

Exercício 1:

$$T(1) = 1$$

$$T(n) = n + t(n-1)$$

$$T(n) = n + (n-1) + T(n-2)$$

$$T(n) = n + (n-1) + (n-2) + \dots + (n-k+1) + (n-k)$$

$$\text{Para: } n-k=1$$

$$T(n) = n + (n-1) + (n-2) + \dots + 1$$

$$\text{Fórmula fechada: } T(n) = \frac{n(n+1)}{2}$$

Exercício 2:

$$T(1) = 1$$

$$T(n) = T(n-1) + 3n - 2$$

$$T(n) = T(n-2) + 3(n-1) - 2 + 3n - 2$$

$$T(n) = 3(n + (n-1) + \dots + 3(n-k)) - 2n$$

$$\text{Para: } n-k=1$$

$$\text{Fórmula fechada: } T(n) = 3\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)$$

Exercício 3:

$$\text{a) } F(1) = 2$$

$$F(n) = n \cdot F(n-1)$$

$$F(n) = n \cdot (n-1) \cdot F(n-2)$$

$$F(n) = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot (n-k)$$

$$\text{Para: } n-k=1$$

$$\text{Fórmula fechada: } F(n) = n!$$

Provando por Indução:

$$\text{Caso base: } F(1) = 2$$

$$\text{Hipótese, para } n=k \text{ é verdade: } F(k) = k!$$

$$\text{Para } n=k+1: F(k+1) = (k+1)!$$

$$F(k+1) = (k+1)k!$$

Logo, se para  $n=k$  é verdade para  $n=k+1$  também é, portanto partindo do caso base todos casos são verdade.

$$\text{b) } S(1) = 1$$

$$S(n) = n \cdot S(n-1) + n!$$

$$S(n) = n(n-1) \cdot S(n-2) + 2n!$$

$$S(n) = n(n-1) \cdot \dots \cdot (n-k) + kn!$$

$$\text{Para: } n-k=1$$

$$S(n) = n! \cdot S(1) + (n-1)n!$$

$$\text{Fórmula fechada: } S(n) = (1 + (n-1))n!$$

Provando por Indução:

Caso base:  $S(1) = 1$

Hipótese, para  $n=k$  é verdade:  $S(k) = (1 + (k - 1))k!$

Para  $n=k+1$ :

$$S(k + 1) = k + 1 \cdot S(k) + k + 1!$$

$$S(k + 1) = k + 1 \cdot (1 + (k - 1))k! + k + 1!$$

$$S(k + 1) = (1 + (k))k + 1!$$

Logo, se para  $n=k$  é verdade para  $n=k+1$  também é, portanto partindo do caso base todos casos são verdade.