而淡水中仅有一部分可供人类使用。

1.2 计算 2025 年水资源需求的灰色模型

使用 GM(1,1) 模型来预测 2025 年的水资源需求与供给,对每个省份,记水资源供给或需求的历史数据为:

$$x^{(0)} = (x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(13)),$$

其中: $x^{(0)}(1)$ 表示 1999 年的水资源供给与需求; $x^{(0)}(13)$ 表示 2011 年的相应数据。对数据进行累计求和生成操作,有:

$$x^{(1)} = (x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \dots, x^{(1)}(13)) = (x^{(0)}(1), x^{(0)}(1) + x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(1) + x^{(0)}(2) + \dots + x^{(0)}(13)).$$

对序列求平均,有:

$$z^{(1)} = (z^{(1)}(2), z^{(1)}(3), \dots, z^{(1)}(13)), \text{ 其中, } z^{(1)}(k) = \frac{x^{(1)}(k-1) + x^{(1)}(k)}{2}, k = 2, 3, \dots, 13.$$

建立灰色微分方程:

$$x^{(0)}(k) + \alpha z^{(1)}(k) = b, k = 2, 3, \dots, 13. \tag{1}$$

式(1) 的白化微分方程为:

$$\frac{dx^{(1)}(t)}{dt} + \alpha x^{(1)}(t) = b. \tag{2}$$

解式(2) 得
$$x^{(1)}(k+1) = (x^{(0)}(1) - \frac{b}{\alpha})e^{-\alpha k} + \frac{b}{\alpha}, k = 1, 2, \dots, 12.$$

此方法参考了卓金武的《Matlab 在数学建模中的应用》^[4],使用此模型获得 2025 年水资源需求与供给的预测值后,计算需求与供给的缺口(其中缺口 = 供给 - 需求),并将缺口作为进一步研究的数据。

1.3 灰色模型预测结果

将使用的历史数据代入式(2),用 matlab 求解白化微分方程后得到各省份水资源缺口,如图 2 所示。从图中可以看出,2025 年将会有 15 个省份面临缺水,除上海和湖南外,缺水省份均在中国的北方地区。该结果也与北方地区降水量少,气候干旱,工农业用水与城市生活用水需求大,缺水更严重的事实一致。江苏水资源缺口为 583.24 亿 m³,排在缺水省份第一,其次是新疆和安徽,各有 360.5 亿 m³ 和 349.3 亿 m³ 的缺口。

1.4 敏感性分析

上文提到使用 40% 的水资源总量作为水资源的供给量。该数值是根据相关文献与中国总体水资源状况而提出的一个估计值。为了衡量灰色模型对水资源缺口的预测结果受该估计值的影响程度,使用了不同比例的水资源总量作为水资源的供给量,重复估计水资源缺口的相关步骤,发现该比例值的变化对预测水资源在中国的相对分布情况(即不同省份水资源缺口的相对大小)影响甚微,只是缺口的绝对值将发生变化。

灰色模型,包括前文中提到的其他统计模型,存在一个共同的缺点,就是假设变化的趋势未来将持续下去,实际上这个假设不一定会始终成立,因此预测结果将存在偏差。作为该方法的代替,David 等^[5]提出了一个概念模型,并讨论了该模型的准确程度。David 等认识到将水资源短缺量化的难度,因此模型并不使用过

去变化的趋势作为依据,而是基于水资源供给和需求的动态系统,仅需要某一年的一系列数据便可以预测未来的水资源状况。由于数据的缺失,本文并未采用该模型,但当数据可以获得时,推荐使用此模型。关于灰色模型的预测精度以及数据精度的问题,将在后文“模型的优点与不足”一节进一步讨论。

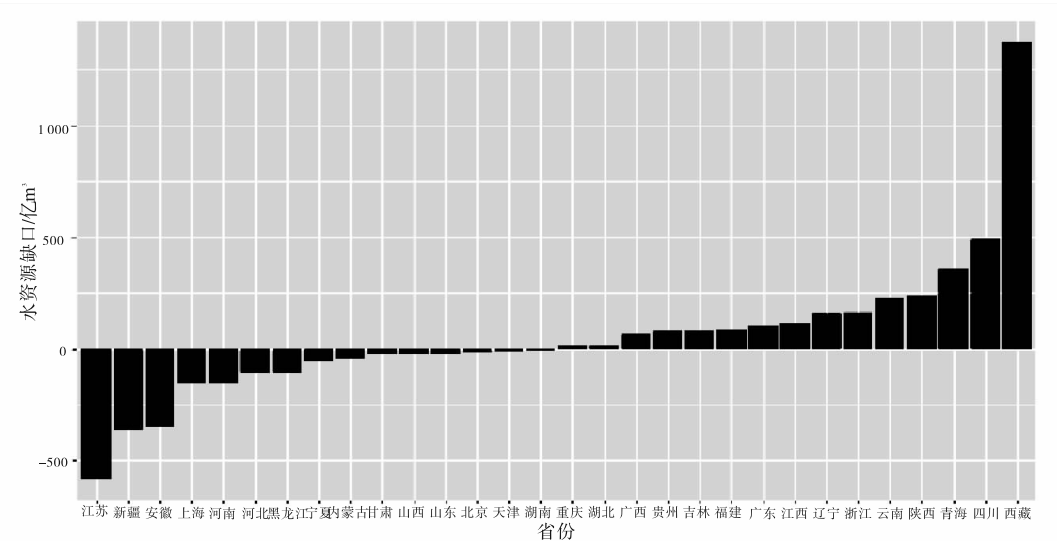


图 2 2025 年中国各省份将面临的水资源缺口图

2 策略 1: 调水

中国大陆有若干条主要大河流,学者常根据这些河流的分布将之划分为几个流域,如黑龙江流域、绥芬河流域、图们江流域、鸭绿江流域、辽东半岛诸河流域等 35 个流域。与跨流域的水资源调度相比,流域内的水资源调度相对简单且费用少,故在模型中仅考虑跨流域调水。首先计算每个省份的水资源缺口,得到每个流域的水资源总的缺口值,计算出最大满足每个流域水资源缺口的最优运输策略;然后在数理模型的基础上导入相应的数据,得出具体的策略。

2.1 假设与符号说明

模型基于以下假设:

- 1) 运输成本与运水量和运水距离成正比。将越多水运输越长距离,运输的成本就越高。由于跨流域运输极少量的水是不现实的,因此认为求解出的运水量足够大,不考虑是否存在规模效应。
- 2) 水的运输工作在每年年初完成。水资源的运输是一项连续的工作,但为了简单起见,认为水资源运输在每年年初完成,完成后该地区的缺口即被满足。
- 3) 流域间均存在跨流域调水通道。中国有若干项跨流域调水工程,比如南水北调工程。假设在每个流域之间均存在此类调水通道,通过这些通道可以完成跨流域调水。

模型使用的符号及含义如表 1 所示。

表 1 运输模型使用的符号表

符号	含义
R_i	流域 $i, i = 1, 2, \dots, m$
$s_i / \text{亿 m}^3$	流域 i 在年初的水资源供给
$d_i / \text{亿 m}^3$	流域 i 在年初的水资源需求
$g_i / \text{亿 m}^3$	流域 i 的水资源供需缺口
$c_{ij} / (\text{元} / (\text{m}^3 \cdot \text{km}))$	从流域 i 向流域 j 运水所需的单位成本
E	水资源的净供给方的集合,即存在多余水资源的流域的集合
S	水资源的净需求方的集合,即水资源不足的流域的集合
m	水资源净供给方的数量
n	水资源净需求方的数量
$x_{ij} / \text{亿 m}^3$	从流域 i 向流域 j 运输水的数量
$C / \text{亿元}$	调水工作的总成本

2.2 运输模型

首先确定水资源的净供给方 E 与净需求方 S 。 $g_i > 0$ 记为 a_i ， $g_i < 0$ 记为 b_i 。对于总的缺口 $G = \sum_{i=1}^m g_i$ 可能的不同取值，分情况讨论。

若 $G = 0$ ，水资源总供给等于水资源总需求，供需平衡。优化问题可以写作：

$$\min C = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}$$
$$\text{s. t. } \begin{cases} \sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i (i = 1, 2, \cdots, m) (\text{流域 } i \text{ 提供 } a_i \text{ 量的水资源}) \\ \sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j (j = 1, 2, \cdots, n) (\text{流域 } j \text{ 需要 } b_j \text{ 量的水资源})^\circ \\ x_{ij} \geqslant 0 (i = 1, 2, \cdots, m; j = 1, 2, \cdots, n) (\text{非负性约束}) \end{cases}$$

若 $G > 0$ ，水资源总供给大于总需求，则将第一个约束改为：

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \leqslant a_i (i = 1, 2, \cdots, m)。$$

若 $G < 0$ ，水资源总供给小于水资源总需求，供不应求，则将第二个约束改为：

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} \leqslant b_j (j = 1, 2, \cdots, n)。$$

2.3 模型求解

2.3.1 参数估计

1) 流域。将中国大陆划分为 7 个主要流域，具体省份归属如表 2 所示。

表 2 流域的划分表

记号	流域	包含省份
R_1	东南流域	福建, 浙江
R_2	海河流域	北京, 河北, 天津
R_3	黄河流域	甘肃, 河南, 内蒙古, 宁夏, 山西, 山东, 陕西
R_4	松辽流域	黑龙江, 吉林, 辽宁
R_5	西南流域	西藏, 新疆, 云南
R_6	长江流域	安徽, 重庆, 贵州, 湖北, 湖南, 江西, 江苏, 青海, 上海, 四川
R_7	珠江流域	广东, 广西

2) 供给与需求。通过图 2 可以计算出各流域水资源在 2025 年的供需情况。根据预测，共有 2 个流域面临水资源短缺，即 R_2 (123.2 亿 m^3) 与 R_3 (52.1 亿 m^3)，而其他流域将有盈余水量 (R_1 : 261.8 亿 m^3 , R_4 : 159.0 亿 m^3 , R_5 : 1 286.8 亿 m^3 , R_6 : 533.7 亿 m^3 , R_7 : 197.0 亿 m^3)。总水资源缺口为 $G = 1\,792.7$ 亿 m^3 (总供给大于总需求，即存在盈余水量)。此时，有 $E = \{R_1, R_4, R_5, R_6, R_7\}$, $S = \{R_2, R_3\}$ 。

3) 运输成本。首先计算流域间的距离。由于每个流域的形状不规则，无法准确衡量每个流域之间的实际距离，因此使用每个流域的大致的中心城市之间的距离作为流域间距离的估计值。 $R_1 - R_7$ 的中心城市分别是温州，北京，延安，长春，拉萨，重庆和佛山。由此方法计算出的流域间距离见表 3。例如，表 3 中的第一行第一列表示的是 R_1 与 R_2 间的距离。为简单起见，假设每运输 1 m^3 的水 1 km 花费 0.01 元，因此运输的单位成本等于流域间距离的 1%。

表 3 流域间距离表 km

距离	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6
R_2	1 382					
R_3	1 420	710				
R_4	1 809	858	1 564			
R_5	2 880	2 564	1 872	3 400		
R_6	1 390	1 460	828	2 300	1 490	
R_7	940	1 904	1 550	2 570	2 310	980

该问题相当于求解线性规划问题，且是线性规划中典型的运输模型。有了成本、供给、需求的数据，可以求解

该模型。模型的结果见表 4。

2.4 敏感性分析

该模型使用了许多估计的参数与数据,因此应该仔细检验模型的结果对参数或数据的估计值变化的敏感性。以前述部分的估计值为基础,检验部分数据变动对模型求解结果的影响,结果如表 5 所示。从表 5 可以看到,总成本的变化程度要小于估计值的变化程度,因此可以认为模型的结果比较稳定。尽管如此,模型仍依赖估计数据的准确性。不过,模型的最优性始终是成立的,换言之,模型总是在给定数据的基础上求解出正确的最优结果。

表 4 调水策略表				表 5 运输模型的敏感性分析表		％
起始地	终止地	调水量 / 亿 m ³	成本 / 亿元	R_2 与 R_4 间距离的变化		总运输成本的变化
R_4	R_2	123.2	1 057.30	20.00		14.20
R_6	R_3	52.1	431.46	10.00		7.10
		总成本	1 488.76	- 10.00		- 7.10
				- 20.00		- 14.20

3 策略 2:水存储

和调水策略不同,水存储策略主要是为了解决水资源在时间分布上的不均匀。常见的水存储方式包括自然的地下蓄水以及人工水库等。这一节主要解决如何利用水库来更好地解决未来水资源短缺的问题。

面对未来需求的不确定性,决定存储多少水资源非常类似于报童问题,即决定一个最优的订购量来满足未来不确定的需求,因此采用了经典的报童模型来刻画这一问题。为了叙述问题方便,这一节用“需求”来表示之前提到的水缺口,建立了一个理论的库存模型,并以三峡水库为例对模型进行了计算。

3.1 假设与符号说明

刻画模型做了以下假设:

- 1) 水库存储的水资源由上游水域供给、本地降水以及日常储水构成。因此在决定水库水订购量时,水库所面临的水需求应为下游真实的水需求扣除水库本地的降水量以及水库的日常储水量。
- 2) 水库存储的水资源用来满足下游的水需求。
- 3) 如果储水不够,不能满足下游的需求,会带来缺货成本;另一方面,如果储水过多,而不能为上游经济发展做出本该做出的贡献,会带来机会成本。
- 4) 下游的水需求服从正态分布,其累积分布函数为 $F(x)$, 概率密度函数为 $f(x)$ 。
- 模型中用到的一些符号及说明如表 6 所示。

表 6 报童模型符号说明表	
符号	含义
r / 亿 m ³	下游的总水需求,该变量服从正态分布
q / 亿 m ³	水库的订购量
s /(万元 / m ³)	缺货成本,反映在订水不足,下游的总水需求无法满足而带来的经济损失
c /(万元 / m ³)	机会成本,反映在订水过多,多余的水本可为上游带来经济利润而造成的机会损失
$TC(q)$ / 万亿元	水库的总成本

3.2 水库的报童模型

从成本的角度建立报童模型,以决定最优的订购量来最小化这一成本。具体的模型为:

$$\min TC(q) = \int_0^q c(q-r)f(r)dr + \int_q^\infty s(r-q)f(r)dr.$$

s. t. $q \geqslant 0.$

通过对 $TC(q)$ 求一阶导数,并令其为 0,得到了:

$$\frac{dTC(q)}{dq} = c \int_0^q f(r) dr - s \int_q^\infty f(r) dr = 0.$$

(3)

因为 $TC(q)$ 关于决策变量 q 的二阶导数非负： $\frac{d^2TC(q)}{dq^2} = (c + s)f(q) \geq 0$ ，因此这一问题存在最优解，使得总成本最小。通过求解方程(3)，得到了最优订购量所满足的条件： $\frac{\int_0^q f(r) dr}{\int_q^\infty f(r) dr} = \frac{s}{c}$ 。

3.3 案例研究:三峡水库

坐落在宜昌市的三峡水库作为中国最大的水库，是其下游省市的最大水资源提供方，其代表性和战略重要性不言而喻。把上述报童模型应用到三峡水库上，借用实际数据，来决定三峡水库最优的订水量。

3.3.1 下游历史需求数据的正态性检验

利用三峡水库下游各个省市的历史总需求数据来做正态性检验。图 3 显示的 Q-Q 图说明了历史数据和正态分布之间有很好的吻合。Shapiro-Wilk 检验也证实了假设($W = 0.988\ 5, p = 0.542\ 9$)，即在样本数据符合正态分布的假设下，获得与观察值 $W = 0.988\ 5$ 相等或更极端的值的概率是 54.29%。因此，数据支持正态分布假设，即认为下游的水需求数据服从正态分布。

3.3.2 参数估计

由于水资源短缺会对农业、工业生产以及城市消耗造成直接的负面影响，进而影响到当地的 GDP，因此造成的缺货成本定义为由于下游水需求未被满足而对 GDP 造成的损失。官方目前使用万元 GDP 的耗水量来衡量水对当地 GDP 的贡献值，因此在模型中用下游地区每 m^3 水对 GDP 的贡献值作为缺货成本。

另一方面，如果水库订水过多的话，多余的水本可以对上游地区的农业、工业生产以及城市消耗带来经济价值，因而会产生机会成本。同样地，在这里使用上游地区每 m^3 水对 GDP 的贡献值作为模型当中的机会成本。为简化起见，并不考虑多订的水所额外产生的管理或者环境成本。

三峡水库的下游地区包括湖北省、湖南省、江西省、安徽省、江苏省、上海市，其上游地区包括青海省、四川省、贵州省以及重庆市。缺货成本 s 用三峡水库下游地区各省市单位 m^3 水对 GDP 的贡献值的平均值表示，机会成本 c 则用三峡水库上游地区各省市单位水对 GDP 的贡献值的平均值表示。从国家统计局获得各个地区近 3 年的 GDP 以及需水量，通过简单计算得到缺货成本 $s = 53.44$ 元/ m^3 ，机会成本 $c = 222.43$ 元/ m^3 。

将三峡水库当地的降水量以及日常储水量(水库的最低储水要求)考虑进来，将三峡水库下游的净需求(均以一年的跨度说明)定义为：净需求 = 下游地区水缺口 - 三峡水库降水量 - 日常储水量。

上式中的水缺口是相应下游省市 1999 - 2011 年总缺口的平均值，经过计算为 1 544.8 亿 m^3 。三峡水库降水量按照下述公式进行计算：

三峡水库降水量 = 宜昌市年均降水量 \times 三峡水库库区面积 = $1.138 \times 1\ 525 \times 10^7 = 0.174$ 亿 m^3 。宜昌市的年均降水量和三峡库区面积数据从维基百科获得，同时也从维基百科查到了三峡水库的日常储水量为 393 亿 m^3 。

通过以上计算，得到净需求为 1 151.6 亿 m^3 。因为将年降水量以及日常储水量视为常数，因此净需求的标准差即为水缺口的标准差，即 440 亿 m^3 。

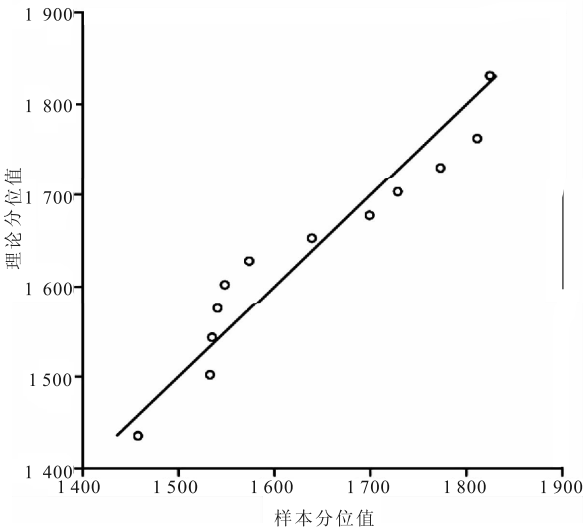


图 3 历史需求数据的 Q-Q 图

3.3.3 模型仿真及结果

有了净需求的分布函数以及缺货成本、机会成本的具体数值,便可以求解理论的报童模型。通过计算得出三峡水库最优的订购量为 841 亿 m^3 (图 4)。通过遍历所有可能的订购量,用 Matlab 计算相应的期望成本(图 5),可以看到当订购量为 841 亿 m^3 时,期望成本最小。同时,用均值为 1 152 亿 m^3 ,标准差为 440 亿 m^3 的正态分布随机生成了 500 个三峡水库下游地区的净需求量,并将最优订购量带入成本函数,计算在最优订购量下净需求的变动对期望成本的影响(图 6)。

考虑 2025 年作为下一次订水期,建议三峡水库从上游地区订购 841 亿的水资源来满足下游地区未来的水缺口。本案例也说明了报童模型是一种很强的解决实际问题的理论模型。通过获得更加精确的数据并加入更多考虑因素,政府部门可以在三峡水库订购问题上做出更加明智的决策。

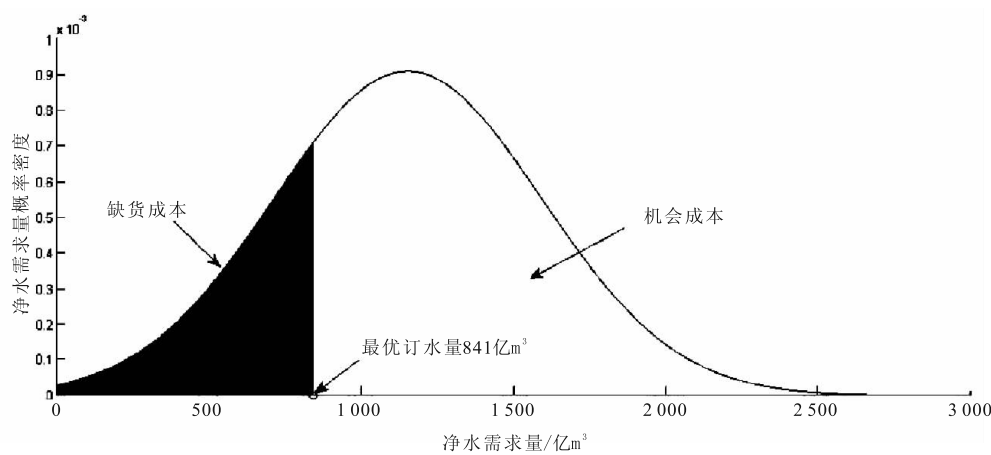


图 4 报童模型的求解图

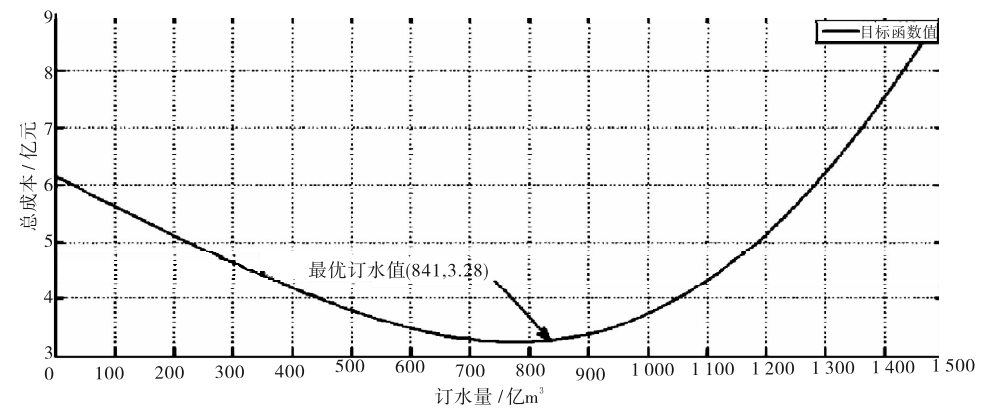


图 5 报童模型期望成本函数图

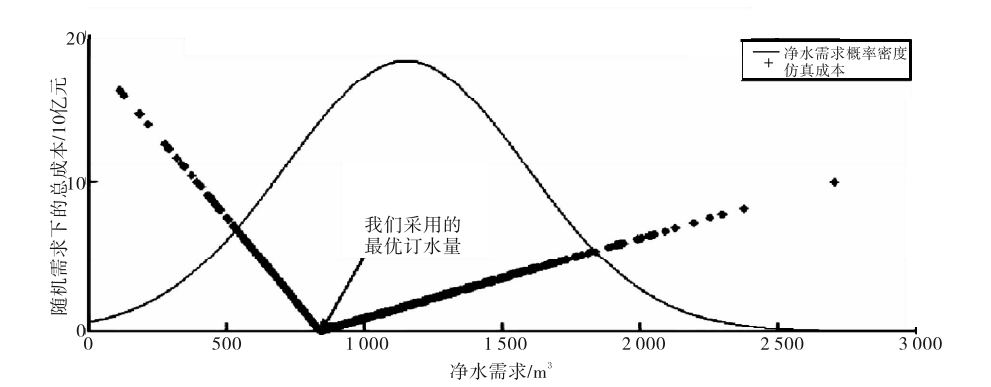


图 6 净水需求的蒙特卡洛模拟图

3.4 模型的敏感性分析

通过模型计算得到的最小期望成本以及最优订购量可以帮助决策制定者更好地应对未来的不确定性。然而,环境和社会成本(环境破坏、强制性迁居)等因素并没有考虑进模型中,另外一个局限便是下游净水需求必须严格满足正态分布。在模型中,分别用上下游地区单位 m^3 水对 GDP 的贡献值作为对缺货成本以及机会成本的估计。由于水对各个省市 GDP 的贡献度每年会有一定波动,下面,通过对缺货成本和机会成本做一定范围的改变,看其对期望成本的影响,结果如图 7 所示。

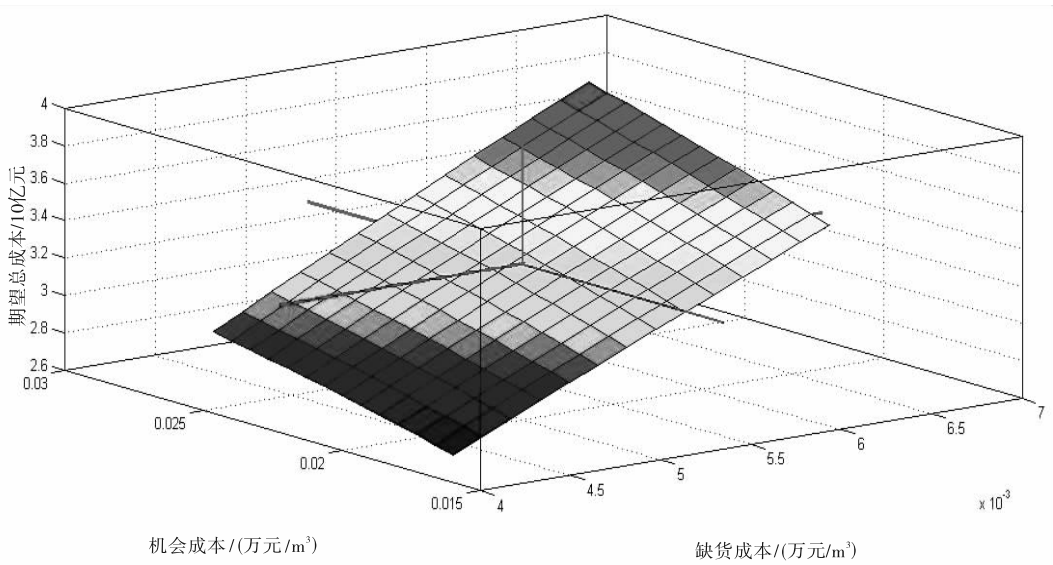


图 7 敏感性分析的可视化图

4 策略 3:海水淡化

海水淡化是指通过蒸馏等方法降低海水中的盐和其他矿物质含量,为人们提供淡水的一种方法。海水毫无疑问是水供给的一个巨大来源,因此部分沿海地区采用了海水淡化来解决水短缺的问题,比如沙特阿拉伯。

在中国,天津市正在运营一家海水淡化厂来缓解当地严峻的水短缺问题,但是海水淡化并没有广泛地推广到中国其他地区。在这里,应用净现值分析的方法研究建立海水淡化厂的成本和收入,然后决定在缺水地区是否要建海水淡化厂,如果建的话,需要建几个。

4.1 海水淡化厂潜在选址

由于海水淡化本身的特点,海水淡化厂选址被限制在了沿海缺水地区。通过上文预测,将目标选址锁定在北京市、天津市、上海市、江苏省和山东省。

假定技术以及地理上建立海水淡化厂都是可行的,下面研究海水淡化厂所带来的经济和社会效益是否超过所投入的成本。

4.2 假设与符号说明

本节基于以下假设:

- 1) 海水淡化厂是所在地水资源缺口的唯一提供方。
- 2) 不同地区的海水淡化厂之间没有差异,即每一个海水淡化厂均有相同的产能、初始投资、单位淡化成本和运营成本。
- 3) 建立一个海水淡化厂平均需要 2 年的时间。
- 4) 海水淡化厂所带来的社会效益用单位水对 GDP 的贡献值来衡量。

本节所用符号如表 7 所示。

表 7 海水淡化模型符号说明表

符号	含义
$CF_i(t)$ / 亿元	第 t 年的第 i 个省的净现金流
V_i / 元	第 i 个省的单位 m^3 水对 GDP 的贡献值
$GDP_i(t)$ / 亿元	第 t 年第 i 个省的 GDP 值
$S_i(t)$ / 亿 m^3	第 t 年第 i 个省的水缺口量
n_i	为了满足水缺口,第 i 个省市所需要建立的海水淡化厂的数量
I / 亿元	每个海水淡化厂的初始投资,设为 20 亿元人民币
OC /(亿元 / 年)	每个海水淡化厂的运营成本,设为 1.47 亿人民币 / 年
Ca / 亿 m^3	每个海水淡化厂的年产能,设为 50 亿
C /(元 / m^3)	单位海水淡化处理成本
r	折现率,设为 5.12%

4.3 成本—收益分析

海水淡化厂建立的成本包括初始投资、运营成本、海水淡化处理成本,收入主要体现为水资源对当地 GDP 的贡献值。海水淡化厂每年的现金流如下所示:

$$CF_i(t) = V_i \min\{n_i Ca, S_i(t)\} - n_i(I + OC + CaC),$$

其中, $V_i, GDP_i(t)$ 和 $S_i(t)$ 是最近 3 年各个省市相应数据的平均值。通过将各个省市 2025 年水缺口量除以海水淡化厂的年产能,便得到了各个省所需建立的海水淡化厂数量,其中北京、天津、山东各需要 1 个,上海需要 4 个,而江苏需要 12 个海水淡化厂来满足水缺口。

通过对海水淡化厂每年的现金流进行贴现,得到海水淡化厂投资项目的净现值为

$$NPV_i = \sum_{t=0}^{12} \frac{CF_i(t)}{(1+r)^t}。$$

计算结果说明对以下 5 个省(图 8) 而言,建立海水淡化厂是能够增加社会效益的。特别地,江苏省因为采用海水淡化厂所获得的社会效益是最高的,其净现值为 24.46 万亿元。

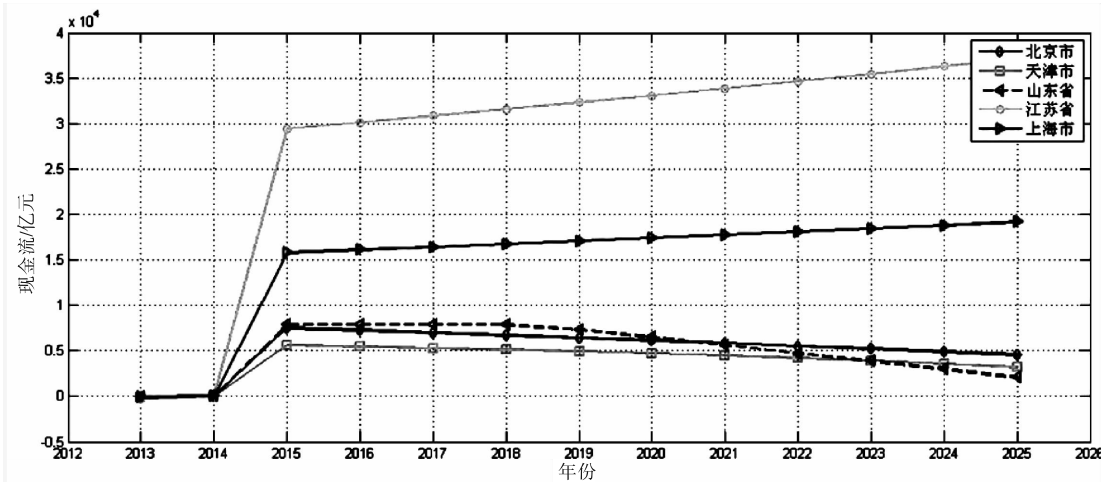


图 8 5 省市海水淡化厂现金流图

4.4 策略说明

如果建立海水淡化厂在技术上是可行的话,强烈建议沿海缺水地区如果没有其他更好的应对水短缺的措施,可以考虑建立海水淡化厂来满足 2025 年的水短缺问题。然而,应该注意到,目前天津市正在运营的海水淡化厂的实际产能很大程度上受到当地简陋的基础设施以及居民对淡化水需求的影响。因此在决定采用海水淡化时,政府部门应该首先提高居民对淡化水的认识,并建立更好的基础设施。

5 策略 4: 节水方案

节流和开源同样重要。为了鼓励市民节约用水,减少浪费,政府最近引入了诸如阶梯性水价政策,它的理论基础源于 Ramsey 定价策略^[6-7]。该项目很可能在未来为了解决缺水问题而得到广泛的应用。本文主要关注如何确定水价策略的阶梯,包括水价和阶梯的幅度。

Ramsey 定价理论的核心在于,分界的价格应当和需求价格弹性互为倒数关系,并乘以一个小于 1 的常数。大量学者已经将这一理论应用于公共服务部门,比如政府希望在水资源管理部门最大化公共福利而不是利润。下面运用 Ramsey 定价模型提出最优水价策略。

5.1 假设与符号说明

本节内容基于以下假设:

- 1) 由于农业、工业和生活用水是水资源需求的主要组成部分,它们所占比重不同,有必要针对各个部门制定阶梯式水价。将每个省按照水的用途划分成农业部门、工业部门和生活部门,并在各部门内单独考虑最优的定价策略。
- 2) 根据消费者不同的收入水平,将消费者划分为低收入群体、中等收入群体和高收入群体,这划分方式无论是在理论上还是实践中都被大量使用,因为过多的阶梯难以操作,而过少的阶梯效率低下。
- 3) 消费者的收入水平与用水量成正比关系,消费者收入越低,越注重节约,用水量越少。
- 4) 对于不同的人群,需求是内生的,受到水价格的调节。古典经济理论提出,价格是影响需求的有力武器。
- 5) 假设政府是水资源供应商,因此边际成本和固定成本在不同部门中,对于不同的群体都是相同的。
- 6) 政府不像企业,政府更关注社会福利,只要总收入等于总成本,即便产生利润,通常也非常低。
- 7) 定价方法在 3 个部门中是相同的。为了简便起见,接下来所展示的模型只针对 1 个部门,该模型可类似地运用到另 2 个部门。

本节所用符号如表 8 所示。

表 8 定价模型符号表

符号	说明
Q_i (度 / 月)	不同群体的需求, i = 低(L), 中(M), 高(H)
P_i / 元	针对不同群体的水价, i = 低(L), 中(M), 高(H)
ϵ_i	不同群体的需求弹性, i = 低(L), 中(M), 高(H)
C_i	不同群体需求函数中的截距项, i = 低(L), 中(M), 高(H)
TC / 元	政府面临的总成本
MC / (元 / 度)	政府面临的边际成本, 这在每个部门中都是相同的
F / 元	政府面临的固定成本, 这在每个部门中都是相同的
TR / 元	政府面临的总收入
SW_i / 元	不同收入群体的边际社会福利, i = 低(L), 中(M), 高(H)
SW / 元	每个部门的总社会福利

5.2 定价模型

Bailey 用线性回归和双对数线性回归来描述基于价格的用水量^[8],发现后者拟合得更好。鉴于 Bailey 的研究结果,同样采用双对数线性回归,需求函数如下:

$$\ln Q_L = C_L + \epsilon_L \ln P_L, \ln Q_M = C_M + \epsilon \ln P_M, \ln Q_H = C_H + \epsilon_H \ln P_H,$$

其中: $\epsilon = \frac{dQ/Q}{dP/P}$, 代表了某个部门内各个群体的需求弹性,更确切地讲, ϵ_L 表示低收入群体的需求弹性, ϵ_M 表示中等收入群体的需求弹性, ϵ_H 表示高收入群体的需求弹性; Q_L 表示低收入群体的用水需求, Q_M 表示中等收入群体, Q_H 表示高等收入群体的用水量; P_L 表示低用水量的水价, P_M 表示中等用水量的水价, P_H 表

示高用水量的水价。

对于政府,总成本为:

$$TC = 3F + MC(Q_L + Q_M + Q_H) \quad (4)$$

这里, F 表示政府面临的固定成本; MC 表示政府面临的边际成本。

总收入为:

$$\begin{aligned} TR &= Q_L P_L + [Q_L P_L + (Q_M - Q_L) P_M] + \\ &[Q_L P_L + (Q_M - Q_L) P_M + (Q_H - Q_M) P_H] = \\ &3Q_L P_L + 2(Q_M - Q_L) P_M + (Q_H - Q_M) P_H. \end{aligned} \quad (5)$$

增加 1 单位用水量,消费者支付 $P_i(Q_i)$,政府支付 MC 。所以,边际社会福利可以表示为:

$$SW_i(Q_i) = P_i(Q_i) - MC (i = \text{低(L), 中(M), 高(H)}).$$

要得到最大化总社会福利的最优用水需求,问题可以表述为:

$$\begin{aligned} \max SW &= \sum \int [P_i(Q_i) - MC] dQ_i \\ \text{s. t. } \sum Q_i P_i(Q_i) - TC - \Pi &\geq 0 (i = \text{低(L), 中(M), 高(H)}). \end{aligned}$$

为了得到最优需求量,使用拉格朗日乘子法,先得到每个消费群体的最优价格。从而,最优化问题转变为:

$$\max L(Q_i, \lambda) = \sum \left[\int P_i(Q_i) - MC \right] dQ_i + \lambda \left[\sum Q_i P_i(Q_i) - TC - \Pi \right] (i = \text{低(L), 中(M), 高(H)}). \quad (6)$$

使(6)式的一阶导数为零,得到: $\frac{P_i(Q_i) - MC}{P_i(Q_i)} = -\frac{\lambda}{1 + \lambda} \frac{1}{\epsilon_i}$ 。

因此,对于每个消费群体,可得:

$$(1 - \frac{MC}{P_L})_{\epsilon_L} = (1 - \frac{MC}{P_M})_{\epsilon_M} = (1 - \frac{MC}{P_H})_{\epsilon_H}.$$

通过 $(1 - \frac{MC}{P_L})_{\epsilon_L} = (1 - \frac{MC}{P_M})_{\epsilon_M}$ 和 $(1 - \frac{MC}{P_L})_{\epsilon_L} = (1 - \frac{MC}{P_H})_{\epsilon_H}$ 的求解,可得 P_M 和 P_H 关于 P_L 的表达式,即:

$$P_M = MC / (1 - \frac{\epsilon_L}{\epsilon_M} \frac{P_L - MC}{P_L}), \quad (7)$$

$$P_H = MC / (1 - \frac{\epsilon_L}{\epsilon_H} \frac{P_L - MC}{P_L}). \quad (8)$$

将(7)式和(8)式带入(4)式和(5)式,并如假设的那样,使总收入等于总成本,得到:

$$\begin{aligned} 3Q P_L + 2(Q_M - Q_L) MC / (1 - \frac{\epsilon_L}{\epsilon_M} \frac{P_L - MC}{P_L}) + (Q_H - Q_M) MC / (1 - \frac{\epsilon_L}{\epsilon_H} \frac{P_L - MC}{P_L}) \\ = 3F + MC(Q_L + Q_M + Q_H). \end{aligned} \quad (9)$$

这里, $\ln Q_L = C_L + \epsilon_L \ln P_L$, $\ln Q_M = C_M + \epsilon_M \ln P_M$, $\ln Q_H = C_H + \epsilon_H \ln P_H$ 。通过解等式(9),可得到在不同用水量下的最优价格,并进一步得到最优的用水量,而后者可作为阶梯水价的用水量划分。

5.3 算例分析和策略

农业部门占了总用水量的绝大部分,但直到最近才有部分省市,比如湖南省,开始收取灌溉费用,因为在农村地区执行收费非常困难。因此,认为在农业部门使用阶梯性水价策略还为时过早。

自从在生活部门得到使用后,阶梯型水价策略得到了广泛的讨论。为了能提出一个具体的最优策略,使用算例分析来验证该模型的可信度。

根据基本的微观经济理论,需求弹性大约位于 $-1 \sim 0$ 之间。贾绍凤等^[9]发现在中国,需求弹性为 -0.346 。所以,将 -0.4 赋给 ϵ_M ;低消费群体的用水需求量可视为对水的基本需求,弹性为 -0.7 ;这一逻辑同样适用于高消费群体的用水量,将 -0.1 赋给 ϵ_H 。对于其他参数主观赋值,具体见表 9。

表 9 参数赋值表

参数	ϵ_L	ϵ_M	ϵ_H	C_L	C_M	C_H	F	MC
赋值	-0.7	-0.4	-0.1	2	2.5	3	8	2

将表 9 的参数带入(9) 式,经过 matlab 求解,得到如下最优值:

$Q_L = 10.16, Q_M = 14.57, Q_H = 32.2, P_L = 2.07, P_M = 2.11, P_H = 2.24$ 。

因此,最优的阶梯定价策略可总结为表 10 和图 9,从中可见,当用水量低于大约 $10\text{m}^3/\text{月}$ 时,最优价格应设为 $2.07\text{元}/\text{m}^3$;当用水量为 $10 \sim 15\text{m}^3/\text{月}$ 时,价格应设为 $2.11\text{元}/\text{m}^3$;当用水量超过 $15\text{m}^3/\text{月}$ 时,价格应设为 $2.24\text{元}/\text{m}^3$ 。结果符合常识,但是需要更全面的调查来获得更准确的参数值,这对最终的定价策略是必须的。

表 10 算例分析和最优定价策略表

	第一阶梯	第二阶梯	第三阶梯
$Q/(\text{元}/\text{m}^3)$	10.16	14.57	32.2
$P/\text{元}$	2.07	2.11	2.24

基于刘和顾提供的数据,将上述结果应用于西安市,结果发现平均每人每年能节水 17.8 m^3 ,比现有计划更加有效,这展示了模型的优势,相信该模型是政府制定好政策的有力武器。

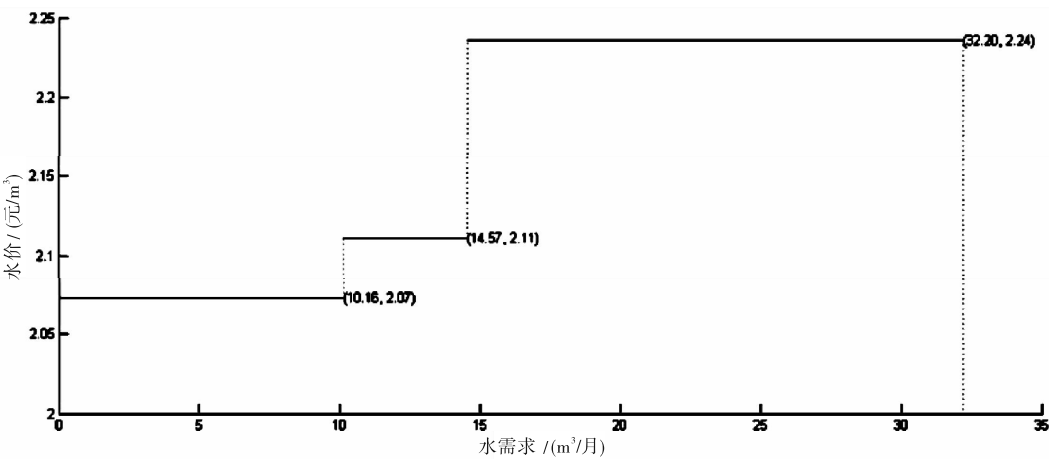


图 9 算例分析和最优定价策略图

6 综合策略

现在,希望整合上述 4 种策略,为决策者提供一个综合提案。每个策略都有各自的优势及劣势,具体如表 11 所示。当面对缺水时,政府应当因地制宜地调整策略。

表 11 不同模型的优势和劣势对比表

	水资源调度	水资源存储	海水淡化	水资源节约
优势	1. 满足紧急的用水需求	1. 易操作 2. 为当地动物建造生态环境	1. 充足的海水供给 2. 产生其他副产品 3. 提供高质量的水资源	1. 低成本 2. 易操作
劣势	1. 建设成本高 2. 建设时间长	1. 可能会引起地震 2. 运营成本高	1. 技术要求高	1. 水资源需求的改变存在时滞
适用条件	1. 不确定的用水需求	1. 下游确定的用水需求 2. 水库容量大	1. 沿海地区 2. 发达地区	1. 城市地区

水资源调度在紧急情况下很有优势,尤其是解决水资源在地理分布上的不均匀。然而,水资源调度工程

• 47 •

需要大量的资金和时间投入。水资源存储方便执行,因为水库通常位于主要河流附近。然而,水库的位置同样会带来负面效应,比如给生态环境施加过多压力。当下游需求相对稳定时,即很少会发生无法预测的紧急事件,该策略的适用效果最好。去盐碱化能产生更高质量的水资源,对于那些缺乏干净可用的水资源地区非常有用。该策略拥有几乎无限的水资源,也能产生诸如盐的副产品,它的成本主要取决于相关技术。去盐碱化只能应用于沿海地区,建议在发达城市应用去盐碱化,因为它需要相应的基础配套设施和饮用水市场。阶梯性定价可在城市大量应用,执行起来方便且成本相对较小。但是市场的反馈,反映在需求的减少,可能有一定的时间差。

根据两大标准,内陆 VS 沿海以及不确定用水需求 VS 确定用水需求,对 4 种策略进行划分(图 10)。将历史数据的波动程度定义为需求的确定性,而前者可通过相关部门获得。



图 10 四种策略的划分图

- 结合对用水缺口的预测,提出 4 大计划来应对 2025 年的用水问题。
- 1)应当优先考虑缺水最严重的江苏省。江苏是一个相对发达的省份,所以建议进行水资源存储,建立 5 个海水淡化厂和采用阶梯性水价策略。江苏省现在拥有大量水库,建议相关部门根据报童模型制定储水策略。如果采取其他策略弥补用水缺口,5 座海水淡化厂是恰当的。事实上,阶梯性水价策略已经在南京市和南通市应用,建议在全省范围内推广该策略。要执行全面的调查来精确地预测参数值。
 - 2)鉴于上海在中国的重要地位,也应当得到重视。和江苏省一样,上海是高度发达的沿海城市,所以建议建立 5 个海水淡化厂,采用阶梯性水价策略。考虑到上海的经济状况,建议水价应当高于其他城市。
 - 3)河南是典型的内陆省,农业是其支柱产业。黄河流经河南省,因此建议进行水资源存储来解决缺水问题。为了解决今后的用水缺口,决策者需仔细决定储水量。相信报童模型能为政府提供参考。
 - 4)对于北京市,天津市和山东省,建议分别建立 1 个去海水淡化工厂,采取水资源调度和阶梯性水价策略,三个省份能产生极大的协同作用。中国北方水源缺乏,因此水资源调度工程将对北方地区产生直接的益处。

7 结论

- 问题 1:到 2025 年,预计水资源的需求和供给分别是多少?
- 根据灰色模型,估计到 2025 年,中国有 15 个省份处于缺水状态,大多数位于中国北方。其中,江苏省最为严重,缺水量达 580 亿 m³。
- 问题 2: 如何填补预计的缺口?
- 当考虑空间上的分布不均时,通过运输模型来实现水资源调度方案。将中国划分成 7 大流域,将每个流域内各省的用水缺口相加得到整个流域的用水缺口,发现到 2025 年,海河流域和黄河流域将面临缺水问题。

假设运输成本与距离成正比,得到以下最优调度方案:松辽流域向淮河流域运水,长江流域向黄河流域运水,总成本为 14.89 亿元。

当考虑时间上的分布不均时,通过报童模型来实现水资源存储方案。将水库看成向上游订购水量的分销商,以满足下游的用水需求,旨在找到水库为了满足未来的需求所需存储的最优水量。分析三峡大坝的案例表明,为了满足下游的需求,三峡大坝需储水 0.84 亿/m^3 ,其下游包括安徽和上海。

在当考虑增加供给时,通过 NPV 分析来决定是否建立海水淡化厂。首先将选择范围缩小到 5 个在 2025 年面临缺水的沿海城市,进而得到需建立几个海水淡化厂。假设用水缺口必须得到满足,基于成本和收益的适当假设,发现海水淡化厂在每个省的净收益都是正的,说明该方案在经济和社会效益上都是有效解决缺水问题的工具。

当考虑减少需求时,通过 Ramsey 定价模型来实现水资源节约。基于不同的用水量,旨在提出一个最优的阶梯性水价方案。通过一个相对主观的算例分析,证明了模型的可信性,但是为了得到最终结果,需要更精确的参数估计。

问题 3: 怎样恰当地使用 4 种策略?

4 个策略各有优势和劣势,所以应当因地制宜地采取措施。为了给政府制定决策提供一个简洁和清晰的指导,根据两大标准对 4 项策略进行划分,标准分别为内陆地区 VS 沿海地区 and 不确定用水需求 VS 确定用水需求。去盐碱化和阶梯性水价应当在城市里实施,而不是农村地区。

8 模型的优点与不足

模型一个主要的问题在于数据的精确性。不同来源的数据遵循不同的标准,因此可能会产生整体的一致性。另外,虽然数据来自官方,比如国家统计局,但这些数据仍然可能受到其他因素影响。另一方面,对数据的不同解释也会导致不同的结果。模型中参数估计的数据有些很难得到,比如水资源调度的单位成本,建立海水淡化厂的成本等等,如果这些参数估计偏离了本质的数值,最终策略将发生极大的改变。

然而,得到理想的数据不是简单的事情,这往往需要长期的调查和研究,以及相关领域专家的帮助。面对这一事实,只能假设数据都是精确的,然后试图用逻辑性和数学计算来建立概念模型(灰色模型是一个例外,使用灰色模型的理由详见第二部分)。这样一来,只要获得更精确的数据,比如官方的内部数据,就能够较为轻松地调整最终方案。

参考文献

- [1] The Dow Chemical Company. China's Thirst for Water[R]. Midland: Dow Chemical Company, 2011.
- [2] Oelkers E H, Hering J G, Zhu C. Water: Is there a global crisis? [J]. Elements, 2011, 7(3): 157-162.
- [3] Deng J. Introduction to grey system theory[J]. The Journal of Grey System, 1989(1): 1-24.
- [4] 卓金武. Matlab 在数学建模中的应用[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2011.
- [5] Seckler D W. World Water Demand and Supply, 1990 to 2025: scenarios and issues[M]. Colombo: IWMI, 1998.
- [6] Baumol W J, Bradford D F. Optimal departures from marginal cost pricing[J]. American Economic Review, 1970, 60(3): 265-283.
- [7] Ramsey F P. A contribution to the theory of taxation[J]. The Economic Journal, 1927, 37(145): 47-61.
- [8] Bailey W R, Buckley C A. Modeling domestic water tariffs[C]//2004 Water Institute of Southern Africa(WISA) biennial conference. Cape Town: WISA, 2004.
- [9] Jia S F, Kang D Y. Influence of water price rising on water demand in north China[J]. Advances in Water Science, 2000, 11(1): 49-53.

Make Wise Use of Every Drop

Yang Cenyang¹, Chen Wei², Liu Weizhi²

(1. School of Business Nanjing University, Nanjing Jiangsu 210093;

2. School of Management and Engineering Nanjing University, Nanjing Jiangsu 210023)

Abstract: We attributed water scarcity to uneven distribution in space and time and imbalance between supply and demand. We solved the former by transferring water across regions and storing water for future use, and for the latter we considered supply augmentation and demand constraint methods. We first used a grey model to predict gap between demand and supply in 2015. Results are that there will be 15 provinces in short of water. Jiangsu province, the most severe case, will be faced with 58.32 billion of water shortage. Next we developed four models to address water transfer, water storage, desalinization and water conservation. A transportation model was applied to determine an optimal transfer strategy. Results suggested that we transport 12.32 billion of water from the Songliao Region to the Haihe Region, and 5.2 billion of water from the Long River to the Yellow River. We applied a news-vendor model to determine optimal amount of water needed. A case study of Three Gorges Reservoir revealed that 84.1 billion of water should be stored now to satisfy water demand in 2025. A NPV analysis of desalinization projects indicated that 4 desalinization plants should be built in Shanghai, and several more in other provinces in need of water. A Ramsey pricing model was used to determine an optimal pricing strategy. A case study of Shaanxi province revealed that increasing block tariffs achieves a demand reduction of 17.8 per person per year. Finally, we provided a guide for government to make decisions and propose specific measures for four representative regions. Our models are conceptual ones and solutions are based on mathematical optimization. So with more precise data we are able to modify our results without much burdensome repetitions.

Key words: water resources management; grey prediction; transportation model; newsvendor model; NPV analysis; Ramsey pricing

作者简介

杨岑莹, 陈炜, 刘威志, 南京大学本科生, 本文获得 2013 美国大学生数学建模竞赛特等奖。