

Cálculo complexidade Subset sum Dinâmico :

Imagem do código:

```
public void gerar_matriz_de_valores_possiveis() {
    for(int i=0; i<this.getMatriz().length; i++) {
        for(int j=0; j<this.getMatriz()[0].length; j++) {
            if(i==0) {
                if(j==0 || j== this.getVetfloat()[0]) {
                    this.getMatriz()[i][j]=true;
                }
                else {
                    this.getMatriz()[i][j]=false;
                }
            }
            else {
                if(j<this.getVetfloat()[i]) {
                    this.getMatriz()[i][j]=this.getMatriz()[i-1][j];
                }
                else if(this.getMatriz()[i-1][j]) {
                    this.getMatriz()[i][j]=true;
                }
                else if(this.getMatriz()[i-1][j-(int)this.getVetfloat()[i]]) {
                    this.getMatriz()[i][j]=true;
                }
                else {
                    this.getMatriz()[i][j]=false;
                }
            }
        }
    }
}
```

Contando as instruções:

```
public void gerar_matriz_de_valores_possiveis() {
    for(int i=0; i<this.getMatriz().length; i++) {
        for(int j=0; j<this.getMatriz()[0].length; j++) {
            if(i==0) { -> 1
                if(j==0 || j== this.getVetfloat()[0]) { -> 2
                    this.getMatriz()[i][j]=true; -> 1
                }
                else {
                    this.getMatriz()[i][j]=false; -> 1
                }
            }
            else {
                if(j<this.getVetfloat()[i]) { -> 1
                    this.getMatriz()[i][j]=this.getMatriz()[i-1][j]; -> 1
                }
                else if(this.getMatriz()[i-1][j]) { -> 1
                    this.getMatriz()[i][j]=true; -> 1
                }
                else if(this.getMatriz()[i-1][j-(int)this.getVetfloat()[i]]) { -> 1
                    this.getMatriz()[i][j]=true; -> 1
                }
                else {
                    this.getMatriz()[i][j]=false; -> 1
                }
            }
        }
    }
}
```

Considerando a matriz como y linhas e x colunas

O $F(n) = 2 + y$ (tudo que está dentro do for+2)

$F(n) = 2 + y(((\text{tudo que está dentro do for} + 2) \times 2) + 2)$

$F(n) = 2 + y((12 + 2) \times 2 + 2)$

$F(n) = 14xy + 4y + 2$

Considerando o $n = x = y$ para que se tenha a complexidade do algoritmo, ou seja a matriz vai ser de $n \times n$.

$$F(n) = 14n^2 + 4n + 2$$

Assim tendo complexidade $O(n^2)$.

Cálculo complexidade Subset sum Recursivo :

Imagem do código:

```
public boolean existe_o_somatorio_recursivo(float somatorio,int interaçao,String valores) {
    if(somatorio == 0) {
        add_vet_valores(valores);
        return true;
    }
    else if(interacão == this.getVetfloat().length) {
        return false;
    }
    else {
        boolean ignora = existe_o_somatorio_recursivo(somatorio,interacão+1,valores);
        boolean considera = existe_o_somatorio_recursivo(somatorio-this.getVetfloat()[interacão],interacão+1,valores+this.getVetfloat()[interacão]+" ");
        return ignora || considera;
    }
}
```

Quando a função recursiva chama ela mesma duas vezes tem:

Para quando a função recursiva tiver 2 instruções:

O valor da função $F(n)$ será:

$$F(n) = 2 + F(n-1) + F(n-1)$$

$$F(n) = 2 + 2F(n-1)$$

$$\text{O valor de } F(n-1) = 2 + 2F(n-2)$$

Assim substituindo no valor de $F(n)$

$$F(n) = 2 + 2(2 + 2F(n-2))$$

$$F(n) = 2 + 2^2 + 2^2 F(n-2)$$

Continuando substituindo o valor de $F(n-2)$ e depois de $F(n-3)$ e assim por diante, sempre obterá a função de $F(n)$ como sendo $F(n) = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{x-1} + 2^x + 2^x F(n-x)$

Considerando que o somatório de $2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{x-1} + 2^x = 2^{x+1} - 2$, pois por exemplo, o somatório de $2 + 2^2 = 6$ em que $2^3 - 2 = 6$, o mesmo ocorre com de $2 + 2^2 + 2^3 = 14$ em que $2^4 - 2 = 14$ e assim por diante.

$$\text{Com isso obtendo } F(n) = 2^{x+1} - 2 + 2^x F(n-x)$$

Considerando que $F(0) = 0$, na função $F(n-x)$ será igual a zero quando $x=n$;

$$\text{Assim teria a seguinte expressão } F(n) = 2^{n+1} - 2 + 2^n 0, \text{ ou seja } F(n) = 2^{n+1} - 2$$

Tendo assim complexidade $O(2^n)$

Para quando a função recursiva tiver 1 instrução:

$$F(n) = 1 + 2F(n-1)$$

$$F(n) = 3 + 2^2 F(n-2)$$

$$F(n) = 7 + 2^3 F(n-3)$$

$$\text{Ou seja, } F(n) = 2^x - 1 + 2^x F(n-x)$$

Considerando que $F(0) = 0$, na função $F(n-x)$ será igual a zero quando $x=n$;

$$\text{Assim teria a seguinte expressão } F(n) = 2^n - 1 + 2^n 0, \text{ ou seja } F(n) = 2^n - 1$$

Tendo assim complexidade $O(2^n)$

Para quando a função recursiva tiver 4 instruções:

$$F(n) = 4 + 2F(n-1)$$

$$F(n) = 12 + 2^2F(n-2)$$

$$F(n) = 28 + 2^3F(n-1)$$

$$\text{Ou seja, } F(n) = 2^{x+2} - 4 + 2^x F(n-x)$$

Considerando que $F(0)=0$, na função $F(n-x)$ será igual a zero quando $x=n$;

Assim teria a seguinte expressão $F(n) = 2^{n+2} - 4 + 2^n 0$, ou seja $F(n) = 2^{n+2} - 4$

Tendo assim complexidade $O(2^n)$

Para qualquer a função recursiva tiver a quantidade de instrução sendo múltipla de 2:

Para os casos em que se tem o número de instruções sendo múltiplo de 2, seguindo a mesma logica dos de cima, obterá sempre $F(n) = 2^{n+x} - y$, onde y = ao valor múltiplo de 2 e x igual ao valor do $2^x=y$, assim:

$$1 \text{ instrução} = F(n) = 2^{n+0} - 1 = F(n) = 2^n - 1$$

$$2 \text{ instruções} = F(n) = 2^{n+1} - 2 = F(n) = 2^{n+1} - 2$$

$$4 \text{ instruções} = F(n) = 2^{n+2} - 4 = F(n) = 2^{n+2} - 4$$

$$8 \text{ instruções} = F(n) = 2^{n+3} - 8 = F(n) = 2^{n+3} - 8$$

Para qualquer função recursiva que chame ela mesma 2 vezes obterá $O(2^n)$.

Cálculo complexidade Subset sum backtracking:

Imagem do código:

```
public boolean existe_o_somatorio_arvore(Arvore_nó arvore_nó, int interação,String valores) {
    if(arvore_nó.getValor_somado() == this.getSomatorio()) {
        add_vet_valores(valores);
        return true;
    }
    else if(arvore_nó.getValor_restante()==0) {
        return false;
    }
    else {
        boolean ignora = existe_o_somatorio_arvore(new Arvore_nó(arvore_nó.getValor_restante()-Math.abs(this.getVetfloat()[interação]),arvore_nó.getValor_somado()),interação+1,valores);
        boolean considera = existe_o_somatorio_arvore(new Arvore_nó(arvore_nó.getValor_restante()+Math.abs(this.getVetfloat()[interação]),arvore_nó.getValor_somado()+this.getVetfloat()[interação]),
            interação+1,valores+this.getVetfloat()[interação]+" ");
        return ignora || considera;
    }
}
```

Obs.: No código acima não tem parada quando o valor somado no nó for maior que o valor do somatório, pois dessa forma ele encontrará os somatórios para valores negativos, como por exemplo 5,-3 e somatório 2 ele informara que possui o somatório 5-3=2.

Este código terá a mesma complexidade do código Subset sum recursivo apresentado acima, pois se reparar o código e igual mudando pequenas coisas para que rode com a ideia do Backtracking, como por exemplo, o objeto arvore que no recursivo não existe.

Demonstrar a complexidade do algoritmo através da comparação com o gráfico das complexidades padrão:

Utilizando o Matlab pode-se plotar o gráfico das complexidades padrões

($O(1)$, $O(\log n)$, $O(n)$, $O(n \log n)$, $O(n^2)$, $O(n^3)$, $O(2^n)$) utilizando as operações da imagem a seguir:

```
>> n=0:1:40
hold on; plot(ones(1,40,'uint16'),'r'); plot(log(n),'g'); plot(n,'b'); plot(n.*log(n),'c');plot(n.^2,'m');plot(n.^3,'y');plot(2.^(n),'k')

n =

Columns 1 through 27

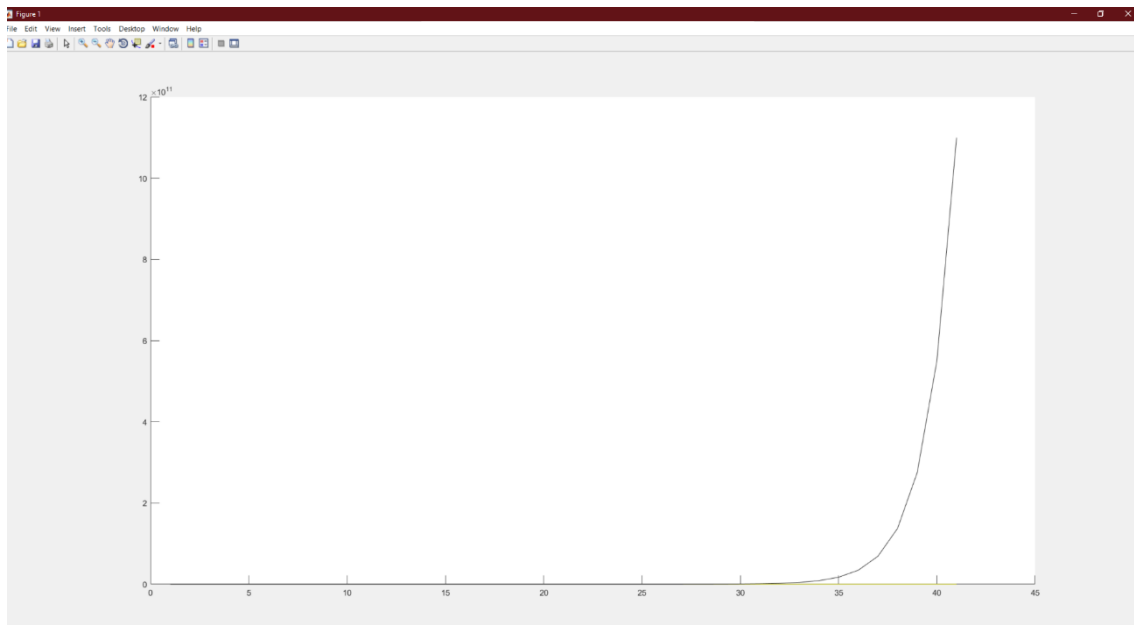
    0    1    2    3    4    5    6    7    8    9   10   11   12   13   14   15   16   17   18   19   20   21   22   23   24   25   26

Columns 28 through 41

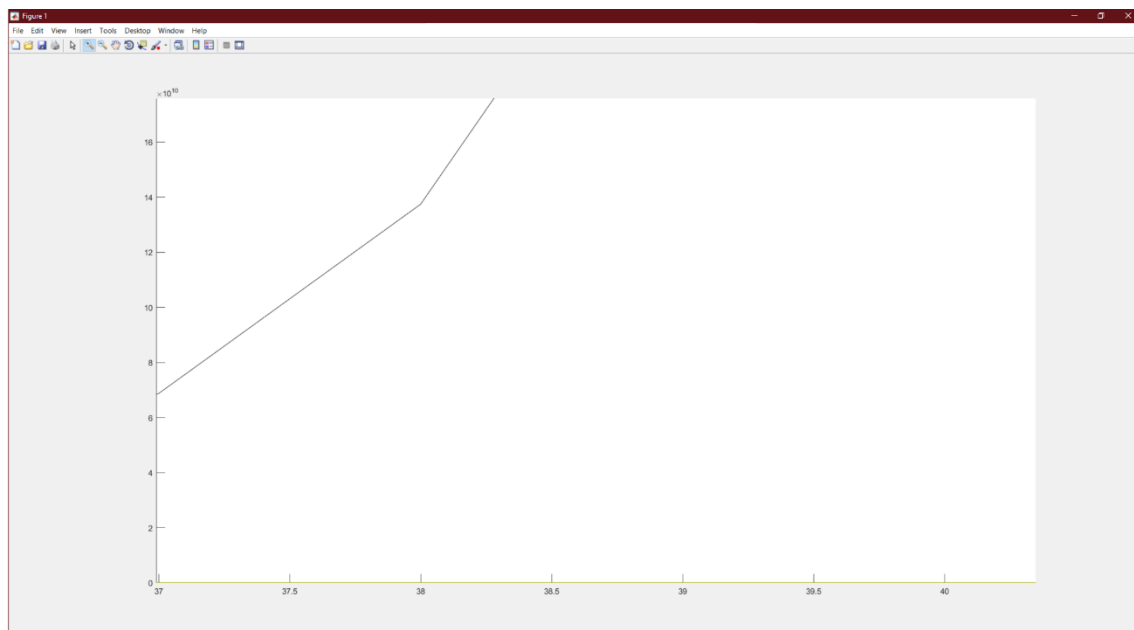
   27   28   29   30   31   32   33   34   35   36   37   38   39   40

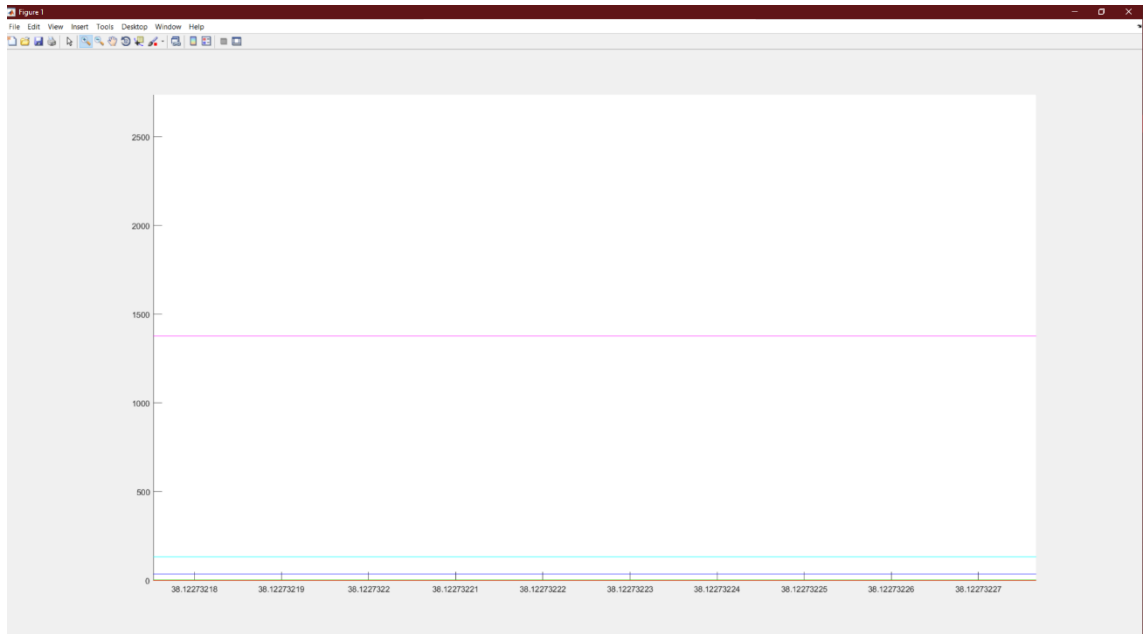
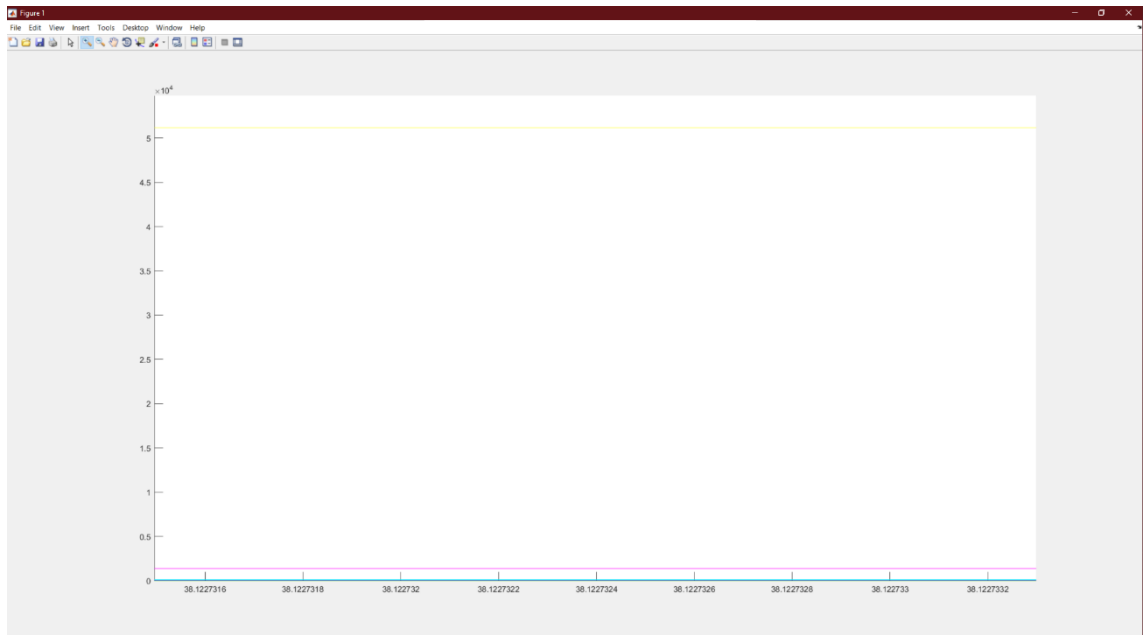
fx >> |
```

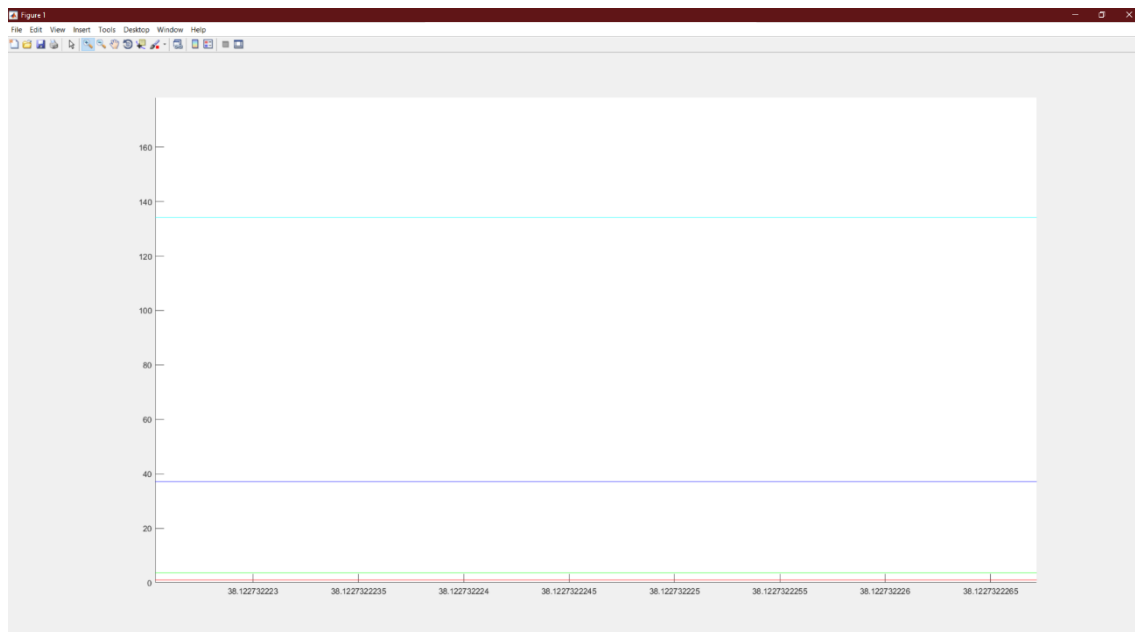
Assim os valores de $O(1)$ estão em vermelho, os de $O(\log n)$ estão em verde, os de $O(n)$ estão em azul, os de $O(n \log n)$ estão em ciano, os de $O(n^2)$ estão em magenta, os de $O(n^3)$ estão em amarelo e os de $O(2^n)$ estão em preto. Além disso os valores de n vão de 0 a 40, com isso obtendo o seguinte gráfico:



Ampliando a imagem:







Com isso dá para ver que o $O(2^n)$ é bem maior que o resto das complexidades e a ordem das complexidades que tem menor custo computacional quando os valores são muito grandes são $(O(1), O(\log n), O(n), O(n \log n), O(n^2), O(n^3), O(2^n))$, assim pode-se ver que os algoritmos Subset sum recursivo e Backtracking mostrados gastam bem mais poder computacional que o dinâmico, quando os valores são maiores, sendo assim quanto maior o valor mais os algoritmos com complexidade $O(2^n)$ se distanciam dos de $O(n^2)$.