# Ministério da Educação

Secretaria de educação profissional e Tecnológica

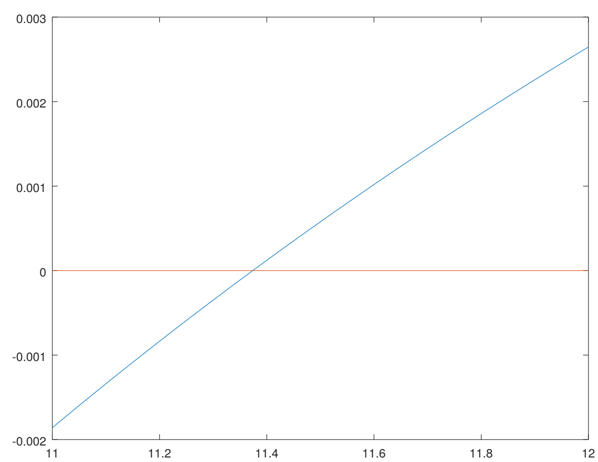
**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLÓGICA DE SANTA CATARINA - CAMPUS CAÇADOR**


CÁLCULO NUMÉRICO– **PROVA**

Vitor Sales Dias da Rosa

Aluno: ________________________________ Turma:________________________

1) Seja $f(x) = \dfrac{x - 3\sqrt{x+3}}{x^2}$, sabemos que há uma raiz no intervalo $(11, 12)$, para facilitar a visualização dessa raiz, será apresentado, a seguir, o gráfico da função $f(x)$,




para encontrar $x^*$ tal que $f(x^*) = 0$ será utilizado o método do ponto fixo, ou seja, encontraremos $x = \varphi(x)$ e $x_0 = 1,0$. Com isso chegamos em $x = \varphi(x) = 3\sqrt{x+3}$. Essa solução é correta? Mostre o porquê. Se for correta diga se o método converge, se não está correta apresente uma nova $\varphi(x)$.

2) Utilizando o método da bissecção, para encontrar a raiz do plonômio $f(x) = x^8 - 2$, iniciando no intervalo $[a, b]$, onde $a = 1$, $b = 1,1$ e $\varepsilon = 0,1$, então $f(a) < 0$ e $f(b) > 0$, podemos calcular

$x_1 = \dfrac{a+b}{2} = 1,05 \quad \rightarrow \quad f(x_1) < 0 \quad \rightarrow$ novo intevalo será $[x_1, b] \quad \rightarrow \quad |f(x_1)| > \varepsilon$

$x_2 = \dfrac{x_1+b}{2} = 1.075 \quad \rightarrow \quad f(x_2) > 0 \quad \rightarrow$ novo intevalo será $[x_1, x_2] \quad \rightarrow \quad |f(x_2)| > \varepsilon$

$x_3 = \dfrac{x_1+x_2}{2} = 1.0625 \quad \rightarrow \quad f(x_3) < 0 \quad \rightarrow$ novo intevalo será $[x_3, x_2] \quad \rightarrow \quad |f(x_3)| > \varepsilon$

$x_4 = \dfrac{x_3+x_2}{2} = 1.06875 \quad \rightarrow \quad f(x_4) < 0 \quad \rightarrow$ novo intevalo será $[x_4, x_2] \quad \rightarrow \quad |f(x_4)| > \varepsilon$

$x_5 = \dfrac{x_4+x_2}{2} = 1.071875 \quad \rightarrow \quad f(x_5) > 0 \quad \rightarrow$ novo intevalo será $[x_4, x_5] \quad \rightarrow \quad |f(x_5)| < \varepsilon$

como $|f(x_5)| < \varepsilon$ então podemos considerar que $x_5$ é a raiz aproximada para função $f(x)$.

Considerando que os dados apresentado no enunciado não podem ser alterados, então as iterações do método da bisseção estão corretas? justifique ou corrija.

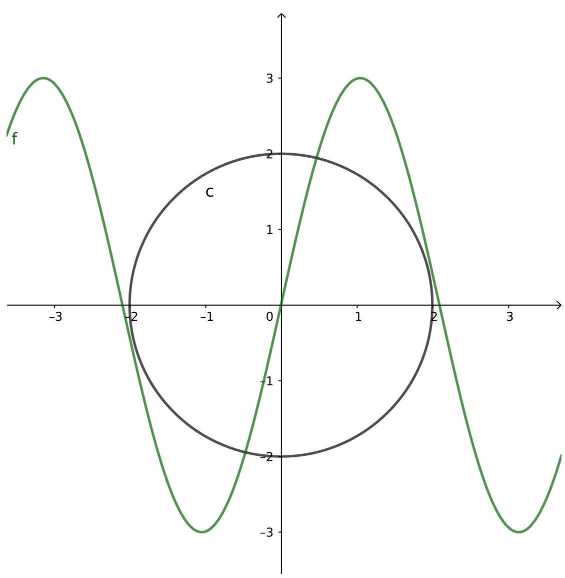
3) Seja $A$ é uma matriz quadrada $3 \times 3$ e ainda $x$ e $b$ são vetores de tamanho 3, ou seja, $x, b \in \mathbb{R}^3$.
Encontrar a solução $x$ do problema $Ax = b$,

$$\begin{bmatrix} 6 & 2 & -1 \\ 2 & 4 & 1 \\ 3 & 2 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 7 \\ 13 \end{bmatrix}$$

**com o método de Gauss descrito no algoritimo ao lado. A solução é** $x = [1\ 1\ 1]^\top$ (Mostre as contas)

```
clear all
close all
clc
A=[6. 2 -1 7;2 4 1 7;3 2 8 13];
[n,m]=size(A);
for j=1:m-2
  for i=j+1:n
    K=A(i,j)/A(j,j);
    A(i,:)=A(i,:)-K*A(j,:);
  end
end
for j=m-1:-1:2
  for i=j-1:-1:1
    K=A(i,j)/A(j,j);
    A(i,:)=A(i,:)-K*A(j,:);
  end
end
for i=1:m-1
  A(i,:)=A(i,:)/A(i,i);
end
X=A(:,4)
```

4) Use o método de newthon para encontrar o ponto de intersecção das curvas $x^2 + y^2 = 4$ e $y = 3sen(\frac{3}{2}x)$, podemos ver a figura abaixo os pontos de intersecção, vamos utilizar o vetor $X$ como condição inicial do método de Newthon, ou seja, $X = (0, 1)^\top$. Apresente as contas ou o código apresentado, saiba explicar as contas ou o código.



5) Considere o problema $Ax = b$. Um aluno do IFSC de Caçador resolveu fazer um código para encontrar $x$ pelo método de Jacobi-Richardson.

$$1)\begin{bmatrix} 1,0 & 0,1 & 0,2 & -0,3 \\ 0,0 & 1,0 & 0,6 & 0,3 \\ -0,3 & -0,2 & 1,0 & 0,0 \\ 0,0 & 0,1 & 0,3 & 1,0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.0 \\ 1,9 \\ 0,5 \\ 1,4 \end{bmatrix} \qquad 2)\begin{bmatrix} 4 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ -4 & -1 & 8 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

```
eps=0.1;
matriz=[1 0.1 0.2 -0.3;0 1 0.6 0.3; -0.3 -0.2 1 0;0 0.1 0.3 1];
b=[1;1.9; 0.5;1.4];
x1=[0;0;0;0];
[n,m]=size(matriz);
LR=matriz;
for i=1:n

   LR(i,i)=0
end
x2=-LR*x1+b
erro = max(abs(x2-x1))/max(abs(x2))
while(erro>eps)
   x1=x2;
   x2=-LR*x1+b
   erro = max(abs(x2-x1))/max(abs(x2))
end
```

| $x_0$ | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $x_5$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 0.00 | 1.00 | 1.13 | 0.964 | 0.9760 | 1.00657 |
| 0.00 | 1.90 | 1.18 | 0.874 | 0.9766 | 1.02457 |
| 0.00 | 0.50 | 1.18 | 1.075 | 0.9640 | 0.98812 |
| 0.00 | 1.40 | 1.06 | 0.928 | 0.9901 | 1.01314 |

```
eps=0.1;
matriz=[4 0 1 -2;0 3 0 0; -4 -1 8 0;0 1 0 2];
b=[3;3;3;3];
x1=[0;0;0;0];
[n,m]=size(matriz);
LR=matriz;
for i=1:n

   LR(i,i)=0
end
x2=-LR*x1+b
erro = max(abs(x2-x1))/max(abs(x2))
while(erro>eps)
   x1=x2;
   x2=-LR*x1+b
   erro = max(abs(x2-x1))/max(abs(x2))
end
```

| $x_0$ | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $x_5$ | $x_6$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.0 | 3.0 | -3.0 | 9.0 | -15.0 | 33 | -63 |
| 0.0 | 3.0 | -3.0 | 9.0 | -15.0 | 33 | -63 |
| 0.0 | 3.0 | -3.0 | 9.0 | -15.0 | 33 | -63 |
| 0.0 | 3.0 | -3.0 | 9.0 | -15.0 | 33 | -63 |

Em baixo dos códigos estão os resultados de cada iteração, podemos notar que o resultado da esquerda está correto, pois a solução dos dois problemas é $x = (1, 1, 1, 1)^\top$. Explique o que está faltando no código para que o método de Jacobi-Richardson esteja implementado corretamente.