

**CENTRO UNIVERSITÁRIO DA FEI**

**RENATO STORTI LOTTO**

**DINÂMICA LATERAL: CONSTRUÇÃO E VALIDAÇÃO DE UM MODELO DE  
SIMULAÇÃO MULTICORPOS DE UM VEÍCULO FSAE USANDO MODELO SEMI-  
EMPÍRICO DE PNEU**

São Bernardo do Campo

2014

RENATO STORTI LOTTO

**DINÂMICA LATERAL: CONSTRUÇÃO E VALIDAÇÃO DE UM MODELO DE  
SIMULAÇÃO MULTICORPOS DE UM VEÍCULO FSAE USANDO MODELO SEMI-  
EMPÍRICO DE PNEU**

Dissertação de mestrado apresentada ao  
Centro Universitário da FEI para obtenção do  
título de Mestre em Engenharia Mecânica,  
orientado pelo Prof. Dr. Roberto Bortolussi.

São Bernardo do Campo  
2014

Lotto, Renato Storti  
Construção e validação de um modelo de simulação multicorpos  
de um veículo FSAE usando modelo semi-empírico de pneu. / Renato  
Storti Lotto. São Bernardo do Campo, 2014.  
134 f. : il.

Dissertação de Mestrado - Centro Universitário da FEI.  
Orientador: Prof. Dr. Roberto Bortolussi

1. Dinâmica veicular- Simulação multicorpos. 2. Pneu - Modelo.
3. Fórmula SAE. I. Bortolussi, Roberto, orient. II. Título.

CDU 629.113



Centro Universitário da **FEI**

# APRESENTAÇÃO DE DISSERTAÇÃO ATA DA BANCA JULGADORA

PGM-10

## Programa de Mestrado de Engenharia Mecânica

**Aluno:** Renato Storti Lotto

**Matrícula:** 212112-7

**Título do Trabalho:** Dinâmica lateral: construção e validação de um modelo de simulação multicorpos de um veículo FSAE usando modelo semi empírico de pneu.

**Área de Concentração:** Sistemas da Mobilidade

**ORIGINAL ASSINADA**

**Orientador:** Prof. Dr. Roberto Bortolussi

**Data da realização da defesa:** 17/11/2014

A Banca Julgadora abaixo-assinada atribuiu ao aluno o seguinte:

APROVADO

REPROVADO

São Bernardo do Campo, 17 de Novembro de 2014.

### MEMBROS DA BANCA JULGADORA

Prof. Dr. Roberto Bortolussi

Ass.: \_\_\_\_\_

Prof. Dr. Carlos Rodrigues dos Santos Neto

Ass.: \_\_\_\_\_

Prof. Dr. Argemiro Luis de Aragão Costa

Ass.: \_\_\_\_\_

### VERSÃO FINAL DA DISSERTAÇÃO

**ENDOSSO DO ORIENTADOR APÓS A INCLUSÃO DAS  
RECOMENDAÇÕES DA BANCA EXAMINADORA**

Aprovação do Coordenador do Programa de Pós-graduação

\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Agenor de Toledo Fleury

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço especialmente minha família, pela minha criação, por ter me apoiado nos meus objetivos e por ter ajudado a conquistá-los.

Ao meu professor orientador e amigo, Roberto Bortolussi, que me acompanhou durante anos no projeto Baja SAE e me proporcionou a oportunidade da realização deste trabalho.

Aos meus amigos do mestrado Marcio Henrique Leme Maia e André Tognolli, pela força e incentivo durante a realização do trabalho e pelas horas de estudos que passamos nos ajudando.

A minha namorada, Miriam Ascenso, que me ajudou na estruturação e correção deste trabalho.

A toda equipe Fórmula FEI, especialmente ao Renato Fontana, Felippe Silvério, Lucas Kira, Rene Brandão, que me disponibilizaram toda a estrutura e tempo possível para a realização do trabalho.

A toda equipe Baja FEI, que sempre me recebeu e me ajudou especialmente ao capitão Bruno Afonso.

A todos os funcionários do Centro de Laboratórios Mecânicos (CLM) do Centro Universitário da FEI.

*Há uma força motriz mais poderosa  
que o vapor, a eletricidade e a  
energia atômica: A vontade.*

*Albert Einstein*

## RESUMO

Através de simulações dinâmicas computacionais é possível economizar tempo e custo reduzindo a realização de testes físicos em pista pois, as principais características do comportamento dinâmico do veículo podem ser previstas antes do mesmo existir fisicamente. O presente trabalho mostra o método de construção e validação de uma ferramenta de simulação multicorpos capaz de ser usada para sugerir melhorias no desempenho dinâmico de um veículo Fórmula SAE. Conhecida a dificuldade de prever matematicamente as relações não lineares de forças e momentos gerados entre o pneu e o piso, a equação matemática conhecida como “fórmula mágica” foi usada para descrever o comportamento do pneu baseado em medições experimentais feitas com equipamento denominado “*Flat-trac*”. Sinais aquisitados do veículo físico em situação de regime permanente e em regime transitante, como velocidade longitudinal e esterçamento de volante foram obtidos a partir de um sistema de aquisição de dados para servir de entrada para simulações multicorpos, reproduzindo manobras realizadas experimentalmente com simulações. Com o *software* controlando a velocidade e o esterçamento do veículo virtual, foi possível comparar os sinais dos demais sensores instalados do sistema de aquisição de dados com respostas de simulações, validando o comportamento do modelo multicorpos tanto no regime permanente quanto no regime transitante. Outros resultados de simulações foram mostrados com o intuito de entender os fenômenos que acontecem no veículo durante uma curva, como o comportamento sub/sobre-esterçante, faixa de trabalho do pneu, tempo de respostas ao esterçamento, entre outros. Após a validação, por meio de simulações, foi possível quantificar o impacto de um suposto acréscimo de rigidez nas molas da suspensão dianteira no comportamento dinâmico do veículo, com o objetivo de verificar se o modelo é sensível o suficiente para diferenciar tal mudança proposta. Constatou-se que o modelo foi capaz de diferenciar a mudança de rigidez, pois, o acréscimo afetou toda a transferência de cargas entre os rodados, limitando a capacidade do veículo de gerar força lateral e velocidade de guinada.

Palavras chave: Dinâmica veicular; Simulação multicorpos; Modelo de pneu; Fórmula mágica; Simulação transitante, Fórmula SAE.

## **ABSTRACT**

Through computational dynamics simulations, it is possible to save time and cost and reduce the necessity of performing physical tests on tracks, because the main features of the dynamic behavior of the vehicle can be predicted before it physically exists. The aim of this thesis is to build and validate a multi-body simulation tool that can be used to suggest improvements of the dynamic performance of a Formula SAE vehicle. The known difficulty to mathematically predict the nonlinear response of forces and moments generated between the tire and the pavement is emphasized. During the thesis, a mathematical equation known as the "magic formula" was used to describe the tire behavior based on experimental measurements made using a equipment called "Flat-trac". Physical vehicle data during steady state and transient state, like longitudinal velocity and steering wheel angle, was obtained and used as input for the multibody simulations. This allowed the virtual reproduction of experimentally performed maneuvers. By controlling the speed and steering of the vehicle with the software during simulations, it was possible to compare other physical data with the results of the simulations, validating the steady state and transient state behavior of the model. Other simulation results were shown in order to understand the complete behavior of the vehicle while turning, such as under/over steering, working range of the tire and steering response time. After validation, it was possible through simulation to quantify the impact on vehicle dynamic behavior from an assumed increase of the front suspension spring stiffness. This was done in order to verify if the model is sensitive enough to differentiate such a proposed change. It was observed that the model was able to differentiate the additional stiffness once the lateral load transfer between the wheels was affected, limiting the ability of the vehicle to generate the lateral force and yaw rate.

Key words: Vehicle dynamics; Multi-body simulation; Tire modeling; Magic formula; Transient simulation, Formula SAE.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Protótipo Fórmula FEI RS7.....	17
Figura 2 – Definição dinâmica veicular.....	20
Figura 3 – Sistemas de coordenadas SAE .....	21
Figura 4 – Sistemas de coordenadas ISO. ....	21
Figura 5 – Rígidez radial do pneu.....	22
Figura 6 – Vista frontal da deflexão lateral do pneu parado.....	23
Figura 7 – Vista inferior da deflexão lateral de um pneu parado. ....	23
Figura 8 – Vista inferior da deflexão lateral/longitudinal do pneu.....	24
Figura 9 – Curva de rígidez lateral do pneu. ....	24
Figura 10 – Força lateral e rastro pneumático. ....	25
Figura 11 – Torque de auto-alinhamento.....	26
Figura 12 – Decomposição de forças no pneu.....	26
Figura 13 – Efeito da variação da força vertical na força lateral.....	27
Figura 14 – Variação da força lateral em diferentes velocidades. ....	28
Figura 15 – Definição de ângulo de inclinação. ....	28
Figura 16 – Variação da força lateral.....	29
Figura 17 – Área de contato de um pneu parado com e sem inclinação.....	30
Figura 18 – Variação de força lateral em relação à força vertical. ....	31
Figura 19 – Área de contato de um pneu com ângulo de deriva e inclinação. ....	31
Figura 20 – Força lateral em função dos ângulos $\alpha$ e $\gamma$ . ....	32
Figura 21 – Variação da tensão normal. ....	33
Figura 22 – Força longitudinal para diferentes relações de escorregamento.....	34
Figura 23 – Dispositivo de medição acoplado ao veículo. ....	36
Figura 24 – Dispositivos de bancada desenvolvidos pela MTS. ....	37
Figura 25 – Dispositivo de medição localizado na <i>Calspan TIRF</i> . ....	37
Figura 26 – Quatro tipos de abordagens para desenvolver um modelo de pneu. ....	39
Figura 27 – Modelo da fórmula mágica. ....	42
Figura 28 – Entradas e saídas do modelo de pneu.....	43
Figura 29 – Modelos de pneu. ....	44
Figura 30 – Centro Instantâneo de Rolagem. ....	45
Figura 31 – Eixo Instantâneo de Rolagem.....	46
Figura 32 – Centro de Rolagem.....	46

Figura 33 – Força e momento na massa suspensa.....	47
Figura 34 – Migração dos Centros Instantâneos.....	48
Figura 35 – Força resultante transmitida para massa suspensa.....	48
Figura 36 – Indicação do eixo de rolagem.....	49
Figura 37 – Geometria de direção.....	50
Figura 38 – Ângulos de Cáster e Pino Mestre.....	51
Figura 39 – Convergência/Divergência.....	52
Figura 40 – Ângulo de deriva do chassi.....	53
Figura 41 – tipos de amortecedores.....	55
Figura 42 – Curva característica do amortecedor.....	55
Figura 43 – Metodologia do trabalho.....	57
Figura 44 – Medição do pneu Hoosier LCO.....	59
Figura 45 – Medição de força lateral por ângulo de deriva.....	62
Figura 46 – Presença da relação de escorregamento na medição "Força lateral pura".	63
Figura 47 – Medição do torque de auto-alinhamento em função do ângulo de deriva.	63
Figura 48 – Medição de força lateral em função da força vertical.....	64
Figura 49 – Força lateral por ângulo de deriva e ângulo de inclinação.....	65
Figura 50 – Torque de auto-alinhamento em função do ângulo de deriva.....	65
Figura 51 – Rastro pneumático em função do torque de auto-alinhamento.....	66
Figura 52 – Força lateral em função da força normal.....	67
Figura 53 – Medição de força longitudinal em função da relação de escorregamento.	68
Figura 54 – Medição da força longitudinal em função da força normal.....	68
Figura 55 – Força longitudinal em função da relação de escorregamento.....	69
Figura 56 – Força longitudinal em função da força normal.....	69
Figura 57 – Medição da "Elipse de atrito" do pneu.....	70
Figura 58 – Elipse de atrito do pneu.....	70
Figura 59 – Definição de comprimento de relaxação.....	71
Figura 60 – Comportamento transiente do pneu.....	72
Figura 61 – Aceleração lateral em função da temperatura do pneu no veículo.....	73
Figura 62 – Força lateral em função da temperatura do pneu no <i>Flat-Trac</i> .....	73
Figura 63 – Relação de escorregamento em função da força longitudinal.....	74
Figura 64 – Reprodução virtual da medição no <i>Flat-trac</i> .....	75
Figura 65 – Comparação entre pneus montados com tala 6" e 7".....	75
Figura 66 – Sistemas de coordenadas do veículo.....	76

Figura 67 – Conjunto pneu e roda.	77
Figura 68 – Suspensão dianteira.	77
Figura 69 – Ganho de inclinação dianteira em função do curso de roda.	78
Figura 70 – Ângulo de esterçamento dianteiro em função do curso de roda.	79
Figura 71 – Sistema de direção.	80
Figura 72 – Ângulo de inclinação em função do esterçamento.	80
Figura 73 – Ângulos de esterçamento das rodas.	81
Figura 74 – Suspensão traseira.	81
Figura 75 – Ganho de inclinação traseira em função do curso de roda.	82
Figura 76 – Ângulo de esterçamento dianteiro em função do curso de roda.	82
Figura 77 – Rígidez da mola traseira.	83
Figura 78 – Amortecedor Penske PS-78PB.	84
Figura 79 – Curva característica do amortecedor.	84
Figura 80 – Força estática do amortecedor.	85
Figura 81 – Medição do CG do veículo com piloto.	86
Figura 82 – Curvas de potência e torque do motor.	87
Figura 83 – Módulo Motec EDL 3.	88
Figura 84 – Instalação do sensor de velocidade.	89
Figura 85 – Instalação dos potenciômetros lineares.	90
Figura 86 – Instalação do potenciômetro no sistema de direção.	90
Figura 87 – Instalação e calibração de extensômetros.	91
Figura 88 – Instalação de acelerômetros.	91
Figura 89 – Coordenadas GPS.	92
Figura 90 – Sensores de temperatura de pneu.	93
Figura 91 – Sensor de temperatura de disco de freio.	93
Figura 92 – Sensor de pressão de fluído de freio.	94
Figura 93 – Sinais do veículo com velocidade nula.	95
Figura 94 – Simulação do veículo na posição estática.	95
Figura 95 – Configuração da manobra "Skid pad".	96
Figura 96 – Sinal de ângulo de esterçamento do veículo.	97
Figura 97 – Sinais de velocidades aquisitados durante o experimento.	98
Figura 98 – Diferenças de aceleração lateral.	99
Figura 99 – Skid pad: Sinal de velocidade longitudinal do veículo.	99
Figura 100 – Posição do pedal de acelerador durante a simulação.	100

Figura 101 – Simulação de raio constante.....	100
Figura 102 – <i>Skid pad</i> : Comparação dos valores de aceleração lateral.....	101
Figura 103 – <i>Skid pad</i> : Comparação dos valores de velocidade de guinada.....	101
Figura 104 – <i>Skid Pad</i> : Comparação de valores de torque no volante.....	102
Figura 105 – <i>Skid pad</i> : Trajetória do veículo durante a simulação.....	103
Figura 106 – <i>Skid pad</i> : Deslocamentos de amortecedores dianteiros.....	103
Figura 107 – <i>Skid Pad</i> : Transferência de cargas normais.....	104
Figura 108 – <i>Skid pad</i> : Força lateral gerada em cada pneu.....	104
Figura 109 – <i>Skid Pad</i> : ângulo de deriva do chassi.....	105
Figura 110 – Manobra de esterçamento aleatório.....	106
Figura 111 – Ângulo de esterçamento aleatório da simulação.....	106
Figura 112 – Velocidade longitudinal da simulação.....	107
Figura 113 – Comparação de aceleração lateral.....	108
Figura 114 – Comparação de velocidade de guinada.....	108
Figura 115 – Comparação de torques no volante.....	109
Figura 116 – Deslocamento de amortecedores dianteiros.....	109
Figura 117 – Deslocamento dos amortecedores traseiros.....	110
Figura 118 – Esterçamento aleatório: Força normal em cada pneu.....	111
Figura 119 – Esterçamento aleatório: força lateral de cada pneu.....	111
Figura 120 – Esterçamento aleatório: ângulos de deriva.....	112
Figura 121 – Esterçamento aleatório: faixa de trabalho do pneu dianteiro direito.....	113
Figura 122 – Esterçamento aleatório: Taxa de rolagem.....	114
Figura 123 – Rígidez equivalente na suspensão dianteira.....	115
Figura 124 – Rígidez torcional da suspensão dianteira.....	116
Figura 125 – <i>Skid pad</i> : Velocidades longitudinais.....	116
Figura 126 – Skid Pad: Comparação de aceleração lateral.....	117
Figura 127 – Skid Pad: Medição do veículo no seu limite de aderência.....	117
Figura 128 – Skid Pad: ângulo de deriva do chassi em função da aceleração lateral.....	118
Figura 129 – <i>Skid pad</i> : Ângulos de esterçamento de volante.....	118
Figura 130 – Skid Pad: Forças normais nos eixos do veículo com diferentes molas.....	119
Figura 131 – Impulso de esterçamento: Deslocamento angular de volante.....	120
Figura 132 – Impulso de esterçamento: Comparação de ângulos de rolagem.....	120
Figura 133 – Impulso de esterçamento: Comparação de aceleração lateral.....	121
Figura 134 – Impulso de esterçamento: Comparação de velocidade de guinada.....	122

Figura 135 – Velocidade de guinada em função da aceleração lateral.....	122
Figura 136 – Impulso de esterçamento: Ângulos de deriva do chassi.....	123
Figura 137 – Impulso de esterçamento: Forças laterais em cada pneu.....	124
Figura 138 – Impulso de esterçamento: ângulo de deriva do pneu traseiro direito....	124
Figura 139 – Impulso de esterçamento: Forças normais em cada pneu. ....	125
Figura 140 – Pneu traseiro direito: Força lateral x ângulo de deriva (transiente). ....	125
Figura 141 – Pneu traseiro direito: Torque de auto-alinhamento (transiente).....	126
Figura 142 – Pneu traseiro direito: Força lateral e torque de auto-alinhamento. ....	127
Figura 143 – Pneu traseiro direito: Força lateral x ângulo de deriva.....	128

## **LISTA DE TABELAS**

Tabela 1 – Nomenclatura dos coeficientes de Pacejka .....	42
Tabela 2 – Parâmetros do sistema de freio .....	87
Tabela 3 – Relações de transmissão. ....	88

## LISTA DE SÍMBOLOS

$a_x$ – Aceleração longitudinal	[g]
$a_y$ – Aceleração lateral	[g]
$B$ – Fator de rigidez da fórmula mágica	[-]
$C$ – Fator de formato da fórmula mágica	[-]
$C_\alpha$ – Rigidez lateral no pneu	[N/ $^{\circ}$ ]
$C_\gamma$ - Rigidez de inclinação no pneu	[N/ $^{\circ}$ ]
$D$ – Fator de pico da fórmula mágica	[-]
$E$ – Fator de curvatura da fórmula mágica	[-]
$F_R$ – Força de resistência ao rolamento	[N]
$F_y$ – Força lateral	[N]
$F_{yc}$ – Força lateral no pneu devido ao ângulo de inclinação	[N]
$F_{yD}$ – Força lateral no pneu devido ao ângulo de deriva	[N]
$F_z$ – Força vertical no pneu	[N]
$h_1$ – Distância vertical do CG até o centro de rolagem	[mm]
$h_{CG}$ – altura do CG em relação ao solo	[mm]
$K_z$ – Rigidez vertical do pneu	[N/mm]
$K$ – Gradiente de esterçamento	[ $^{\circ}$ /g]
$K_e$ – Rigidez equivalente da suspensão medida na roda	[N/mm]
$K_m$ – Rigidez da mola	[N/mm]
$K_{\phi f}$ – Rigidez de rolagem dianteira	[N.mm/ $^{\circ}$ ]
$K_{\phi r}$ – Rigidez de rolagem dianteira	[N.mm/ $^{\circ}$ ]
$L$ – Distância entre eixos	[mm]
$M_x$ – Momento d inclinação do pneu	[N.mm]
$M_z$ – Torque de auto-alinhamento	[N.mm]
$M_\phi$ – Momento de rolagem	[N.mm]
$M_{\phi F}$ – Momento de rolagem traseiro	[N.mm]
$M_{\phi R}$ – Momento de rolagem traseiro	[N.mm]
$n$ – Número de pontos de medição	[-]
$R$ – Raio da curva	[m]
$r_c$ – Raio carregado do pneu	[mm]
$r_d$ – Raio descarregado do pneu	[mm]

$r_e$ – Raio efetivo do pneu	[mm]
$R_k$ – Relação de instalação da mola	[ $-$ ]
$s$ – Relação de escorregamento do pneu	[ $-$ ]
$S_H$ – Coeficiente de defasagem horizontal da fórmula mágica	[ $-$ ]
$S_V$ – Coeficiente de defasagem vertical da fórmula mágica	[ $-$ ]
$t$ – Bitóla	[mm]
$t_f$ – Bitóla dianteira	[mm]
$t_r$ – Bitóla traseira	[mm]
$t_c$ – Braço pneumático devido ao ângulo de inclinação	[mm]
$t_p$ – Rastro pneumático	[mm]
$V$ – Velocidade longitudinal do veículo	[km/h]
$v$ – Vetor velocidade do pneu	[m/s]
$W$ – Peso do veículo	[N]
$W_s$ – Peso da massa suspensa	[N]
$\alpha$ – Ângulo de deriva do pneu	[ $^{\circ}$ ]
$\beta$ – Ângulo de deriva do chassis	[ $^{\circ}$ ]
$\gamma$ – Ângulo de inclinação do pneu	[ $^{\circ}$ ]
$\delta$ – Ângulo de esterçamento	[ $^{\circ}$ ]
$\Delta F_z$ – Variação de carga normal entre os eixos	[N]
$\Delta F_{zf}$ – Variação de carga normal no eixo dianteiro	[N]
$\Delta F_{zr}$ – Variação de carga normal no eixo traseiro	[N]
$\Delta_k$ – Deslocamento linear da mola	[mm]
$\Delta_{roda}$ – Deslocamento vertical da roda	[mm]
$\Delta_x$ – Deslocamento da força normal no pneu no eixo X	[mm]
$\Delta_y$ – Deflexão do pneu no eixo Y	[mm]
$\Delta_z$ – Deflexão do pneu no eixo Z	[mm]
$\mu_R$ – Coeficiente de resistência ao rolamento	[ $-$ ]
$\sigma$ – Desvio padrão	[ $-$ ]
$\sigma_y$ – Comprimento de relaxação lateral do pneu	[m]
$\sigma_x$ – Comprimento de relaxação longitudinal do pneu	[m]
$\phi$ – Ângulo de rolagem do veículo	[ $^{\circ}$ ]
$\omega$ – Velocidade angular do pneu trativo	[rad/s]
$\omega_0$ – Velocidade angular do pneu não trativo	[rad/s]

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO.....</b>	<b>17</b>
<b>1.1 Objetivos .....</b>	<b>17</b>
<b>1.2 Motivação .....</b>	<b>18</b>
<b>1.3 Estrutura do trabalho.....</b>	<b>18</b>
<b>2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA .....</b>	<b>20</b>
<b>2.1 Definição de dinâmica veicular .....</b>	<b>20</b>
<b>2.2 Dinâmica do pneu .....</b>	<b>20</b>
2.2.1 Sistemas de coordenadas SAE e ISO .....	20
2.2.2 Força vertical.....	22
2.2.3 Força lateral.....	22
2.2.4 Forças Longitudinais.....	32
2.2.5 Métodos de medição de esforços no pneu.....	35
2.2.6 Modelos de pneu .....	38
<b>2.3 Atitude de rolagem.....</b>	<b>45</b>
2.3.1 Centro de rolagem cinemático.....	45
2.3.2 Centro de rolagem baseado em forças.....	47
2.3.3 Momento de rolagem .....	48
<b>2.4 Cinemática da direção .....</b>	<b>50</b>
<b>2.5 Cinemática da suspensão.....</b>	<b>51</b>
<b>2.6 Comportamento sub e sobre-esterçante.....</b>	<b>52</b>
<b>2.7 Elementos de Força .....</b>	<b>53</b>
2.7.1 Molas .....	54
2.7.2 Amortecedores .....	54
<b>3 METODOLOGIA .....</b>	<b>57</b>
<b>3.1 Modelagem do pneu .....</b>	<b>58</b>
3.1.1 Medição de forças e momentos atuantes no pneu .....	58
3.1.2 Modelagem usando a “fórmula mágica” .....	61

<b>3.2 Modelagem Multicorpos.....</b>	<b>76</b>
3.2.1 Pneus e rodas .....	76
3.2.2 Suspensão Dianteira .....	77
3.2.3 Direção .....	79
3.2.4 Suspensão Traseira.....	81
3.2.5 Elementos de força .....	82
3.2.6 Chassi .....	85
3.2.7 Freios.....	86
3.2.8 Trem de Força .....	87
<b>3.3 Instrumentação do veículo .....</b>	<b>88</b>
3.3.1 Sensor de velocidade.....	89
3.3.2 Potenciômetros Lineares .....	89
3.3.3 Extensômetros .....	90
3.3.4 Acelerômetros .....	91
3.3.5 Giroscópio .....	92
3.3.6 GPS.....	92
3.3.7 Sensores de temperatura de Pneu .....	92
3.3.8 Sensores de temperatura de freio .....	93
3.3.9 Sensores de pressão de freio.....	94
<b>3.4 Validação do Modelo Multicorpos .....</b>	<b>94</b>
3.4.1 Ajuste da altura estática e atrito do pneu.....	94
3.4.2 Manobra em regime permanente .....	96
3.4.3 Manobra em regime transitente .....	105
<b>3.5 Sensibilidade do modelo .....</b>	<b>114</b>
3.5.1 Simulações da suspensão dianteira .....	115
3.5.2 Simulações do veículo em regime permanente .....	116
3.5.3 Simulações do veículo em regime transitente .....	119
<b>4 CONCLUSÃO.....</b>	<b>129</b>
<b>5 RECOMENDAÇÕES DE TRABALHOS FUTUROS .....</b>	<b>132</b>
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>133</b>

## 1 INTRODUÇÃO

A competição Fórmula SAE (FSAE) é uma competição universitária que foi criada em 1978 pela SAE Internacional (*Society of Automotive Engineers*), e consiste em um projeto para os estudantes de engenharia de graduação e pós-graduação. A proposta é de projetar um veículo de competição monoposto do tipo fórmula com restrições de motorização, limitações de ruído entre outros. A competição entre universidades foi criada com o objetivo de capacitar e preparar o profissional para o mercado de trabalho. A figura 1 mostra o protótipo RS7, fabricado pela equipe Fórmula FEI do Centro Universitário da FEI.



Figura 1 – Protótipo Fórmula FEI RS7.

Fonte: Autor.

A concorrência entre equipes, as restrições impostas pelo regulamento e o tempo limitado de testes fazem com que as decisões dos parâmetros de projeto sejam baseadas não só em cálculos simplificados de desempenho do veículo, mas também em recursos computacionais avançados. Estes fatores, somados a tendência do uso da ferramenta de simulação computacional por diversas montadoras, fazem com que esta ferramenta seja essencial para o projeto e evolução de um veículo. Através de simulações dinâmicas do comportamento do veículo, é possível economizar tempo e custo, reduzindo o número de testes realizados em pistas pois, as principais características do comportamento dinâmico do veículo podem ser previstas antes do mesmo existir fisicamente.

### 1.1 Objetivos

O presente trabalho tem como objetivo desenvolver e validar um modelo de simulação multicorpos capaz de reproduzir o comportamento dinâmico real do veículo Fórmula SAE RS7 com confiabilidade, de forma que regulagens do presente veículo e até parâmetros de futuros projetos possam ser definidos usando o modelo desenvolvido.

A principal dificuldade de se obter resultados confiáveis em simulações dinâmicas veiculares é a de reproduzir virtualmente o comportamento dinâmico do pneu. Portanto, o trabalho busca desenvolver e aplicar um método de modelagem de pneu semi-empírico nas simulações multicorpos para garantir maior precisão e confiabilidade nos resultados, sendo esse um dos objetivos específicos do estudo.

Dado que um modelo multicorpos validado é uma ferramenta potente, mapear fenômenos que acontecem no veículo durante determinadas manobras foi um dos objetivos específicos do trabalho. Diversos fenômenos que são difíceis de se obter experimentalmente, devem ser obtidos facilmente nos resultados de simulações.

Uma vez que o modelo virtual do veículo Fórmula SAE RS7 deve ser usado para a escolha de diferentes parâmetros e possíveis modificações no veículo físico, buscou-se neste trabalho provar que o modelo desenvolvido é sensível o suficiente a essas modificações. Baseado em ajustes na suspensão como mudança de rigidez de molas, os resultados do comportamento dinâmico do veículo, devem ser comparados exemplificando sua sensibilidade.

## **1.2 Motivação**

A simulação computacional aplicada a sistemas multicorpos é uma ferramenta relativamente acessível atualmente à academia, porém dados precisos do comportamento de um pneu ficam restritos às fabricantes de veículos e pneus, os quais guardam isso como segredo industrial. Essa dificuldade existe devido à complexidade e ao custo dos equipamentos capazes de medir as propriedades do pneu, além de existirem poucos equipamentos capazes de realizar esse tipo de medição. Um fator motivacional para este trabalho é a equipe Fórmula FEI possuir os dados experimentais da medição do pneu, pois com esses dados foi possível a criação de um modelo matemático capaz de prever o comportamento do pneu de forma confiável.

Outro fator motivador foi o fato de a equipe já possuir um sistema de aquisição de dados. Com esse sistema foi possível confrontar resultados do modelo de simulação com resultados experimentais do veículo, fechando o ciclo de simulação-validação, além de obter informações adicionais de fenômenos físicos que acontecem no veículo, como ângulo de rolagem do chassi, valores de forças e momentos gerados pelo pneu e entre outros.

## **1.3 Estrutura do trabalho**

A estrutura do trabalho é dividida da seguinte maneira: no segundo capítulo, é apresentado a fundamentação teórica, onde são mostrados conceitos do comportamento de um pneu e também conceitos de dinâmica veicular necessários para a compreensão de um processo de modelagem multicorpos e interpretação de resultados de testes e simulações.

O capítulo seguinte apresenta a metodologia do trabalho e descreve detalhadamente o processo de medição das propriedades de um pneu e a construção de seu modelo matemático. Também, no mesmo capítulo, é detalhado o processo de modelamento de todos os sistemas do veículo, o método de instrumentação usado no veículo físico, até o método de ajuste do modelo multicorpos baseados em resultados experimentais. Ainda na metodologia é apresentado todo o procedimento de validação do comportamento do veículo em regime permanente e em regime transiente. Depois de validado o modelo virtual, a sensibilidade do mesmo foi avaliada através de comparações de diferentes configurações do veículo.

O último capítulo, apresenta a conclusão sobre todo o processo de modelagem do pneu, modelagem multicorpos e sua validação. O capítulo também aborda discussões sobre os resultados de simulação, incluindo as comparações das diferentes configurações na suspensão dianteira.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O capítulo de fundamentação teórica tem como objetivo reforçar os conceitos ligados a dinâmica veicular que são utilizados no decorrer do presente trabalho.

### 2.1 Definição de dinâmica veicular

O campo de estudo, conhecido como dinâmica veicular, aborda dois aspectos do comportamento de um veículo. O primeiro é o isolamento e o segundo é o controle. A figura 2 é uma ilustração subjetiva do autor que apresenta ambos fatores dentro da dinâmica veicular (BLUNDELL e HARTY, 2004).

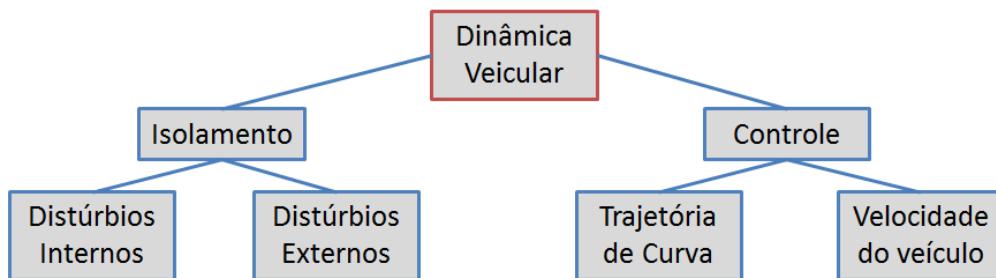


Figura 2 – Definição dinâmica veicular.

Fonte: Autor.

O isolamento tem como objetivo separar o condutor dos distúrbios resultantes da operação do veículo. Este é dividido em dois tópicos: distúrbios gerados pelo próprio veículo (vibrações do motor, por exemplo) e distúrbios impostos por um meio externo como ondulações no piso ou interações aerodinâmicas com o ambiente.

O controle por sua vez, é responsável pelo comportamento do veículo em respostas às ações do condutor. O condutor varia continuamente a trajetória de curva e a velocidade, sujeitos aos limites da capacidade do veículo.

Uma vez que todos os esforços que isolam ou controlam um veículo são gerados por “pequenas” regiões de contato do pneu com o solo, é de extrema importância o entendimento dessas forças para a dinâmica veicular (GILLESPIE, 1992).

### 2.2 Dinâmica do pneu

Para simplificar a descrição das forças e momentos gerados entre o pneu e o solo, existem diferentes sistemas de coordenadas.

#### 2.2.1 Sistemas de coordenadas SAE e ISO

A descrição das forças e momentos atuantes em um pneu é feita através de um sistema de coordenadas, o qual é apresentado de forma simplificada pela figura 3, definido pela SAE em 1976. O eixo X é a intersecção do plano da roda com o plano do solo sendo positivo na

direção em que a roda move-se para frente. O eixo  $Z$  é perpendicular ao plano do solo com direção positiva para baixo. O eixo  $Y$  pertence ao plano do solo e sua direção é dada pela regra da mão direita.

Os ângulos  $\alpha$  e  $\gamma$  representam o ângulo de deriva e o ângulo de inclinação da roda, respectivamente.

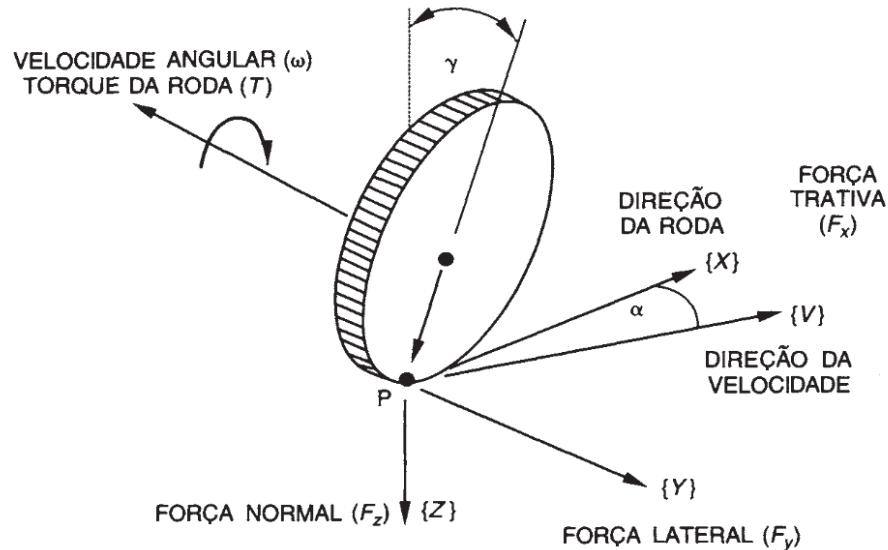


Figura 3 – Sistemas de coordenadas SAE.  
Fonte: Autor “adaptado de” (BLUNDELL e HARTY, 2004).

Outro sistema bastante comum em livros e publicações é o sistema ISO. Como apresentado na figura 4, se diferencia do sistema SAE pois, a força no eixo  $Z$  é considerada positiva para cima, consequentemente para seguir a regra da mão direita, o eixo  $Y$  também é invertido.

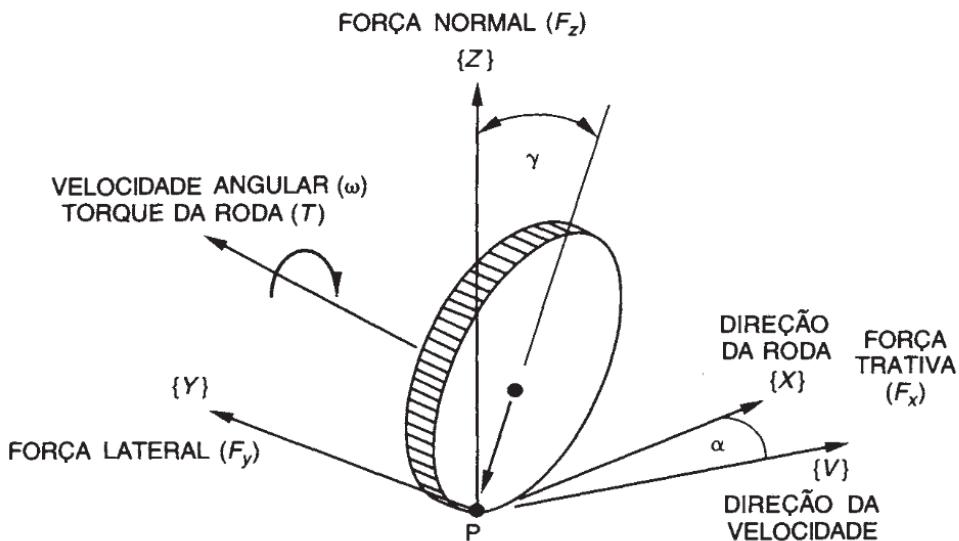


Figura 4 – Sistemas de coordenadas ISO.  
Fonte: Autor “adaptado de” (BLUNDELL e HARTY, 2004).

### 2.2.2 Força vertical

Como aproximação, a força vertical no pneu pode ser calculada como uma função linear da deflexão  $\Delta_z$  medida no centro da área de contato.

$$F_z = K_z \Delta_z \quad (2.1)$$

O coeficiente  $K_z$  é a rigidez na direção Z. A rigidez radial do pneu é considerada linear neste trabalho.

Normalmente há uma variação da rigidez radial do pneu devido ao efeito da pressão de inflação do pneu a medida que o pneu aquece, como apresentado na figura 5, mas o pequeno aumento na rigidez muitas vezes é desconsiderado.

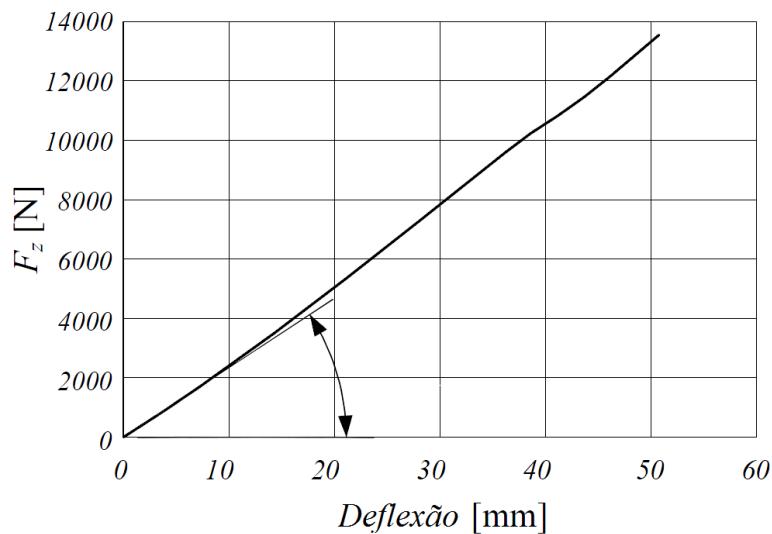


Figura 5 – Rigidez radial do pneu.  
Fonte: Autor “adaptado de” (JAZAR, 2009).

### 2.2.3 Força lateral

Para manter o veículo em uma trajetória de curva, é necessário que os quatro pneus deste sejam capazes de gerar força lateral de modo a mantê-lo na trajetória desejada pelo condutor. Os pneus desenvolvem estas forças devido ao ângulo de deriva ou ângulo de inclinação.

### 2.2.3.1 Força lateral devido ao ângulo de deriva

Quando a roda está sem velocidade angular, sobre constante força normal  $F_z$ , e uma força lateral  $F_y$  é aplicada, a deflexão lateral do pneu  $\Delta_y$  de acordo com a figura 6.

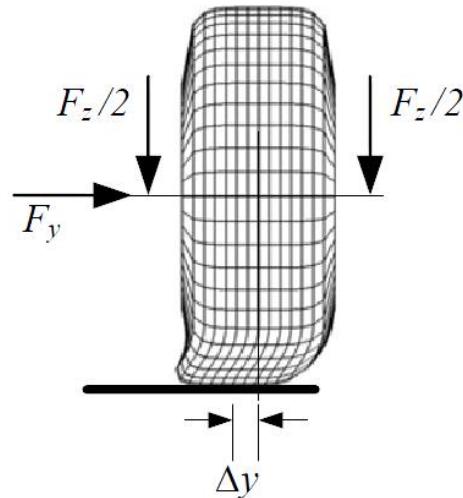


Figura 6 – Vista frontal da deflexão lateral do pneu parado.

Fonte: Autor “adaptado de” (JAZAR, 2009).

Uma vista inferior da área de contato do pneu é ilustrada na figura 7. Nota-se uma simetria entre a parte dianteira e a parte traseira da área de contato.

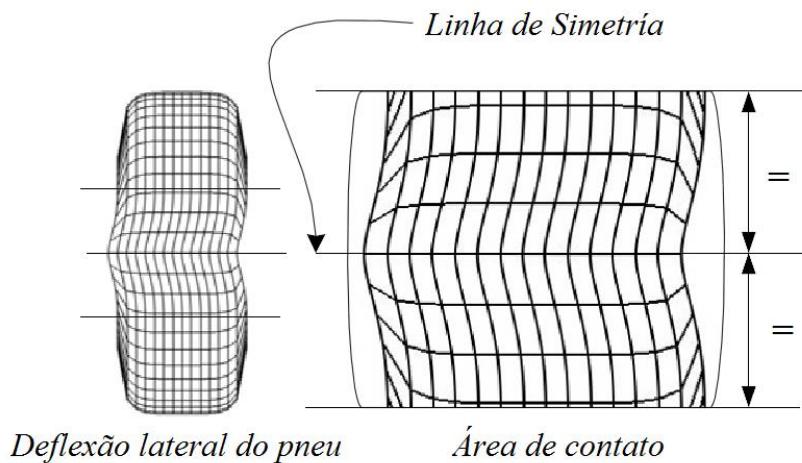


Figura 7 – Vista inferior da deflexão lateral de um pneu parado.

Fonte: Autor “adaptado de” (JAZAR, 2009).

Na presença de velocidade angular e força vertical, a área de contato se deforma longitudinalmente. Na figura 8, uma vista inferior do pneu mostra o efeito da deformação longitudinal e lateral quando combinados.

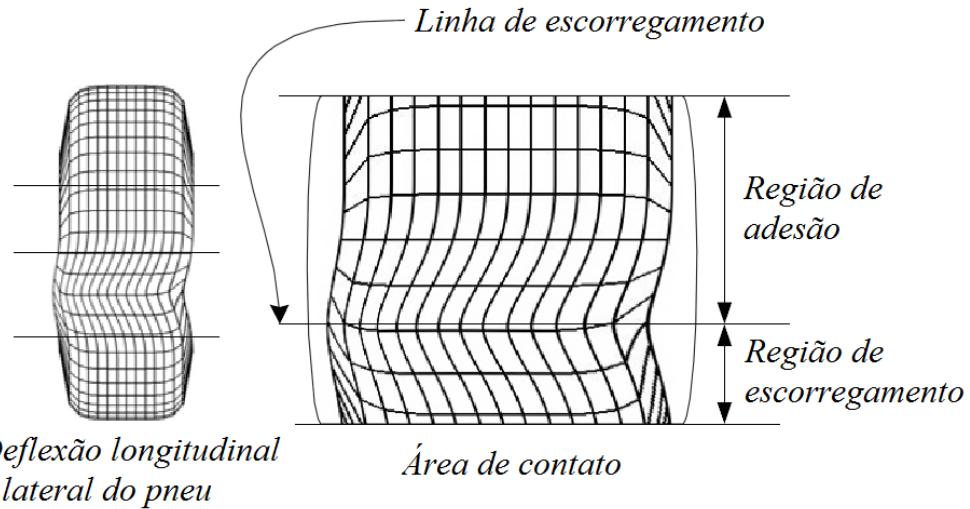


Figura 8 – Vista inferior da deflexão lateral/longitudinal do pneu.

Fonte: Autor “adaptado de” (JAZAR, 2009).

Devido a deformação combinada, o comprimento da área de contato se divide em duas regiões, a região de adesão e a região de escorregamento. A região de adesão, responsável por gerar a força lateral, aponta para uma direção diferente da direção onde a roda está apontada.

O ângulo entre a direção da roda e a direção que a região de adesão está apontada é chamado de ângulo de deriva  $\alpha$ . Define-se ângulo de deriva como sendo a diferença angular entre o vetor velocidade da roda e o plano da roda, medido no plano do solo (REIMPELL, STOLL e BETZLER, 2001).

A força lateral  $F_{yD}$  é proporcional ao ângulo de deriva  $\alpha$  através da equação 2.2.

$$F_{yD} = C_\alpha \alpha \quad (2.2)$$

A rigidez lateral do pneu  $C_\alpha$  é constante apenas na faixa linear (antes da linha elástica), como mostra a figura 9. Após a linha elástica, o comportamento do pneu não é linear.

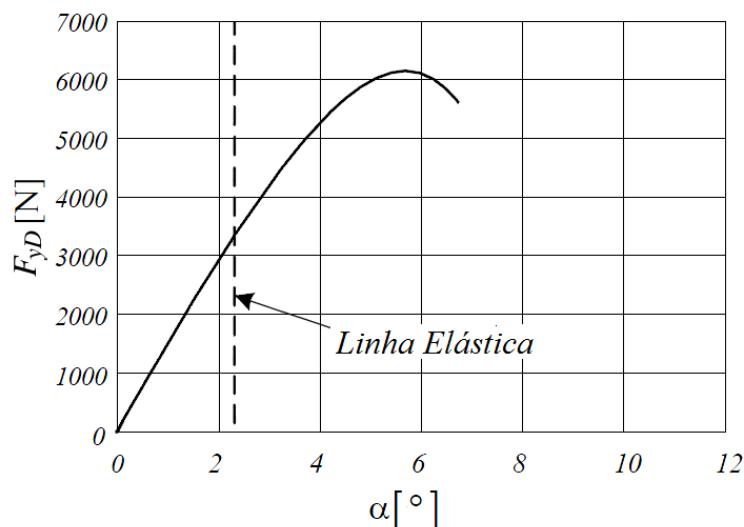


Figura 9 – Curva de rigidez lateral do pneu.

Fonte: Autor “adaptado de” (JAZAR, 2009).

Devido a não uniformidade na distribuição de tensão no eixo Y, a resultante de força lateral  $F_{yD}$  é gerada a uma distância  $t_p$  do centro da roda como mostra a figura 10.

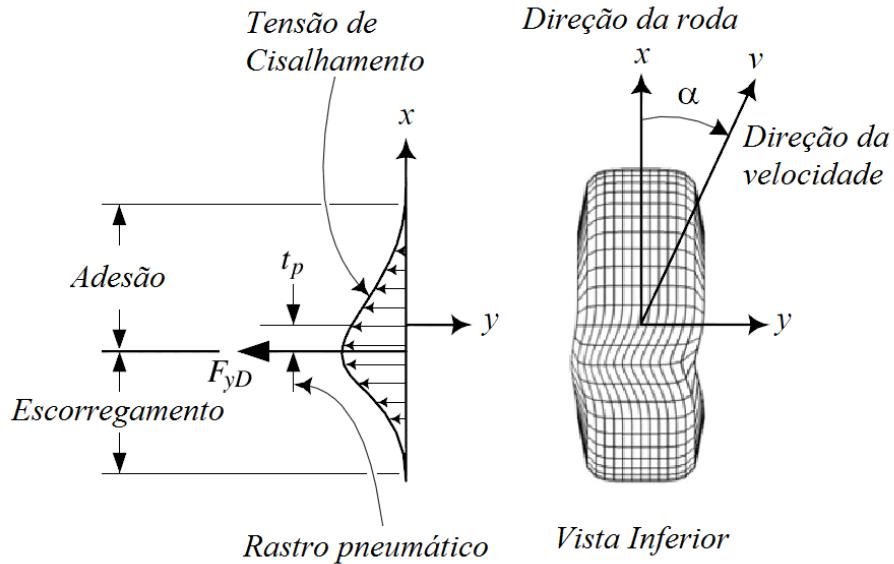


Figura 10 – Força lateral e rastro pneumático.

Fonte: Autor “adaptado de” (JAZAR, 2009).

A distância  $t_p$ , chamada de rastro pneumático, gera um momento em torno do eixo Z fazendo com que o pneu “tente” se alinhar com a direção do vetor velocidade  $v$ . Este momento é chamado de “torque de auto-alinhamento”  $M_z$ .

$$M_z = F_{yD} t_p \quad (2.3)$$

A linha que divide as zonas de adesão e escorregamento, chamada de linha de escorregamento, caminha para frente com o aumento da força lateral. Esse aumento é limitado pelas características do pneu, que quando saturado o seu limite de força lateral, a capacidade de gerar a mesma cai bruscamente (JAZAR, 2009).

Um exemplo de torque de auto-alinhamento em função do ângulo de deriva é visto na figura 11. O rastro pneumático  $t_p$  é variável em função da força lateral, pois com o acréscimo da mesma, seu valor positivo pode chegar a ser negativo, fazendo com que o torque de auto-alinhamento seja nulo.

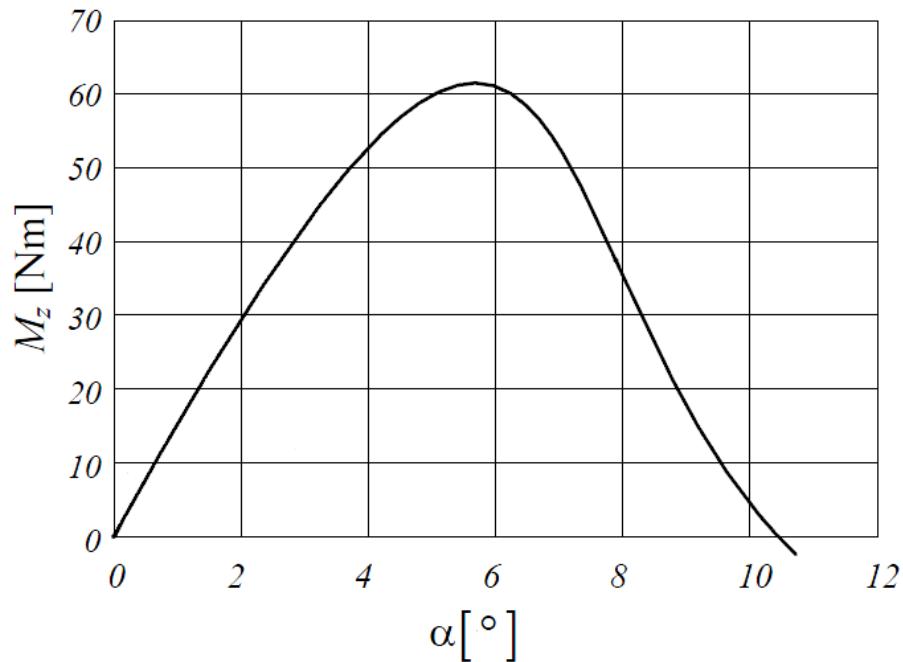


Figura 11 – Torque de auto-alinhamento.  
Fonte: Autor “adaptado de” (JAZAR, 2009).

A força lateral  $F_{yD}$  pode ser decomposta por  $F_{yD} \sin \alpha$ , paralelo ao vetor velocidade  $v$ , e  $F_{yD} \cos \alpha$ , perpendicular a  $v$ . A componente  $F_{yD} \sin \alpha$  é chamada de força de arrasto como mostra a figura 12.

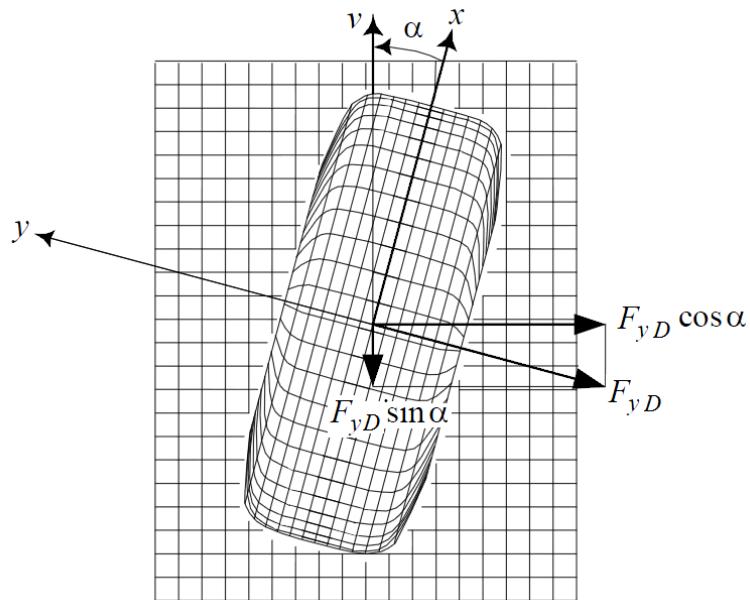


Figura 12 – Decomposição de forças no pneu.  
Fonte: Autor “adaptado de” (JAZAR, 2009).

Para contabilizar a força lateral total que atua no centro de gravidade do veículo, é necessário somar as componentes  $F_{yD} \cos \alpha$  de cada pneu.

Quando a força vertical  $F_z$  presente no pneu aumenta, a aderência com o solo também aumenta. Consequentemente, a força lateral  $F_{yD}$  cresce para o mesmo valor de ângulo de deriva  $\alpha$ . A figura 13 mostra a variação de força lateral para um mesmo pneu, quando variada sua força normal.

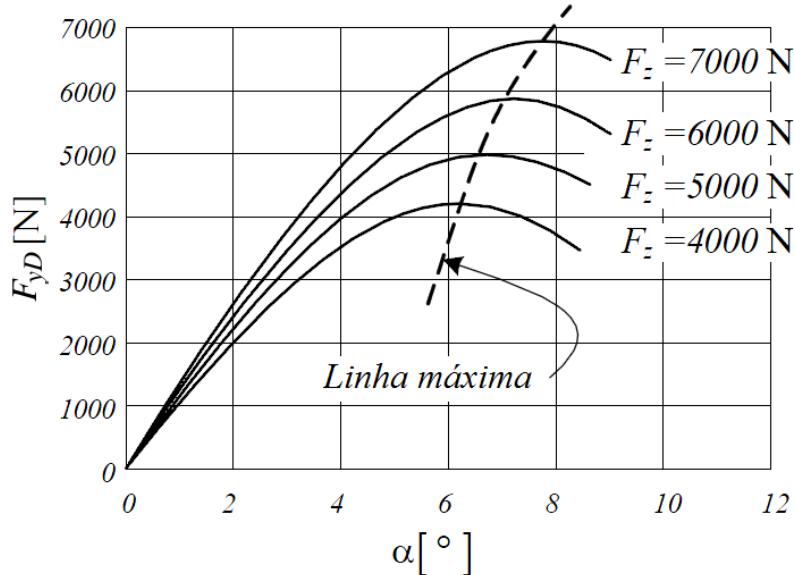


Figura 13 – Efeito da variação da força vertical na força lateral.

Fonte: Autor “adaptado de” (JAZAR, 2009).

O aumento da força vertical contribui para o aumento da capacidade de gerar força lateral e também faz com que o limite de força lateral disponível aconteça em maiores valores de ângulo de deriva. Portanto, a transferência de carga e as forças aerodinâmicas são ferramentas essenciais que quando otimizadas aumentam a capacidade de gerar força lateral, que é sempre desejada quando o objetivo é o aumento de desempenho.

Outro fator que afeta na relação entre força lateral e ângulo de deriva é a velocidade. A força disponível no pneu diminui com o aumento da velocidade. Consequentemente, necessita-se um maior ângulo de deriva em altas velocidades para se gerar a mesma força lateral, como mostra a figura 14. O efeito da velocidade tende a diminuir a medida que a força lateral se aproxima de seu valor máximo.

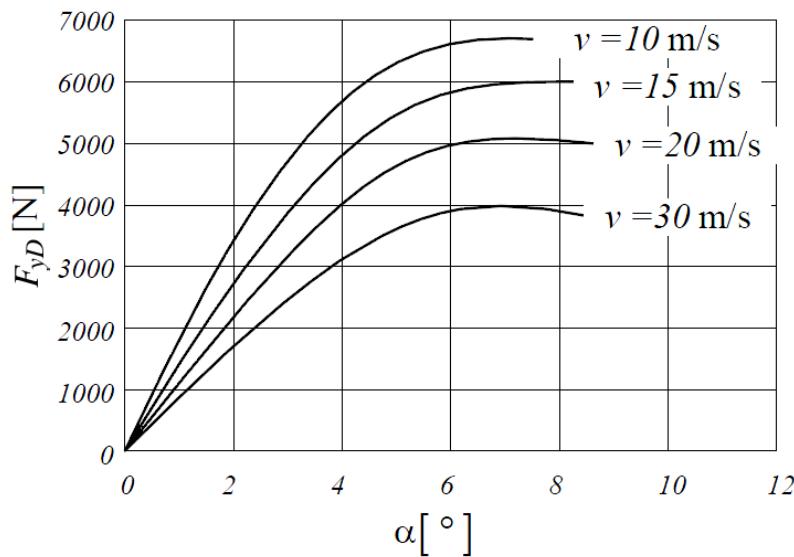


Figura 14 – Variação da força lateral em diferentes velocidades.

Fonte: Autor “adaptado de” (JAZAR, 2009).

### 2.2.3.2 Força Lateral devido ao ângulo de inclinação

O ângulo de inclinação  $\gamma$  é o ângulo formado entre o plano da roda e o plano do solo, visto pelo plano  $yz$ . O ângulo de inclinação gera uma componente de força lateral  $F_{yc}$  chamada “força de inclinação” conforme ilustrado na figura 15. A força de inclinação é gerada pela distribuição de tensão assimétrica, originada na área de contato entre o pneu e o solo.

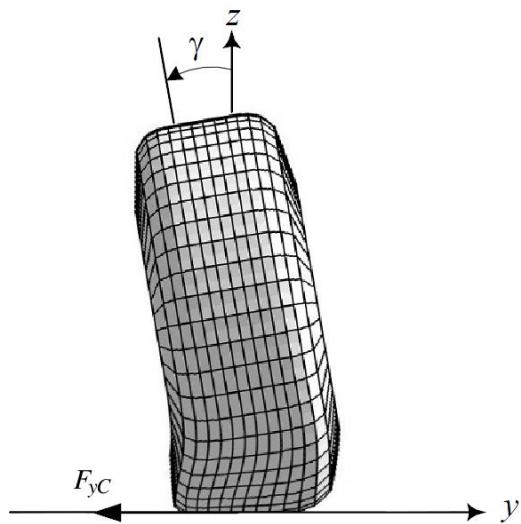


Figura 15 – Definição de ângulo de inclinação.

Fonte: Autor “adaptado de” (JAZAR, 2009).

Segundo a definição da SAE, o ângulo de inclinação é positivo quando o ponto superior do pneu está mais para fora do veículo do que o ponto inferior. A força de inclinação é proporcional ao ângulo de inclinação  $\gamma$  e depende diretamente da força vertical  $F_z$ .

$$F_{yc} = C_\gamma \gamma \quad (2.4)$$

Onde  $C_\gamma$  é a “rigidez de inclinação” do pneu. Essa proporcionalidade é ilustrada na figura 16, para diferentes tipos construtivos de pneu.

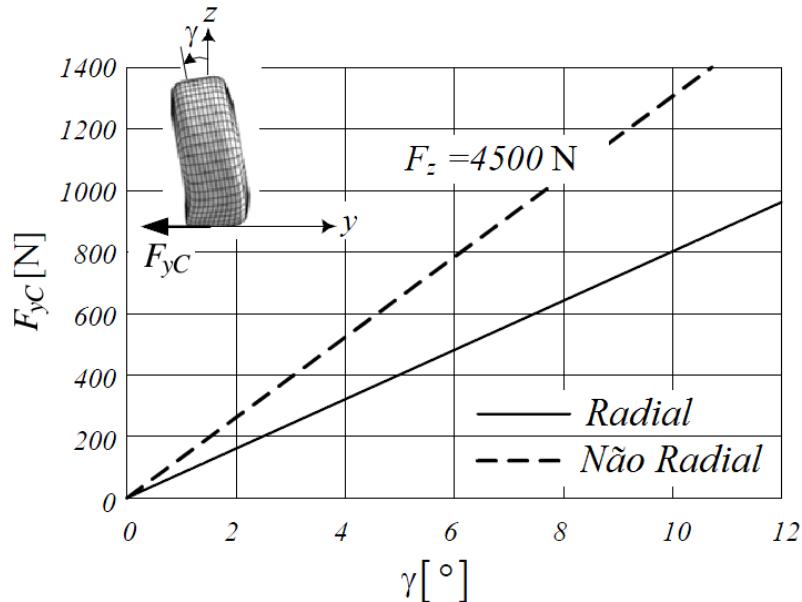


Figura 16 – Variação da força lateral.  
Fonte: Autor “adaptado de” (JAZAR, 2009).

Quando um pneu está sob uma força vertical constante, sem velocidade angular e um ângulo de inclinação é aplicado, o pneu se deforma conforme ilustrado na figura 17.

A figura 17 também compara o formato e a tensão de cisalhamento lateral atuante na área de contato de um pneu com e sem ângulo de inclinação. Nota-se que a área de contato perde a simetria em relação ao eixo longitudinal.

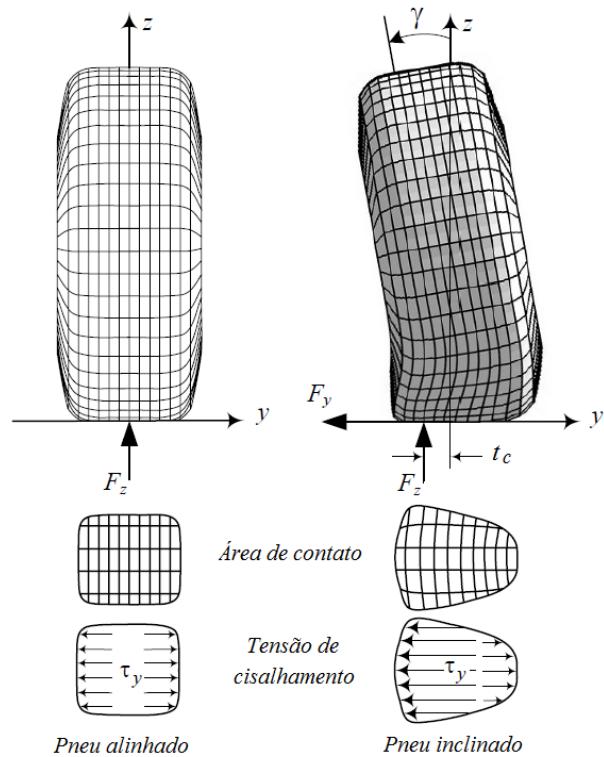


Figura 17 – Área de contato de um pneu parado com e sem inclinação.

Fonte: Autor “adaptado de” (JAZAR, 2009).

Devido a mudança de geometria da área de contato, a resultante de força normal  $F_z$  se desloca do centro da área de contato. Essa distância  $t_c$ , chamada de braço de inclinação, gera um momento chamado “momento de inclinação”  $M_x$ , conforme a equação 2.5.

$$M_x = F_z t_c \quad (2.5)$$

O momento de inclinação tende a girar o pneu em torno do eixo  $X$  no sentido de alinhar o plano da roda com o plano  $XZ$ .

Um exemplo de variação da força normal  $F_z$  pode ser quantificado para cada valor de ângulo de inclinação na figura 18. Nota-se que o aumento de força vertical contribui para o aumento da força lateral devido a inclinação.

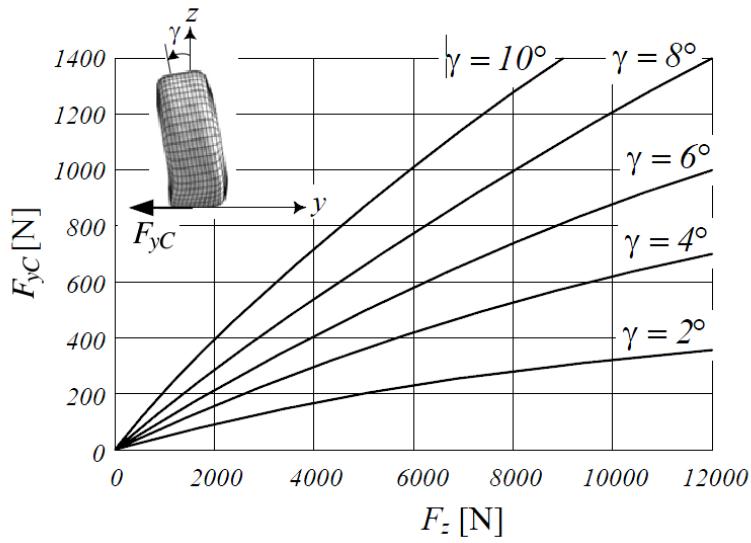


Figura 18 – Variação de força lateral em relação à força vertical.  
Fonte: Autor “adaptado de” (JAZAR, 2009).

Se aplicados, um ângulo de inclinação  $\gamma$  e um ângulo de deriva  $\alpha$  simultaneamente, a área de contato do pneu será algo parecido como mostra a figura 19.

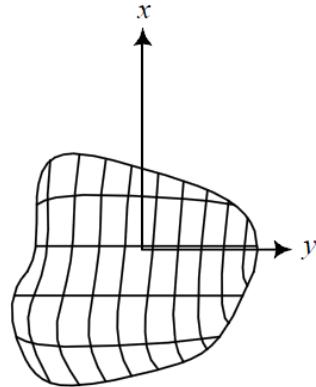


Figura 19 – Área de contato de um pneu com ângulo de deriva e inclinação.  
Fonte: Autor “adaptado de” (JAZAR, 2009).

A resultante de força lateral será a somatória da força lateral gerada pelo ângulo de deriva com a força lateral gerada pelo ângulo de inclinação.

$$F_y = F_{yD} + F_{yC} = C_\alpha \alpha + C_\gamma \gamma \quad (2.6)$$

Uma maneira interessante de analisar o efeito da força lateral gerada tanto pelo ângulo de inclinação quanto pelo ângulo de deriva para uma força vertical  $F_z$  constante, é ilustrado na figura 20.

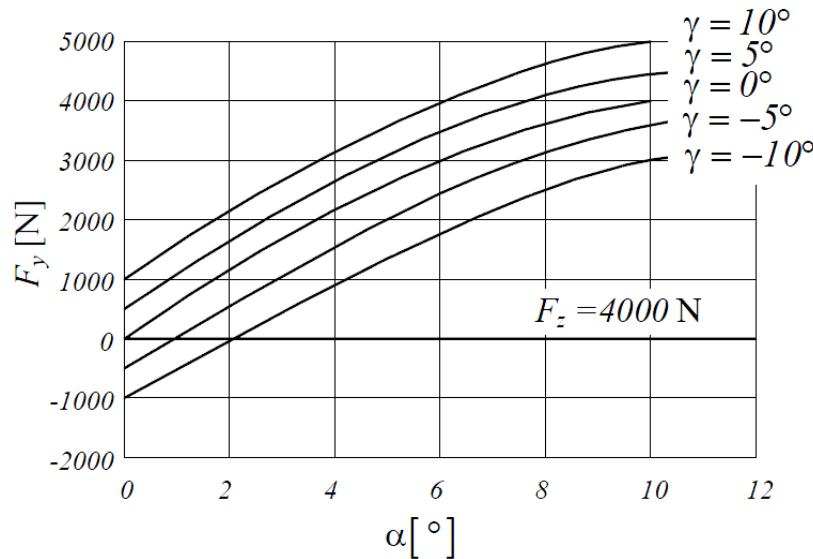


Figura 20 – Força lateral em função dos ângulos  $\alpha$  e  $\gamma$ .

Fonte: Autor “adaptado de” (JAZAR, 2009).

#### 2.2.4 Forças Longitudinais

No pneu existem apenas duas forças longitudinais que aparecem durante o funcionamento do veículo. Elas são originadas da resistência do pneu ao rolar e dos torques provenientes dos sistemas de freio e trem de força.

##### 2.2.4.1 Força de resistência ao rolamento

Há uma perda de energia quando o pneu se deforma ao passar pelo piso, devido a histerese do material polimérico. Essa perda de energia gera uma diferença entre tensão normal  $\sigma_z$  na região posterior da área de contato, quando comparada com a região anterior, fazendo com que a resultante  $F_z$  se desloque para frente como mostra a figura 21.

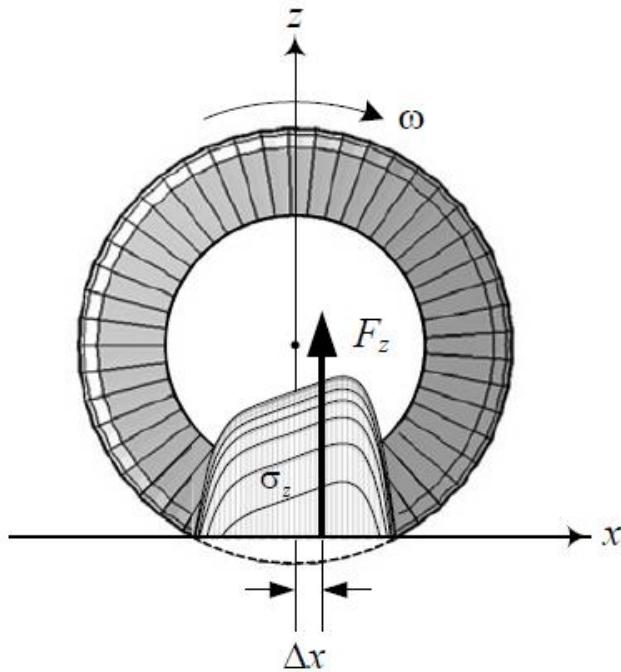


Figura 21 – Variação da tensão normal.  
Fonte: Autor “adaptado de” (JAZAR, 2009).

Com o deslocamento da resultante, um momento no eixo  $Y$  contrário ao sentido de rotação é gerado.

$$M_R = F_z \Delta_x \quad (2.7)$$

O momento pode ser traduzido em uma força paralela ao eixo  $X$  chamada de “Força de Resistência ao Rolamento”  $F_R$ . Esta força tem sentido oposto ao movimento e é proporcional a força normal  $F_z$ :

$$F_R = F_z \mu_R \quad (2.8)$$

O parâmetro  $\mu_R$ , chamado de coeficiente de resistência ao rolamento, não é constante e varia em função da perda de energia devido à deformação cíclica do pneu, ou seja, varia principalmente com sua velocidade, pressão de inflação, ângulo de deriva, ângulo de inclinação, temperatura, forças longitudinais e condição do piso.

O efeito da força de resistência ao rolamento pode ser desconsiderado para estudos de comportamento do veículo em curvas ou em manobras para analisar a estabilidade, pois a componente resistiva é considerada desprezível em comparação aos erros gerados durante o processo de modelagem e simulação (AL-TABEY, 2012).

#### 2.2.4.2 Força trativa ou frenagem

Para acelerar e desacelerar o veículo, forças longitudinais devem ser geradas entre o pneu e o solo. Toda vez que um momento é aplicado ao eixo motriz, um escorregamento

longitudinal entre o pneu e o solo acontece e uma força longitudinal  $F_x$  aparece na área de contato entre o pneu e o solo. Esse escorregamento longitudinal é chamado de relação de escorregamento  $s$ . A região de escorregamento localizada na parte posterior da região de contato entre o pneu e o solo, aumenta proporcionalmente à força longitudinal como mostra a figura 22, da esquerda para a direita.

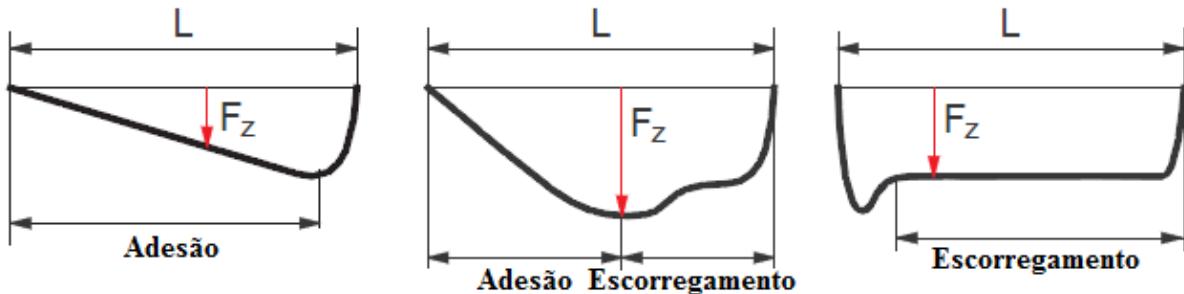


Figura 22 – Força longitudinal para diferentes relações de escorregamento.

Fonte: Autor “adaptado de” (RILL, 2011).

A definição de relação de escorregamento  $s$  é dada como a diferença da velocidade angular do pneu que gera torque  $\omega$ , e a velocidade angular do pneu que está girando livremente  $\omega_0$ , e pode ser escrito em porcentagem ou fração (MILLIKEN e MILLIKEN, 1995).

$$s = \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} \quad (2.9)$$

Para um pneu que gira livremente sem ações de torque vindo do motor ou do sistema de freio, a relação de escorregamento  $s$  é nula.

Em situações de frenagem, a relação de escorregamento  $s$  fica entre zero e -1 e quando o pneu entra em escorregamento total, o valor de  $s$  é -1. Na situação onde o veículo está se movendo para frente, o valor de  $s$  sempre é positivo e pode variar de zero até  $\infty$  (quando a roda trativa está “patinando” com o veículo parado). Quando se tem uma relação de escorregamento +1, significa que o pneu que gira livre tem metade da velocidade angular do pneu trativo.

Outra definição de relação de escorregamento  $s$  é dada pela SAE J670, sendo  $r_e$  o raio efetivo do pneu quando o ângulo de deriva é nulo e  $v$  a velocidade do centro da roda.

$$s = \frac{\omega r_e}{v} - 1 \quad (2.10)$$

O raio efetivo  $r_e$ , conhecido como raio dinâmico ou raio de rolagem por alguns autores, é calculado através da relação de velocidade longitudinal e velocidade angular da roda que gira livremente:

$$r_e = \frac{v}{\omega_0} \quad (2.11)$$

A *Calspan TIRF* define a relação de escorregamento  $s$  com base no raio carregado  $r_c$ , também conhecido como raio geométrico, que é a distância entre o piso e o eixo de rolagem do pneu, conforme a equação:

$$s = \frac{\omega r_c}{v \cos \alpha} - 1 \quad (2.12)$$

Nota-se que o ângulo de deriva é uma variável que gera relação escorregamento no pneu mesmo sem a presença de torques provenientes do sistema de trem de força ou sistema de freio do veículo.

O raio carregado  $r_c$  normalmente é menor que o raio efetivo  $r_e$  quando comparados experimentalmente. Uma aproximação, baseada em dados de medição, pode ser usada para obter a relação entre o raio carregado e o raio efetivo (JAZAR, 2009):

$$r_e \approx r_c - \frac{r_c - r_d}{3} \quad (2.13)$$

Onde  $r_d$  é o raio descarregado do pneu, que consequentemente é maior que o raio efetivo.

### 2.2.5 Métodos de medição de esforços no pneu

Instalações capazes de medir em escala real as propriedades do pneu como forças e momentos gerados na superfície de contato com o solo estão presentes nas principais fabricantes de pneu, fabricantes de automóveis e até mesmo em algumas universidades ou centros de pesquisa. O objetivo destes dispositivos é medir, através de células de carga, as forças e momentos gerados entre o pneu e o solo quando colocado em diferentes situações de trabalho.

O método de medição das propriedades do pneu sempre foi o mesmo, de variar alguns parâmetros como ângulo de deriva, relação de escorregamento, força normal e ângulo de inclinação com o objetivo de se obter as forças e momentos consequentes dessas variações.

Com a evolução tecnológica, os métodos de controle e métodos de medição foram melhorados. Hoje a qualidade dos resultados de uma medição realizada para conhecer as propriedades de um pneu está diretamente ligada ao custo do dispositivo que é usado na medição.

Os primeiros dispositivos construídos na década de 60 foram instalados em caminhões ou trailers como uma suspensão adicional. O ângulo de deriva e o ângulo de inclinação eram definidos estaticamente, porém com o passar do tempo, métodos de controle foram desenvolvidos para se variar esses ângulos em função do tempo, com o uso de atuadores hidráulicos. A variação da relação de escorregamento sempre foi feita utilizando motores

elétricos ou freios hidráulicos, porém a carga normal inicialmente era variada usando lastros e com a evolução também foram utilizados atuadores.

A figura 23 mostra um dispositivo desenvolvido em 1960 pela *TU-Delft Tire Research Facility*, que foi comprado e totalmente reformado pela *TNO-Automotive* em 2005. O dispositivo tem a capacidade de variar o ângulo de deriva de -18 até +18 graus e ângulo de inclinação de -5 a 30 graus.

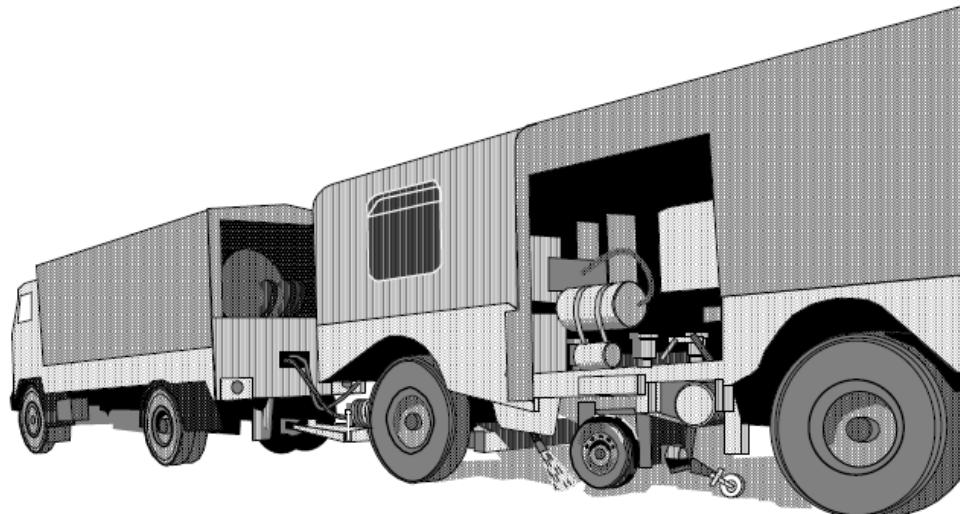


Figura 23 – Dispositivo de medição acoplado ao veículo.  
Fonte: Autor “adaptado de” (PACEJKA, 2007).

Atualmente, dispositivos *indoor* operam de maneira similar, porém o solo é simulado por uma esteira e rolos de metal. Normalmente, esse tipo de instalação requer um custo maior, porém os métodos de medição e controle são mais precisos quando comparado com o acoplado em um veículo pesado, devido as vibrações causadas por imperfeições de pista ou pelo próprio comportamento do veículo.

Os primeiros dispositivos de medição *indoor* foram construídos na década de 80 pela MTS e vêm sendo aprimorados até hoje como mostra figura 24. A MTS denomina seu dispositivo como “*Flat-trac*” e segundo seu catálogo, existem seis tipos de dispositivo dependendo da aplicação. Em uma das aplicações mais modernas a variação do ângulo de deriva pode variar de 30 graus positivos até 30 graus negativos e a velocidade da esteira pode chegar até 320 km/h.



Figura 24 – Dispositivos de bancada desenvolvidos pela MTS.

Fonte: Autor “adaptado de” [www.mts.com](http://www.mts.com).

A figura 25 mostra o dispositivo *indoor* pertencente à *Calspan TIRF*, localizada em Buffalo nos EUA, que possui o mesmo conceito construtivo usado pela MTS.



Figura 25 – Dispositivo de medição localizado na *Calspan TIRF*.

Fonte: [www.calspan.com](http://www.calspan.com), 2014.

Para se obter as propriedades de um pneu que possa ser usado para simular o comportamento dinâmico do veículo, normalmente são feitos dois tipos de procedimentos de teste, o primeiro variando o ângulo de deriva para diferentes forças verticais e diferentes ângulos de inclinação, já o segundo variando a relação de escorregamento para diferentes ângulos de deriva, ângulos de inclinação e forças verticais.

O primeiro procedimento conhecido como “lateral puro” é realizado sem variação da relação de escorregamento, ou seja, sem ação de forças de tração ou frenagem no pneu. O ângulo de deriva é variado para cada valor escolhido de ângulo de inclinação, força normal e, se necessário, diferentes valores de pressão de inflação. Todos os momentos e forças são medidos para cada variação. O resultado da medição lateral pura origina as curvas de força lateral e torque de auto-alinhamento em função do ângulo de escorregamento, e a relação entre força normal e força lateral para diferentes ângulos de inclinação.

Na medição chamada “combinada”, a relação de escorregamento passa a ser o parâmetro variável. Assim, a relação de escorregamento é variada para cada valor escolhido de ângulo de escorregamento, força normal, ângulo de inclinação e pressão de inflação do pneu. A medição combinada fornece relações de esforços como força longitudinal em função da relação de escorregamento, força normal e força lateral em função da força longitudinal.

A intensão das medições é se conhecer todos os tipos de combinação de esforços que o pneu pode gerar durante sua faixa de trabalho em um veículo.

#### 2.2.6 Modelos de pneu

Um modelo de pneu é definido como um sistema capaz de reproduzir virtualmente o comportamento de um pneu. Estes modelos podem reproduzir o comportamento do pneu em diferentes níveis de confiabilidade e em diferentes situações.

Vários tipos de modelos matemáticos do pneu foram desenvolvidos durante o último meio século, cada tipo para uma finalidade específica. Diferentes níveis de precisão e complexidade podem ser introduzidos nas diversas categorias de utilização. Isso muitas vezes envolve diferentes abordagens.

Os métodos de modelagem de um pneu podem ser divididos em quatro principais tipos de abordagem (PACEJKA, 2007), como mostra a figura 26.

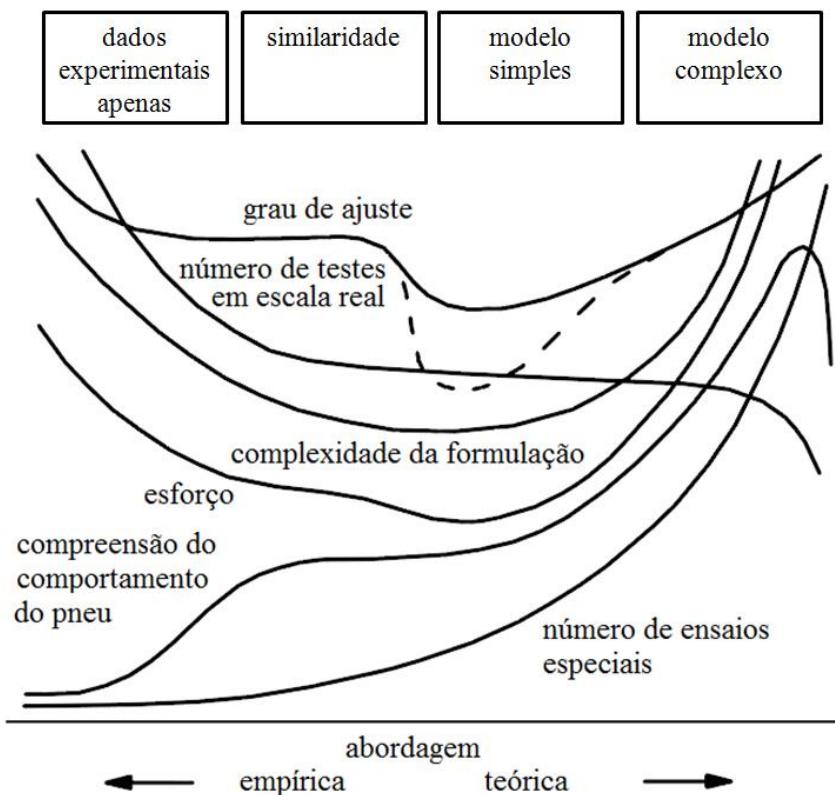


Figura 26 – Quatro tipos de abordagens para desenvolver um modelo de pneu.  
Fonte: Autor “adaptado de” (PACEJKA, 2007).

Segundo o autor, a escolha da abordagem depende da origem dos dados, da finalidade do estudo e das ferramentas disponíveis.

Da esquerda para a direita, os modelos baseiam-se cada vez menos em medições em escala real e mais em teoria do comportamento da estrutura física do pneu. No meio, modelos simplificados e provavelmente com menor precisão. A descrição dos modelos localizados à direita torna-se mais complexa e mais adequada à análise do desempenho do pneu detalhada em relação a sua construção.

Na primeira categoria localizada à esquerda, tem-se modelos matemáticos baseados nas características medidas do pneu em várias condições, por meio de dispositivos de medição usando células de carga, ensaios em pistas de testes e outros métodos.

Normalmente, os sinais são coletados, filtrados e sobrepostos por equações matemáticas que caracterizam o mesmo comportamento da medição. Um modelo semi-empírico bem conhecido é o modelo de pneu chamado “fórmula mágica” que começou a ser desenvolvido em meados dos anos 80 e vêm sendo melhorado até os dias atuais. Este modelo é baseado em uma fórmula senoidal que oferece um ajuste às curvas  $F_x$ ,  $F_y$  e  $M_z$  com ajuda de coeficientes que têm relações com a forma típica das curvas do comportamento do pneu (PACEJKA, 2007).

A abordagem de similaridade (segunda categoria) é um método semelhante ao descrito anteriormente, porém quando a base de dados coletado não é suficiente para se mapear todas as condições de trabalho do pneu, ferramentas como fatores de escala, distorção e interpolação de curvas são usadas.

A terceira categoria é relativa a modelos simples de pneu como o “*Brush model*” que é um modelo limitado especialmente usado para se analisar o comportamento básico do pneu.

O grupo mais à direita da figura é direcionado principalmente para análises mais detalhadas do pneu, como desgaste do mesmo, ruídos e durabilidade. Os modelos baseados em elementos finitos pertencem a esta categoria.

#### 2.2.6.1 Modelo “Fórmula Mágica”

Os modelos baseados na “fórmula mágica” são considerados como a melhor opção para a modelagem das forças de interação entre pneu e solo nas aplicações em dinâmica lateral. O modelo tem como objetivo descrever todas as forças e momentos gerados no contato entre o pneu e o solo na forma de equações algébricas, baseado em valores de medição.

O desenvolvimento do modelo começou no início dos anos 80, através de uma parceria entre a Volvo e TU-Delft. Com o passar do tempo, Pacejka e outros autores publicaram diversas atualizações do modelo. A última versão disponível é a chamada PAC 2006, que foi publicada em 2007 por Pacejka na segunda edição do seu livro *Tire and Vehicle Dynamics*. A Delft TYRE tem modelos baseados na “fórmula mágica” também com algumas modificações, os modelos da Delft são conhecidos como MF-Tyre e MF-Swift.

O modelo apelidado “fórmula mágica” descreve o comportamento do pneu em superfícies praticamente planas (que contenham obstáculos com comprimento de onda maior que o raio do pneu) até frequências de aproximadamente 8 Hz. Isso faz com que o modelo seja aplicável a praticamente qualquer veículo submetido a uma simulação de dirigibilidade, manobrabilidade ou estabilidade (PACEJKA, 2007).

A fórmula mágica, equação 2.14, nomeada pelo autor é que uma função  $y(x) = \text{sen}(\text{arctg})$ , é capaz de descrever as principais curvas que determinam o comportamento do pneu com base em dados experimentais.

$$y(x) = D \text{ sen} [C \text{ arctg} \{B x - E (B x - \text{arctg}(B x))\}] \quad (2.14)$$

Na condição de força lateral pura,  $y(x)$  é a força lateral  $F_y$  e  $x$  é o ângulo de deriva  $\alpha$ . Na condição de força longitudinal pura,  $y(x)$  é a força longitudinal  $F_x$  e  $x$  é a relação de escorregamento  $s$ .

O torque de auto-alinhamento  $M_z$  é calculado como produto da força lateral e o rastro pneumático. Sabendo que a variação do rastro pneumático em função do ângulo de escorregamento tem um formato cossenoidal, a versão contendo cosseno na fórmula mágica é usada para descrever essa relação:

$$y(x) = D \cos [C \arctg\{B x - E (B x - \arctg(B x))\}] \quad (2.15)$$

Sendo que  $y(x)$  é o rastro pneumático e  $x$  é o ângulo de escorregamento.

Os fatores B, C, D e E são os coeficientes da função que determinam as características das curvas:

- B- Fator de rigidez;
- C- Fator de formato;
- D- Fator de pico;
- E- Fator de curvatura.

O produto dos fatores B, C e D é o coeficiente angular da zona linear do pneu.

Com a variação do coeficiente E, a “fórmula mágica” é capaz de descrever formatos não simétricos entre os eixos, necessários, por exemplo, na curva de força longitudinal em função da relação escorregamento onde pode haver características diferentes entre frenagem e aceleração do pneu.

Como a função  $y(x)$  cruza as coordenadas (0,0) um novo plano cartesiano é criado com adição de coeficientes de defasagem  $S_H$  e  $S_V$ :

$$Y(X) = y(x) + S_V \quad (2.16)$$

$$x = X + S_H \quad (2.17)$$

Isso possibilita a defasagem do plano cartesiano, conforme mostra a figura 27. Esses coeficientes aparecem quando há presença de conicidade, ângulo de inclinação ou forças de resistência ao rolamento, onde as curvas de  $F_y$  e  $F_x$  não passam pela origem.

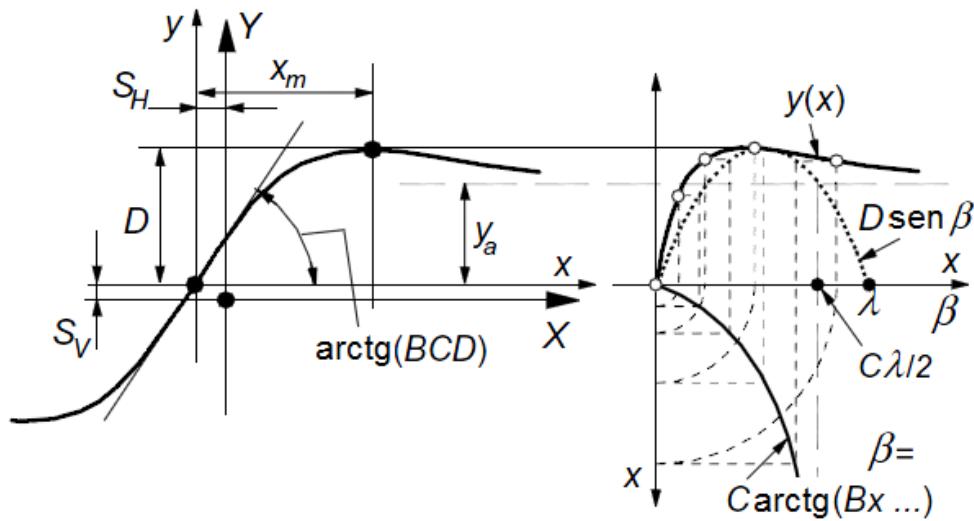


Figura 27 – Modelo da fórmula mágica.  
Fonte: Autor “adaptado de” (PACEJKA, 2007).

Para cada tipo de curva que é gerada pela fórmula mágica, são usados diferentes coeficientes. Hoje, no modelo PAC 2006, que é o modelo mais atual, há 97 coeficientes que definem todo o comportamento do pneu. A nomenclatura genérica do coeficiente  $a_{ijk}$  é dada pela seguinte lógica:

Tabela 1 – Nomenclatura dos coeficientes de Pacejka

a	p	Força com escorregamento puro
	q	Momento com escorregamento puro
	r	Força com escorregamento combinado
	s	Momento com escorregamento combinado
i	B	Fator de rigidez
	C	Fator de formato
	D	Fator de pico
	E	Fator de curvatura
	K	Fator de rigidez de escorregamento =BCD
	H	Fator de defasagem horizontal
	V	Fator de defasagem vertical
	s	Fator de momento combinado
	t	Fator de comportamento transiente
	x	Na direção longitudinal
j	y	Na direção lateral
	z	Na direção vertical
k	1,2,...	

Fonte: Autor.

De uma forma geral, o modelo da “fórmula mágica” é um conjunto de coeficientes (mais conhecidos como coeficientes de Pacejka) que quando aplicados na equação, geram relações de forças, deslocamentos, momentos e ângulos atuantes no pneu. Os parâmetros de entrada (relação de escorregamento, ângulo de deriva, ângulo de inclinação, força normal no pneu e velocidade angular) são fornecidos pelo *software* MSC Adams/Car e o modelo de pneu realimenta o *software* com os dados de saída (força longitudinal, força lateral, torque de inclinação, torque de resistência ao rolamento e torque de auto-alinhamento), como pode ser visto na figura 28.

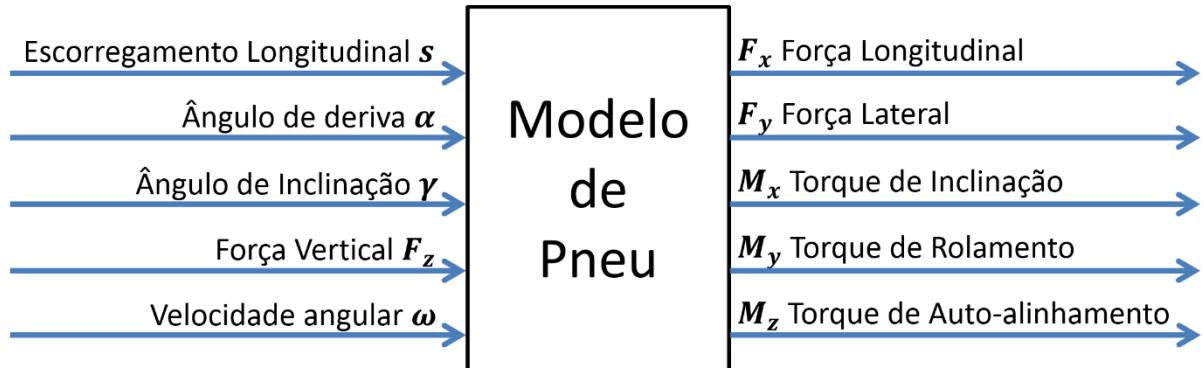


Figura 28 – Entradas e saídas do modelo de pneu.

Fonte: Autor.

Pelo fato de o modelo “fórmula mágica” ser baseado em dados experimentais, as relações de força vertical em função das forças longitudinais, laterais e momentos são baseadas nas características de adesão da esteira do *Flat-trac* e não das características do piso. Para compensar esses níveis de atrito, existem fatores de escala no próprio modelo da “fórmula mágica”. Porém esses fatores de escala normalmente são parâmetros que são ajustados no modelo (FERNANDES e PERES, 2004). Os autores primeiramente validam todo o modelo multicorpos e por último variam os fatores de escala até os resultados da simulação se ajustar aos resultados experimentais. Esta mesma metodologia é usada por Mueller.

#### 2.2.6.2 Outros modelos

O modelo Fiala é considerado o modelo mais simples que pode ser aplicado aos *softwares* de simulação voltados a dinâmica veicular. Normalmente, é usado na fase preliminar de projeto, para se quantificar respostas básicas do comportamento dinâmico como, por exemplo, em uma simulação comparando um comportamento sub ou sobre-esterçante de um veículo.

A vantagem do modelo Fiala é que o mesmo é composto de poucos parâmetros de entrada, como rigidez longitudinal, rigidez lateral, rigidez vertical e coeficientes de atrito dinâmico e estático.

Por ser um modelo básico, o Fiala não leva em conta o efeito do ângulo de inclinação e da variação da velocidade na resistência ao rolamento. O torque de auto-alinhamento é calculado baseado em um rastro pneumático constante calculado com base no raio do pneu. A área do pneu em contato com o solo é considerada retangular com pressão constante.

Outro modelo também originado de dados experimentais é o B-spline, que representa as curvas de medição do pneu por uma longa série de pequenas funções. A aplicação desse modelo para simulações transientes não é tão precisa quando comparada à "fórmula mágica" (FERNANDES e PERES, 2004).

O modelo FTire é considerado um modelo com mais recursos quando comparado ao modelo baseado na "fórmula mágica". O FTire foi criado em 1998 por Michael Gisper, professor da *Esslingen University of Applied Sciences*, com o intuito de ser aplicado em simulações de dinâmica vertical. O modelo é capaz de simular obstáculos com frequências superiores a 100 Hz, efeitos térmicos, efeitos de ranhuras do pneu, deformação de solo. O FTire é também usado para estudar o próprio pneu, como seu desgaste.

Em geral, existe um compromisso entre a necessidade de dados e a precisão de cada modelo de pneu. Independentemente das diferentes aplicações, para os modelos de pneu mais usados, o compromisso pode ser ilustrado conforme a figura 29.

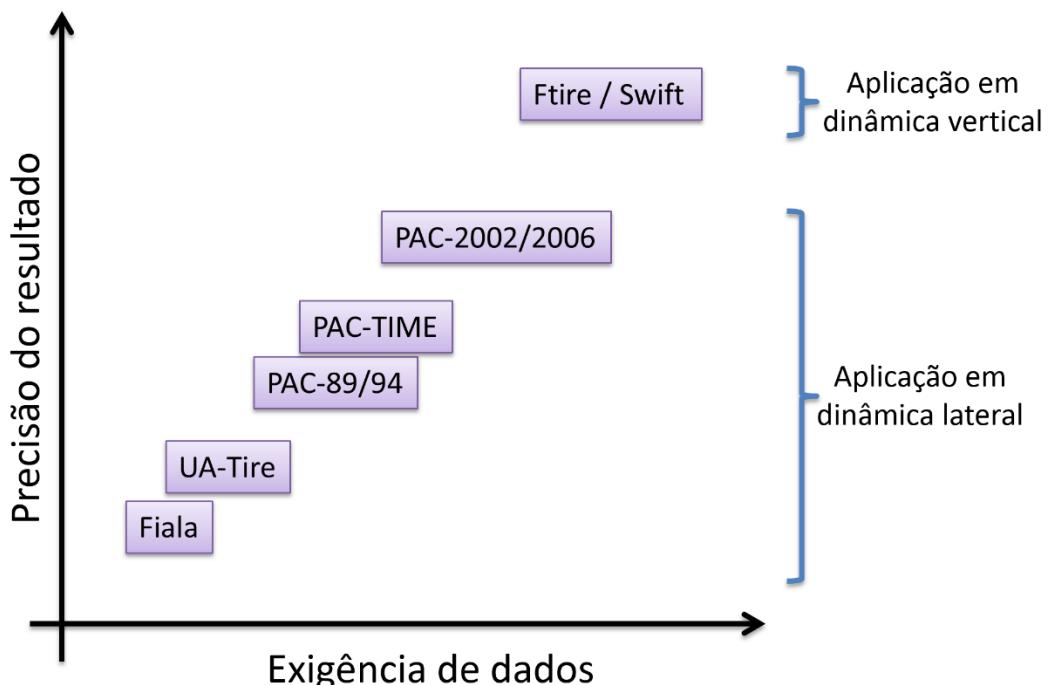


Figura 29 – Modelos de pneu.  
Fonte: Autor “Adaptado de” MSC Adams/Tire documentation.

## 2.3 Atitude de rolagem

O primeiro parâmetro que se refere à atitude de rolagem do veículo são os conhecidos “Centros de Rolagem”. Esses são grandes responsáveis pela definição do comportamento dinâmico de um veículo e que normalmente são tratados de uma maneira superficial. Os centros de rolagem podem ser determinados por dois métodos: cinematático, que é o método mais conhecido e o método das forças atuantes na massa suspensa (MITCHELL, 2006). Muitas definições desse parâmetro existem como: “O centro de rolagem é o ponto em que a força lateral gerada pelo pneu é transmitida para a massa suspensa (GILLESPIE, 1992).

### 2.3.1 Centro de rolagem cinematático

Cinematicamente, pode-se encontrar o centro de rolagem de uma suspensão pelo método bidimensional ou tridimensional. No caso de uma suspensão duplo braço triangular vista em duas dimensões, prolongando-se as linhas que ligam as articulações de cada braço de suspensão, encontra-se o ponto chamado “Centro Instantâneo”, como mostra a figura 30. Ao redor desse ponto a roda irá realizar sua trajetória em relação à massa suspensa (REIMPELL, STOLL e BETZLER, 2001).

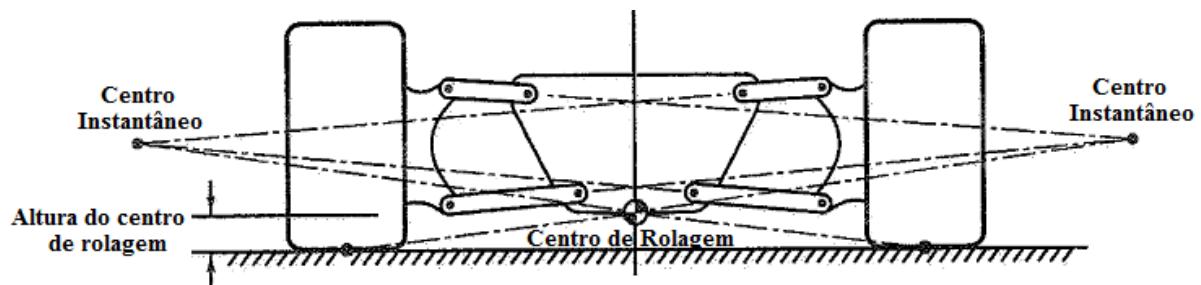


Figura 30 – Centro Instantâneo de Rolagem.  
Fonte: Autor “adaptado de” (MILLIKEN e MILLIKEN, 1995).

O próximo passo é criar uma linha que passa pelo centro instantâneo e pelo ponto de contato entre o pneu e o solo. Realizado este processo para o lado direito e esquerdo, o cruzamento das linhas que passam pelo ponto de contato entre o pneu e o solo é denominado o centro de rolagem.

O método cinematático tridimensional usa a intersecção de planos ao invés de intersecção de linhas. A intersecção do plano do braço inferior com o plano do braço superior forma o eixo instantâneo como mostra a figura 31.

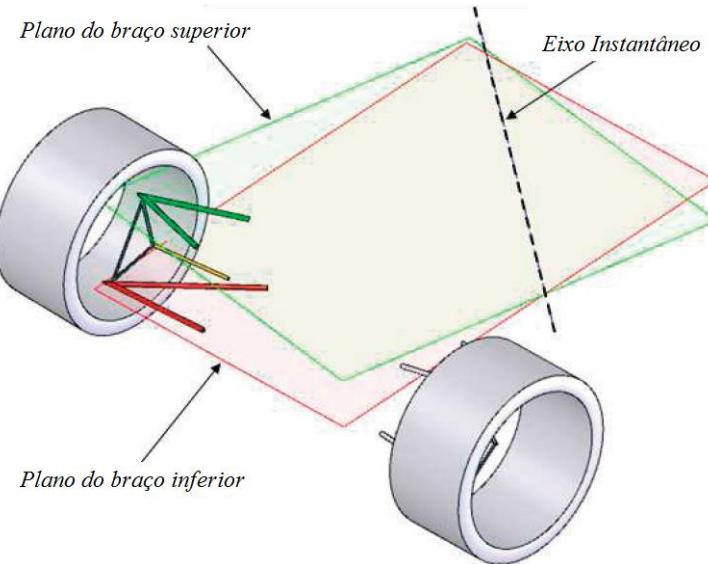


Figura 31 – Eixo Instantâneo de Rolagem.  
Fonte: Autor “adaptado de” (ROUELLE, 2008).

A intersecção de um terceiro plano (chamado plano de contato), formado pelo eixo instantâneo e o ponto de contato entre pneu e solo, com seu correspondente forma o eixo de rolagem da suspensão como mostra a figura 32. O tradicional centro de rolagem cinematográfico da suspensão é formado pela intersecção do eixo de rolagem da suspensão com o plano vertical que passa pelas coordenadas dos centros das rodas do mesmo eixo.

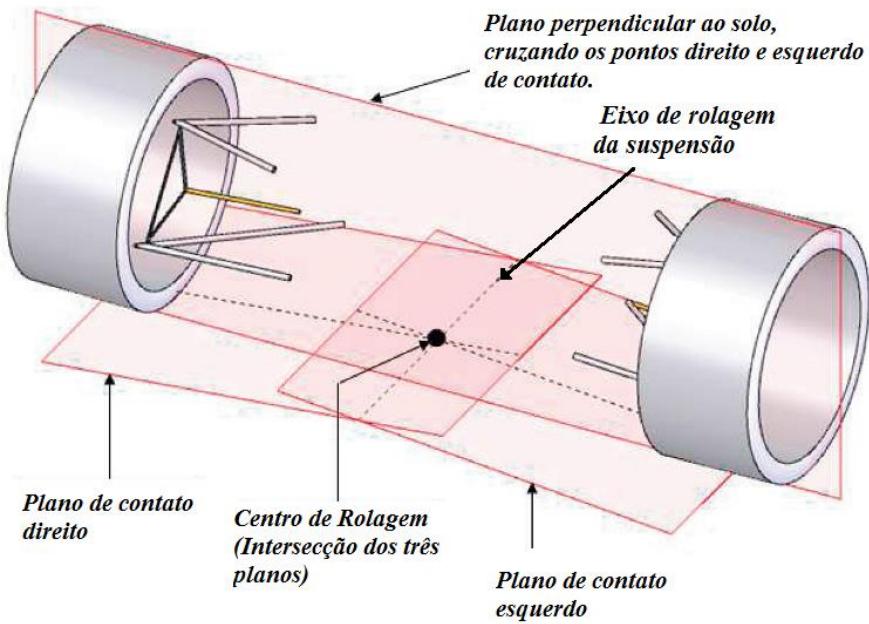


Figura 32 – Centro de Rolagem.  
Fonte: Autor “adaptado de” (ROUELLE, 2008).

O eixo de rolagem do veículo, que é conhecido popularmente por ser o eixo que a massa suspensa rotaciona em relação a massa não suspensa, é encontrado ligando os centros de rolagem de ambas suspensões.

O método cinemático para determinação do centro de rolagem foi comprovado por ser um método não tão preciso, pois envolve cálculos simples. O conceito de centro de rolagem cinemático é usado para escolha de configuração de suspensões e visualizações gráficas. No caso de se entender detalhadamente as forças que agem no veículo, o método cinemático não é suficiente (JONES, 1999).

### 2.3.2 Centro de rolagem baseado em forças

Outro método para determinação da localização do centro de rolagem é o baseado nas forças exercidas pela massa não suspensa na massa suspensa. A força exercida no pneu é transmitida para a massa suspensa pelos pontos de fixação dos braços e pela barra de direção, porém parte dela gera um momento de rolagem na massa suspensa e outra parte é responsável por deslocar a massa suspensa verticalmente (MITCHELL, 2006), como mostra a figura 33.

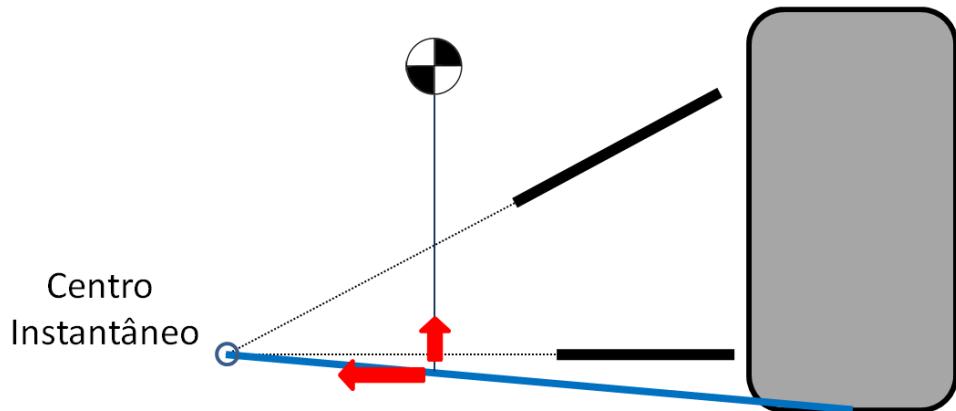


Figura 33 – Força e momento na massa suspensa.

Fonte: Autor.

A resultante da força transmitida da massa não suspensa para a massa suspensa atua sempre na linha formada entre o centro instantâneo e o ponto de contato entre pneu e solo (linha azul na figura 33) e pode ser decomposta lateralmente e verticalmente. A força responsável por deslocar a massa suspensa verticalmente é conhecida popularmente como “*jacking force*”. Caso o centro instantâneo esteja abaixo do solo esta força vertical será negativa, ou seja, estará “puxando” a massa suspensa para baixo. Os valores de força vertical e momento que fazem com que o veículo tenha um comportamento de rolagem são proporcionais à altura do CG e altura do centro de rolagem, porém os valores de deslocamento (angular e linear) dependem também dos elementos de força presentes, como molas, amortecedores e barras de torção.

Durante curvas, devido ao trabalho da suspensão, os centros instantâneos “CI” de ambos os lados migram para diferentes locais, fazendo com que a distribuição de forças e momentos se altere como pode ser visto na figura 34.

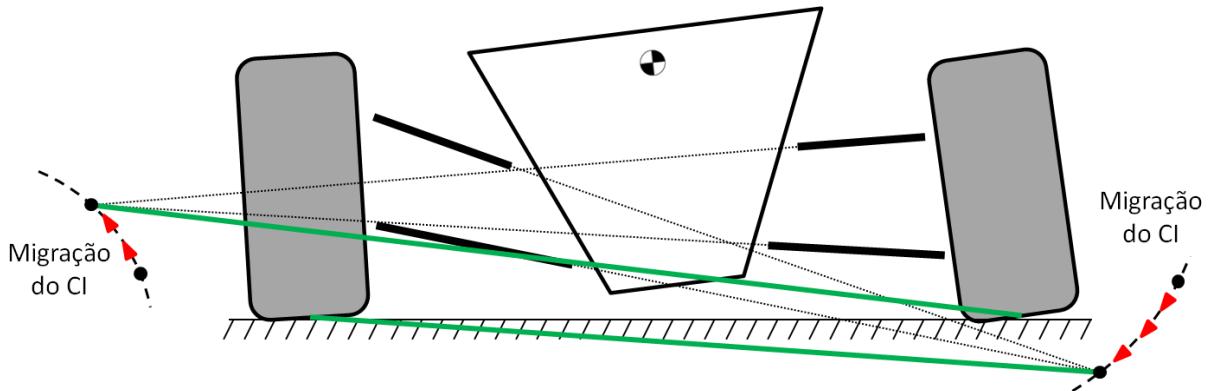


Figura 34 – Migração dos Centros Instantâneos.  
Fonte: Autor.

A própria migração, tanto lateralmente como verticalmente, muda a posição do eixo de rolagem, que é localizado no cruzamento das linhas verdes na figura 34. Alguns autores incluem a palavra "instantâneo" ao nome do centro de rolagem para enfatizar que com o movimento da suspensão em curvas, o mesmo se movimenta verticalmente e lateralmente (ROUELLE, 2008).

O método de localização do centro de rolagem com base nas forças pode ser usado experimentalmente ou usando *softwares* multicorpos. Ambos os casos o princípio é de decompor as forças que são transmitidas para a massa suspensa quando aplicada uma força lateral. A resultante de todas as forças impostas indica a inclinação que a força é transmitida, podendo assim, se determinar a altura do centro de rolagem, como mostra a figura 35.

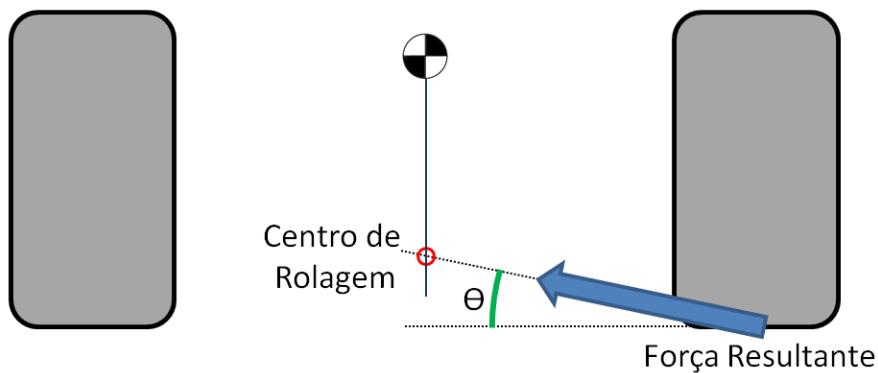


Figura 35 – Força resultante transmitida para massa suspensa.  
Fonte: Autor.

*Softwares* de simulações multicorpos permitem medições diretas de forças que são aplicados na massa suspensa através dos vínculos com a suspensão, podendo ser elas decompostas e facilmente quantificadas as porções de forças que geram momento e a porções que geram deslocamento vertical na massa suspensa.

### 2.3.3 Momento de rolagem

Além do método da força, o qual é mais eficiente usando ferramentas computacionais, pode-se considerar o veículo em estado estacionário e usar o centro de rolagem cinemático para

se calcular o momento de rolagem. Quando o veículo está em uma curva, uma força lateral virtual que é o produto da massa suspensa do veículo e a aceleração lateral pode ser representada no centro de gravidade fazendo com que o veículo tenha o comportamento de rolagem. Esse comportamento é gerado pelo momento de rolagem.

$$M_\phi = F_y h_1 = M_{\phi F} + M_{\phi R} \quad (2.18)$$

Sendo  $h_1$  a distância vertical do centro de gravidade até o eixo de rolagem como mostra a figura 36.

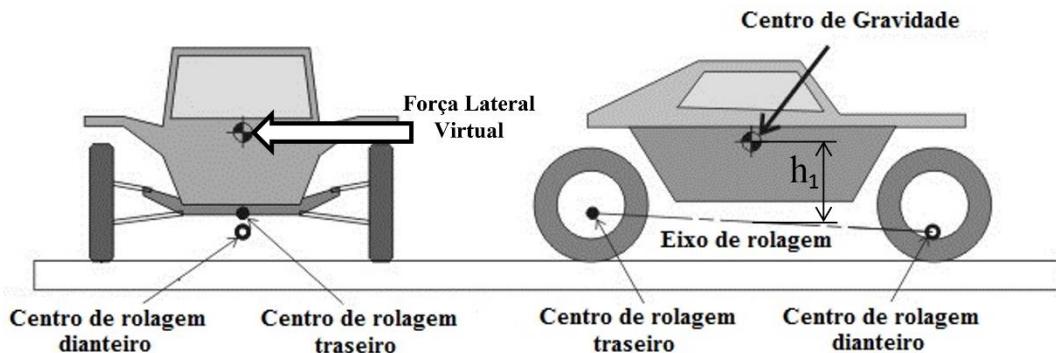


Figura 36 – Indicação do eixo de rolagem.

Fonte: Autor

A rigidez de rolagem de cada suspensão é calculada a partir da equação 2.19 para suspensões independentes (GILLESPIE, 1992).

$$K_{\phi f,r} = 0,5 K_e t^2 \quad (2.19)$$

Sendo  $K_e$  é a rigidez equivalente da mola medida na roda e  $t$  a bitola do veículo.

Para um cálculo de maior precisão, recomenda-se considerar da rigidez vertical do pneu em uma montagem em série com a rigidez equivalente da mola da suspensão.

A somatória da rigidez de rolagem da suspensão dianteira e traseira é denominada a rigidez de rolagem do veículo  $K_\phi$ .

O ângulo de rolagem  $\phi$  é dado pela relação entre o momento de rolagem  $M_\phi$  e a rigidez de rolagem  $K_\phi$ , o qual é calculado segundo a equação 2.20:

$$\phi = \frac{W_s h_1 a_y}{K_{\phi f} + K_{\phi r} - W_s h_1} \quad (2.20)$$

Derivando a expressão anterior em função da aceleração lateral atuante no veículo, encontra-se a taxa de rolagem  $R_\phi$  medida em  ${}^\circ/g$ :

$$R_\phi = \frac{W_s h_1}{K_{\phi f} + K_{\phi r} - W_s h_1} \quad (2.21)$$

O valor da taxa de rolagem é uma métrica usada para quantificar o nível de conforto do veículo em curvas. Carros de passeio têm a taxa de rolagem dentro da faixa de 3 a 7  ${}^\circ/g$ .

Veículos de competição como Fórmula SAE ou demais categorias profissionais de automobilismo, possuem taxas de rolagem com valores próximos ou menores que 1 °/g.

Calculando separadamente os momentos de rolagem dianteiro e traseiro em duas equações tem-se:

$$M_{\phi f} = \Delta F_{zf} t_f \quad e \quad M_{\phi r} = \Delta F_{zr} t_r \quad (2.22)$$

Sendo  $\Delta F_{zf}$  e  $\Delta F_{zr}$  as variações de força normal do cada eixo em relação à roda interna e externa à curva. A variação de força normal somada com a carga estática em cada pneu é proporcional a capacidade máxima do pneu de gerar forças e momentos, o que influencia diretamente no comportamento dinâmico do veículo.

## 2.4 Cinemática da direção

Para veículos que esterçam as rodas dianteiras, a posição da caixa de direção e barras de direção determinam se as rodas ficam paralelas ou se uma roda irá esterçar mais que a outra caso o volante esteja esterçado. Essa diferença de ângulos da roda externa e interna é gerada pela geometria Ackerman, como mostra a figura 37.

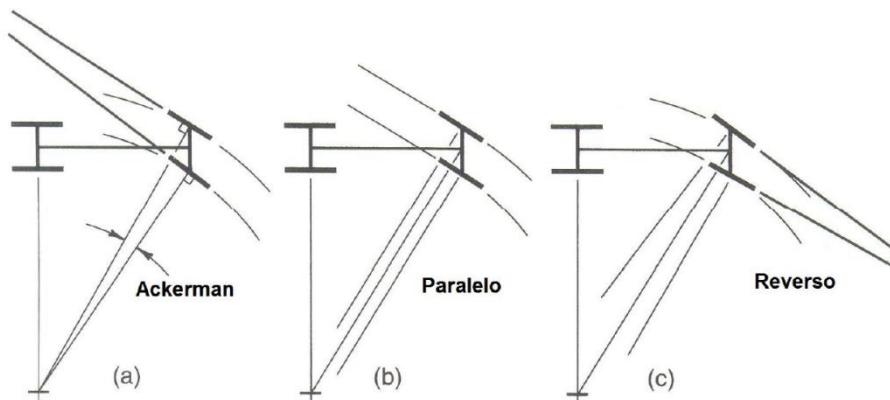


Figura 37 – Geometria de direção.  
Fonte: Autor “adaptado de” (MILLIKEN e MILLIKEN, 1995).

A geometria Ackerman é normalmente utilizada em veículos de passeio, onde não há grandes diferenças de ângulo de deriva entre pneu interno e externo do mesmo eixo, portanto o esterçamento maior no pneu interno é usado para descontar a diferença de raios que ambos os pneus percorrem. Por outro lado, para veículos que são expostos a altas acelerações laterais, como os de competição, que operam com ângulos de deriva relativamente maiores nos rodados externos do que nos internos, a geometria Ackerman reverso é aplicada, compensando o maior ângulo de deriva presente no pneu externo com o esterçamento maior do pneu interno, como por exemplo, em veículos de Fórmula 1 (MILLIKEN e MILLIKEN, 1995).

## 2.5 Cinemática da suspensão

De acordo com a norma ISO 8855, a inclinação do pino mestre é dada pelo ângulo formado entre a linha que passa pelas articulações dos braços com a manga de eixo, conforme pode ser observado na figura 38, sendo que o “braço terra” é a distância dada pelo ponto B até o ponto C, podendo ser positivo ou negativo. Quanto maior o braço terra, maiores as forças de reação no volante do veículo, e consequentemente, maior o desconforto para o condutor. Por outro lado, se o braço terra for nulo, o condutor perder a sensação de obstáculos e ondulações do piso (RILEY, 2008).

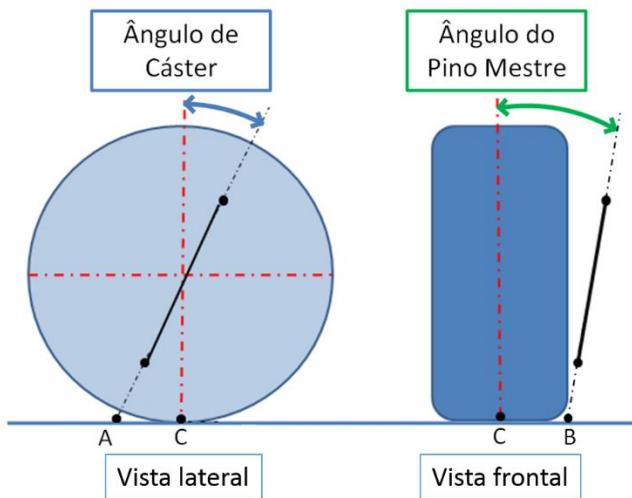


Figura 38 – Ângulos de Cáster e Pino Mestre.

Fonte: Autor.

De acordo com a norma DIN 70 000, o ângulo do cáster é determinado pela inclinação do eixo do pino mestre em relação à linha vertical do centro da roda, visto lateralmente. O cáster pode ser positivo, como na figura 38, ou negativo. Normalmente nos veículos de passeio e também nos veículos de competição utiliza-se o valor do ângulo do cáster positivo, pois esta configuração permite que, em condições de esterço durante uma curva, a roda interna ganhe inclinação positiva e a roda externa inclinação negativa. Essa característica ajuda o veículo a fazer a curva devido à inclinação das rodas, que aumenta a capacidade do pneu de gerar força lateral.

Outro componente importante a ser estudado é o rastro mecânico, que pode ser observado na figura 38 como sendo a distância entre os pontos A e C. Essa distância contribui como braço do torque de auto-alinhamento gerado pelo pneu. Portanto o torque de auto-alinhamento total é gerado por um componente de braço do pneu (rastro pneumático) somada ao componente de braço da suspensão. O rastro mecânico também é responsável por transmitir a sensação ao piloto de que o limite da aderência está se aproximando, devido a variação do torque de auto-alinhamento (HANEY, 2003).

Além do ganho de ângulo de inclinação devido ao cáster, existe a possibilidade de se ganhar ângulo de inclinação em função do curso da suspensão. Esse recurso é usado para compensar o ganho de ângulo de rolagem do veículo, fazendo com que o pneu seja capaz de transmitir maior magnitude de força lateral.

O ângulo de convergência/divergência é formado pela linha de centro do pneu em relação ao eixo longitudinal do veículo, conforme pode ser visto na figura 39. Quando a extensão das linhas tende a se encontrar na frente do eixo, a geometria é dita convergente. Se as extensões das linhas tendem a se encontrar para trás do eixo, o sistema é dito divergente.

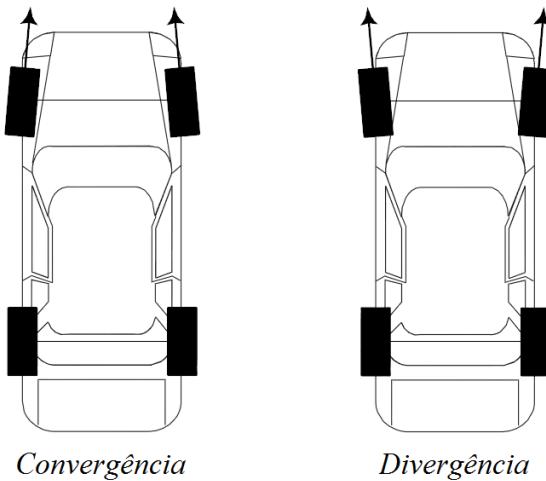


Figura 39 – Convergência/Divergência.

Fonte: Autor “Adaptado de” (BLUNDELL e HARTY, 2004).

A quantidade de convergência/divergência afeta o desempenho do veículo nas seguintes três características: desgaste do pneu, estabilidade em linha reta, dirigibilidade na entrada de curvas. Para minimizar o desgaste dos pneus e a perda de potência, os pneus devem estar alinhados com o eixo central do veículo durante a reta. Convergência ou divergência em excesso causa o arrasto indesejável dos pneus. A configuração convergente melhora a estabilidade direcional, além de reduzir a tendência de trepidação do volante (RILL, 2011).

## 2.6 Comportamento sub e sobre-esterçante

Um veículo tem um comportamento sub-esterçante quando em uma curva de raio constante, aumentando-se a velocidade, há a necessidade de aumentar o ângulo de esterçamento para manter o veículo no mesmo raio. O comportamento sobre-esterçante existe quando um veículo em curva de raio constante, com aumento da velocidade, é necessário diminuir o ângulo de esterçamento para manter o veículo no mesmo raio. Consequentemente, em um veículo com comportamento neutro, não há necessidade de mudar o ângulo de esterçamento para manter o mesmo raio, com aumento da velocidade (GILLESPIE, 1992).

A magnitude de esterçamento em regime permanente pode ser calculada simplificadamente de acordo com a equação 2.23:

$$\delta = 57,3 \frac{L}{R} + K a_y \quad (2.23)$$

Sendo  $K$  o gradiente de esterçamento, calculado em  $[^0/g]$  conforme a equação 2.24, considerando os valores de rigidez laterais dos pneus no comportamento linear.

$$K = \frac{F_{zf}}{C_{\alpha f}} + \frac{F_{zr}}{C_{\alpha r}} \quad (2.24)$$

Se o valor de  $K$  é positivo ( $\alpha_f > \alpha_r$ ) o veículo tem um comportamento sub-esterçante, se  $K$  é negativo ( $\alpha_f < \alpha_r$ ), o veículo é sobre-esterçante. Consequentemente, se  $K = 0$  o veículo tem comportamento neutro. Existem outros fatores que influenciam no comportamento do veículo como os ganhos cinemáticos da suspensão, transferência de carga lateral e deformação elástica de componentes da suspensão.

Outra maneira de se avaliar o comportamento do veículo é usando o ângulo de deriva do chassi, conhecido como  $\beta$ . Similarmente ao ângulo de deriva do pneu,  $\beta$  é definido como o ângulo entre o vetor velocidade do chassi e a linha longitudinal que divide o chassi ao meio, como mostra a figura 40.

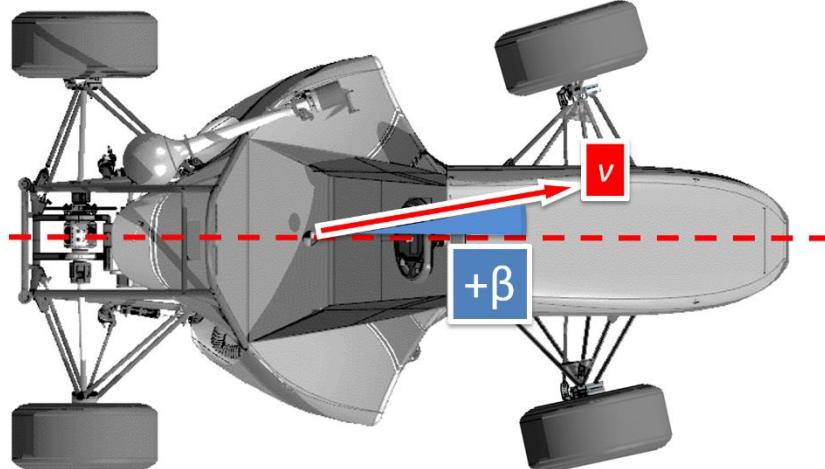


Figura 40 – Ângulo de deriva do chassi.  
Fonte: Autor.

Quando o veículo está fazendo uma curva para a esquerda e  $\beta$  é positivo, significa que o veículo tem um comportamento sub-esterçante. No caso de uma curva para a direita, com  $\beta$  positivo, o comportamento é sobre-esterçante.

## 2.7 Elementos de Força

Os elementos de força são elementos que geram forças entre corpos conectados no modelo multicorpos como molas, amortecedores, buchas poliméricas, entre outras.

### 2.7.1 Molas

A principal função da mola em um veículo é a de isolar a massa suspensa dos deslocamentos sofridos na massa não suspensa. Em veículos de passeio a mola helicoidal é a mais usada e normalmente com rigidez constante. Algumas variações do diâmetro do arame ou no diâmetro da mola podem caracterizar um comportamento não linear caso desejado. A instalação de duas molas helicoidais, com diferentes valores de rigidez, montadas em série também pode ser comum. Esse tipo de instalação é usado quando se deseja um aumento de rigidez durante o curso da suspensão, que acontece quando a mola menos rígida se comprime totalmente.

O comportamento dinâmico do veículo depende de como a rigidez da mola é sentida pelo curso vertical de roda, que é chamada de rigidez equivalente da mola ou de rigidez efetiva. O mesmo vale para o coeficiente de amortecimento do amortecedor. Em suspensões tipo duplo braço triangular, normalmente a mola/amortecedor se desloca metade do deslocamento vertical da roda, devido sua inclinação quando instalado. Em suspensões do tipo *Mac Pherson*, onde o conjunto mola/amortecedor fica praticamente alinhado com o deslocamento de roda, a relação de deslocamento dos dois pode ser bem parecida. A divisão de um valor de deslocamento na mola por um valor correspondente deslocado na roda é chamada de razão de instalação:

$$R_k = \frac{\Delta_k}{\Delta_{roda}} \quad (2.25)$$

É possível obter a rigidez equivalente de uma mola baseada no seu valor de rigidez e sua relação de instalação, através de um balanço de energia tem-se:

$$K_m R_k^2 = K_e \quad (2.26)$$

Geralmente a razão de instalação de uma mola/amortecedor não é constante, pois há uma variação em função do deslocamento vertical da roda. Essa não linearidade pode causar um aumento ou um decréscimo na rigidez equivalente na roda.

### 2.7.2 Amortecedores

A principal função do amortecedor em uma suspensão é a de dissipar a energia imposta ao sistema quando o veículo é excitado por um obstáculo, atenuando a variação de movimentos entre a massa suspensa e a massa não suspensa (DIXON, 2009).

Desde a sua criação, diversos tipos de mecanismos para atenuar a vibração foram construídos. Nos dias de hoje o tipo de amortecedor mais comum é o telescópico de tubo simples ou de tubo duplo como mostra a figura 41.

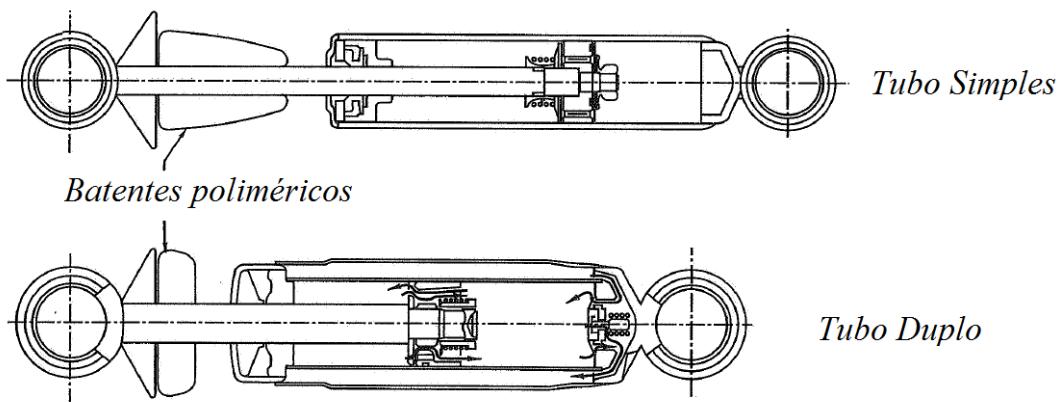


Figura 41 – tipos de amortecedores.  
Fonte: Autor “adaptado de” (MILLIKEN e MILLIKEN, 1995).

A passagem do fluído por orifícios entre câmaras gera uma força sempre contrária ao movimento em função da velocidade.

É comum se utilizar gás nitrogênio em uma câmara separada dentro dos amortecedores com o intuito de pressurizar o sistema. O objetivo desse gás é de prevenir cavitação e geração de uma força estática de extensão do amortecedor, que é responsável pelo retorno.

As propriedades de um amortecedor são obtidas experimentalmente através de um dinamômetro capaz de impor deslocamentos conhecidos e medir a força gerada através de uma célula de carga. Uma série de deslocamentos com amplitude constante são impostos no amortecedor e a frequência é variada com o intuito de se obter diferentes velocidades de acionamento do amortecedor. O sinal de força varia em função da velocidade de acionamento como mostra a figura 42.

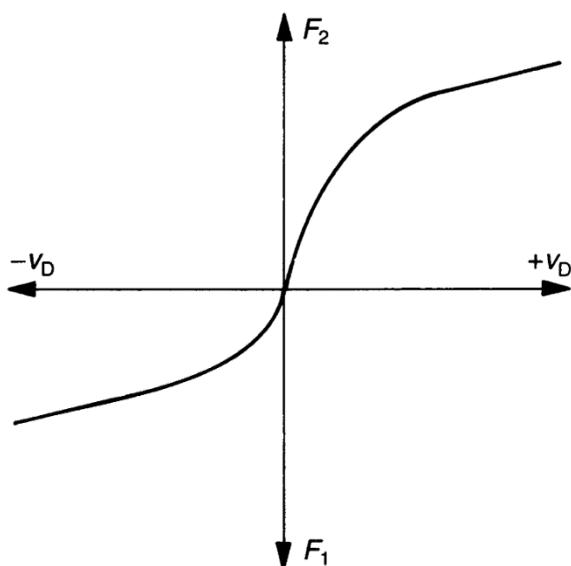


Figura 42 – Curva característica do amortecedor.  
Fonte: Autor “adaptado de” (DIXON, 2009).

Sendo os valores positivos referem-se à compressão e os negativos à extensão do amortecedor.

Em veículos de passeio, o nível de amortecimento é considerado baixo quando comparado com veículos de corrida (em asfalto). Isso se deve ao compromisso que os veículos de passeio têm com a dinâmica vertical e o conforto (MILLIKEN e MILLIKEN, 1995).

### 3 METODOLOGIA

A metodologia do trabalho se divide conforme a figura 43.

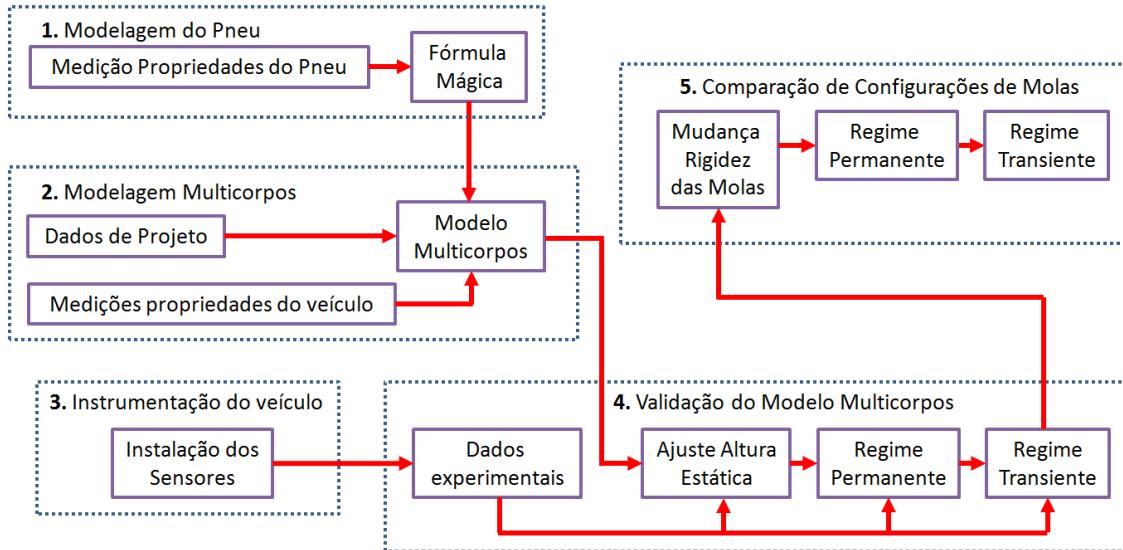


Figura 43 – Metodologia do trabalho.

Fonte: Autor.

A modelagem do pneu foi feita através de dados experimentais obtidos através do equipamento de medição de propriedades de pneu *Flat-trac* existente na *Calspan TIRF*. Os dados da medição foram filtrados e a partir deles equações matemáticas que descrevem as relações de forças e momentos foram criadas.

Para a modelagem do veículo Fórmula SAE RS7 em multicorpos foi usado o *software* MSC ADAMS/Car, pois ele tem capacidade de calcular todas as forças vinculares que atuam nos sistemas de veículo. Parâmetros de projeto do veículo como, por exemplo, as coordenadas dos pontos que determinam a geometria da suspensão foram usadas para alimentar o modelo multicorpos. Dados experimentais como comportamento de amortecedores, localização do centro de gravidade, entre outros foram medidos e também serviram como dados de entrada para o modelo.

Com a presença de um sistema de aquisição de dados Motec EDL3, foi realizada a instalação e a calibração de cada sensor. Logo após, o veículo foi submetido a um ensaio estático e ensaios sob trajetórias de regime permanente e regime transiente.

O ensaio estático, que gerou dados do comportamento do veículo em velocidade nula serviu para ajustar a altura estática do modelo multicorpos. Ensaios em trajetória de raio constante e trajetórias aleatórias geraram dados para serem comparados com as respostas da simulação multicorpos, podendo assim validar o comportamento do veículo virtual tanto em regime permanente quanto em regime transiente. Com o comportamento do modelo validado,

foram mapeados fenômenos do comportamento do veículo que acontecem durante as manobras que não são facilmente obtidos experimentalmente, como a faixa de trabalho do pneu, o ângulo de deriva do chassi, taxa de rolagem considerando a deformação do pneu, entre outros.

Após validado o comportamento do modelo, a sensibilidade do modelo foi quantificada com o intuito de provar que o modelo é sensível o suficiente as mudanças em seus parâmetros. A sensibilidade do modelo é importante para que o mesmo possa ser usado para futuras mudanças visando melhorias no desempenho do veículo e eliminando a necessidade de testes.

Para se tornar visível a sensibilidade do modelo, foi proposto um aumento na rigidez das molas da suspensão dianteira do veículo. Os impactos dessa mudança no comportamento do dinâmico do veículo foram analisados comparando-se os dois casos.

Por fim foi brevemente ilustrada a influência da histerese do pneu em uma manobra transiente, mostrando a importância de se considerar o parâmetro de comprimento de relaxação durante a modelagem matemática do pneu.

### **3.1 Modelagem do pneu**

Descreve-se a modelagem do pneu em duas etapas: a medição dos fenômenos experimentalmente e a criação das relações matemáticas.

#### **3.1.1 Medição de forças e momentos atuantes no pneu**

Dados experimentais do pneu foram obtidos através de um consórcio criado pela MRA (*Milliken Research Association*) em conjunto com a *Calspan TIRF* e a Universidade de Buffalo. O objetivo do consórcio é prover dados de pneu de qualidade para os alunos participantes das equipes de Fórmula SAE de todo o mundo (KASPRZAK e GENTZ, 2006).

Alguns dos tipos de pneu mais comuns usados nas competições de Fórmula SAE em todo o mundo são medidos no dispositivo e seus resultados são repassados às equipes que compõem o consórcio.

O pneu utilizado no veículo Fórmula SAE RS7 foi medido no dispositivo de medição como mostra a figura 44 e os dados foram disponibilizados para a Equipe Fórmula FEI.

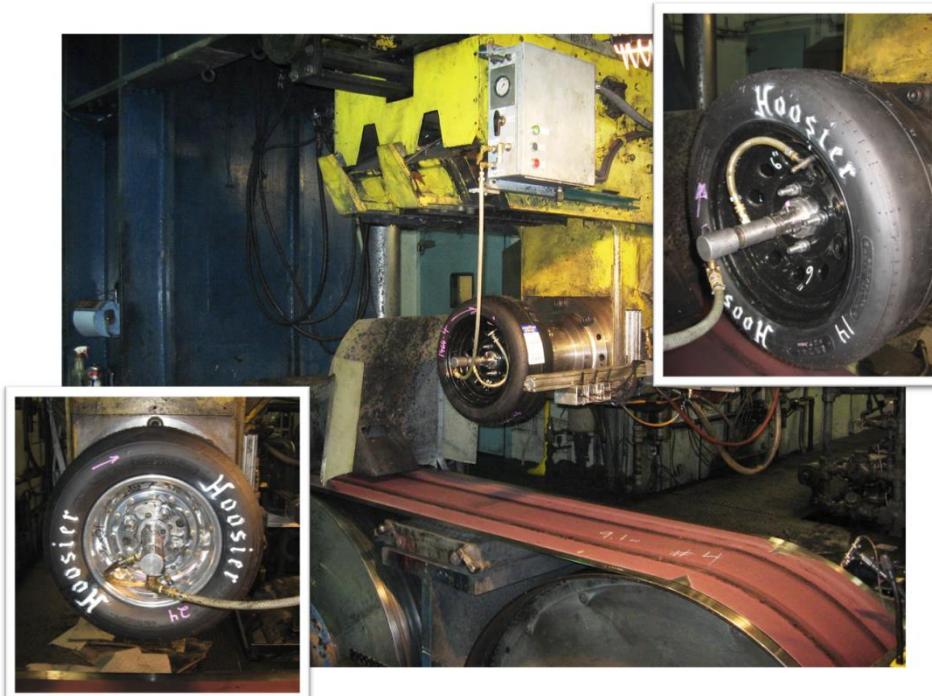


Figura 44 – Medição do pneu Hoosier LCO.  
Fonte: Autor.

O pneu foi preso junto a um cabeçote móvel, região amarela vista na figura 25 e figura 44, que controla o deslocamento vertical, os ângulos de esterçamento e inclinação do pneu. No cabeçote é instalado um motor hidráulico, capaz de acelerar e frear o pneu, e um conjunto de células de carga. O conjunto de célula de carga é capaz de medir as três forças e seus momentos correspondentes baseados na convenção SAE como ilustrado na figura 3.

A esteira que faz o papel do piso, tem largura de 710 mm e é construída de uma cinta de aço revestida por material que simula as propriedades de atrito do piso. A esteira é movimentada por dois rotores de 1,7 m de diâmetro.

O pneu Hoosier LCO 18" x 7" x 10" montado com rodas de largura 6 e 7 polegadas foram submetidos a dois tipos de medição, denominadas “Força Lateral Pura” e “Força Combinada” ambas em velocidade constante do piso de 40 km/h.

A medição “Força Lateral Pura” tem como objetivo gerar as relações:

- Força lateral em função do ângulo de deriva;
- Força lateral em função da força normal;
- Torque de auto-alinhamento em função do ângulo de deriva.

Na medição é realizado um ciclo que variando o ângulo de deriva denominado “AD1” para diferentes cargas verticais e ângulos de inclinação, sem efeito de torques trativos ou de frenagem. O ciclo “AD1” é composto pelas seguintes variações angulares, em velocidade de esterçamento constante de 4 °/s, na seguinte ordem:

- $0^\circ$  até  $-4^\circ$
- $-4^\circ$  até  $+12^\circ$
- $+12^\circ$  até  $-12^\circ$
- $-12^\circ$  até  $+3^\circ$
- $+3^\circ$  até  $0^\circ$

Foi aplicado o ciclo “AD1” conforme a seguinte lógica de medição, de forma a cobrir todas as combinações de ângulos de inclinação e forças verticais:

Para Ângulo de inclinação [ $^\circ$ ] = 0, 2, 4, 1, 3

Para Força vertical [N] = 890, 686, 222, 1112, 445

Realizar ciclo “AD1”

Próxima Força vertical

Próximo Ângulo de inclinação

Os valores de forças verticais em Newton são referentes aos valores nominais da medição em lb de 200, 150, 50, 250, 100, respectivamente.

A segunda medição realizada no pneu, denominada “Força Combinada” tem como objetivo gerar as seguintes relações:

- Força longitudinal em função da relação de escorregamento
- Força longitudinal em função da força vertical
- Força longitudinal em função da força lateral.
- Força longitudinal em função da força lateral.

Nesta medição, um ciclo variando a relação de escorregamento, denominado “RE1”, é realizado para diferentes ângulos de deriva, forças normais e ângulos de inclinação. O ciclo “RE1” é composto pela variação da relação de escorregamento na seguinte forma:

- 0 até +0,2
- +0,2 até -0,2
- -0,2 até 0

O ciclo “RE1” é realizado conforme a lógica abaixo, cobrindo todas as combinações de ângulo de deriva, força vertical e ângulo de inclinação:

Para Ângulo de inclinação [ $^{\circ}$ ] = 0, 2, 4

Para Ângulo de deriva [ $^{\circ}$ ] = 0, 3, -6

Para Força vertical [N] = 890, 686, 222, 1112

Realizar ciclo “RE1”

Próxima Força vertical

Próximo Ângulo de deriva

Próximo Ângulo de inclinação

Os valores de forças verticais em Newton acima são os valores nominais da medição em lb de 200, 150, 50, 250, respectivamente.

A relação de escorregamento usada para controlar o ciclo “RE1” foi calculada baseada no raio carregado  $r_c$ , e não o raio efetivo  $r_e$ , por motivos de convenção da *Calspan TIRF*.

Ambas as medições “Força Lateral Pura” e “Força Combinada” foram realizadas para diferentes pressões de inflação do pneu, diferentes temperaturas de trabalho e diferentes condições de desgaste do pneu. A pressão de inflação foi controlada e mantida constante durante cada procedimento. Sensores de temperatura monitoravam a temperatura do pneu, piso e temperatura ambiente. Todos os dados foram medidos a uma frequência de aquisição de 50 Hz.

### 3.1.2 Modelagem usando a “fórmula mágica”

Depois de filtrados os dados obtidos experimentalmente e com o auxílio do *software Optimum T*, foram calculados através de um algoritmo evolutivo, um conjunto de equações baseadas na “fórmula mágica” que descrevem todas as possíveis relações de forças e momentos gerados no pneu para tais condições de medição. Do conjunto de equações foram removidos os conhecidos coeficientes de Pacejka. O conjunto, o qual no caso engloba 89 coeficientes, é conhecido usualmente como sendo o “modelo de pneu PAC 2002”.

A figura 45 mostra a plotagem da força lateral em função do ângulo de deriva para as cinco diferentes cargas normais realizadas na medição “Força Lateral Pura”.

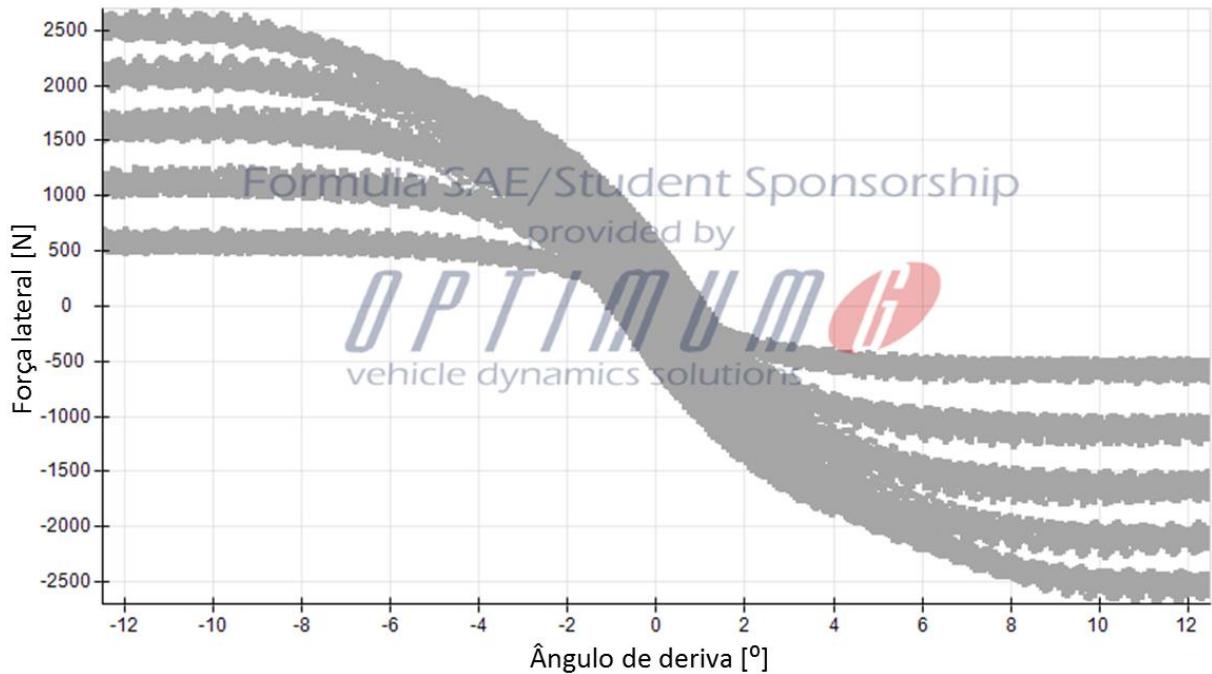


Figura 45 – Medição de força lateral por ângulo de deriva.  
Fonte: Autor.

A densidade de pontos tornando a linha espessa se dá devido à variação do ângulo de inclinação, pois cada uma das cinco curvas leva em conta diferentes ângulos de inclinação realizados na medição. A *Calspan TIRF* também justifica a espessura da linha pela histerese do pneu e o próprio erro de medição devido a vibrações.

Nota-se que a faixa que pode ser considerada linear no pneu é limitada apenas aos valores de ângulo de deriva abaixo de aproximadamente 1,5º.

Mesmo sem a presença de forças de frenagem ou de tração na medição “Força Lateral Pura”, há a presença de relação de escorregamento longitudinal devido ao ângulo de deriva. Essa magnitude de relação de escorregamento pode ser vista quando plotada como terceiro eixo no gráfico anterior, como mostra a figura 46.

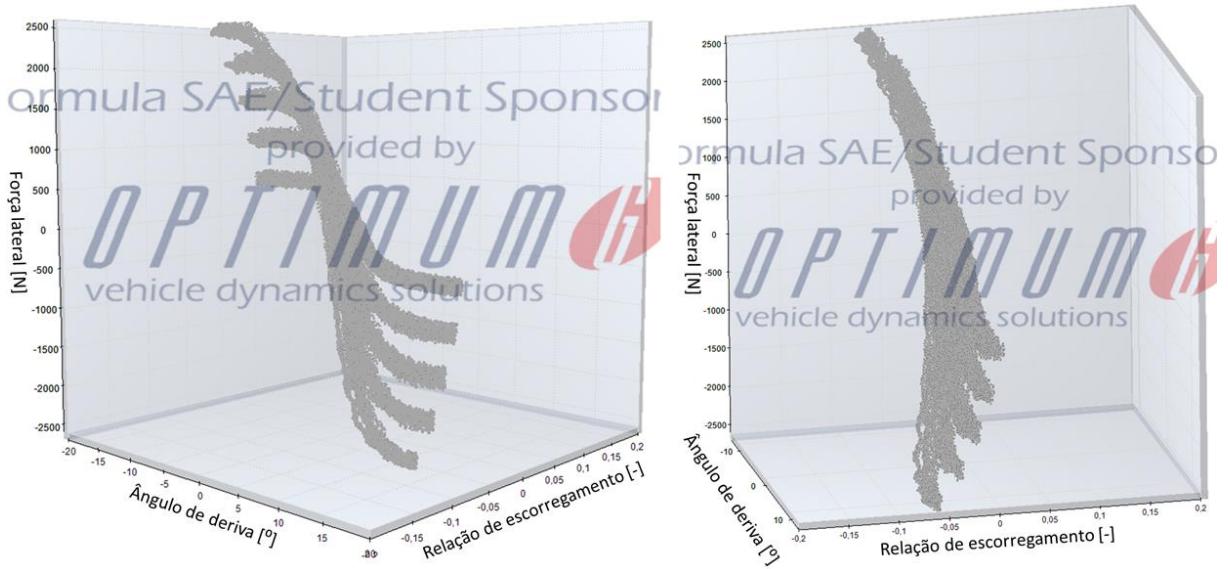


Figura 46 – Presença da relação de escorregamento na medição "Força lateral pura".

Fonte: Autor.

A figura 47 mostra os valores do torque de auto-alinhamento em função do ângulo de deriva, também retirada da medição de “Força Lateral Pura”.

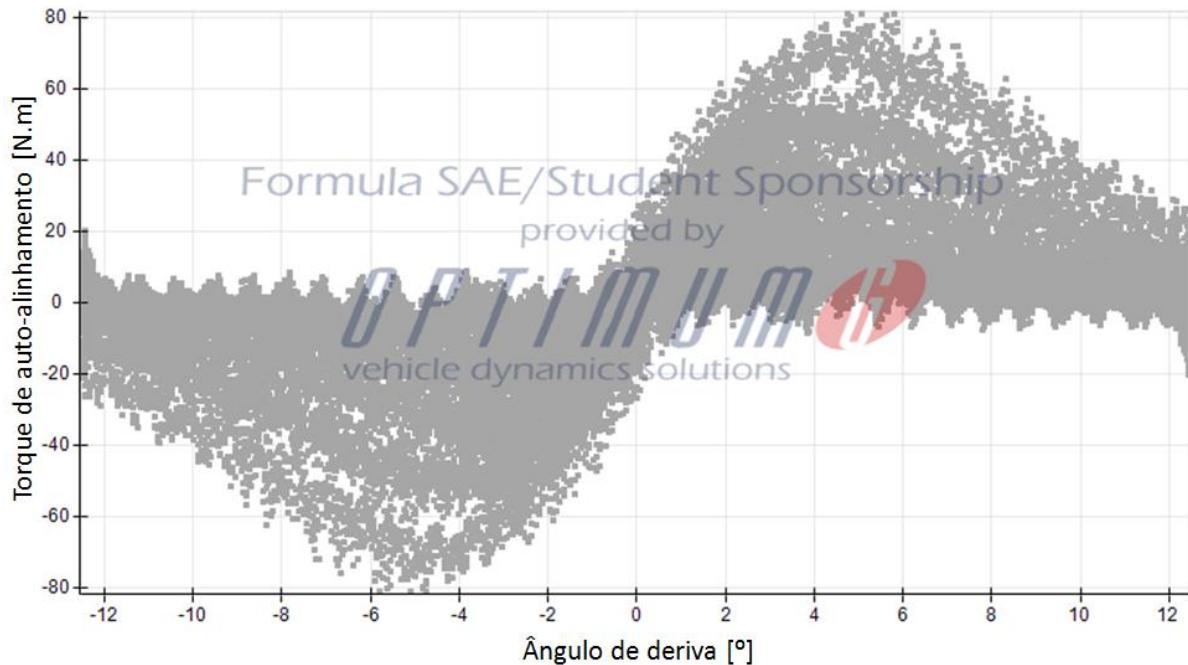


Figura 47 – Medição do torque de auto-alinhamento em função do ângulo de deriva.

Fonte: Autor.

A densidade de pontos observada tem maior concentração em baixos valores de torque, devido a maior quantidade do tempo da medição o pneu permanecer com valores de torque de auto-alinhamento inferiores a 20 Nm.

Plotando os dados das forças lateral e vertical da medição, como mostra a figura 48, é possível observar que os pontos de máxima força lateral têm uma relação praticamente linear em função do valor de força vertical (pontos no gráfico).

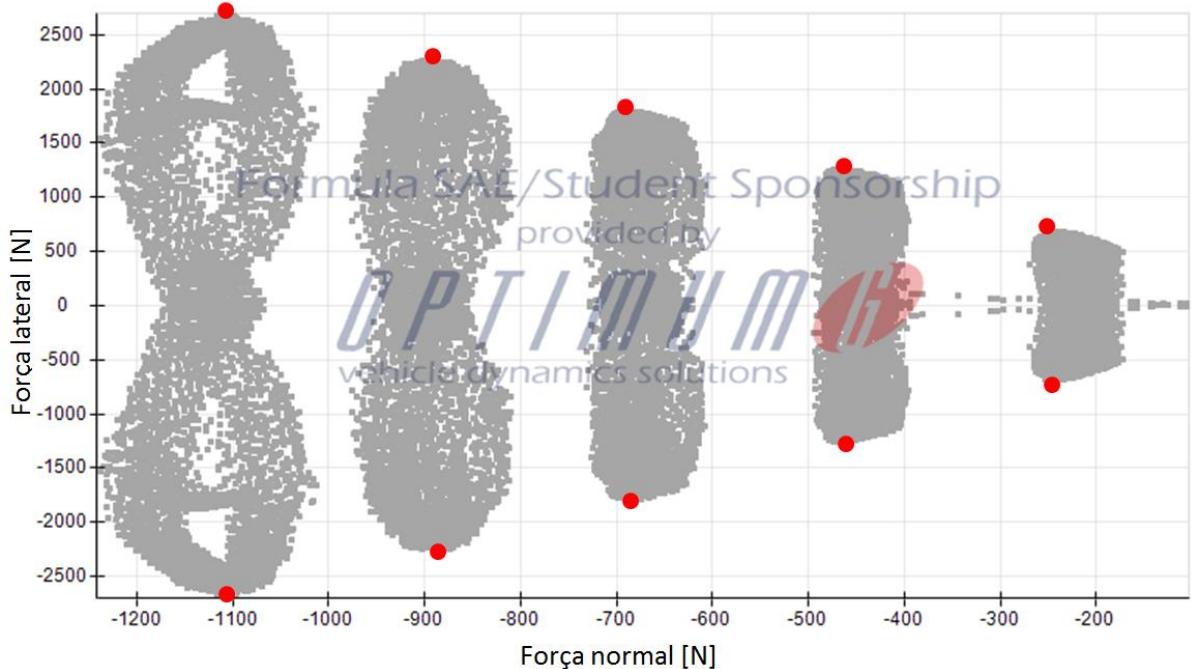


Figura 48 – Medição de força lateral em função da força vertical.  
Fonte: Autor.

Cada um dos cinco conjuntos de dados mostrados na Figura 48 representam as cinco cargas verticais, convertidas em Newton, que foram usadas na medição de “Força Lateral Pura” (200, 150, 50, 250 e 100 lb).

Aplicando as equações mágicas 2.14 e 2.15, foram calculados os coeficientes de Pacejka para que as equações sobreponham os valores obtidos experimentalmente nos gráficos mostrados.

Os primeiros coeficientes de Pacejka são gerados a partir de sobreposições da fórmula mágica no formato senoidal nos dados de força lateral em função do ângulo de deriva, como mostra a figura 49.

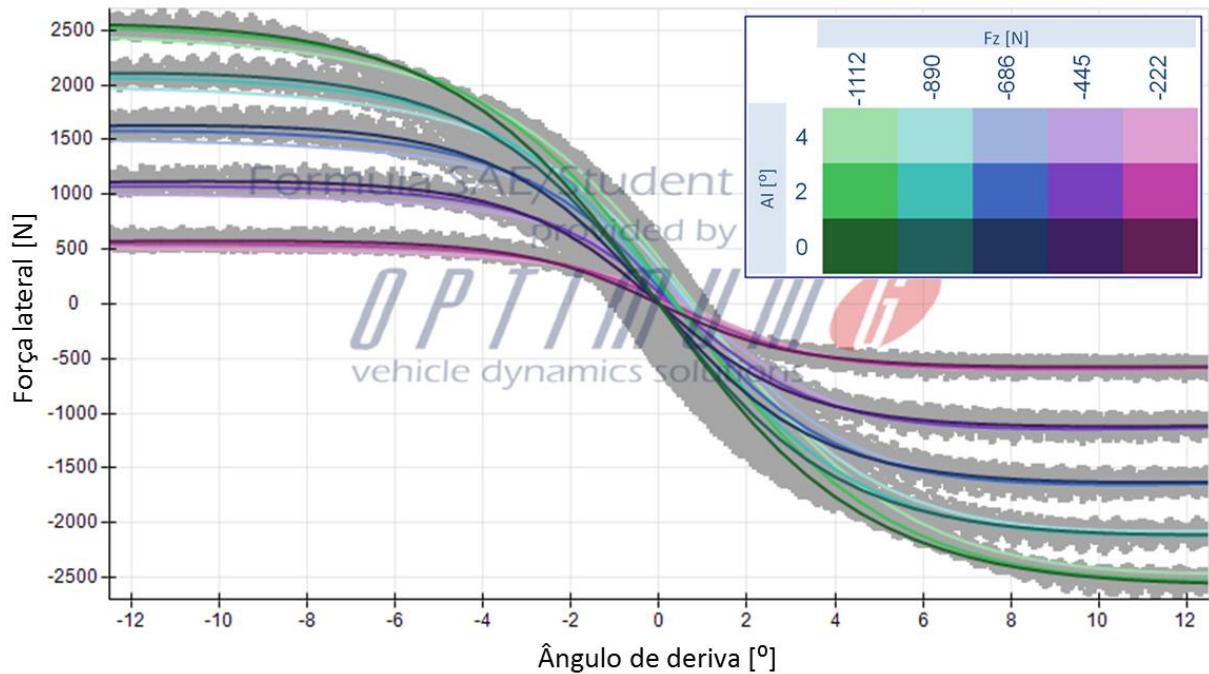


Figura 49 – Força lateral por ângulo de deriva e ângulo de inclinação.

Fonte: Autor.

Aplicada a fórmula mágica no formato cossenoide, a relação entre torque de auto-alinhamento em função do ângulo de deriva é gerada, como mostra a figura 50.

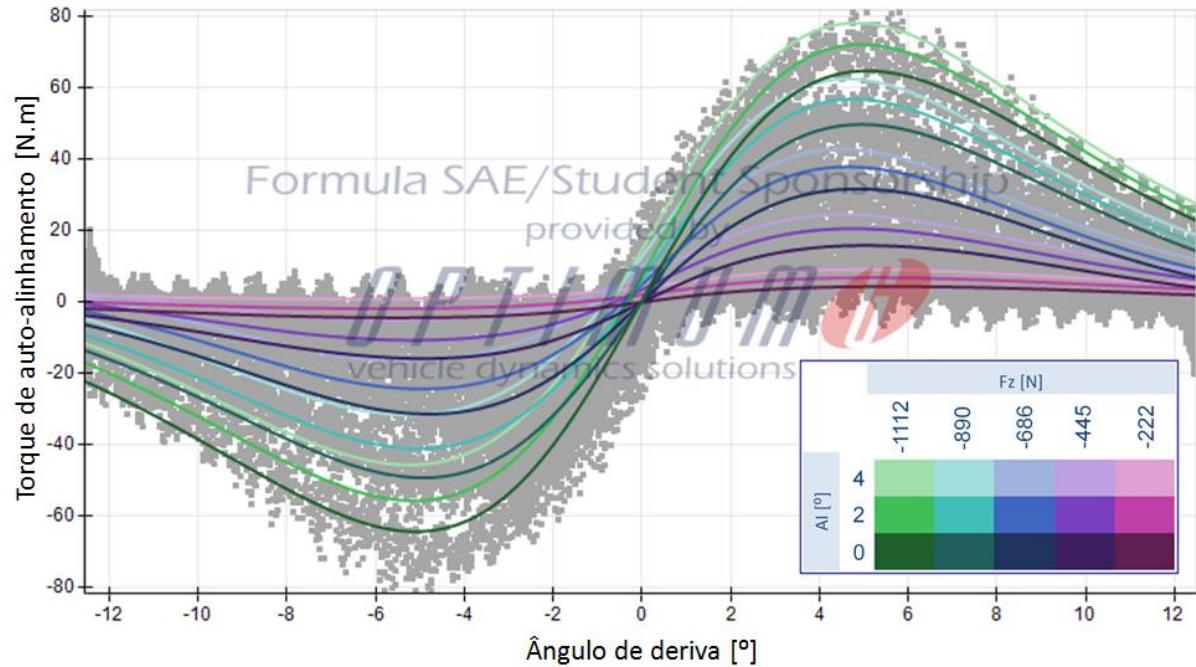


Figura 50 – Torque de auto-alinhamento em função do ângulo de deriva.

Fonte: Autor.

Nota-se que tanto nas figuras anteriores há uma defasagem das curvas mais claras em relação à origem, pois as mesmas representam a presença de ângulo de inclinação.

Com as equações referentes à força lateral e o torque de auto-alinhamento, foi calculado, baseado na equação 2.3, o valor do rastro pneumático para diferentes valores de força vertical, como mostra a figura 51.

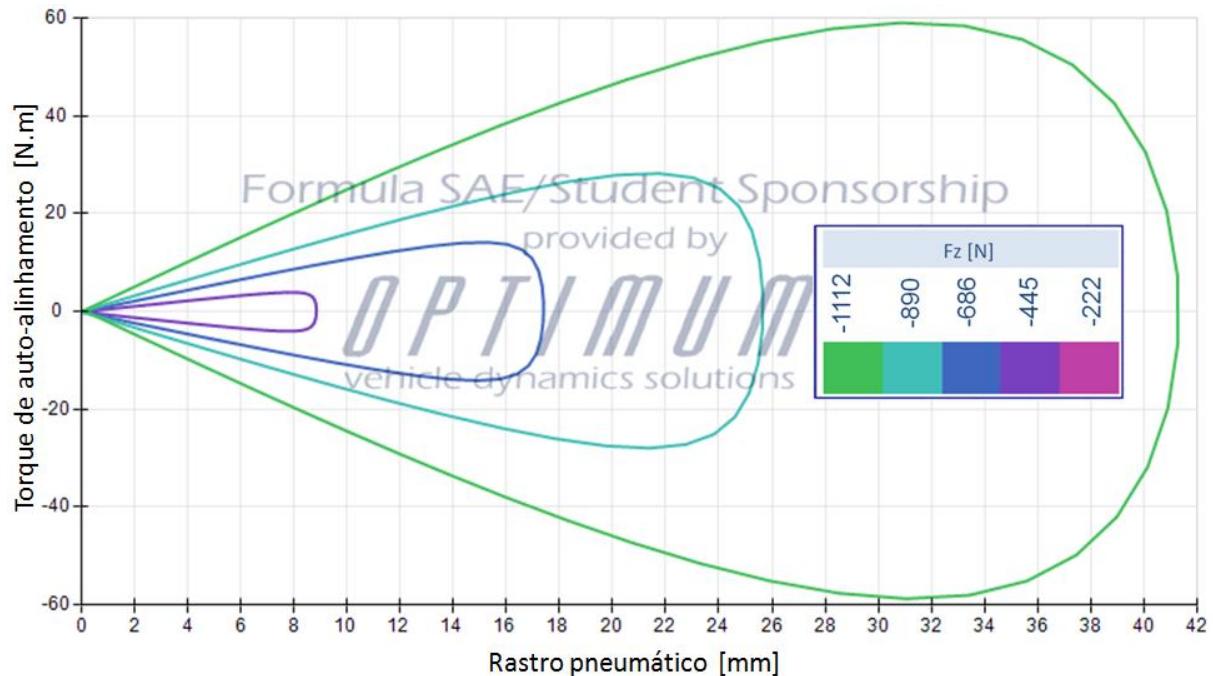


Figura 51 – Rastro pneumático em função do torque de auto-alinhamento.

Fonte: Autor.

É observado que os valores do rastro pneumático são fortemente dependentes da força vertical, sendo o máximo valor alcançado na medição de aproximadamente 41 mm para uma carga vertical nominal de 1112 N.

A relação entre força lateral e força vertical também é expressa pela “fórmula mágica”, conforme a figura 52, porém a mesma é considerada quase uma reta para esta relação.

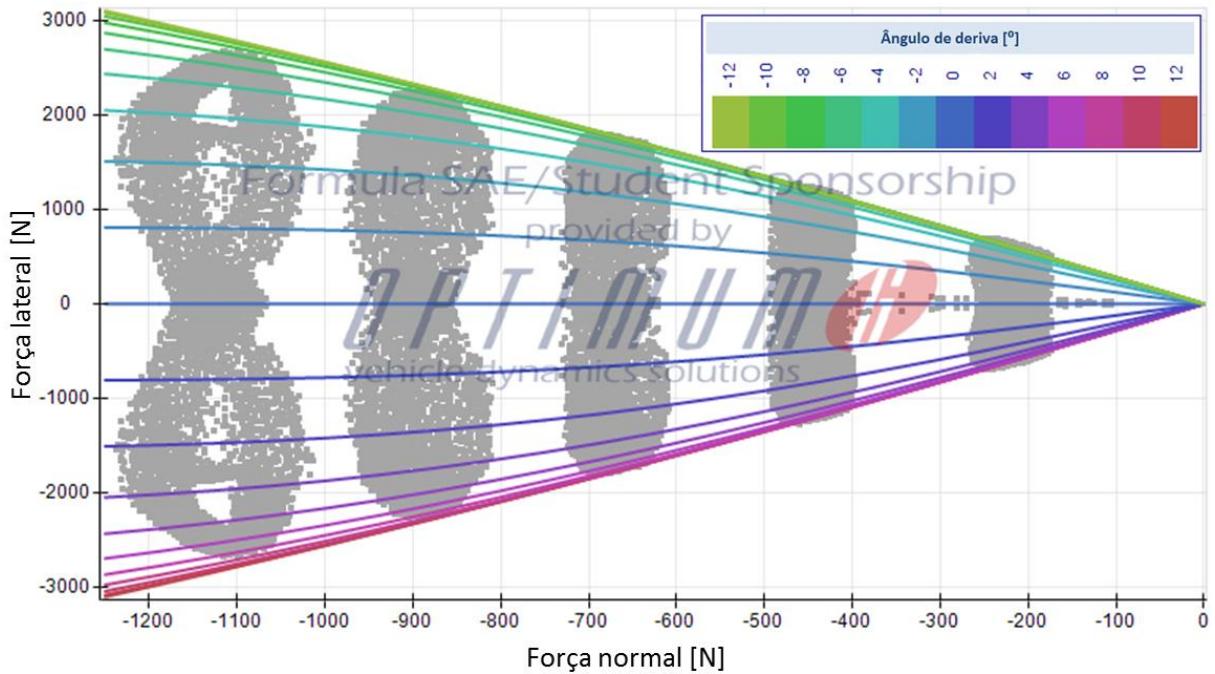


Figura 52 – Força lateral em função da força normal.  
Fonte: Autor.

Observa-se que o pneu quando submetido a cargas normais de 200 N até 1100 N, a relação entre força lateral máxima e força vertical pode ser considerada linear, o que significa que o pneu não está próximo do seu limite de força normal, caso contrário, o mesmo não trabalharia na faixa linear.

Baseado nas equações criadas a partir dos dados da medição “Força Lateral Pura” os dados da segunda medição, denominada “Força Combinada” passam pelo mesmo processo.

Os dados de força longitudinal por relação de escorregamento para as quatro cargas verticais nominais (200, 150, 50 e 250 lb) foram plotados na figura 53 conforme a medição.

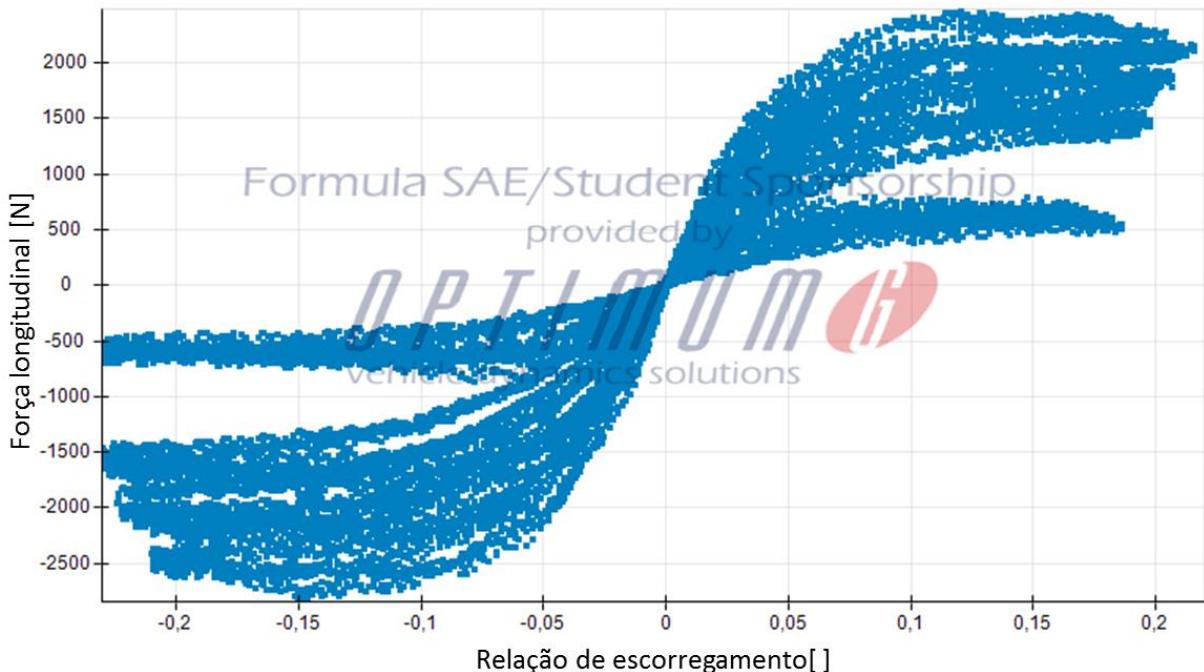


Figura 53 – Medição de força longitudinal em função da relação de escorregamento.  
Fonte: Autor.

É possível verificar que as maiores forças longitudinais alcançadas são para uma relação de escorregamento menor que -0,1 e maior que 0,1.

A variação da força longitudinal em função da força normal é ilustrada na figura 54 para as quatro diferentes cargas nominais medidas (200, 150, 50 e 250 lb) convertidas para Newton.

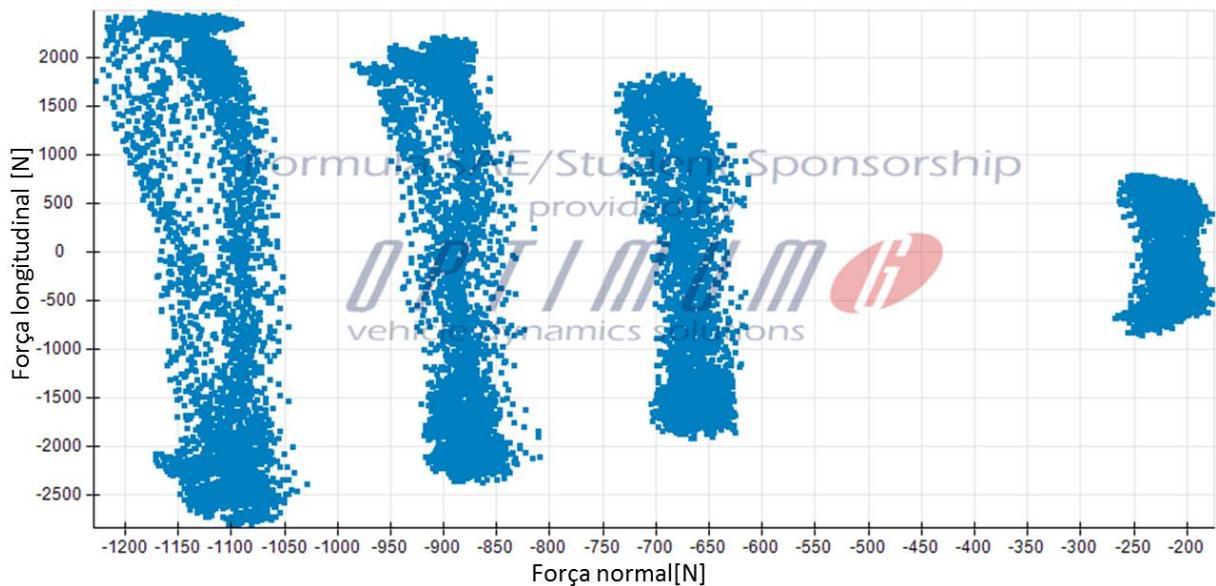


Figura 54 – Medição da força longitudinal em função da força normal.  
Fonte: Autor.

A “fórmula mágica” é aplicada para as medições de força longitudinal em função da relação de escorregamento, conforme a figura 55.

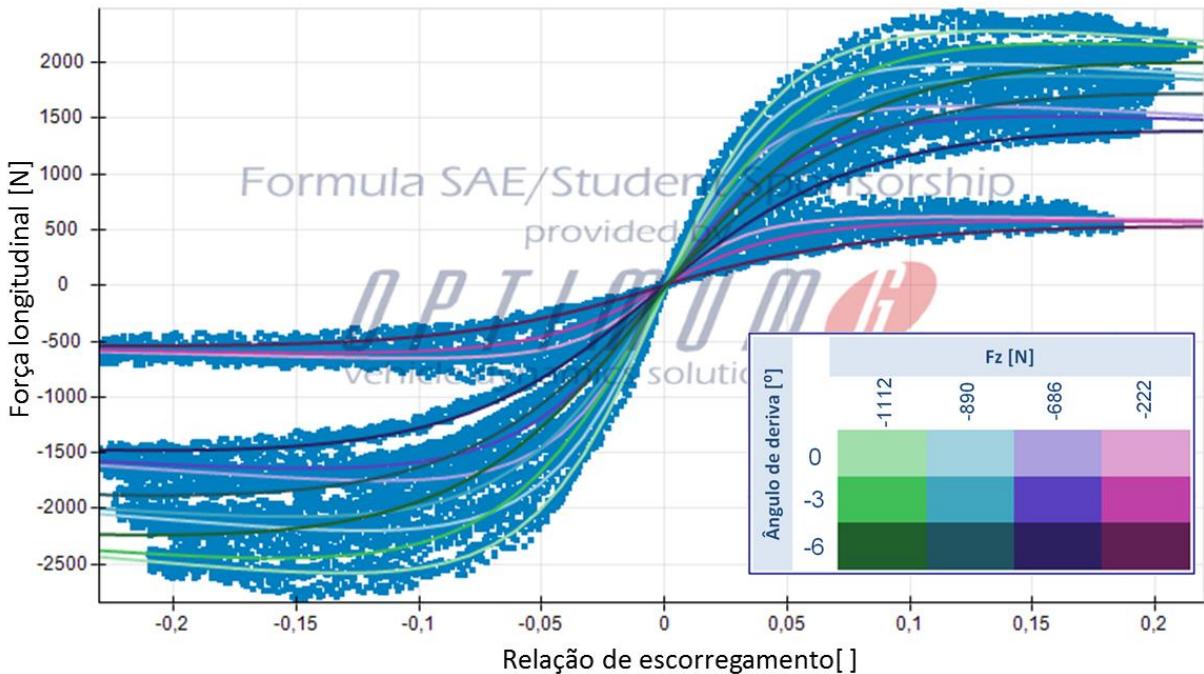


Figura 55 – Força longitudinal em função da relação de escorregamento.

Fonte: Autor.

O mesmo é aplicado para a relação de força longitudinal por força normal conforme a figura 56.

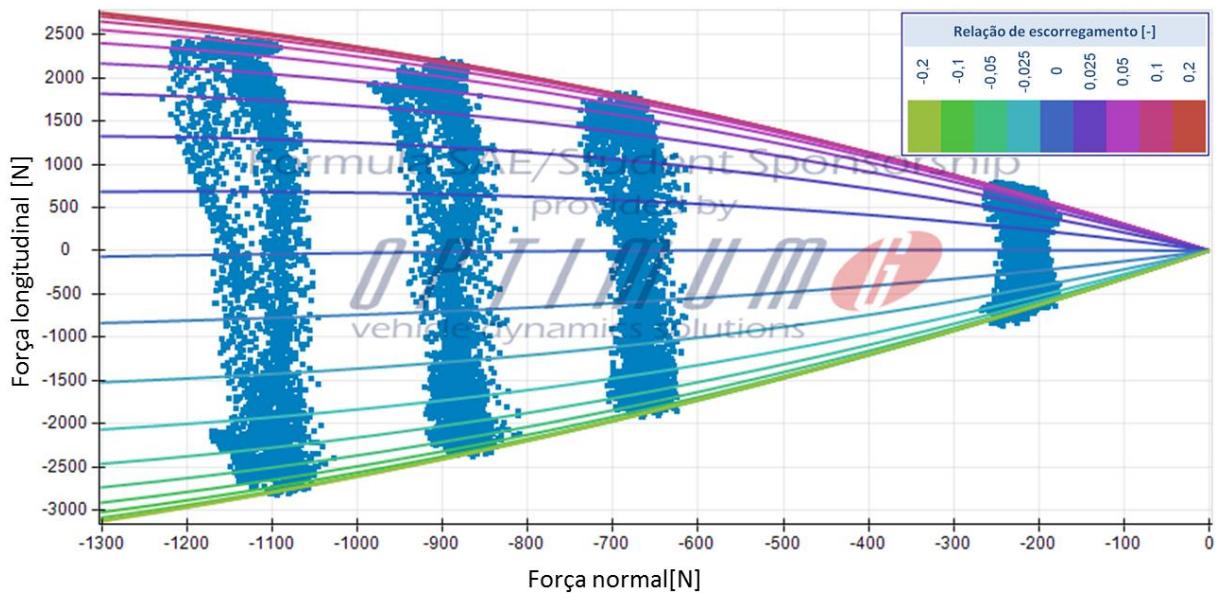


Figura 56 – Força longitudinal em função da força normal.

Fonte: Autor.

A relação entre força longitudinal e força normal tem um comportamento um pouco menos linear quando comparado com a relação de força lateral, o que pode significar que com o aumento da relação de escorregamento, não há sempre o aumento da força longitudinal.

A relação de força lateral por força longitudinal, mais conhecida como “Elipse de atrito” pelos autores, é plotada para diferentes cargas normais conforme a figura 57.

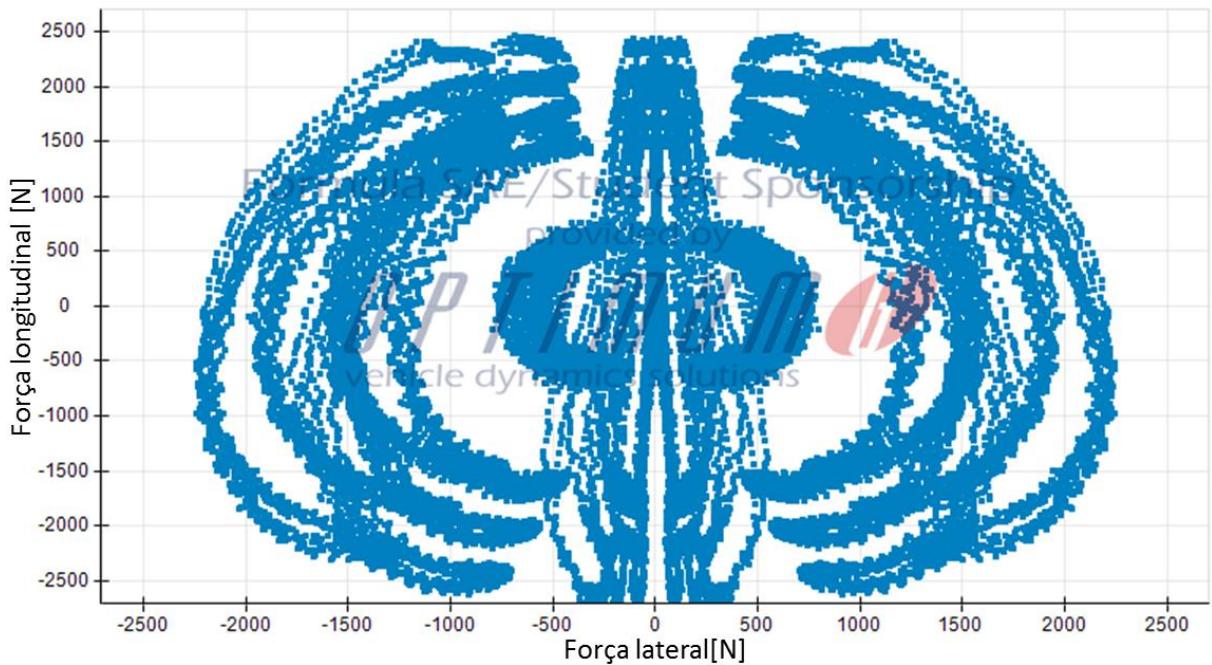


Figura 57 – Medição da "Elipse de atrito" do pneu.

Fonte: Autor.

Até esta etapa, os coeficientes de Pacejka relacionados à força lateral pura e força longitudinal pura estão definidos, porém alguns coeficientes que relacionam ambas as forças quando presentes no sistema precisam ser definidos. Esses coeficientes são chamados de “Coeficientes de Força Combinada”, e são obtidos através das equações criadas para a “Elipse de Atrito” como mostra a figura 58.

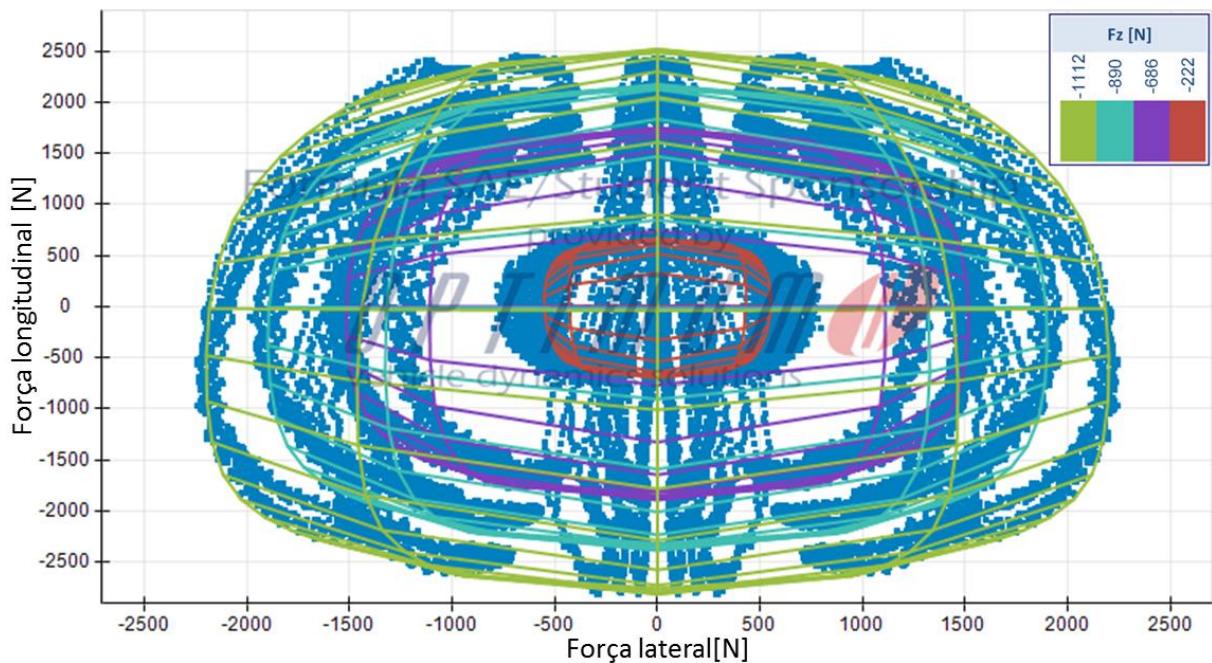


Figura 58 – Elipse de atrito do pneu.

Fonte: Autor.

Após definidas todas as relações entre forças e momentos por equações matemáticas, tem-se um modelo de pneu capaz de realizar simulações em estado estacionário.

Porém quando há variações cinemáticas no pneu (deformação longitudinal ou ângulo de deriva) em curtos espaços de tempo, as forças (lateral e longitudinal) não aparecem instantaneamente seguidas dessas variações cinemáticas. Este atraso da aparição das forças acontece devido a histerese do pneu (PACEJKA, 2007).

Quando é imposto ao pneu um ângulo de deriva, o pneu percorre certa distância até sua força lateral estabilizar. O parâmetro chamado de “Comprimento de relaxação lateral”  $\sigma_y$  é definido como a distância o qual o pneu percorre até atingir 63% do valor de força lateral estável (ZEGELAAR, 1998). Semelhantemente, tem-se o “comprimento de relaxação longitudinal”  $\sigma_x$  que é a distância que o pneu percorre até atingir 63% da força longitudinal, como mostra a figura 59.

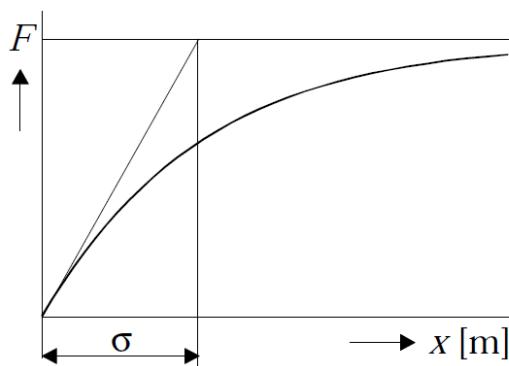


Figura 59 – Definição de comprimento de relaxação.  
Fonte: Autor “adaptado de” (ZEGELAAR, 1998).

Dependendo do modelo de pneu, a variação do comprimento de relaxação pode ser função do ângulo de inclinação, ângulo de deriva, velocidade e força normal. As últimas versões do modelo “fórmula mágica” são capazes de considerar todas as influências anteriores.

Os valores de comprimento de relaxação usados para a modelagem do pneu se basearam em medições simplificadas realizadas pela *Calspan TIRF*, as quais resultaram no comportamento transiente conforme a figura 60.

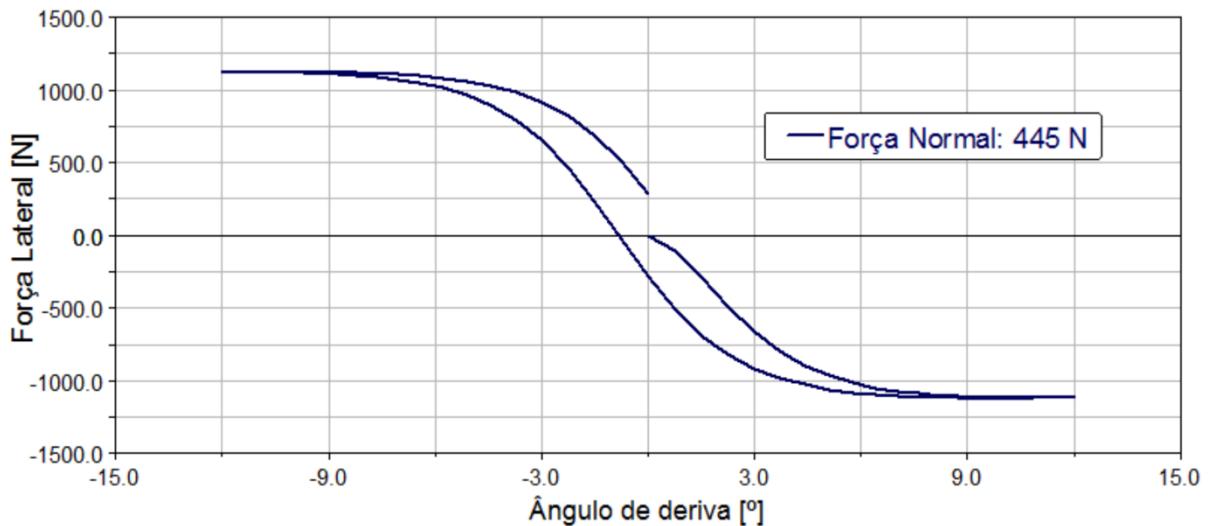


Figura 60 – Comportamento transiente do pneu.

Fonte: Autor.

Mesmo o modelo levando em consideração o comportamento transiente simplificado e todas as relações de forças e momentos gerados entre o pneu e o piso, algumas simplificações foram feitas.

A força de resistência ao rolamento, responsável pela geração do momento  $M_R$  descrito pela equação 2.7, foi desconsiderada, pois a magnitude da força de resistência ao rolamento não causa nenhuma mudança no comportamento de um veículo quando submetido a análises de manobrabilidade (AL-TABEY, 2012).

A variação da relação entre força vertical e deflexão do pneu devido à pressão de inflação do pneu, como mostra a figura 5, foi desconsiderada devido às condições que a medição foi realizada. A pressão de inflação do pneu foi um dos parâmetros que foi mantido constante durante as medições, através de uma válvula reguladora de pressão.

A influência da variação da velocidade do pneu, como mostra a figura 14, foi desconsiderada, pois todos os dados obtidos na medição foram obtidos a velocidade constante do piso de 40 km/h. Essa velocidade foi escolhida para o teste, pois é considerada uma velocidade média atingida pelos veículos Fórmula SAE em competições.

Variações devido à mudança de temperatura do pneu são desconsideradas. Os dados escolhidos para modelar o pneu foram realizados em temperaturas abaixo do limite ótimo de temperatura do pneu. Baseado em dados obtidos experimentalmente com o veículo FSAE RS7, a aproximadamente 80°C o pneu consegue gerar a máxima aceleração lateral no chassi, ou seja, tem sua maior eficiência, como mostra a figura 61.

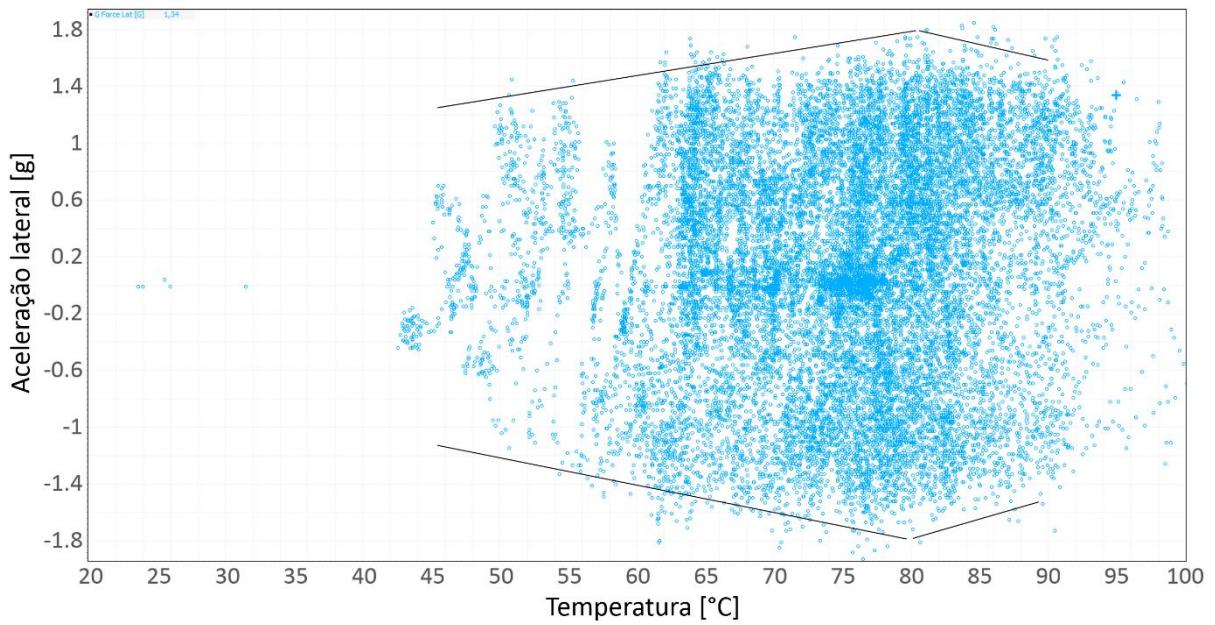


Figura 61 – Aceleração lateral em função da temperatura do pneu no veículo.  
Fonte: Autor.

Durante as medições no *Flat-Trac*, observa-se que os dados usados para a modelagem do pneu possuem uma temperatura menor que a de máximo rendimento, como mostra a figura 62.

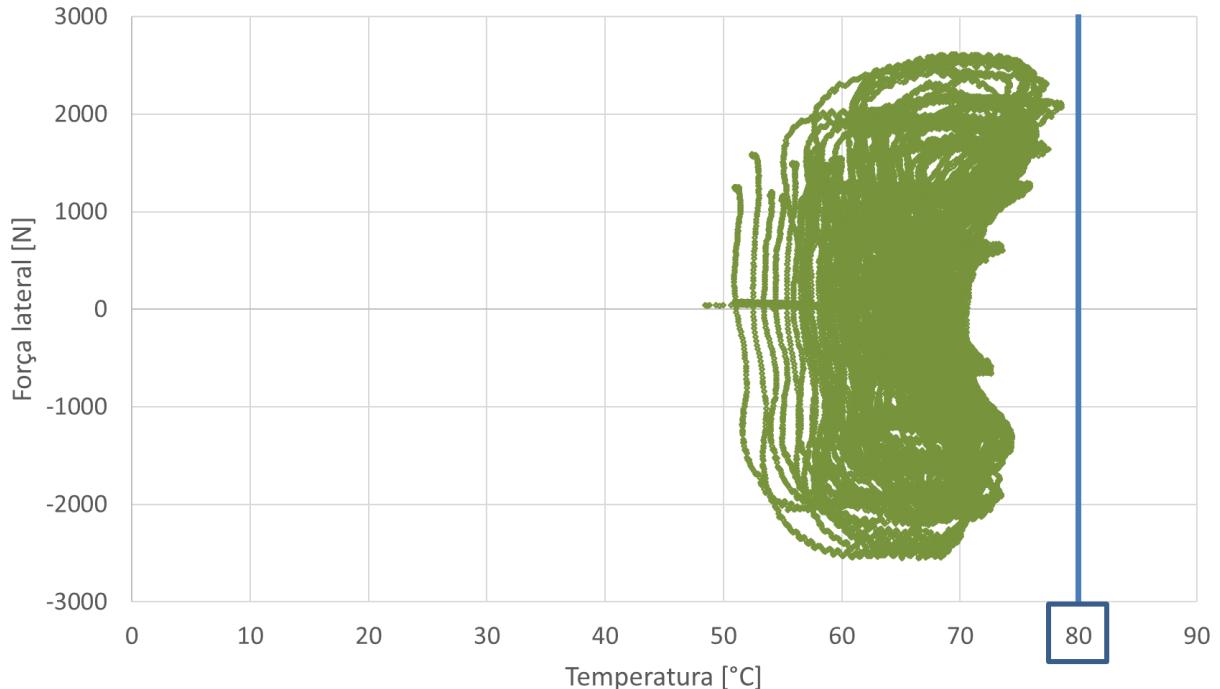


Figura 62 – Força lateral em função da temperatura do pneu no *Flat-Trac*.  
Fonte: Autor.

A modelagem matemática do pneu em uma temperatura menor que a de máximo rendimento não considera a diminuição de capacidade de gerar força no pneu devido à alta

temperatura, porém como a temperatura escolhida para fazer o modelamento é um pouco menor que a máxima, o comportamento do veículo virtual perto do seu limite é confiável.

Em simulações, valores de ângulo de deriva ou relação de escorregamento maior que os obtidos na medição podem gerar erros. As equações geradas são baseadas nos dados experimentais, portanto é desconhecido o comportamento da equação na ausência de dados experimentais como mostra, por exemplo, a figura 63.

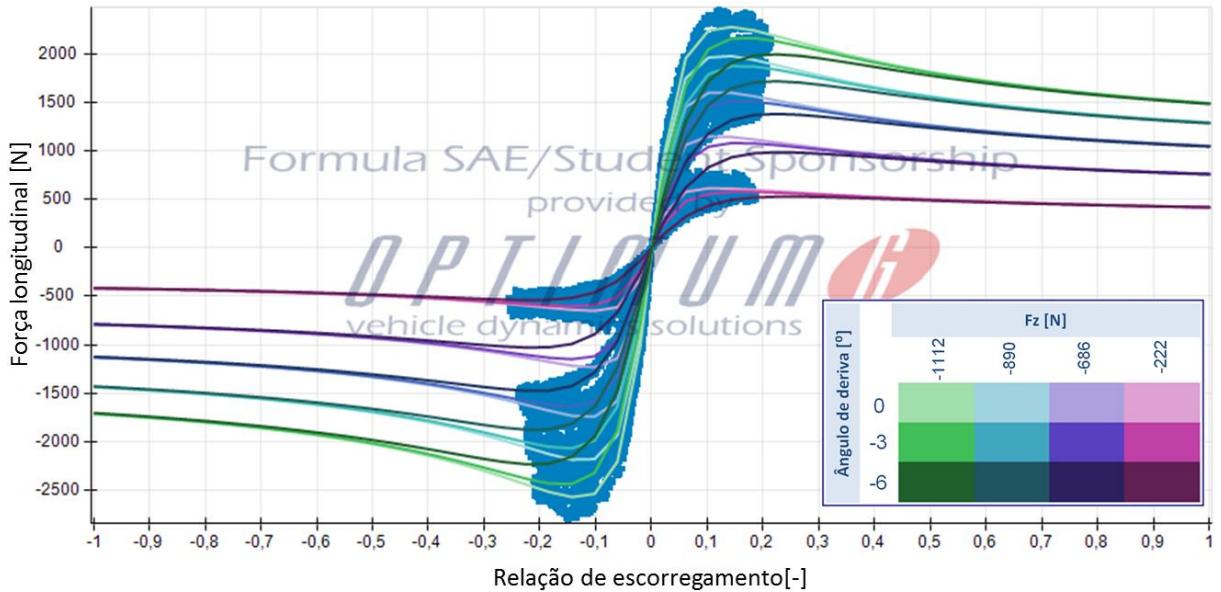


Figura 63 – Relação de escorregamento em função da força longitudinal.  
Fonte: Autor.

Valores de relação de escorregamento maiores que 0,25 ou menores que -0,25 podem gerar forças que não condizem com a realidade, pois a equação é gerada baseada nos dados experimentais. Na ausência de dados experimentais a equação não tem tanta confiabilidade comparado com o comportamento real do pneu.

Foram comparadas as respostas de força e momentos do modelo de pneu com os dados de medição realizada no *Flat-trac*, com intuito de validar a comunicação do *software* multicorpos com o modelo de pneu. Para isso todos os procedimentos realizados no *Flat-trac* para a obtenção dos dados do pneu foram simulados virtualmente, como exemplifica a figura 64.

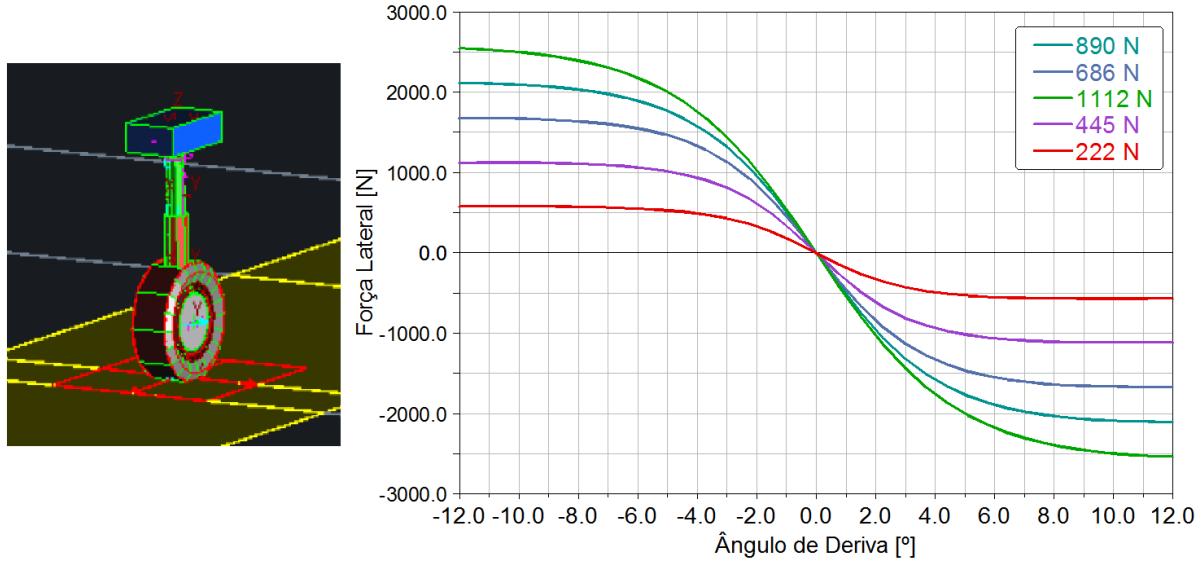


Figura 64 – Reprodução virtual da medição no *Flat-trac*.

Fonte: Autor.

Os mesmos parâmetros de força vertical, ângulos de deriva e inclinação, velocidade da esteira e relação de escorregamento foram usadas como dados de entrada na simulação.

Respostas de forças e momentos foram comparadas com os resultados de medição, assegurando assim que as informações de esforços que o modelo de pneu fornece para o *software* durante a simulação estejam corretas.

Todo o procedimento de modelagem indicado anteriormente foi realizado para o pneu Hoosier 18" x 7" x 10" montado com dimensões de roda de 6" e 7", que são usados no eixo dianteiro e traseiro, respectivamente. Essa diferença gera uma mudança de comportamento do pneu como pode ser observado na figura 65. Nota-se que com a roda de largura 6" a rigidez lateral do pneu é menor do que com 7", para ângulos de deriva até aproximadamente 4°.

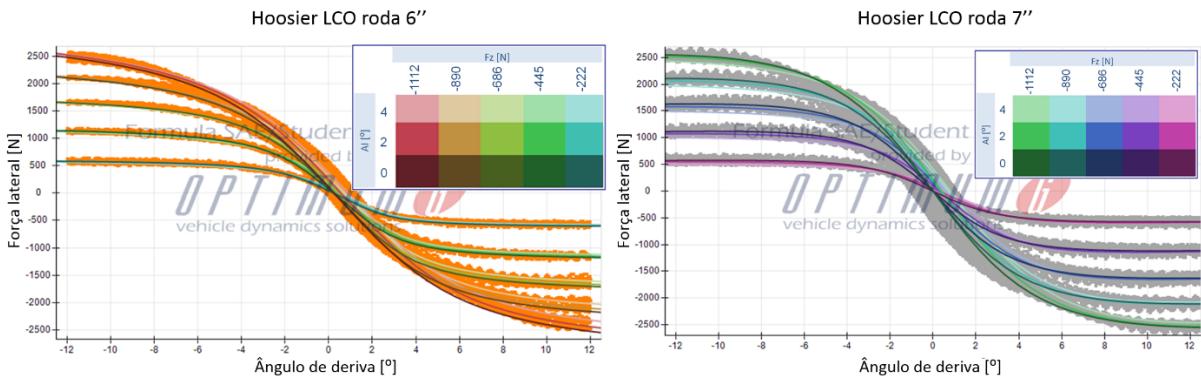


Figura 65 – Comparação entre pneus montados com tala 6" e 7".

Fonte: Autor.

### 3.2 Modelagem Multicorpos

O modelo multicorpos foi construído usando o *software* MSC ADAMS/Car e foi usada a convenção de coordenadas conforme a figura 66, de acordo com o sistema de coordenadas ISO.

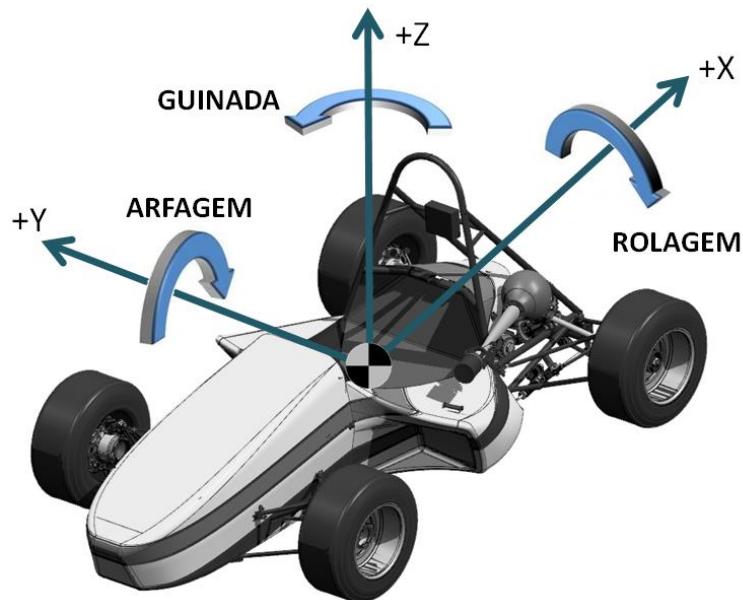


Figura 66 – Sistemas de coordenadas do veículo.

Fonte: Autor.

O modelo do veículo RS7 foi dividido nos seguintes subsistemas:

- Pneus e rodas;
- Suspensão dianteira;
- Direção;
- Suspensão traseira;
- Elementos de força;
- Chassi;
- Freios;
- Trem de força;
- Barras estabilizadoras.

#### 3.2.1 Pneus e rodas

O sistema pneus e rodas é composto pelo pneu Hoosier 18" x 7" x 10" tanto no eixo dianteiro quanto no eixo traseiro. No eixo dianteiro foi utilizado uma roda de alumínio tala 6" e no eixo traseiro a tala 7", como mostra a montagem na figura 67.



Figura 67 – Conjunto pneu e roda.

Fonte: Autor.

Os modelos que relacionam as forças e momentos atuantes em cada pneu com diferente dimensão de roda foram calculados a partir de medições experimentais usando a “fórmula mágica”.

O modelo construído em CAD foi usado no modelo multicorpos. Assim, com base na geometria e a densidade dos materiais utilizados, o próprio *software* calculou a massa, as inércias e a posição do CG do sistema nos eixos X, Y e Z. O valor de massa encontrado pelo *software* foi condizente com o real.

### 3.2.2 Suspensão Dianteira

A suspensão dianteira é do tipo duplo braço triangular. O sistema de acionamento do conjunto mola/amortecedor é feita por um mecanismo de vareta e balancim, como mostra a figura 68.

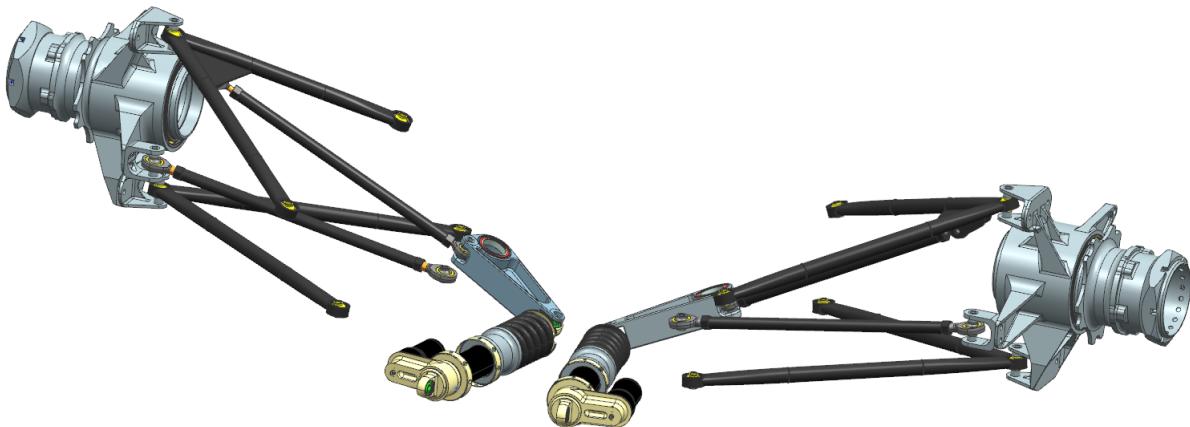


Figura 68 – Suspensão dianteira.

Fonte: Autor.

A suspensão dianteira é composta por oito componentes de cada lado:

- Braço de controle inferior;
- Braço de controle superior;
- Manga de eixo;
- Cubo de roda;
- Barra de direção;
- Balancim;
- Vareta;
- Conjunto mola/amortecedor.

Assim como no subsistema pneus e rodas, as massas, inércias e posição do centro de gravidade de cada componente são calculadas a partir de geometrias em CAD e a densidade do material usado em cada peça.

O cubo de roda é ligado à manga através de uma junta de revolução presente na linha de centro de ambos componentes. Juntas esféricas ligam os braços de controle à manga e ao chassi do veículo. No caso do braço de controle superior, uma junta esférica também faz a ligação com a vareta. O balancim é ligado ao chassi através de uma junta de revolução e ligado ao conjunto mola/amortecedor e à vareta por juntas cardã. A barra de direção é ligada à manga através de uma junta esférica e ao sistema de direção através de uma junta cardã.

A suspensão dianteira possui um curso vertical de roda máximo de 35 mm, sendo 15 mm de curso negativo (amortecedor estendido) e 20 de curso positivo (amortecedor comprimido). Quando há um deslocamento vertical positivo na roda, há um decréscimo no ângulo de inclinação, como mostra a figura 69.

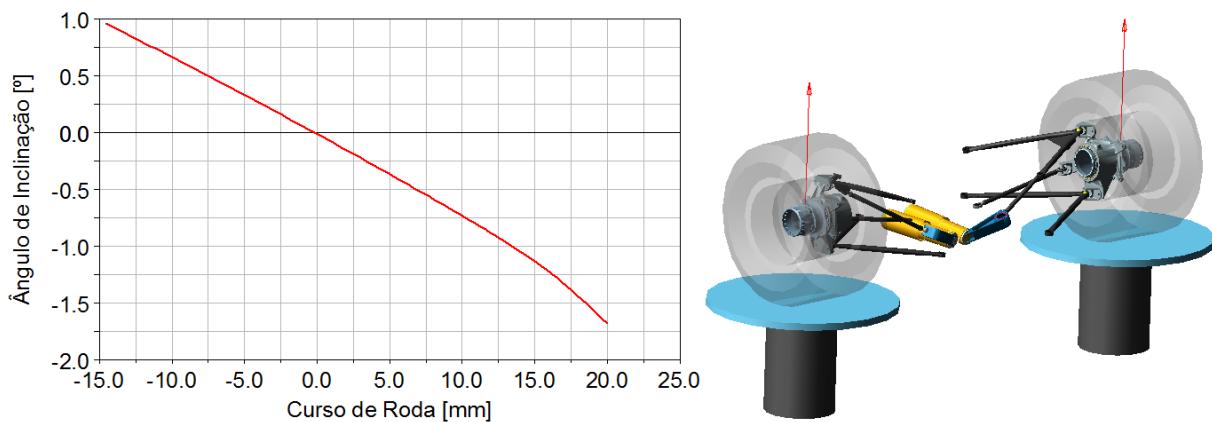


Figura 69 – Ganco de inclinação dianteira em função do curso de roda.  
Fonte: Autor.

O ganho de ângulo de inclinação negativo em função do curso positivo de roda existe para compensar o ângulo de rolagem do veículo, diminuindo a possibilidade do pneu gerar uma força lateral menor que quando não tem inclinação normal.

Com o trabalho vertical da roda, também há a presença de ângulos de esterçamento, conforme a figura 70.

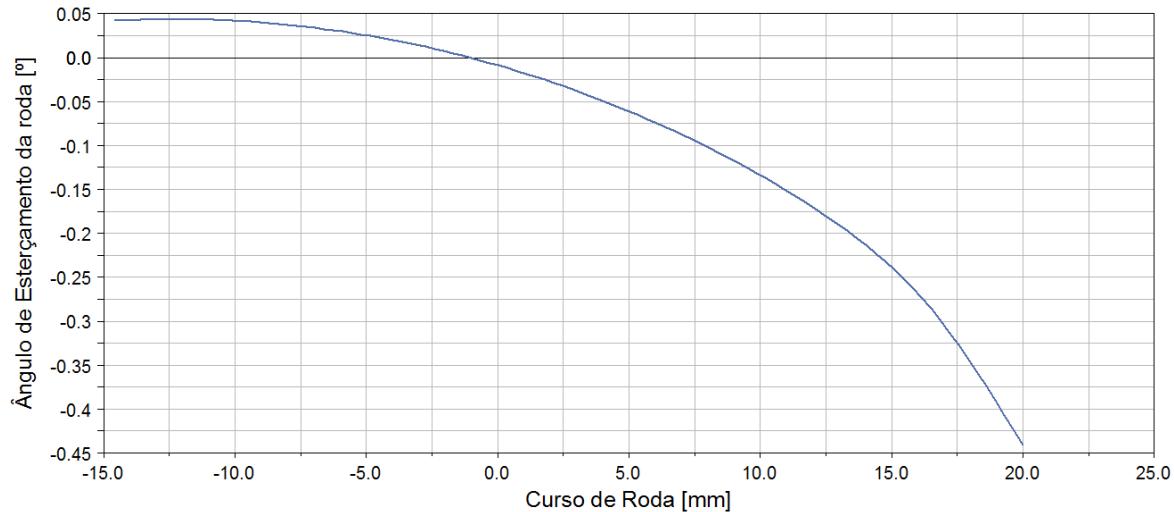


Figura 70 – Ângulo de esterçamento dianteiro em função do curso de roda.

Fonte: Autor.

O ganho de esterçamento em função do trabalho de roda, dependendo da aplicação pode ser benéfico, porém em veículos do tipo Fórmula SAE ele deve ser minimizado na suspensão dianteira, pois o mesmo causa mudanças na localização no centro de rolagem (ROUELLE, 2008) e presença de força lateral no pneu quando veículo está em trajetória linear. Porém esse ganho cinemático, que é conhecido popularmente como “*bump steer*” é impossível de ser mantido nulo durante todo o curso vertical da roda. Há métodos bidimensionais para determinação do ponto de ancoragem da barra de direção de forma a minimizar este ganho cinemático (REIMPELL, STOLL e BETZLER, 2001), porém para uma obtenção precisa desta geometria, é necessário um estudo tridimensional.

### 3.2.3 Direção

O sistema de direção usado no veículo RS7 é do tipo pinhão/cremalheira sem assistência, como mostra a figura 71.

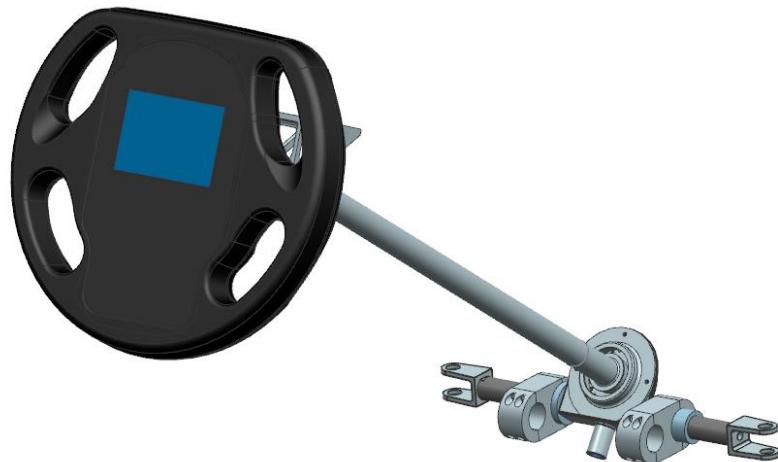


Figura 71 – Sistema de direção.

Fonte: Autor.

Para a modelagem em multicorpos, o sistema de direção foi dividido em quatro componentes:

- Cremalheira;
- Caixa de direção
- Conjunto pinhão/coluna;
- Conjunto volante/coluna.

A caixa de direção, que é fixa ao chassi, é ligada à cremalheira por uma junta translacional. O conjunto pinhão/coluna é ligado à caixa de direção por uma junta de revolução. O conjunto volante/coluna é ligado ao conjunto pinhão/coluna por uma junta cardã.

A geometria da suspensão proporciona um ganho de ângulo de inclinação em função do deslocamento linear da cremalheira de direção, conforme a figura 72.

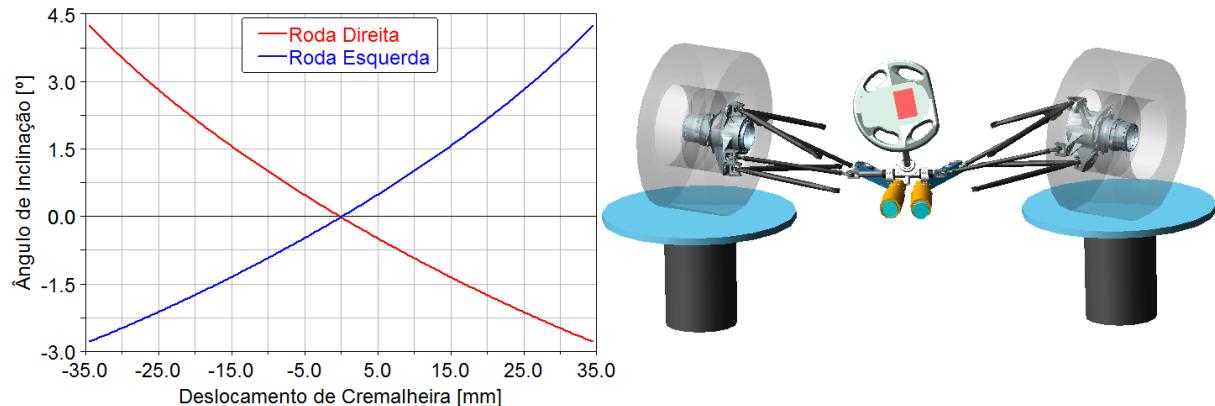


Figura 72 – Ângulo de inclinação em função do esterçamento.

Fonte: Autor.

O ganho de ângulo de inclinação em função do deslocamento da cremalheira existe devido ao ângulo de cáster, e também tem a função de aumentar a capacidade do pneu de gerar força lateral quando o veículo está rolando.

Utilizando a geometria Ackerman positivo, a suspensão dianteira do veículo RS7 tem um ângulo de esterçamento máximo de  $27^\circ$  da roda externa e  $32^\circ$  na roda interna, em caso de uma curva, como mostra a figura 73.

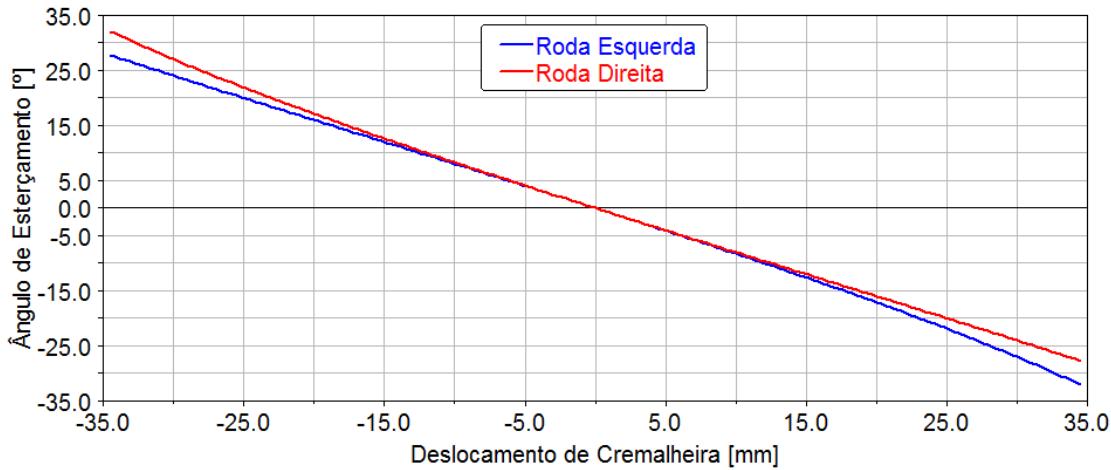


Figura 73 – Ângulos de esterçamento das rodas.

Fonte: Autor.

### 3.2.4 Suspensão Traseira

O conceito de modelamento da suspensão traseira é semelhante ao da suspensão dianteira, pois ambas as suspensões são do mesmo tipo, a de duplo braço triangular, como mostra a figura 74.



Figura 74 – Suspensão traseira.

Fonte: Autor.

Por ser uma suspensão traseira, a barra de direção não existe. Para fixar o alinhamento da roda, uma barra de fixação semelhante, que liga a manga ao braço de controle inferior é usada. Juntas esféricas e de revolução são usadas assim como na suspensão dianteira para fixar braços e cubos de roda.

A suspensão traseira possui um curso vertical de roda máximo de 43 mm, sendo 7 mm de curso negativo e 35 de curso positivo. Assim como na suspensão dianteira, quando há um deslocamento vertical positivo na roda, há um decréscimo no ângulo de inclinação para se compensar o ângulo de rolagem do veículo, como mostra a figura 75.

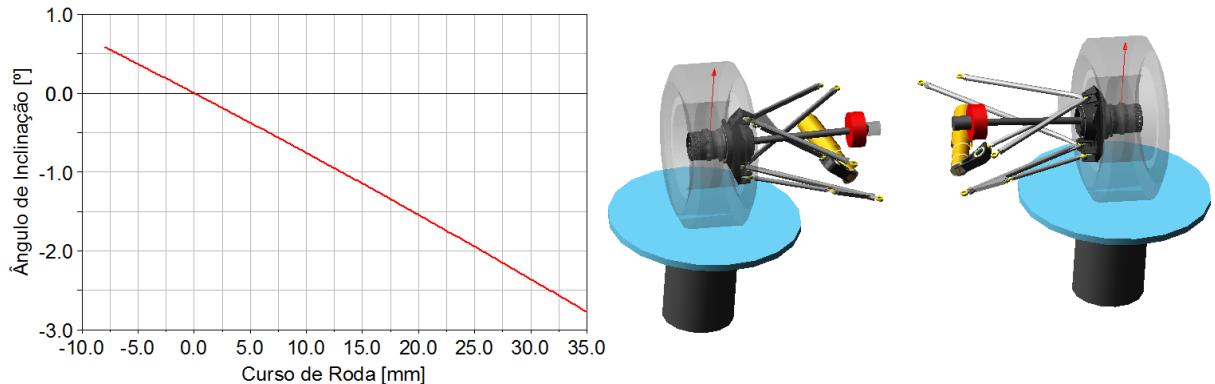


Figura 75 – Ganho de inclinação traseira em função do curso de roda.

Fonte: Autor.

Além do ganho de inclinação devido à cinemática da suspensão, o ganho de esterçamento também existe e sua presença também é inevitável. Normalmente, assim como na suspensão dianteira, o “*bump steer*” na suspensão traseira é dimensionado para ser mínimo, pois ele afeta na migração do centro de rolagem devido ao trabalho de roda.

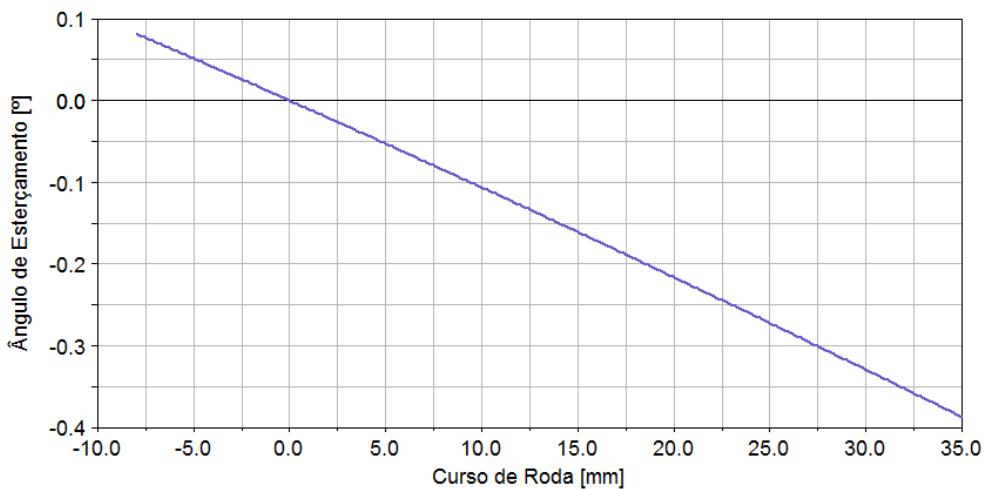


Figura 76 – Ângulo de esterçamento dianteiro em função do curso de roda.

Fonte: Autor.

Porém, dependendo da aplicação, o ganho de esterçamento no curso de roda pode ser usado para ajudar o veículo a fazer curvas. Adicionando um ganho de divergência quando a suspensão é comprimida, diminui-se o raio de curvatura do veículo quando o mesmo tem o comportamento de rolagem.

### 3.2.5 Elementos de força

No modelo multicorpos descrito no trabalho os únicos elementos de forças modelados foram as molas e os amortecedores.

### 3.2.5.1 Molas

As molas usadas nas suspensões do veículo são do tipo helicoidal com comportamento linear, como mostra a figura 77.

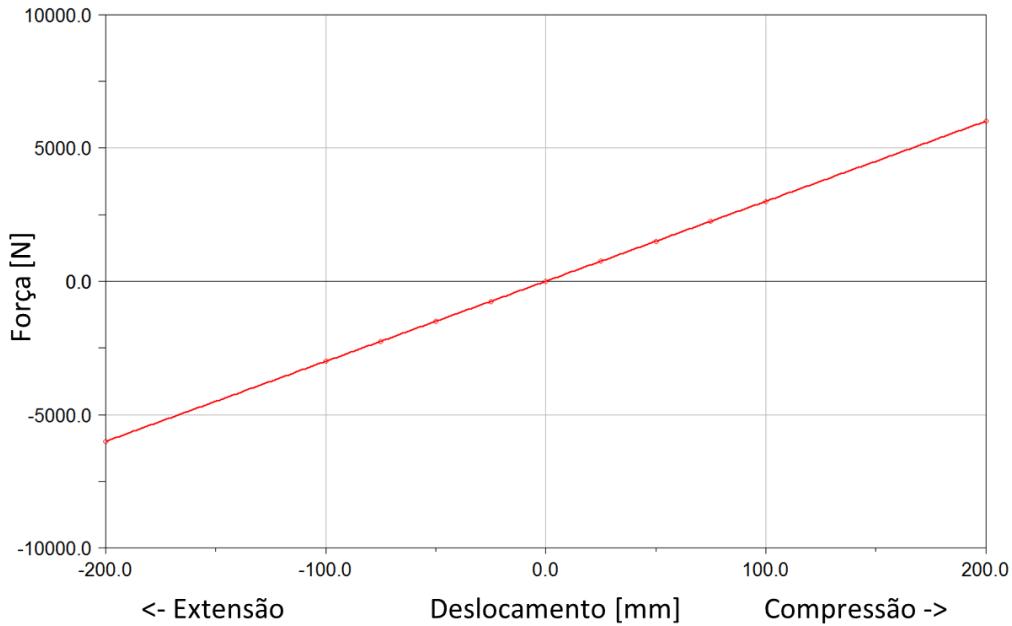


Figura 77 – Rrigidez da mola traseira.

Fonte: Autor.

A rigidez usada na suspensão dianteira é de 14 N/mm e na traseira é de 30 N/mm.

Ambas os valores de rigidez foram confirmados experimentalmente através de medições usando células de carga. Outro dado de entrada para se modelar a mola é o seu comprimento estendido, pois o veículo é modelado na altura estática da suspensão, ou seja, com certa carga na mola.

### 3.2.5.2 Amortecedores

O tipo de amortecedor usado no veículo RS7 é o Penske PS-78PB, que possui um comprimento entre centros de 258 mm estendido e 183 mm quando comprimido. O amortecedor possui regulagens de compressão e extensão independentes, além de uma câmara de gás, como mostra a figura 78.



Figura 78 – Amortecedor Penske PS-78PB.

Fonte: [www.penskeshocks.com](http://www.penskeshocks.com), 2014.

A curva característica do amortecedor foi retirada por um dinamômetro próprio para amortecedores, como mostra a figura 79.

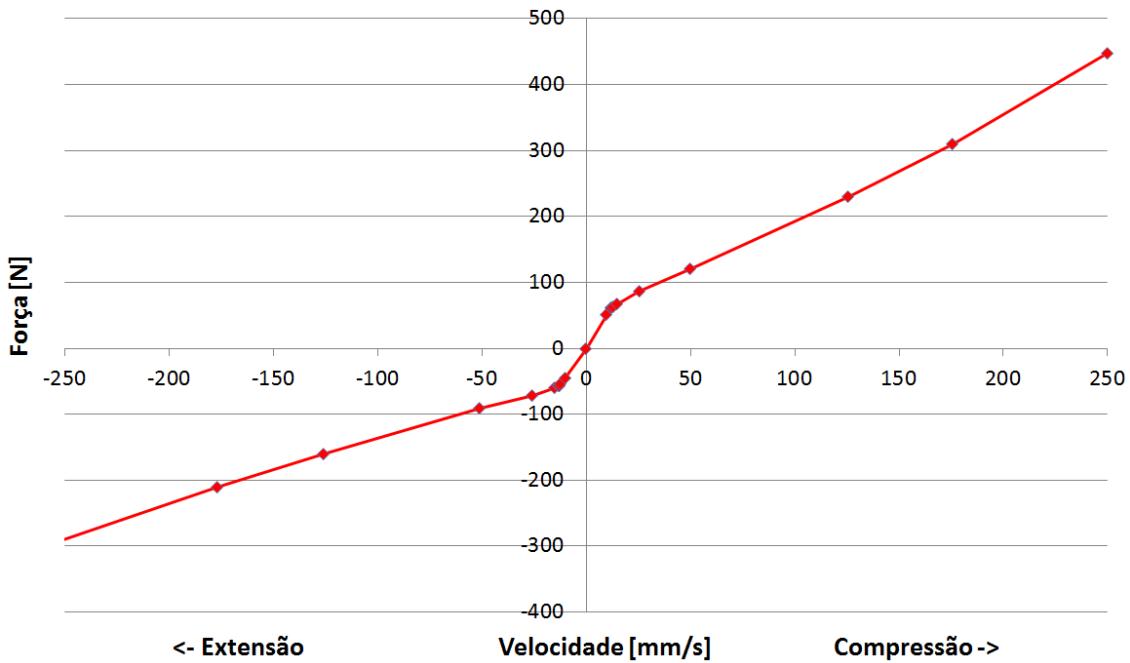


Figura 79 – Curva característica do amortecedor.

Fonte: Autor.

Para velocidades de acionamento do amortecedor maiores que 250 mm/s, foi adotada uma extrapolação linear da curva característica.

A força estática causada pelo gás no amortecedor foi retirada experimentalmente através de um ensaio de compressão, à pressão de 75 psi, o amortecedor apresentou uma força estática quase constante de 60 N, como mostra a figura 80.

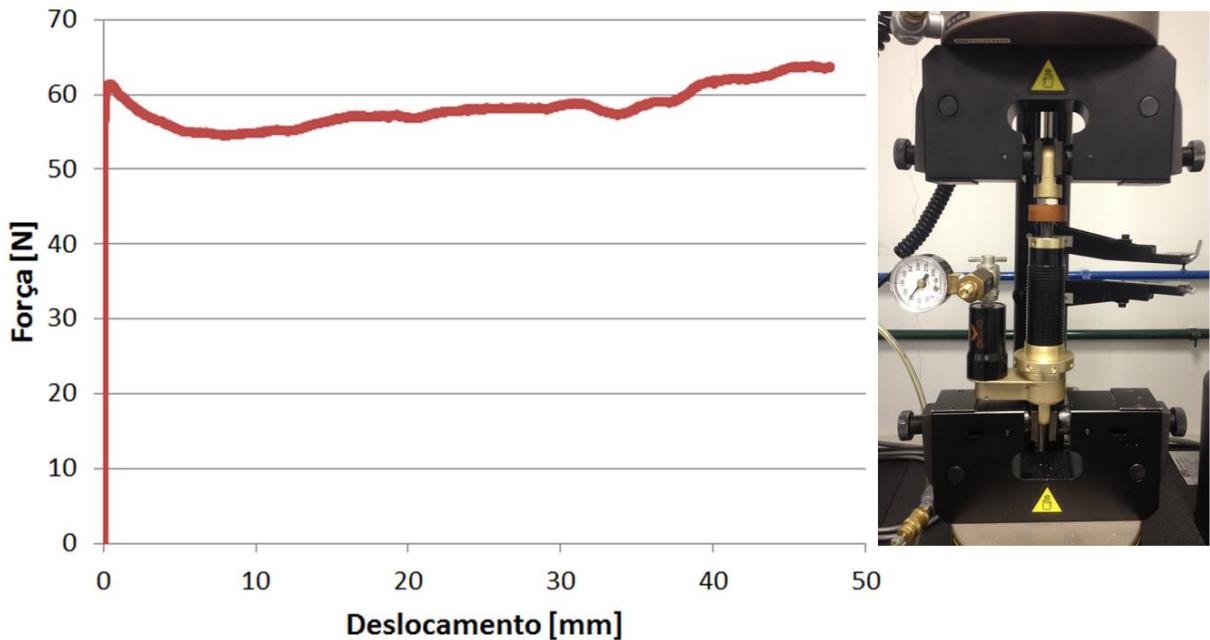


Figura 80 – Força estática do amortecedor.  
Fonte: Autor.

As propriedades obtidas experimentalmente do amortecedor foram usadas como dados de entrada no modelo multicorpos.

Em paralelo com os amortecedores, foram instalados limitadores de curso, capazes de gerar uma relação de força e deslocamento entre dois corpos quando excedido uma distância especificado, que no caso é o curso máximo do amortecedor. Esse limitador faz com que o modelo multicorpos defina o máximo curso negativo da suspensão.

### 3.2.6 Chassi

O chassi do veículo foi modelado como um elemento rígido tendo como dados de entrada apenas as coordenadas do centro de gravidade da massa suspensa, os valores de inércia em relação ao centro de gravidade e o valor da massa suspensa.

As coordenadas do centro de gravidade foram encontradas baseadas no método de medição descrita por (MILLIKEN e MILLIKEN, 1995). A localização do centro de gravidade no plano XY foi feita pela proporção de massas presentes em cada roda. A altura do centro de gravidade foi encontrada inclinando o veículo, conforme a figura 81.



Figura 81 – Medição do CG do veículo com piloto.

Fonte: Autor.

O valor da massa suspensa e não suspensa foi medido calçando a massa suspensa e retirando os parafusos da suspensão. O valor da massa suspensa foi calculado subtraindo o valor da massa não suspensa pelo valor da massa total.

Os valores de inércia em relação ao centro de gravidade foram retirados da geometria em CAD.

### 3.2.7 Freios

O sistema de freio usado no veículo RS7 é do tipo a disco, com acionamento hidráulico sem assistência.

O modelo de sistema de freio escolhido para o veículo na modelagem foi baseado num conceito simplificado, onde os torques de frenagem aplicados às rodas são calculados através de equações matemáticas baseadas na força aplicada ao pedal de freio, o qual é usado como único parâmetro de entrada do sistema. Os demais parâmetros do sistema são ilustrados na tabela 2.

Tabela 2 – Parâmetros do sistema de freio

Relação de pedal	5,1
Balanço de freio dianteiro [%]	50
Área do embolo do cilindro mestre [mm <sup>2</sup> ]	195
Área do embolo da pinça dianteira [mm <sup>2</sup> ]	1260
Área do embolo da pinça traseira [mm <sup>2</sup> ]	470
Coeficiente de atrito da pastilha	0,4
Raio efetivo do disco dianteiro [mm]	93
Raio efetivo do disco traseira [mm]	81

Fonte: Autor.

Os coeficientes de atrito entre pastilha e disco foram considerados constantes. Essas simplificações foram feitas pelo fato de o modelo de pneu ser limitado a valores de aproximadamente 0,25 de relação de escorregamento, de forma que os resultados de uma simulação de frenagem podem não condizer com a realidade. A função do sistema de freio no modelo é apenas o de controlar a velocidade do veículo na simulação.

### 3.2.8 Trem de Força

O motor usado no veículo RS7 é do modelo Yamaha WR450 com adaptações dos coletores de admissão e exaustão, como requerido no regulamento da competição (SAE, 2014).

A curva do motor, retirada experimentalmente de um dinamômetro de chassis, foi usada como dado de entrada, conforme a figura 82.

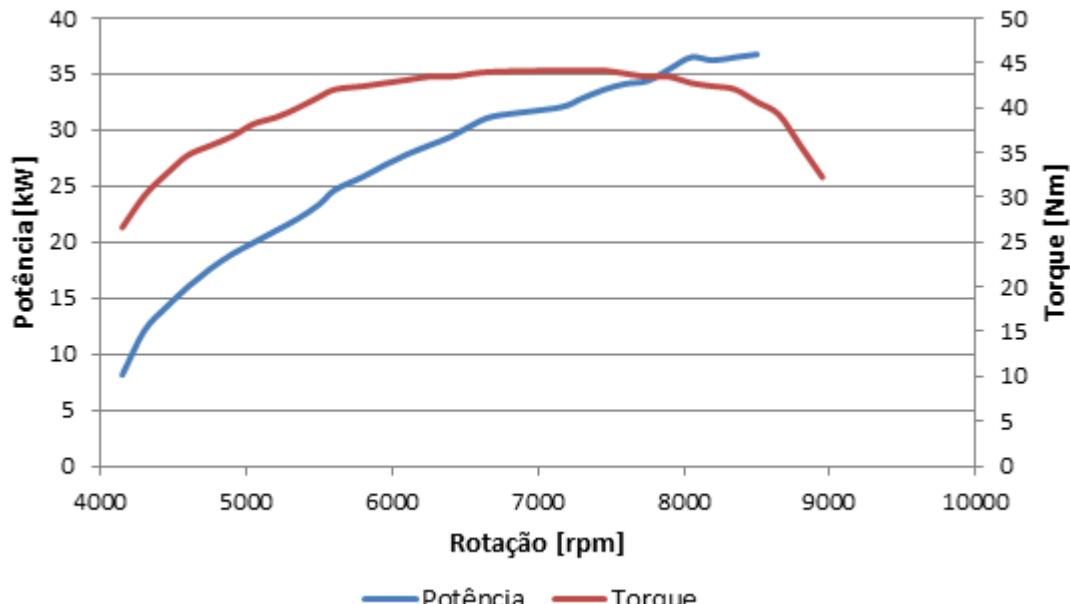


Figura 82 – Curvas de potência e torque do motor.

Fonte: Autor.

Os valores de relação de transmissão de cada uma das cinco marchas, incluindo uma relação primária e uma relação final, também foram usadas para alimentar o modelo de simulação, conforme a tabela 3.

Tabela 3 – Relações de transmissão.

Relações de transmissão	
Relação primária	2,82
1 <sup>a</sup> marcha	2,42
2 <sup>a</sup> marcha	1,73
3 <sup>a</sup> marcha	1,31
4 <sup>a</sup> marcha	1,05
5 <sup>a</sup> marcha	0,84
Relação final	2,79

Fonte: Autor.

### 3.3 Instrumentação do veículo

Para obter sinais vitais do comportamento do veículo foi usado um sistema de aquisição de dados modelo Motec EDL 3, como mostra a figura 83. O equipamento é composto por um módulo principal que armazena dados de diversos tipos de sensores que podem ser instalados no veículo.



Figura 83 – Módulo Motec EDL 3.  
Fonte: [www.motec.com.au](http://www.motec.com.au), 2014.

O módulo tem compatibilidade com diversos tipos de sensores, sendo eles digitais ou analógicos. O equipamento tem capacidade de armazenar 16MB de dados e possui interface com o *software* Motec I2 Pro, usado para analisar dados.

### 3.3.1 Sensor de velocidade

Sensores de velocidade do tipo *Hall* foram instalados de forma a medir a velocidade das quatro rodas. Os sensores utilizados, que são do modelo Texense RS-M10WS, foram instalados nas mangas. Rodas fônicas foram montadas juntamente com os cubos de roda para fazer a leitura da velocidade de cada roda, conforme mostra a figura 84.

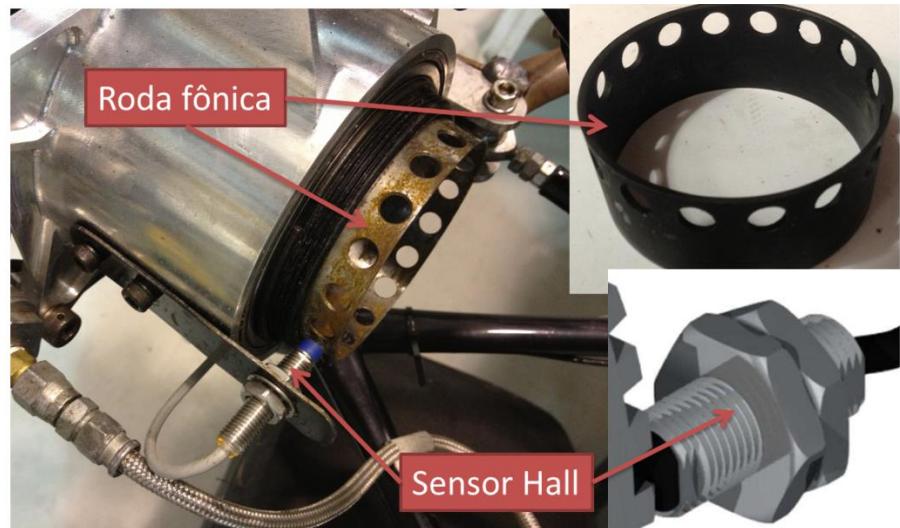


Figura 84 – Instalação do sensor de velocidade.

Fonte: Autor.

Com sensores de velocidades instalados nas quatro rodas do veículo, além de calcular a velocidade do veículo, é possível o cálculo da relação de escorregamento comparando a velocidade do eixo dianteiro em relação a do eixo traseiro, de acordo com a equação 2.9.

### 3.3.2 Potenciômetros Lineares

Cinco potenciômetros que transformam o movimento linear em variação de resistência são usados para aquisitar o deslocamento dos amortecedores do veículo e do curso usado na cremalheira devido ao esterçamento do volante. Quatro potenciômetros lineares foram instalados nas suspensões paralelamente a montagem dos amortecedores abaixo do assoalho, como mostra a figura 85.

A taxa de aquisição usada nos quatro potenciômetros lineares responsáveis por aquisitar o comportamento dos amortecedores foi de 200 Hz, de acordo com recomendações (SEGERS, 2008). Os potenciômetros foram calibrados através de dois pontos, sendo o valor do sinal nulo com o amortecedor estendido. A relação de instalação de cada potenciômetro linear foi calculada baseada em medições durante a calibração dos mesmos.

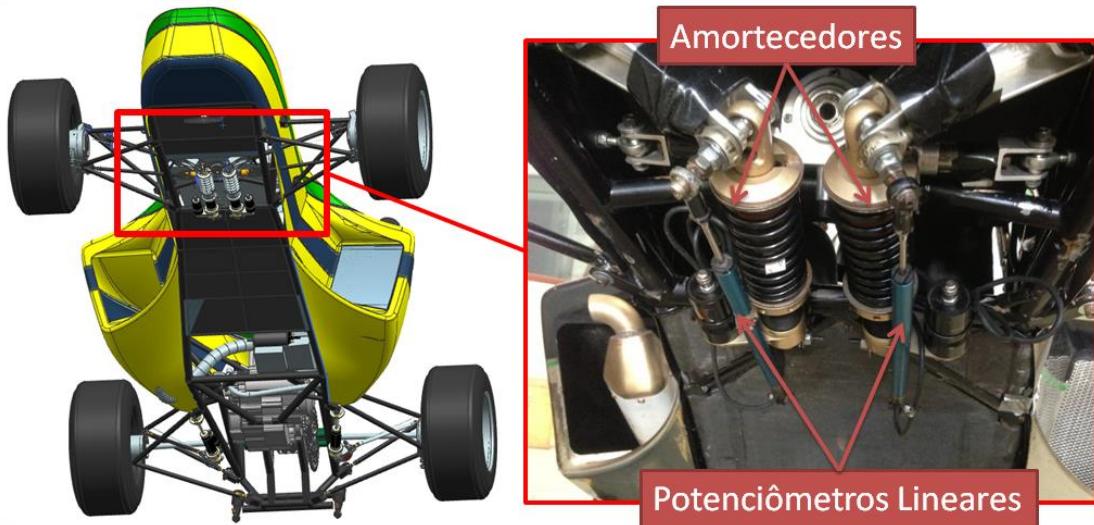


Figura 85 – Instalação dos potenciômetros lineares.

Fonte: Autor.

Outro potenciômetro foi fixado junto à caixa de direção com o intuito de se aquisitar a posição da cremalheira, como mostra a figura 86.

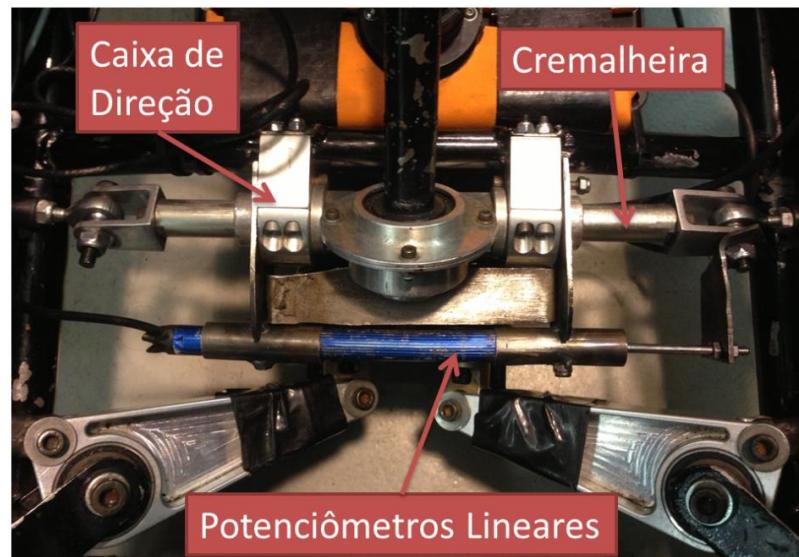


Figura 86 – Instalação do potenciômetro no sistema de direção.

Fonte: Autor.

A taxa de aquisição usada para esse potenciômetro que foi de 20 Hz é recomendada para sinais referentes à atividade do piloto (SEGERS, 2008). O potenciômetro foi calibrado para que o valor de seu sinal fique nulo quando as rodas do veículo fiquem alinhadas.

### 3.3.3 Extensômetros

Para se obter o sinal de torque aplicado no volante durante o esterçamento, foram instalados na coluna de direção do veículo quatro extensômetros Excel Sensor® PA-06-125AA-350L, com fator K de 2,13mV/V, ligados em ponte completa de Wheatstone.

A calibração dos extensômetros foi feita utilizando um torquímetro no lugar do volante do veículo, conforme ilustrado na figura 87.

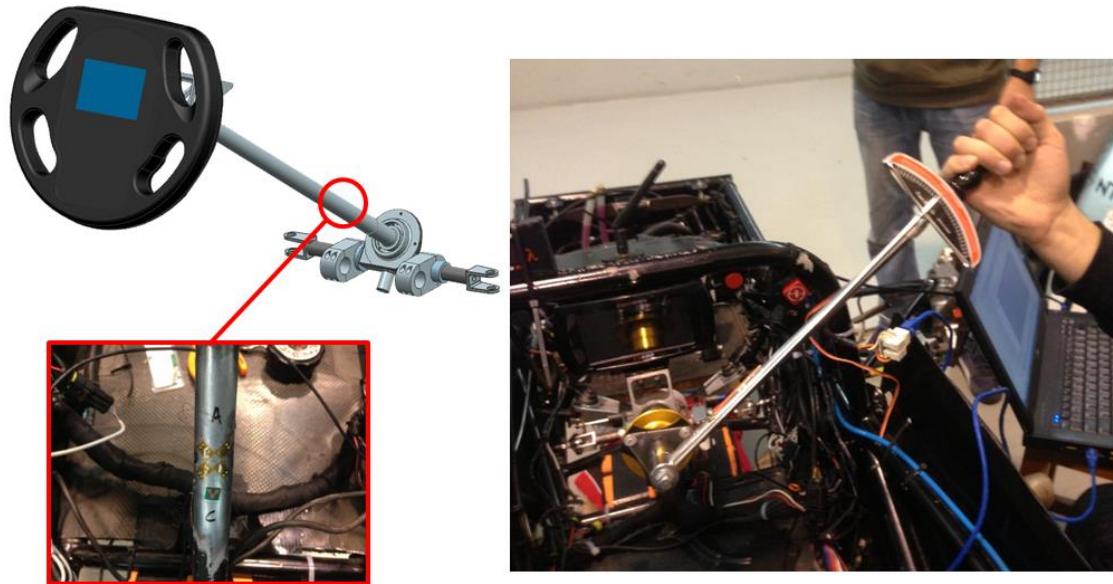


Figura 87 – Instalação e calibração de extensômetros.

Fonte: Autor.

### 3.3.4 Acelerômetros

Três acelerômetros do modelo Texense AXL-5 foram instalados no veículo, como mostra a figura 88. Os acelerômetros podem aquisitar sinais de aceleração em três eixos simultaneamente.

Dois dos acelerômetros foram instalados nas linhas de centro de cada eixo do veículo, sendo o primeiro no eixo dianteiro e o segundo no eixo traseiro.

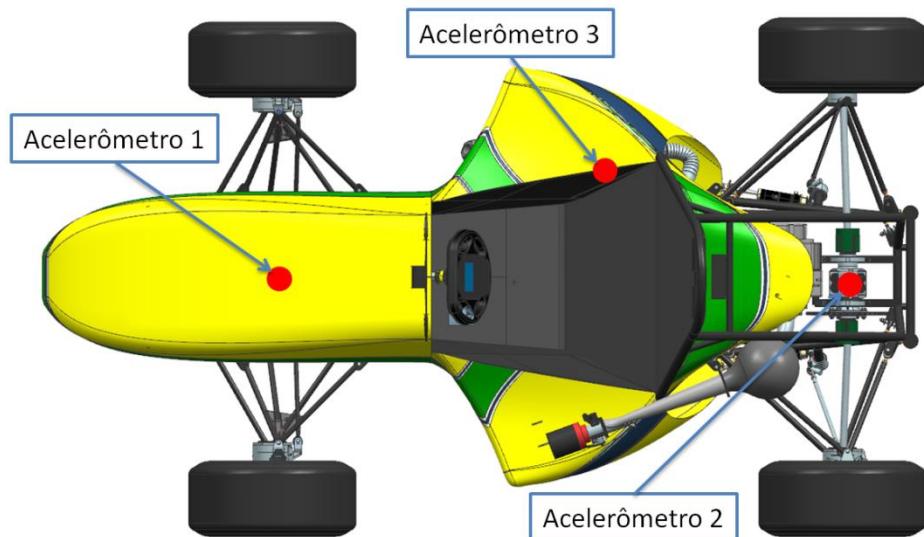


Figura 88 – Instalação de acelerômetros.

Fonte: Autor.

O terceiro foi instalado respeitando as coordenadas do centro de gravidade em X e Z. A coordenada Y do centro de gravidade não foi respeitada devido à impossibilidade de instalação do acelerômetro

A taxa de aquisição de 20 Hz foi usada para ambos os acelerômetros, conforme recomendações (SEGERS, 2008)

### 3.3.5 Giroscópio

Um giroscópio capaz de medir a velocidade angular nos eixos X, Y e Z foi fixado ao chassi do veículo. O giroscópio usado tem capacidade para medir velocidades angulares de até 150 °/s em um dos eixos e 100 °/s nos demais. O eixo que possui maior fundo de escala foi usado para medir o taxa de guinada do veículo. A taxa de aquisição usada foi de 25 Hz, conforme recomendações (SEGERS, 2008).

### 3.3.6 GPS

Um módulo de GPS foi ligado com ao sistema de aquisição de dados com o objetivo de fornecer informações como mapa da pista como mostra a figura 89.

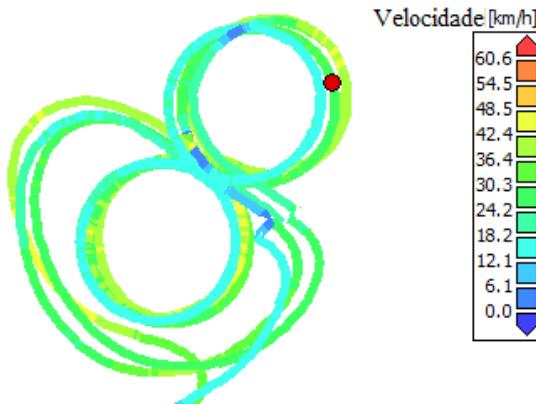


Figura 89 – Coordenadas GPS.  
Fonte: Autor.

A grande vantagem do GPS é de saber o posicionamento do veículo facilitando a interpretação dos dados. Além das coordenadas globais, o módulo GPS calcula velocidade e também aceleração longitudinal do veículo, que podem ser comparadas com os sinais vindos dos acelerômetros e sensores de velocidade de roda. Os sinais de GPS foram aquisitados com uma frequência de 100 Hz, assim como recomendado por Segers (SEGERS, 2008).

### 3.3.7 Sensores de temperatura de Pneu

Foram instalados em um suporte em cada roda, três sensores infravermelho de medição temperatura do pneu, conforme a figura 90, com capacidade máxima de medição de 150°C.

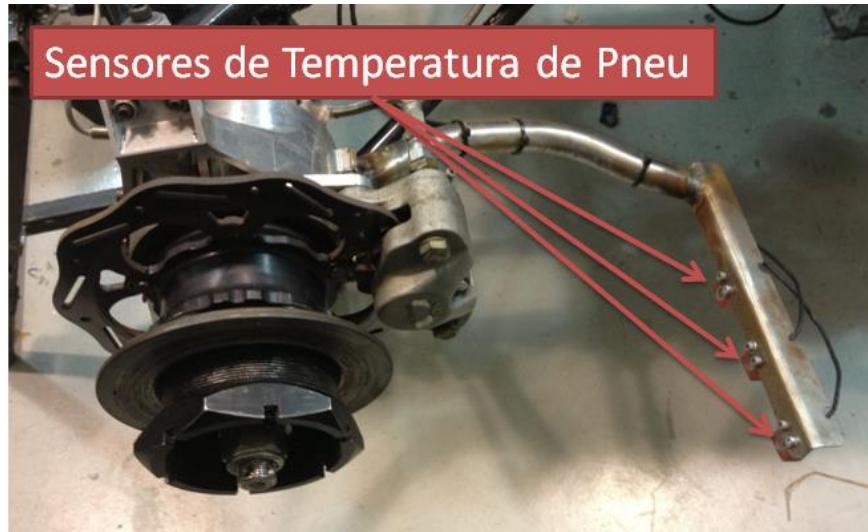


Figura 90 – Sensores de temperatura de pneu.  
Fonte: Autor.

Os sensores têm capacidade de medir a temperatura em distâncias de até 50 mm do alvo. Os sensores de temperatura de pneu são usados para interpretar se o pneu está operando em sua temperatura ótima ou se ainda precisam de aquecimento. Os mesmos são usados para definir e monitorar os parâmetros de alinhamento das rodas, como ângulo de inclinação ou convergência.

### 3.3.8 Sensores de temperatura de freio

Similarmente aos sensores de temperatura de pneu, foram instalados quatro sensores infravermelhos para monitorar a temperatura dos discos de freio, porém esses com capacidade máxima de 800°C. Os sensores foram instalados na manga de eixo conforme ilustrado na figura 91.

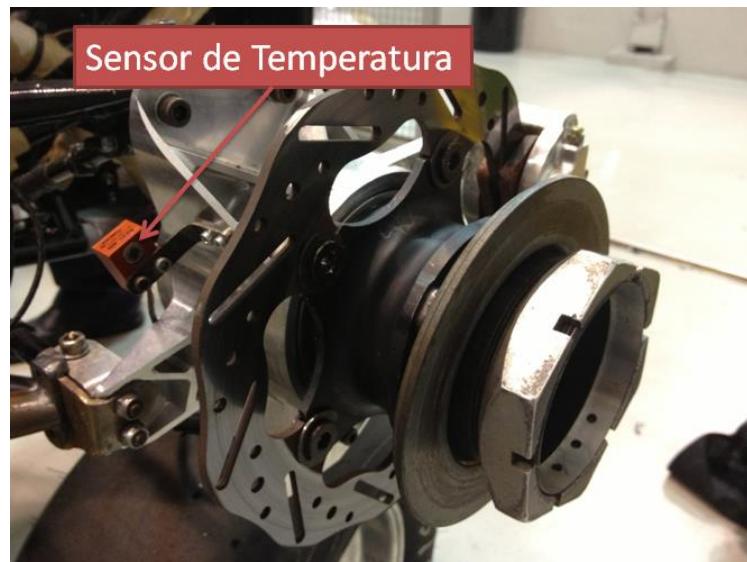


Figura 91 – Sensor de temperatura de disco de freio.  
Fonte: Autor.

Os sensores de temperatura dos discos de freio são importantes pois com eles é possível monitorar o funcionamento das pinças de freio, retorno dos pistões, qualidade de pastilhas de freio e entre outros.

### 3.3.9 Sensores de pressão de freio

Foram instaladas nas linhas de freio, dianteira e traseira, transdutores de pressão com capacidade máxima de 200 bar, como mostra a figura 92.



Figura 92 – Sensor de pressão de fluido de freio.

Fonte: Autor.

A presença de sensores de pressão na linha de freio no eixo dianteiro e no traseiro é necessária para monitorar a mudança do balanço de freio entre os eixos, pois no caso de veículo Fórmula FEI RS7, há a possibilidade de regulagem desse balanço de freio.

## 3.4 Validação do Modelo Multicorpos

O processo de validação do modelo multicorpos foi dividido em três partes. Primeiramente é realizada a validação da altura estática do modelo virtual, em seguida o comportamento em regime permanente e em regime transitório também são comparados com o experimental.

### 3.4.1 Ajuste da altura estática e atrito do pneu

Os primeiros dados experimentais aquisitados do veículo foram do mesmo em posição estática, com velocidade nula. O objetivo de se obter esses dados é o de alimentar o modelo de simulação multicorpos com a exata altura estática que o veículo se encontra fisicamente, ajustando as pré cargas das molas das suspensões do modelo virtual. Para isso, foram verificadas as posições dos quatro potenciômetros lineares instalados em paralelo com os amortecedores antes do veículo se movimentar em uma manobra aleatória, como mostra a figura 93.

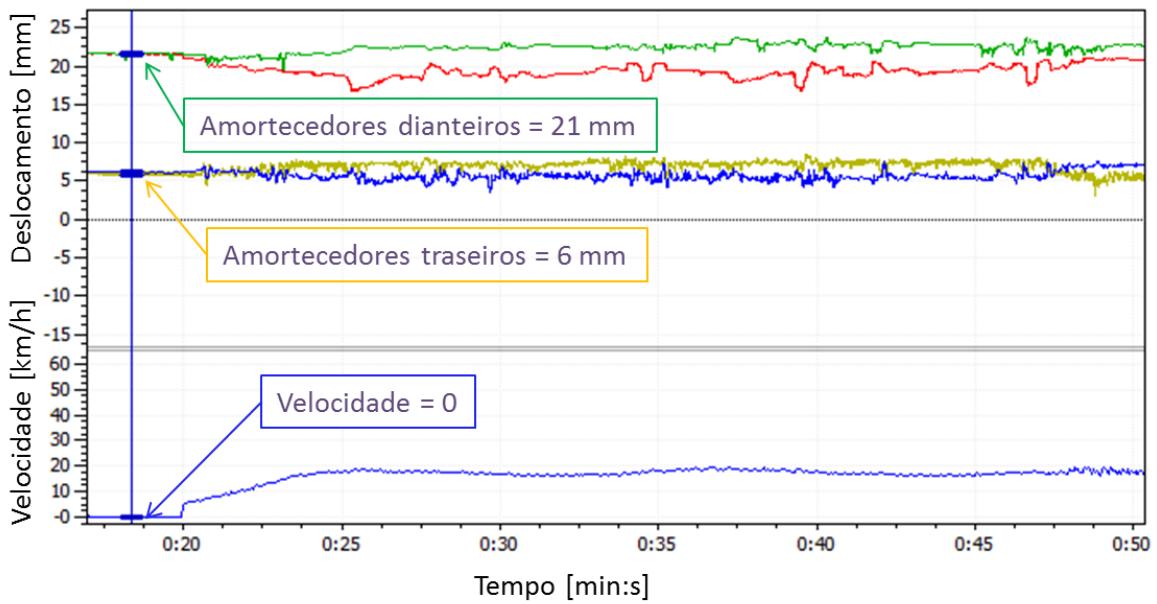


Figura 93 – Sinais do veículo com velocidade nula.  
Fonte: Autor.

Os valores de deslocamento dos potenciômetros instalados nos amortecedores foram de 6 mm e 21 mm no eixo traseiro e no eixo dianteiro, respectivamente. Usando um método de convergência, as pré cargas das molas foram ajustadas até o veículo atingir a distribuição de carga e altura desejada na simulação estática, baseando-se nos valores aquisitados com os potenciômetros lineares.

Na figura 94 verifica-se uma simulação multicorpos do veículo com velocidade nula com o objetivo de se analisar sua altura estática.

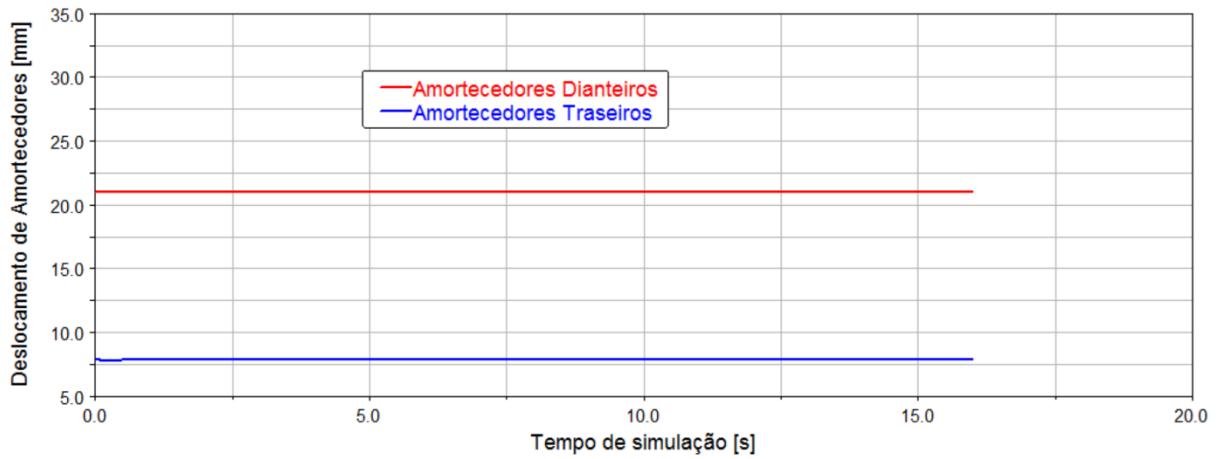


Figura 94 – Simulação do veículo na posição estática.  
Fonte: Autor.

Foi possível verificar que os deslocamentos dos amortecedores medidos no veículo físico são equivalentes aos valores da simulação estática após aplicado o método de convergência baseado no ajuste de pré carga nas molas da suspensão. Com isso garante-se que o modelo a ser simulado virtualmente tem a mesma configuração do que o testado em pista.

O coeficiente de atrito médio entre o pneu e o solo durante a simulação foi ajustado de forma que as respostas da simulação como aceleração lateral, trajetória e velocidade de guinada correspondesse com os sinais aquisitados durante a manobra de raio constante. Isso foi feito pois a modelagem do pneu herdou o coeficiente de atrito entre a esteira do *Flat-trac* e o pneu. Por mais que o equipamento de medição tente simular um tipo de asfalto considerado comum pela *Calspan TIRF*, pequenos ajustes no coeficiente de atrito foram necessários para se adequar ao tipo de piso testado com o veículo FSAE.

### 3.4.2 Manobra em regime permanente

Uma manobra de raio constante conhecida como “*Skid Pad*” foi escolhida para correlacionar os resultados do modelo de simulação com o veículo experimental em regime permanente. Em uma competição Fórmula SAE, esse evento tem o objetivo de quantificar a máxima aceleração lateral que o veículo consegue suportar. O veículo deve percorrer trajetórias circulares entre cones conforme ilustrado na figura 95 no menor tempo possível, sendo as duas primeiras voltas no sentido horário e as duas últimas no sentido anti-horário.

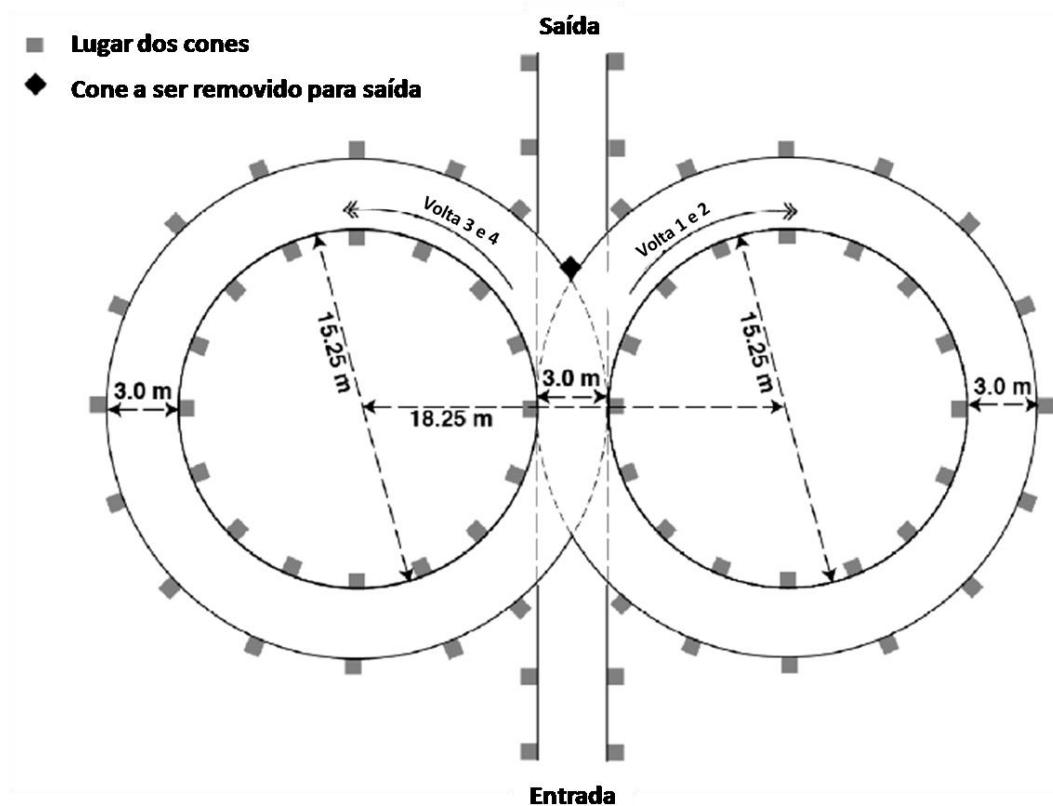


Figura 95 – Configuração da manobra “*Skid pad*”.  
Fonte: Autor “Adaptado de” 2014 FSAE Rules ([students.sae.org](http://students.sae.org)).

Em um trajeto de raio e velocidade constante, teoricamente o veículo permanece em regime permanente, porém na realização dessa manobra experimentalmente é esperado

possíveis oscilações nos sinais devido a vibrações dos sub sistemas, imperfeições do solo e até impulsos inevitáveis do piloto.

Optou-se por realizar a medição da manobra de raio constante com o veículo fora do seu limite máximo de aceleração lateral, pois quando o mesmo se encontra nesta faixa há o aumento da presença de ruídos nos sinais provenientes dos impulsos realizados pelo piloto. Isso acontece pois para manter o veículo na trajetória de raio constante na maior velocidade e aceleração lateral possível, o piloto faz diversas correções durante o trajeto, podendo caracterizar um comportamento de regime não permanente.

Com os dados aquisitados por um dos potenciômetros lineares de deslocamento de cremalheira durante a manobra, foi possível calcular o ângulo de esterçamento efetuado durante a manobra, o qual foi usado como dado de entrada na simulação multicorpos. Na figura 96, é possível observar que o sinal de ângulo de esterçamento do veículo medido com o potenciômetro linear foi usado durante a simulação para controlar o ângulo de esterçamento, de forma que no modelo virtual faça o mesmo esterçamento efetuado pelo veículo físico durante o teste.

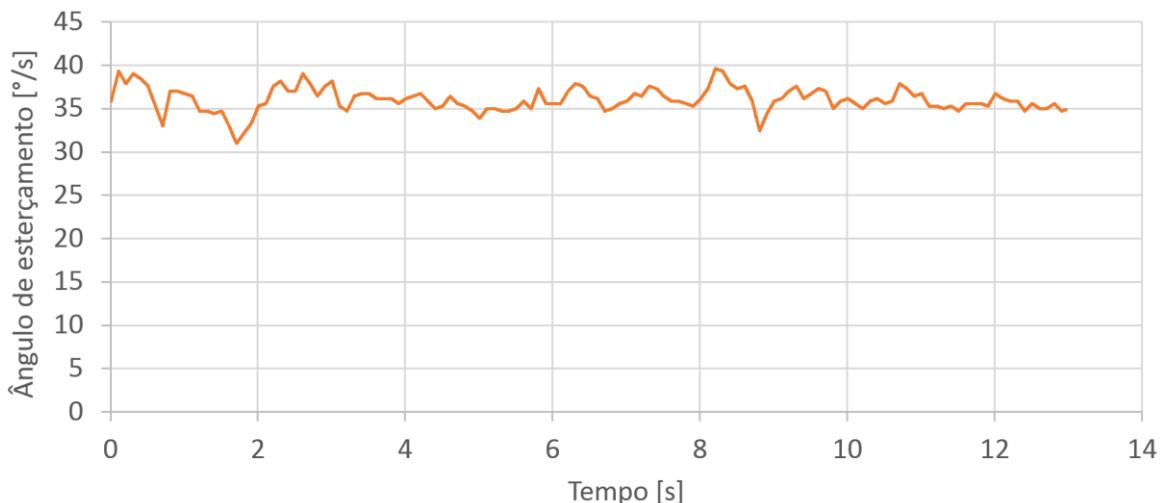


Figura 96 – Sinal de ângulo de esterçamento do veículo.

Fonte: Autor.

O sinal aquisitado de velocidade longitudinal durante a trajetória de raio constante também foi usado como dado de entrada para controle do modelo multicorpos. Usando o ângulo de esterçamento e a velocidade longitudinal do veículo como dado de entrada na simulação, há uma garantia que a interface entre piloto e veículo observada durante o experimento seja reproduzido virtualmente.

Como descrito anteriormente, o veículo possui dois sinais capazes de aquisitar o valor de velocidade longitudinal, um deles baseado no GPS e outro nos sensores *Hall* instalados em

cada roda do veículo. Observou-se uma diferença de aproximadamente 6% entre os sinais de velocidade de ambos os sinais, conforme mostra a figura 97.

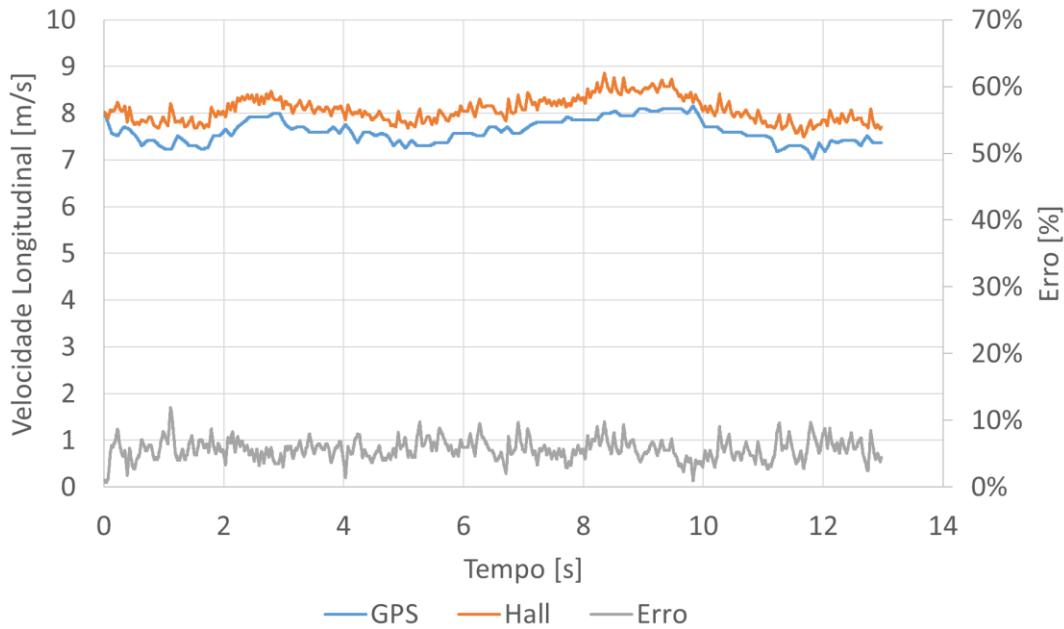


Figura 97 – Sinais de velocidades aquisitados durante o experimento.  
Fonte: Autor.

O sinal aquisitado de velocidade longitudinal do GPS durante a trajetória de raio constante foi o escolhido para ser o dado de entrada na simulação, pois o método de calibração dos sensores *Hall* depende do valor do raio dinâmico do pneu, o qual foi medido experimentalmente baseado no perímetro que o mesmo percorre em uma volta completa. Essa medição do raio dinâmico foi considerada de baixa confiabilidade, uma vez que a aparelhagem necessária para se realizar uma medição de confiança não estava disponível. Portanto o método usado para calibrar os sensores *Hall* foi considerado de menor confiabilidade quando comparado pelo GPS.

O valor do sinal de velocidade, o qual foi usado como dado de entrada da simulação, necessita ser confiável pois no caso da resposta de aceleração lateral, por exemplo, a velocidade tem uma influência quadrática, conforme a equação 3.1.

$$a_y = \frac{V^2}{R} \quad (3.1)$$

Uma vez que o sinal de velocidade longitudinal é um dado de entrada da simulação, qualquer erro na medição no seu valor, afetará diretamente o resultado de aceleração lateral da simulação, conforme mostra a figura 98. Foram realizadas duas simulações usando os diferentes valores de velocidade longitudinal descritos na figura 97 para quantificar o desvio no resultado de aceleração lateral.

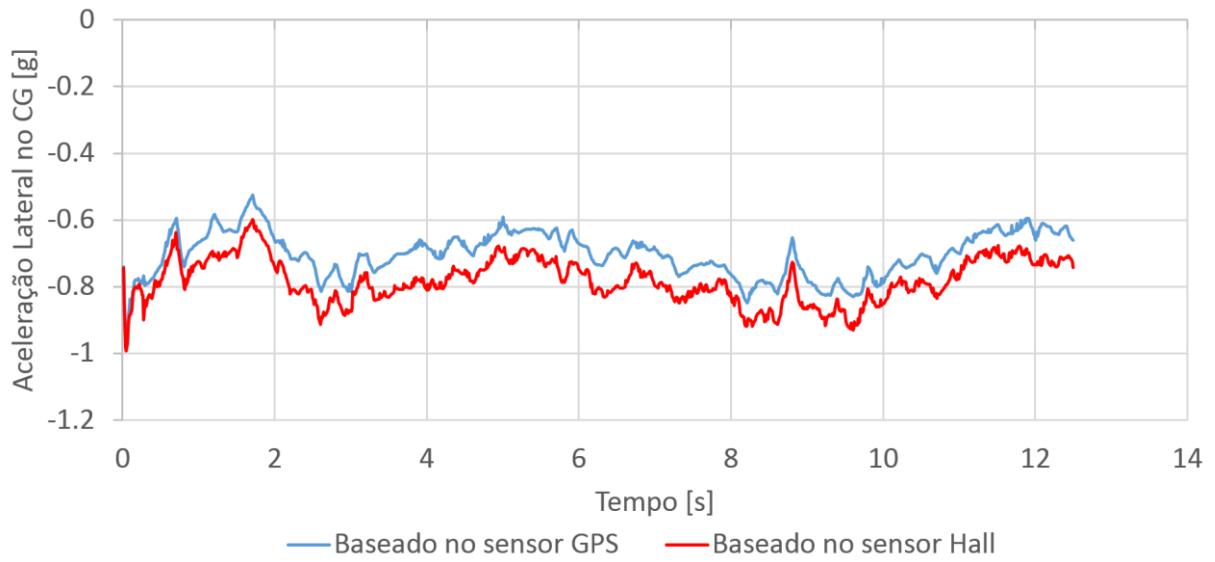


Figura 98 – Diferenças de aceleração lateral.

Fonte: Autor.

Uma diferença de aproximadamente 0.1g foi encontrada durante o tempo de simulação devido aos 6% de diferença nos valores da medição de velocidade longitudinal. Essa diferença é considerada significativa, portanto o sinal de velocidade baseada nos sensores *Hall* não foi usada como dado de entrada das simulações e foi desconsiderado.

A figura 99 mostra o sinal de velocidade longitudinal do GPS, em laranja, que foi usado como dado de entrada da simulação e o sinal de velocidade do veículo virtual, em azul, durante a simulação.

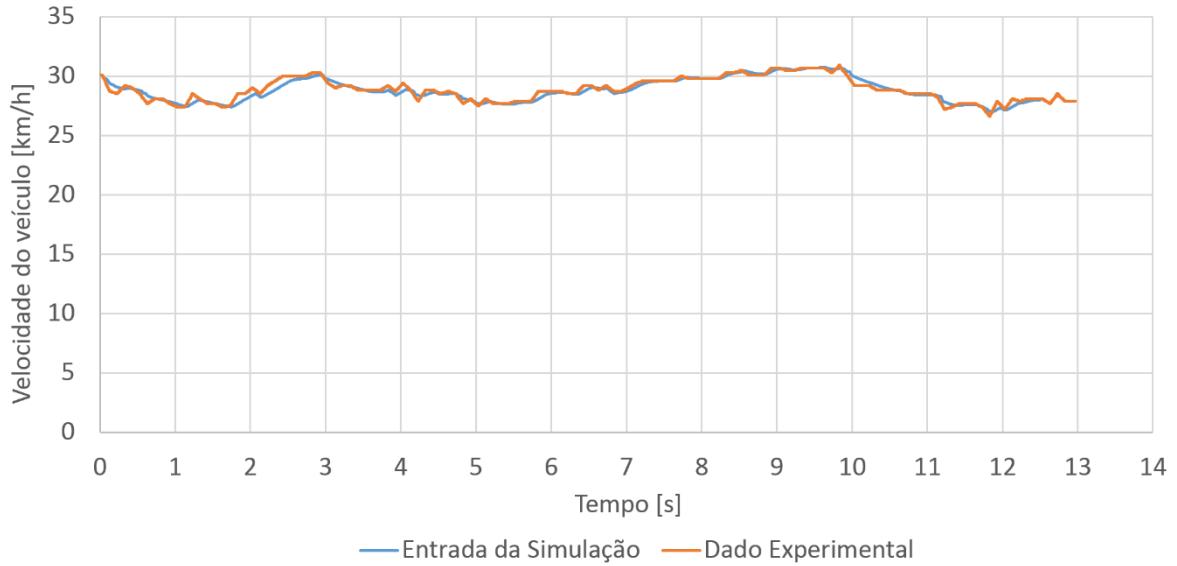


Figura 99 – *Skid pad*: Sinal de velocidade longitudinal do veículo.

Fonte: Autor.

O método de controle da velocidade durante a simulação é feito pelo *software* acionando os sistemas de trem de força e freio do modelo multicorpos, em um ciclo fechado. Dada a velocidade inicial da simulação, o *software* compara a velocidade do modelo virtual com a

velocidade desejada (aquisitada pelo GPS), a cada passo da simulação o pedal do freio ou do acelerador é acionado, como mostra a figura 100, para controlar a velocidade durante a simulação.

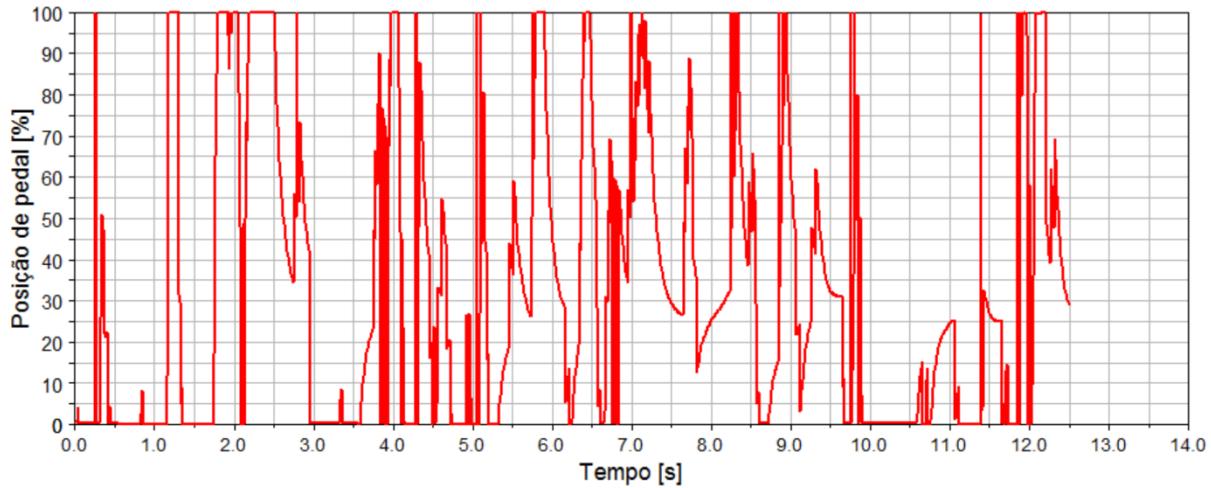


Figura 100 – Posição do pedal de acelerador durante a simulação.

Fonte: Autor.

Desta maneira, foi assegurado que o veículo virtual foi simulado com praticamente a mesma velocidade desejada (medida pelo GPS), assegurando que a condição real de teste estava sendo reproduzida virtualmente.

Depois de definidos os dados de entrada e feitos os ajustes necessários no modelo, foi realizada a primeira simulação do veículo, como mostra a figura 101. Diferentemente da manobra realizada na Competição FSAE, foi simulado o veículo realizando a trajetória apenas no sentido anti-horário, com o mesmo raio.

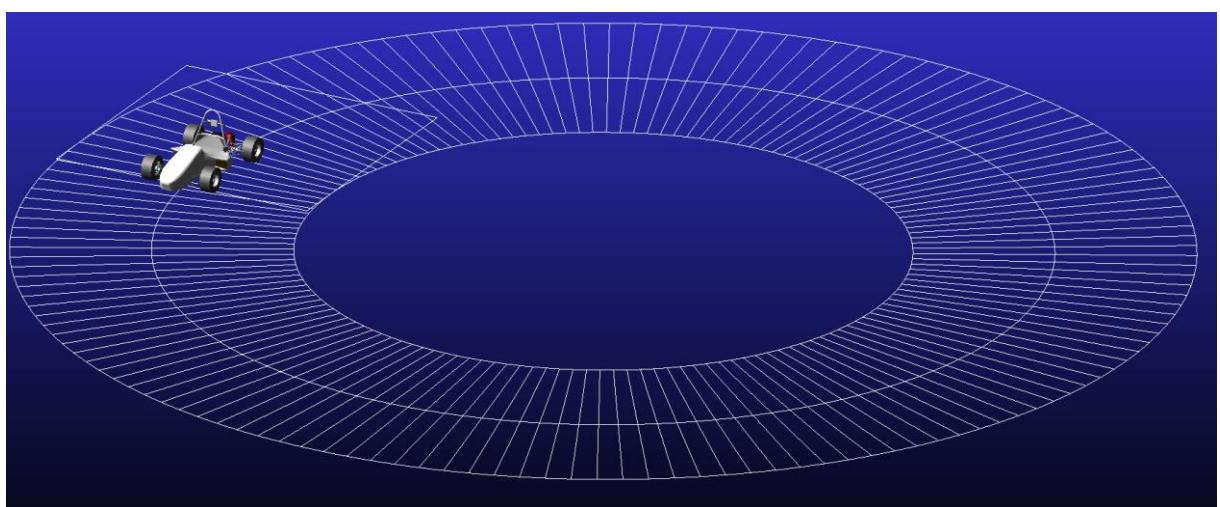


Figura 101 – Simulação de raio constante.

Fonte: Autor.

A resposta de aceleração lateral do chassi do veículo durante os 12,5 s de simulação foi comparada com o sinal do acelerômetro instalado no CG do veículo, como pode ser visto na figura 102.

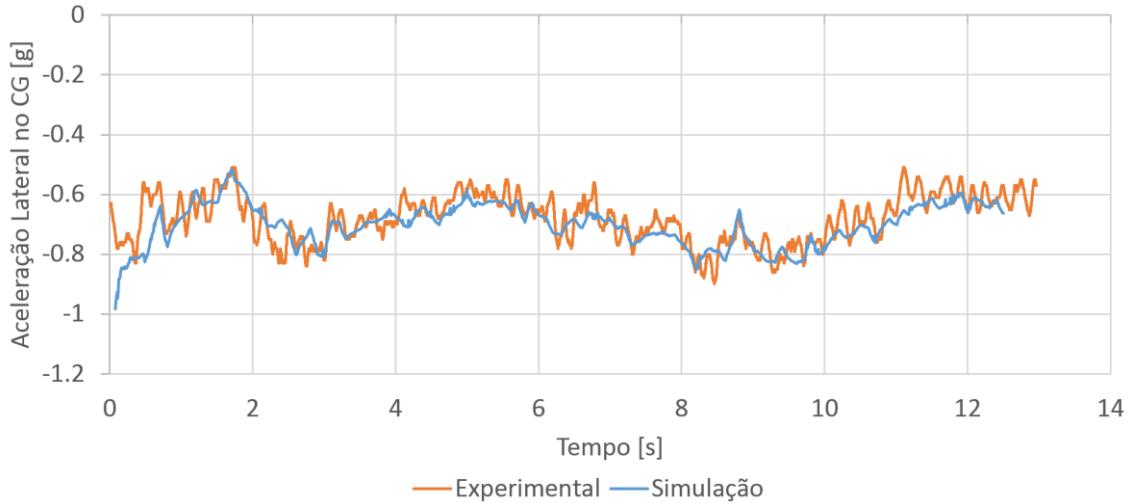


Figura 102 – *Skid pad*: Comparação dos valores de aceleração lateral.  
Fonte: Autor.

Observa-se que no primeiro instante da simulação houve uma pequena divergência nos sinais. Isso acontece devido a impossibilidade de simular a condição que o veículo se encontra antes do início da simulação. Mesmo com os ruídos implícitos no sinal aquisitado pelo acelerômetro, é possível perceber que a tendência e a amplitude de ambos valores de aceleração, experimental e simulação, são equivalentes.

A resposta de velocidade de guinada do chassi durante a simulação também foi comparada com o sinal do giroscópio instalado no chassi do veículo durante o experimento, conforme a figura 103.

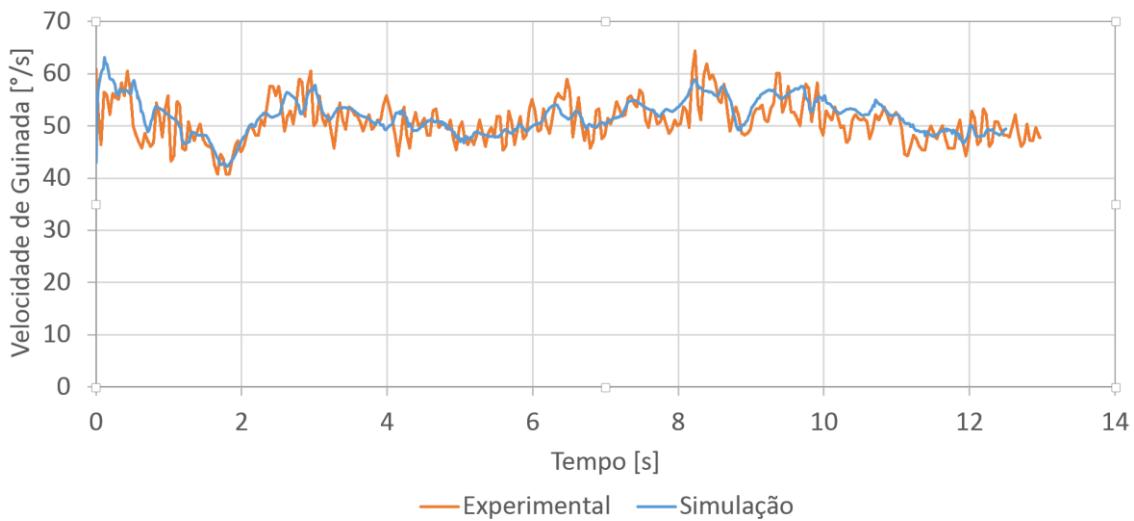


Figura 103 – *Skid pad*: Comparação dos valores de velocidade de guinada.  
Fonte: Autor.

Semelhantemente ao sinal de aceleração lateral, os valores de velocidade de guinada do veículo durante o experimento foram reproduzidos com a mesma magnitude na simulação multicorpos.

Com o conjunto de extensômetros instalados na coluna de direção do veículo, foi possível comparar o torque no volante imposto pelo piloto durante o teste e compará-lo com o torque que passa pela coluna de direção durante a simulação, como mostra a figura 104.

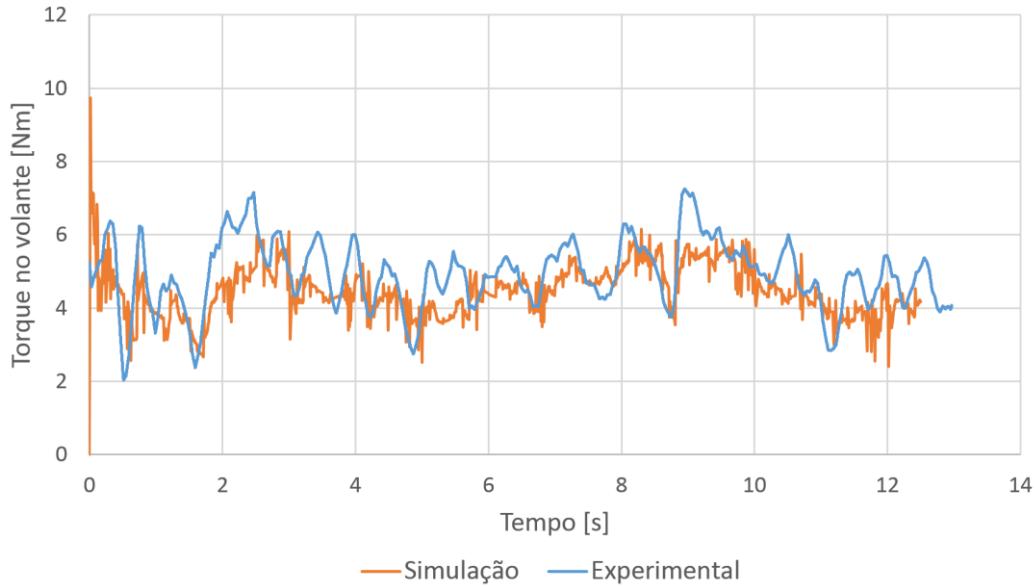


Figura 104 – *Skid Pad*: Comparação de valores de torque no volante.  
Fonte: Autor.

Foi possível verificar que em ambos os casos a faixa de torque é a mesma, porém o nível de ruído contido em ambos os dados é evidente mesmo com o veículo em uma situação fora do seu limite de máxima aceleração lateral, o que faz com que este sinal não seja conclusivo para a validação do comportamento do veículo em regime permanente.

A trajetória que o veículo percorreu na simulação, como mostra a figura 105, foi equivalente ao experimento quando comparada com a distância dos cones que limitam o raio que o veículo percorre durante o experimento.

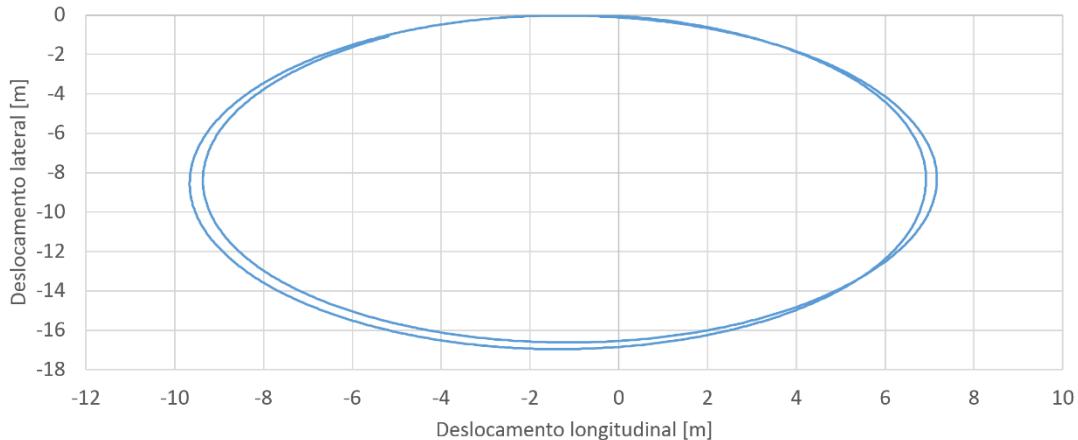


Figura 105 – *Skid pad*: Trajetória do veículo durante a simulação.

Fonte: Autor.

Outro parâmetro comparado foi o deslocamento dos amortecedores, a figura 106 exemplifica o deslocamento dos amortecedores dianteiros durante a simulação e durante o experimento em raio constante.

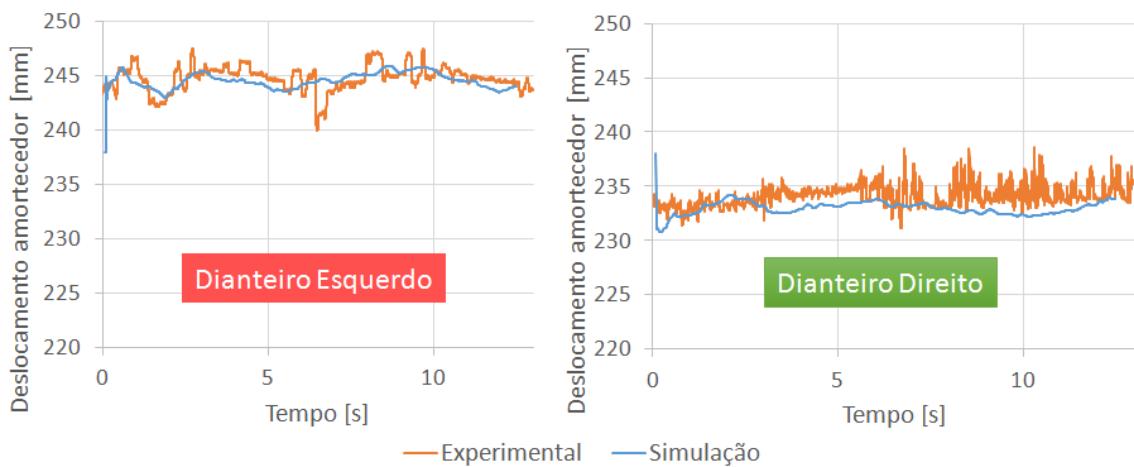


Figura 106 – *Skid pad*: Deslocamentos de amortecedores dianteiros.

Fonte: Autor.

Diferenças de valores de aproximadamente 4 mm foram encontrados em curtos espaços de tempo, porém o comportamento do amortecedor na simulação segue a mesma tendência do experimental.

Com as respostas da simulação de aceleração lateral, velocidade de guinada, deslocamento do veículo e deslocamento de amortecedores equivalentes ao real, é possível afirmar que o modelo matemático está validado de acordo com a configuração do veículo na exata condição do teste em regime permanente.

Com o modelo validado é possível, através dos resultados da simulação, verificar alguns fenômenos que acontecem no veículo durante a manobra. Normalmente alguns fenômenos não

são possíveis obter experimentalmente. A figura 107 mostra a distribuição de carga normal em cada pneu durante os 12,5 s da manobra de raio constante no sentido anti-horário.

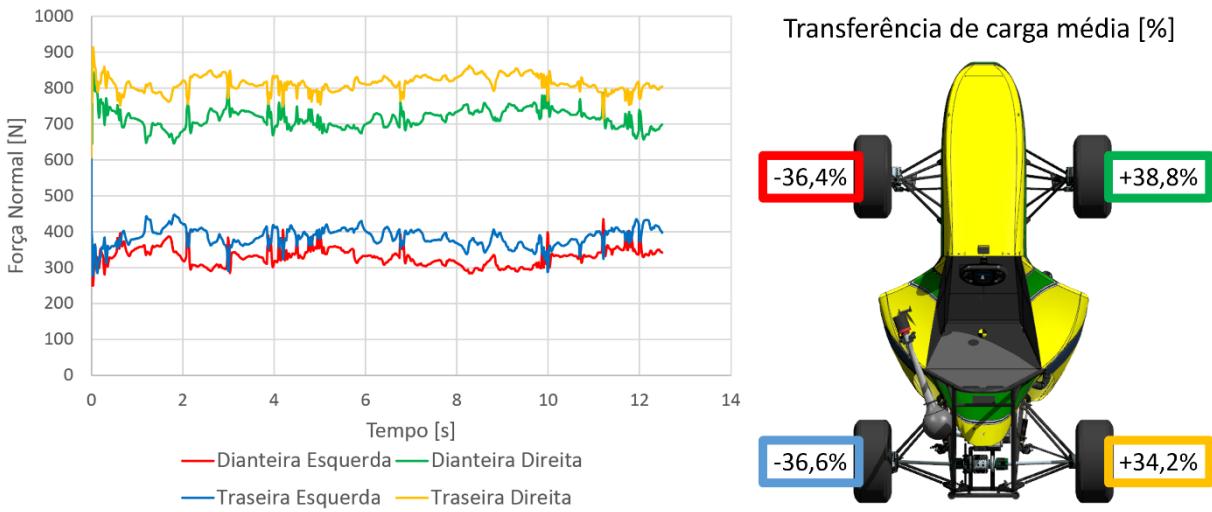


Figura 107 – *Skid Pad*: Transferência de cargas normais.

Fonte: Autor.

É possível observar que 73% da força normal presente no lado esquerdo do veículo estático é transferido para o lado direito de forma uniforme.

A força lateral em cada área de contato durante a simulação de raio constante pode ser vista na figura 108.

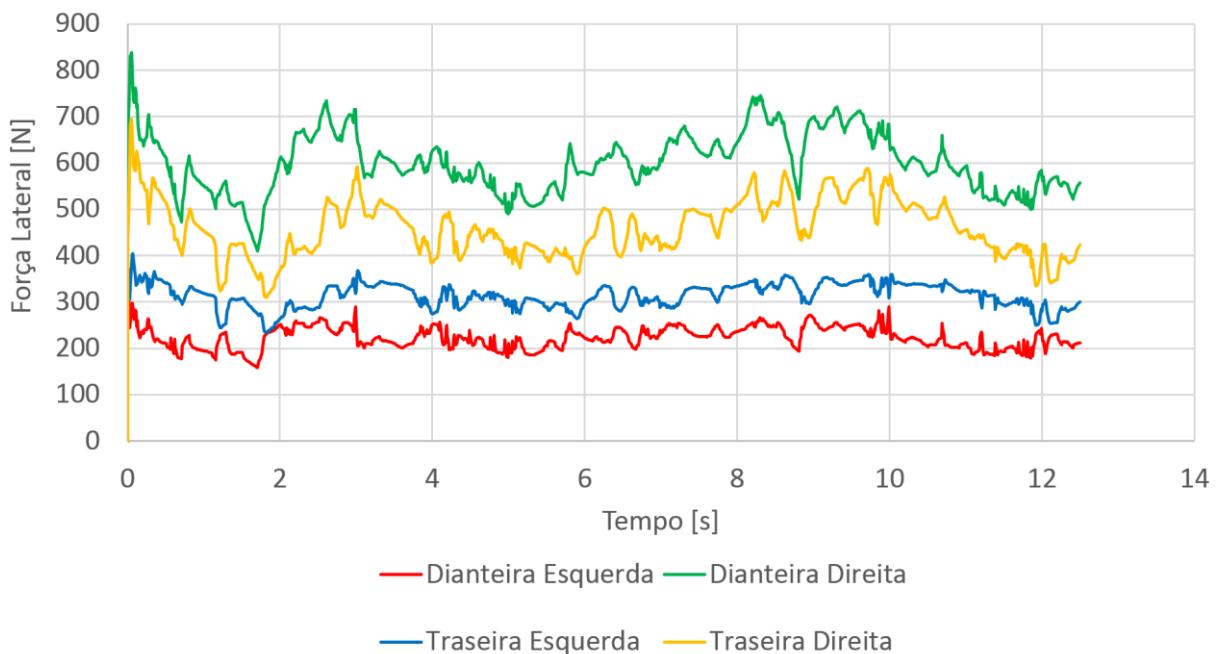


Figura 108 – *Skid pad*: Força lateral gerada em cada pneu.

Fonte: Autor.

Verifica-se que não é o pneu que possui maior força normal que produz a maior força lateral. Neste caso, o pneu dianteiro direito possui uma menor força normal que o traseiro direito, porém gera uma maior força lateral devido a um maior ângulo de deriva.

Através da simulação também é possível quantificar facilmente qual a tendência do comportamento do veículo mesmo ele não estando no seu limite através do ângulo de deriva do chassi  $\beta$ , como mostra a figura 109.

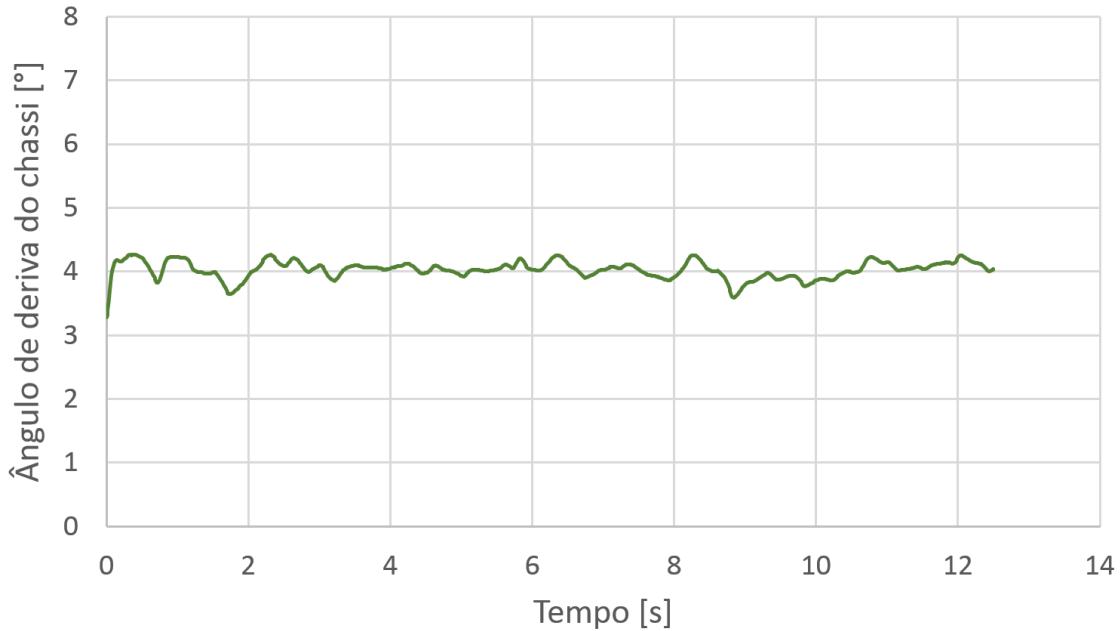


Figura 109 – *Skid Pad*: ângulo de deriva do chassi.

Fonte: Autor.

Sabendo que na manobra de raio constante o veículo realizou uma curva para a esquerda, é possível perceber que o ângulo de deriva do chassi durante a simulação se manteve na faixa de 4 ° positivo, o que caracteriza um comportamento sub-esterçante do veículo.

### 3.4.3 Manobra em regime transitente

Uma manobra aleatória, com trechos de esterçamento de volante quase senoidais, foi escolhida para correlacionar os resultados da simulação com o comportamento transitente do veículo, como mostra a figura 110.



Figura 110 – Manobra de esterçamento aleatório.

Fonte: Autor.

Assim como na manobra de raio constante, o esterçamento do volante aquisitado pelo sistema de aquisição de dados foi usado de entrada na simulação, como mostra a figura 111.

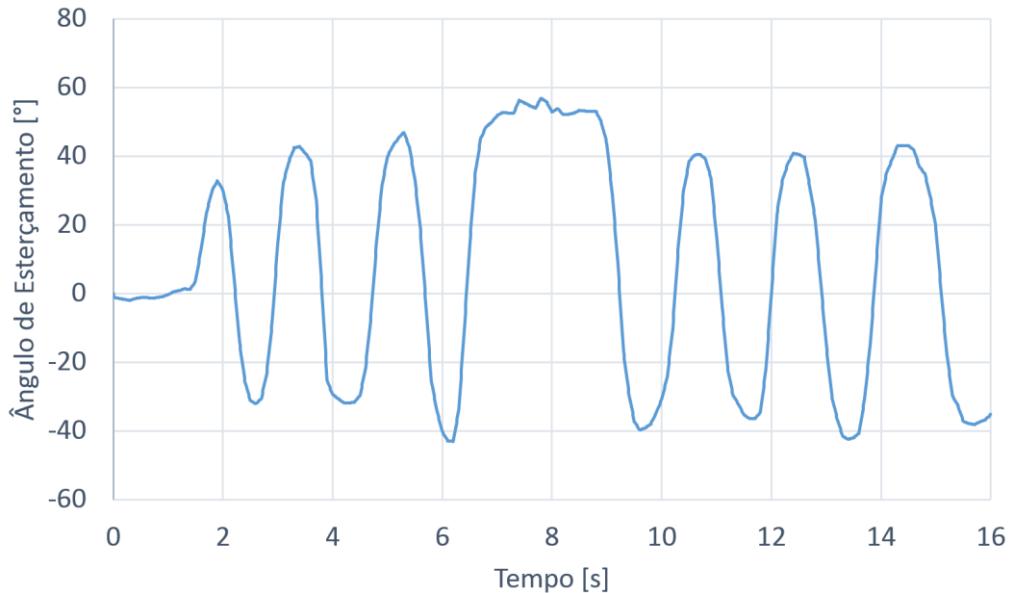


Figura 111 – Ângulo de esterçamento aleatório da simulação.

Fonte: Autor.

Durante o experimento foi realizado subjetivamente esterçamentos de volante com uma amplitude próxima de  $40^\circ$  com velocidade de esterçamento constante. Porém todas as imperfeições nos sinais foram usadas como dados de entrada da simulação, portanto as mesmas respostas tanto na simulação quanto na manobra experimental foram reproduzidas.

Assim como na manobra de raio constante, a velocidade baseada no sensor de GPS foi a escolhida para servir como referência para o *software* controlar a velocidade do veículo na simulação. A figura 112 mostra a velocidade experimental aquisitada pelo sensor GPS do

veículo em azul, que é a velocidade desejada na simulação, e a velocidade controlada pelo sistema de trem de força do veículo pelo *software* durante a simulação.

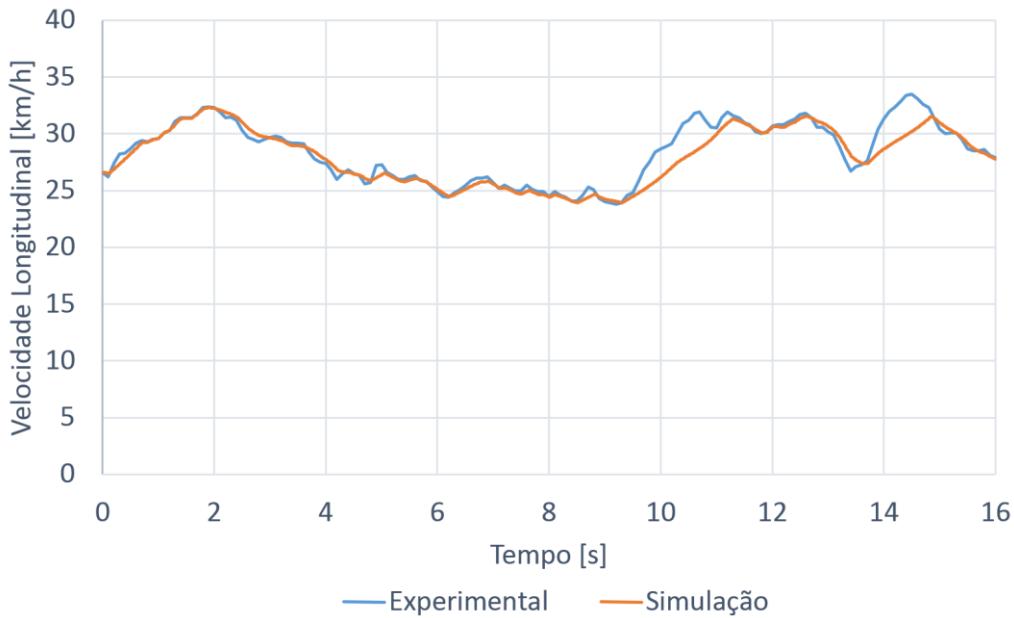


Figura 112 – Velocidade longitudinal da simulação.

Diferenças de aproximadamente 3 km/h por aproximadamente dois segundos foram encontradas, pois o trem de força mesmo com o pedal do acelerador totalmente acionado não conseguiu acompanhar a velocidade desejada do veículo, a qual foi baseada no sinal do GPS.

Após realizar 16 segundos de simulação baseada na velocidade e ângulo de esterçamento desejado, a resposta de aceleração lateral no centro de gravidade do chassi do veículo virtual foi comparada com o sinal do acelerômetro instalado no veículo físico, como mostra a figura 113.

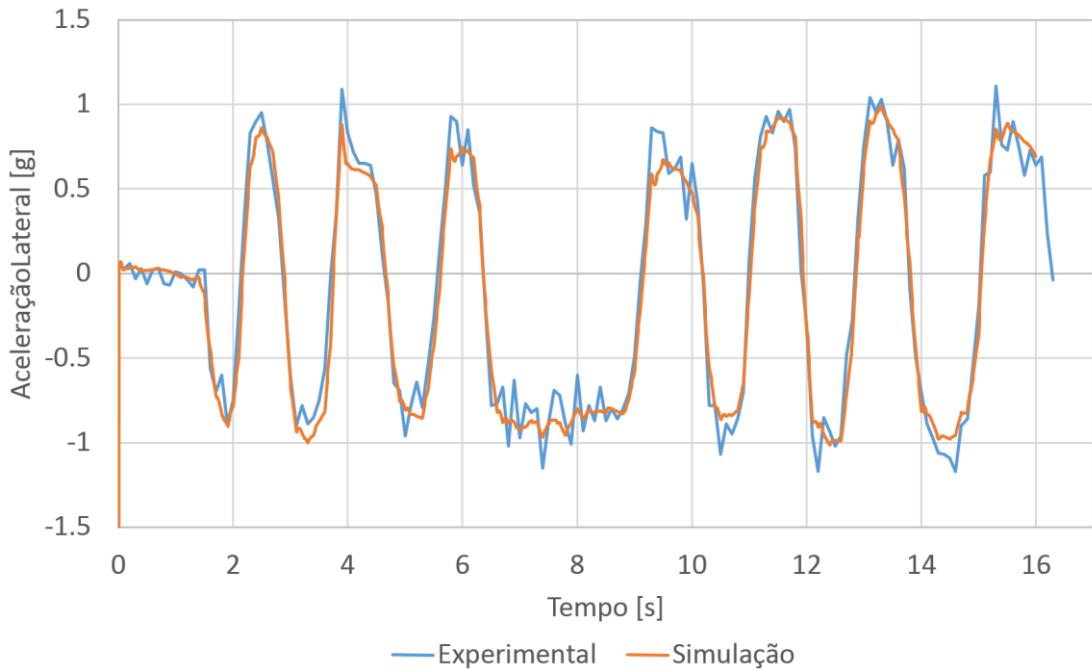


Figura 113 – Comparação de aceleração lateral.  
Fonte: Autor.

Os valores de aceleração lateral tanto na simulação realizada quanto no experimento são praticamente equivalentes, confirmando uma convergência dos comportamentos do veículo físico e do modelo virtual.

O sinal de velocidade de guinada aquisitado pelo giroscópio também foi comparado com a resposta da simulação, conforme a figura 114, o qual apresentou um desvio do experimental considerado baixo.

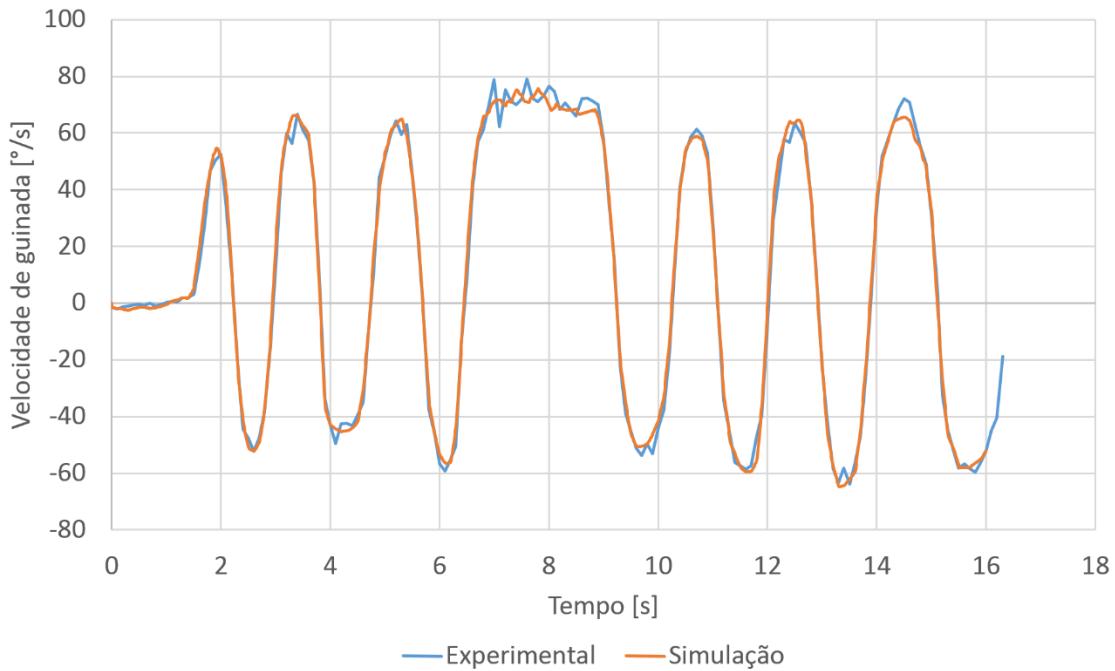


Figura 114 – Comparação de velocidade de guinada.  
Fonte: Autor.

Com as respostas de aceleração lateral e velocidade de guinada da simulação equivalentes ao do veículo físico é possível confirmar que o comportamento dinâmico do veículo em comportamento transitante está validado, porém é possível fazer mais comparações para certificar essa validação.

O valor de torque no volante, aquisitado através dos extensômetros instalados na coluna de direção durante o experimento também foram comparados com os valores de simulação, conforme mostra a figura 115. Os valores de torque apresentaram desvios de aproximadamente 3 Nm em alguns picos, que podem representar até 30% de erro, porém a tendência de torque tanto aquisitado experimentalmente quanto simulado se correlacionam.

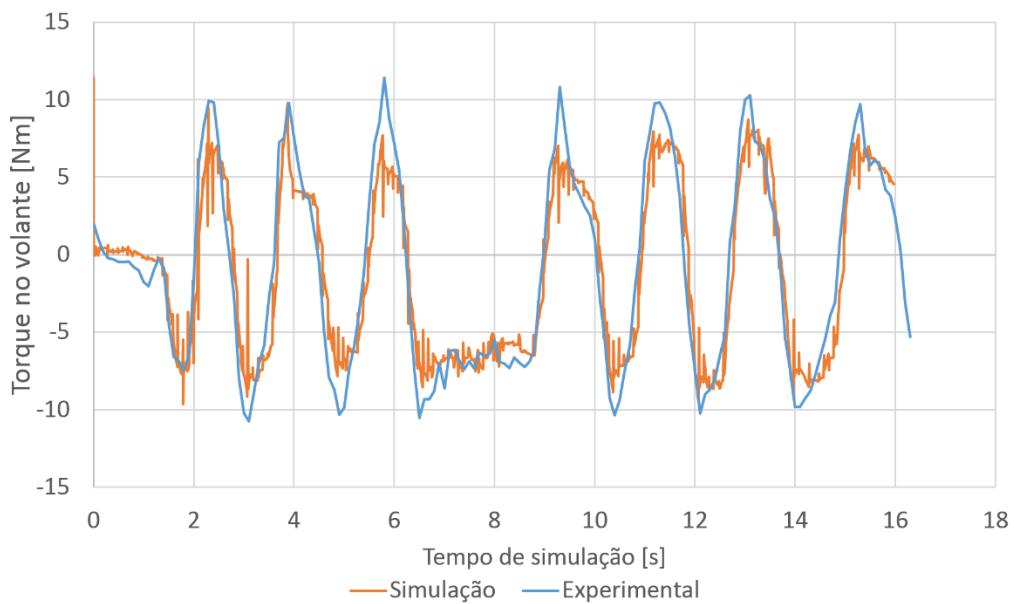


Figura 115 – Comparação de torques no volante.  
Fonte: Autor.

Os sinais dos deslocamentos dos amortecedores também foram comparados com os resultados da simulação, conforme a figura 116, que mostra o comportamento dos amortecedores dianteiros do veículo durante a simulação e no experimento, nas cores azul e laranja, respectivamente.

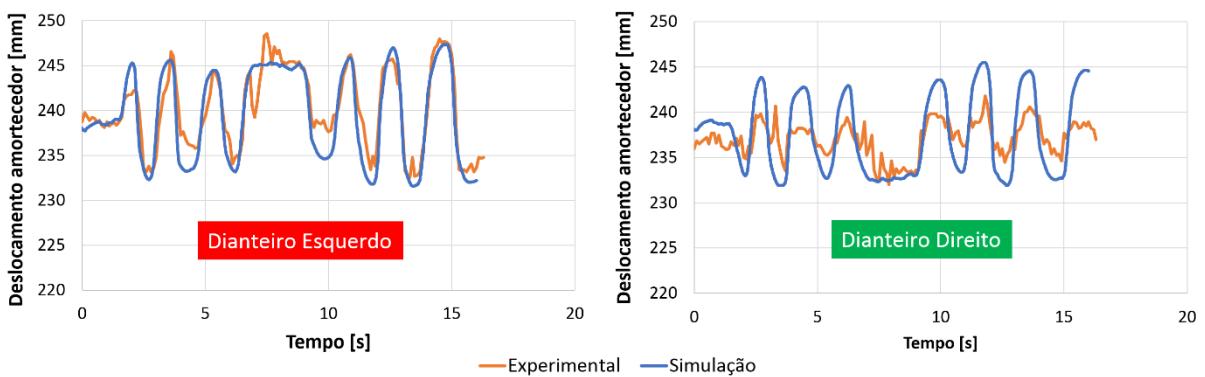


Figura 116 – Deslocamento de amortecedores dianteiros.  
Fonte: Autor.

Houve uma diferença nos sinais dos amortecedores de aproximadamente 5 mm em alguns casos, porém o sentido do movimento está equivalente ao da simulação. O amortecedor dianteiro direito, que é referente a um dos pneus externo à curva apresentou um erro maior que o amortecedor dianteiro esquerdo, que está no lado interno da curva. Um maior desvio foi encontrado no comportamento dos amortecedores traseiros, como mostra a figura 117.

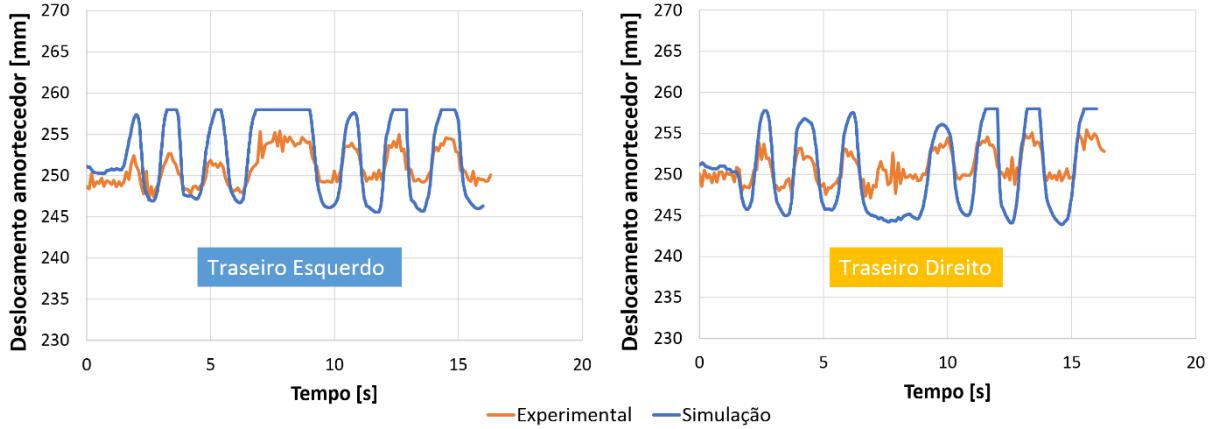


Figura 117 – Deslocamento dos amortecedores traseiros.

Fonte: Autor.

No caso dos amortecedores traseiros, desvios com amplitudes de aproximadamente 5 mm também foram observadas, que foram considerados baixos. De acordo com os dados do sistema de aquisição de dados, foi possível verificar que o amortecedor durante a manobra trabalha em uma faixa perto de seu comprimento estendido. Já na simulação, foi possível verificar que em alguns instantes o amortecedor permaneceu estendido. Quando ele atinge seu batente de extensão, o decréscimo de carga normal no pneu acontece, retirando sua capacidade de gerar força lateral. Durante experimentos esse fenômeno é possível de ser observado visivelmente.

Com base nos resultados da simulação, é possível analisar a transferência de carga entre as rodas do veículo, conforme a figura 118.

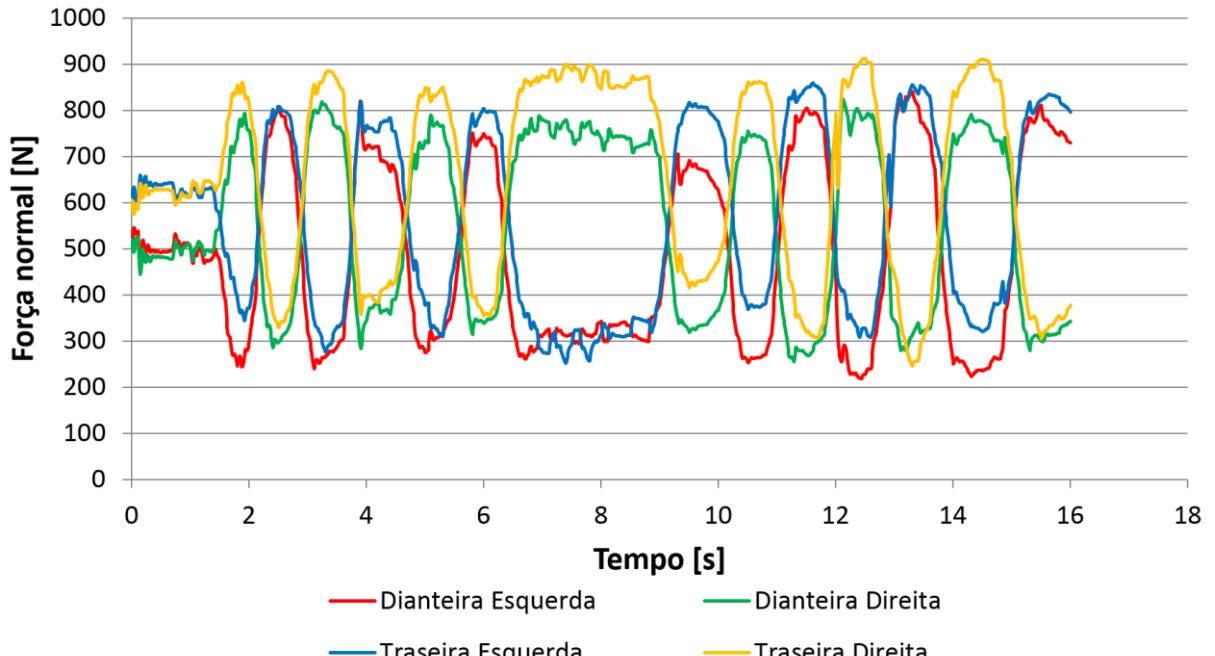


Figura 118 – Esterçamento aleatório: Força normal em cada pneu.  
Fonte: Autor.

Semelhantemente ao comportamento do veículo em regime permanente, na simulação de um esterçamento aleatório as rodas traseiras externas possuem a maior carga vertical, devido a distribuição de carga estática e a ausência de aceleração longitudinal.

As forças laterais que foram geradas nos pontos de contato entre os pneus e o solo durante a simulação foram plotadas conforme a figura 119.

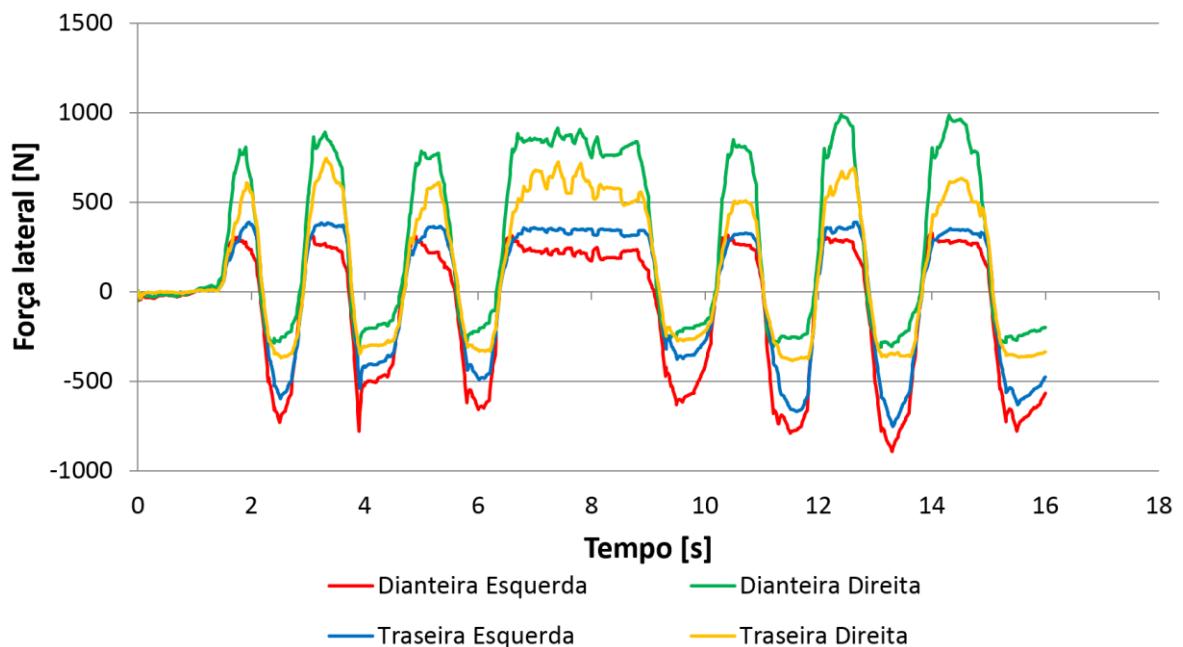


Figura 119 – Esterçamento aleatório: força lateral de cada pneu.  
Fonte: Autor.

Mesmo sabendo que o eixo traseiro possui a maior carga vertical, é possível verificar que o pneu dianteiro externo a curva é o que gera a maior força lateral. Durante a manobra o pneu dianteiro externo é responsável por gerar aproximadamente 75% da força lateral do eixo dianteiro. Essa diferença se dá devido a principalmente a diferença de carga normal e o ângulo de deriva de cada pneu, este último que é influenciado pela geometria Ackerman. A diferença de ângulos de deriva pode ser observada na figura 120.

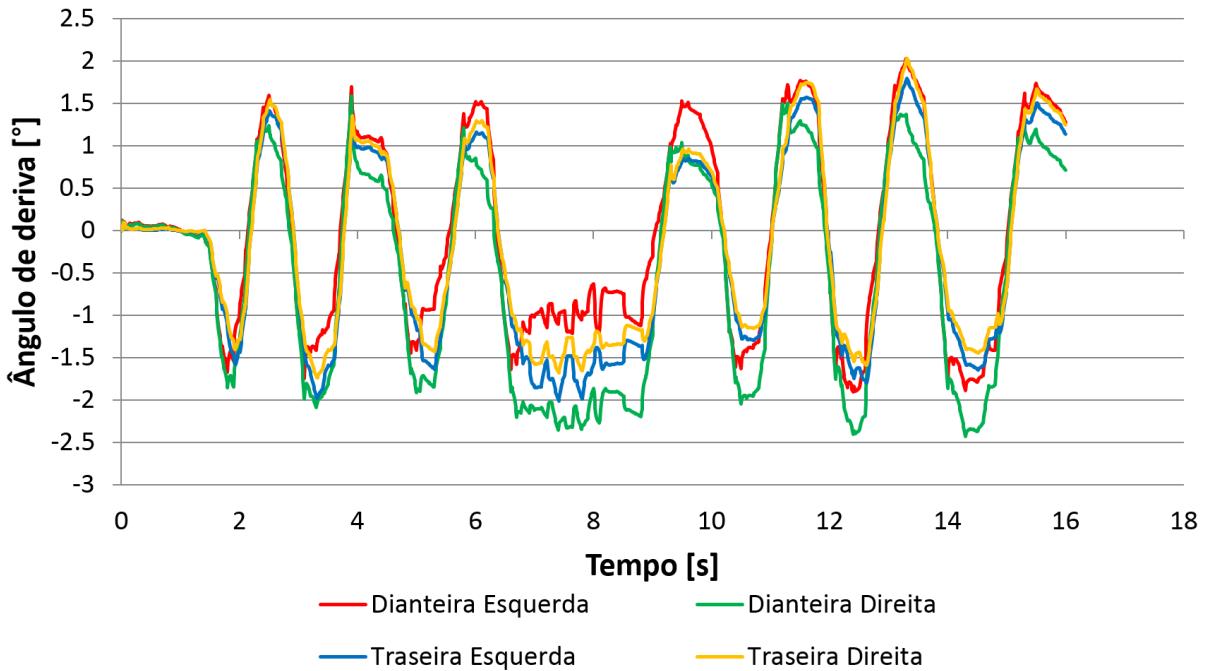


Figura 120 – Esterçamento aleatório: ângulos de deriva.  
Fonte: Autor.

A diferença de ângulos de deriva no eixo traseiro não é tão significativa quanto no eixo dianteiro. No caso do eixo traseiro, o pneu externo que gera maior força não tem o maior ângulo de deriva, mas sim a maior carga normal. É possível observar que a quantidade de força lateral gerada no eixo traseiro está totalmente ligada a carga normal em cada pneu, já no eixo dianteiro há, além da influência da carga normal, a influência da diferença de ângulos de deriva.

Sabendo dos dados de carga normal no pneu, força lateral e ângulo de deriva, pode-se saber exatamente em que faixa o pneu está trabalhando e se está perto de sua saturação.

No instante 10,7 segundos da simulação, é possível verificar que a força normal do pneu dianteiro externo a curva é aproximadamente 740N segundo a Figura 118, o ângulo de deriva segundo a figura 120 é de  $-2^\circ$ , e a força lateral segundo a figura 119 é de 800N. Alimentando essas informações no gráfico que rege as relações de força lateral no pneu modelado, é possível verificar a região que o pneu trabalha durante a manobra, como mostra a figura 121.

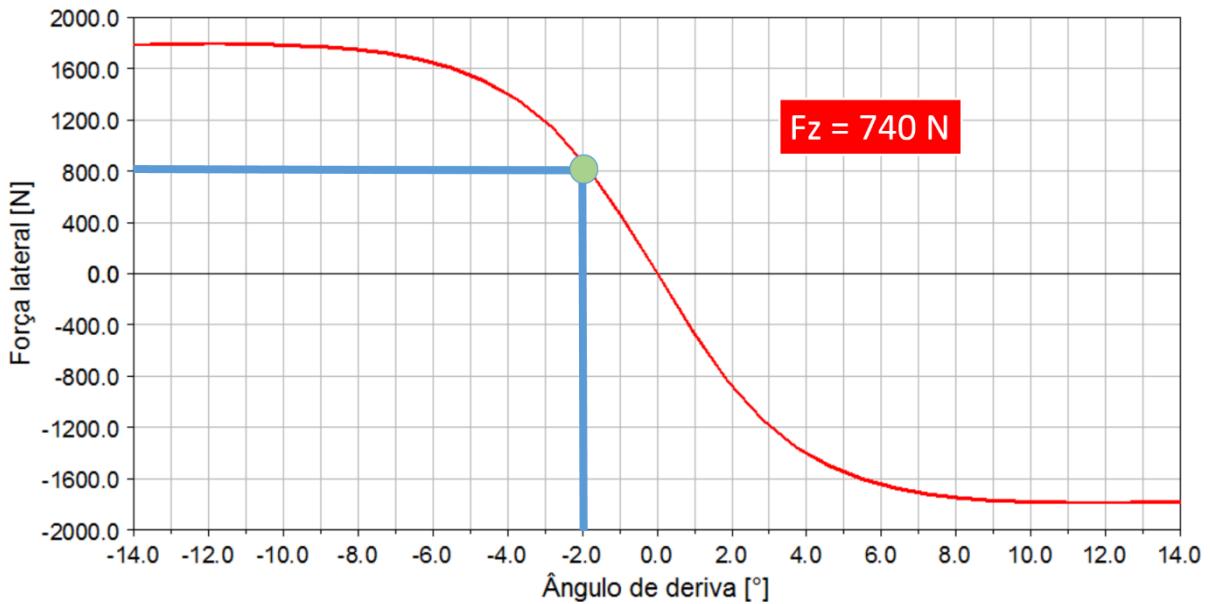


Figura 121 – Esterçamento aleatório: faixa de trabalho do pneu dianteiro direito.

Fonte: Autor.

Baseado na análise acima, é possível verificar que o pneu ainda não chegou no seu limite de saturação que é aproximadamente de 1800N de força lateral para 740N de carga normal.

Além do parâmetro do comportamento do pneu, demais parâmetros podem ser encontrados com um modelo de simulação validado, como o ângulo de rolagem do veículo. O ângulo de rolagem é um parâmetro difícil de se medir (experimentalmente) com precisão devido a deformação do pneu que deve ser levada em conta, porém com a ferramenta de simulação multicorpos esse valor é facilmente obtido.

A figura 122 mostra o ângulo de rolagem do chassi em função da aceleração lateral do chassi. Quando plotada essa relação para uma manobra em que o veículo não se mantém em regime permanente é possível verificar além da taxa de rolagem, a influência da histerese no sistema.

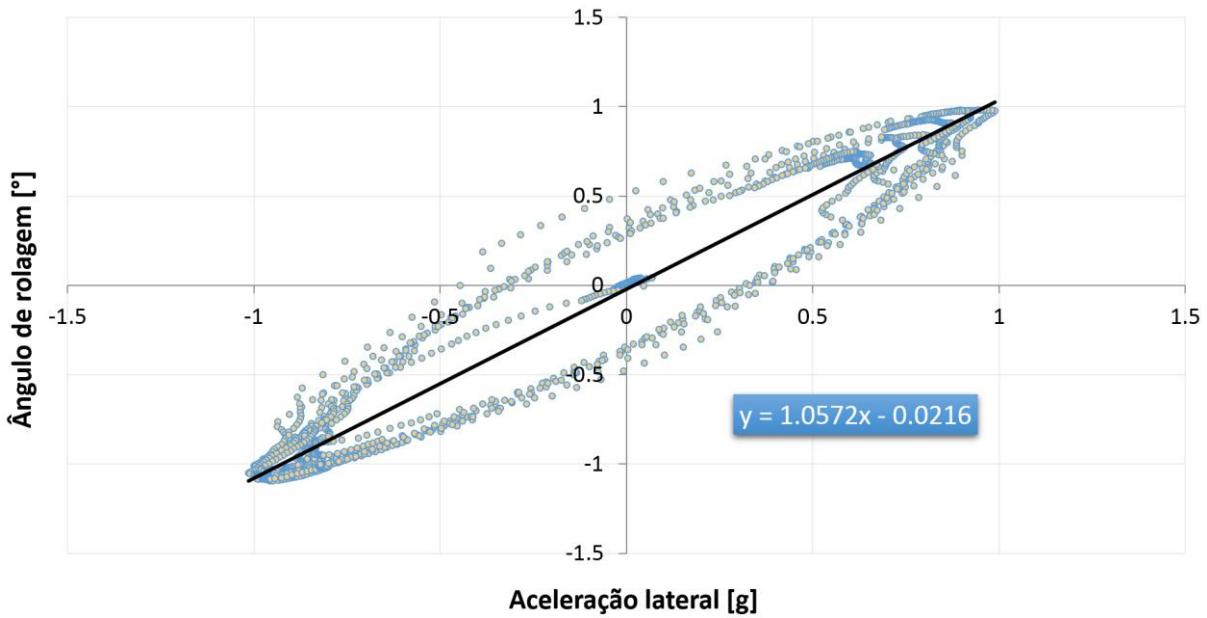


Figura 122 – Esterçamento aleatório: Taxa de rolagem.  
Fonte: Autor.

O coeficiente angular da linha de tendência baseada nos dados da simulação é a taxa de rolagem do veículo, que é aproximadamente  $1^\circ/g$ . A distância da linha de tendência e dos pontos de resposta da simulação representam o efeito transitório do modelo multicorpos. Isso representa que quando o veículo está em uma trajetória de curva há um atraso no acréscimo de aceleração lateral em relação ao ângulo de rolagem.

### 3.5 Sensibilidade do modelo

Depois de validado o comportamento do modelo multicorpos com o veículo real em situações de regime permanente e regime transitório, a sensibilidade do modelo foi testada variando a configuração do veículo virtual e comparando com a configuração original. O objetivo disso é quantificar se o modelo desenvolvido é capaz de gerar respostas de simulação conclusivas referente ao comportamento dinâmico do veículo, baseado em supostas modificações feitas no modelo. Desta forma, possibilitando uma avaliação virtual antes de qualquer modificação física no projeto do veículo.

A modificação proposta foi o aumento da rigidez das molas da suspensão dianteira de 14 N/mm para 30 N/mm, valor de rigidez que é usada nas molas da suspensão traseira. A pré carga presente na mola foi alterada de forma a manter a mesma altura estática do projeto original.

Para quantificar o impacto dessa mudança no comportamento do veículo, foram realizadas simulações multicorpos apenas da suspensão dianteira, do veículo completo em regime permanente e do veículo completo em regime transitório.

### 3.5.1 Simulações da suspensão dianteira

Em uma simulação usando apenas a suspensão dianteira do veículo e o sistema de direção, foi possível verificar quanto a mudança da rigidez da mola alterou a rigidez equivalente da suspensão medida em função do deslocamento vertical da roda, como mostra a figura 123.

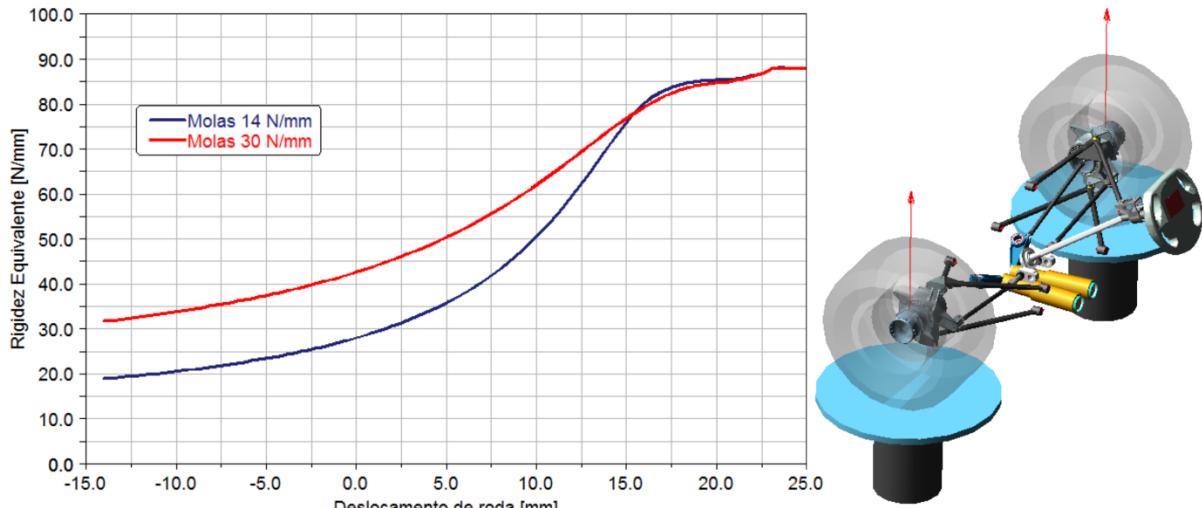


Figura 123 – Rigidez equivalente na suspensão dianteira.

Fonte: Autor.

É possível observar que mesmo dobrando o valor da rigidez da mola, a rigidez equivalente medida no ponto de contato entre o pneu e o solo aumenta 43% quando se tem até 5 mm de deslocamento positivo (compressão), após esse valor verifica-se uma convergência do valor de rigidez até 15 mm de deslocamento positivo.

Em ambos os casos, a rigidez equivalente é crescente devido a relação de instalação do sistema vareta e balancim. A cinemática do sistema foi projetada para que a rigidez equivalente e a rigidez torcional da suspensão aumente a medida que o veículo aumente o ângulo de rolagem.

Também usando apenas a suspensão dianteira e o sistema de direção, foi simulado a dianteira do veículo com ângulos de rolagem de  $1,5^\circ$  positivos a  $1,5^\circ$  negativo. A mudança da rigidez da mola também afetou diretamente a rigidez de rolagem da suspensão dianteira, como mostra a figura 124.

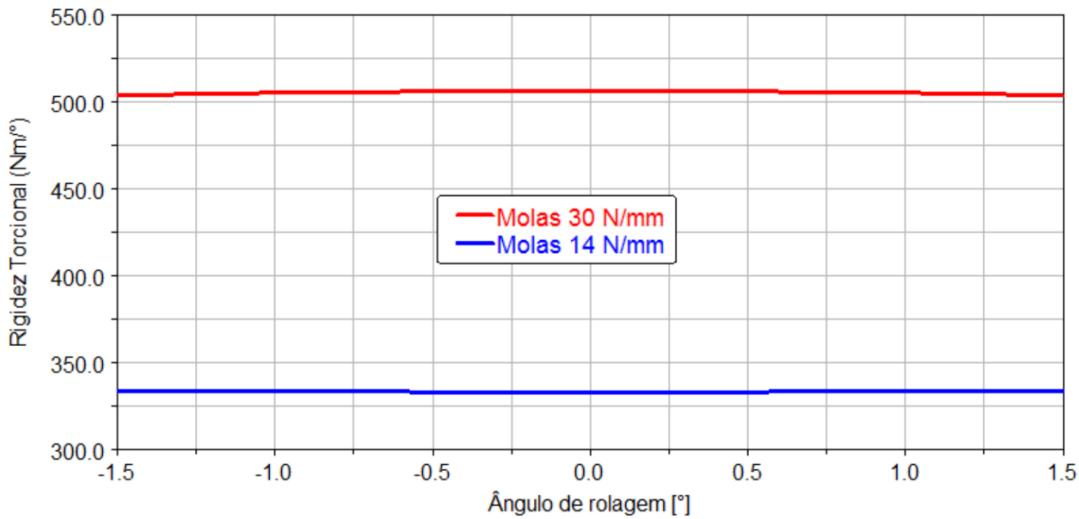


Figura 124 – Rigidez torcional da suspensão dianteira.

Fonte: Autor.

Sabendo dos impactos do aumento da rigidez das molas nas simulações da suspensão dianteira, foram analisadas as consequências dessa possível mudança no comportamento do veículo em regime permanente e em regime transiente.

### 3.5.2 Simulações do veículo em regime permanente

A manobra *skid pad* foi novamente realizada para comparar o impacto da mudança da rigidez das molas dianteiras do veículo em regime permanente, porém diferentemente da manobra realizada para validação do modelo não foram usados os dados experimentais como velocidade longitudinal e esterçamento de volante. Um método de controle que mantém o veículo na trajetória de raio constante foi usado. A velocidade durante os 10 segundos de simulação foi aumentada de 35 km/h até a máxima velocidade que o veículo é capaz de permanecer na trajetória de raio constante, como mostra a figura 125.

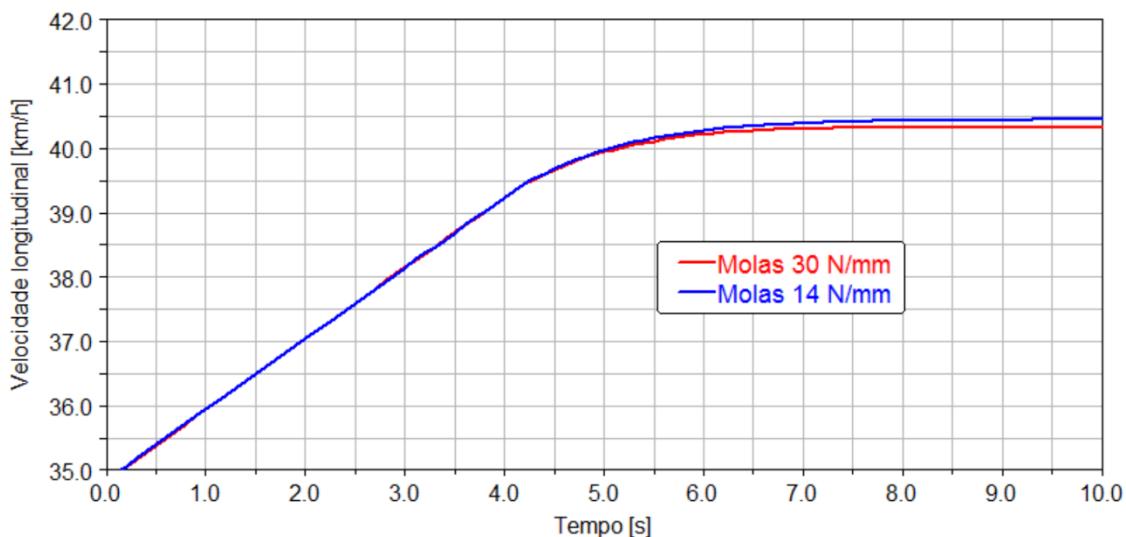


Figura 125 – *Skid pad*: Velocidades longitudinais.

Fonte: Autor.

É possível verificar uma diferença não significativa entre as máximas velocidades que o modelo pode atingir durante a manobra de raio constante, porém o uso de uma mola mais rígida na suspensão dianteira diminui a capacidade da máxima velocidade durante a manobra.

A mesma diferença pode ser vista na resposta de máxima aceleração lateral do veículo, conforme a figura 126.

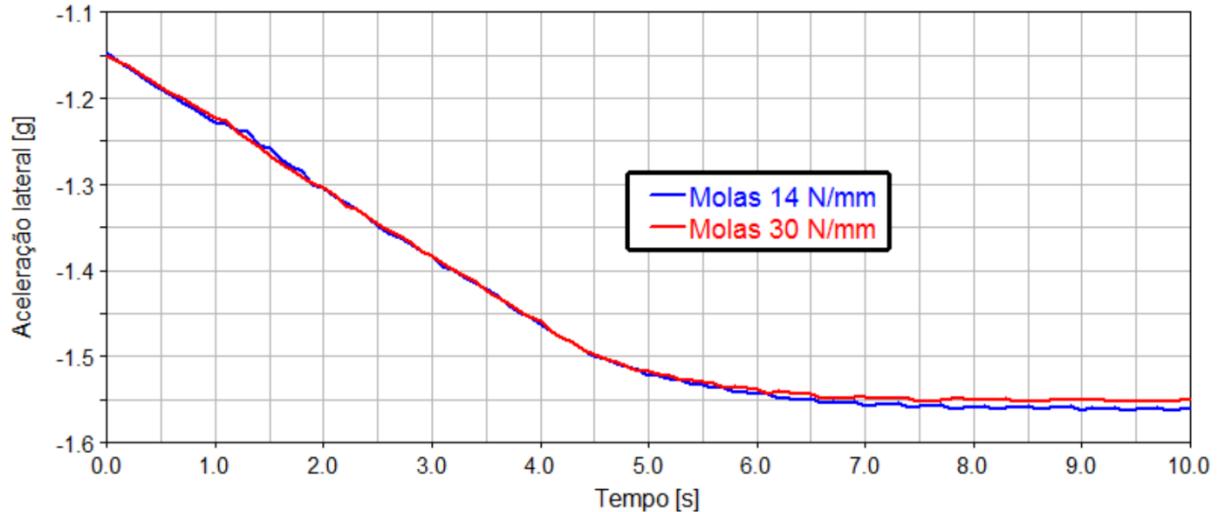


Figura 126 – Skid Pad: Comparação de aceleração lateral.

Fonte: Autor.

Sabendo que a manobra realizada no simulador quantifica qual é o limite de aderência do veículo virtual, foi possível validar a máxima velocidade longitudinal de 40,5 km/h com o veículo experimental, como mostra a figura 127.

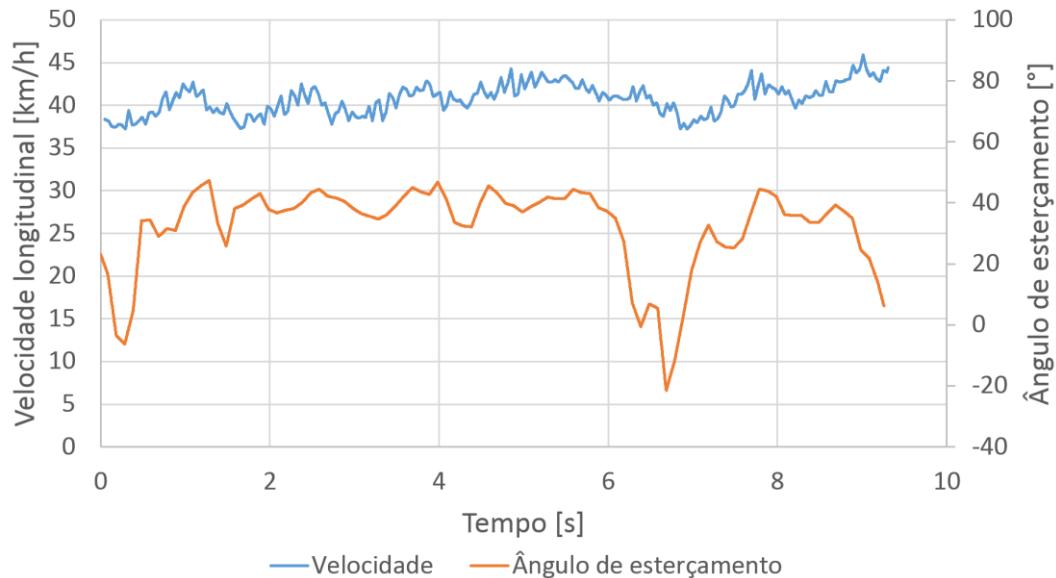


Figura 127 – Skid Pad: Medição do veículo no seu limite de aderência.

Fonte: Autor.

Mesmo com uma variação de sinais suficiente para perceber que o veículo não está em regime permanente quando está perto de um limite de aderência na trajetória de raio constante

de 8,3 m, o valor de velocidade média durante a manobra experimental é a mesma que a velocidade máxima atingida pelo modelo durante a simulação, de aproximadamente 40 km/h.

Um parâmetro que sofreu maior impacto que a velocidade e a aceleração lateral devido a mudança da rigidez das molas foi o comportamento sub-esterçante do veículo. O aumento da rigidez da mola na suspensão dianteira amplificou o sub esterçamento do veículo em uma manobra de raio constante, como pode ser visto na figura 128, devido ao aumento de seu ângulo de deriva do chassi.

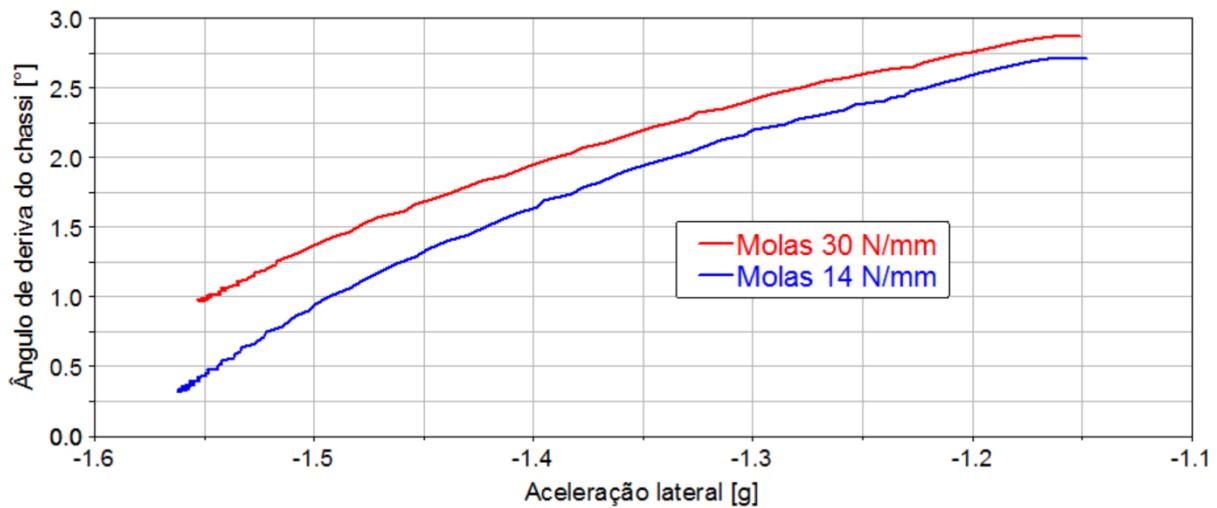


Figura 128 – Skid Pad: ângulo de deriva do chassi em função da aceleração lateral.

Fonte: Autor.

O comportamento sub-esterçante do veículo também pode ser observado quando comparado os ângulos de esterçamento das duas manobras realizadas, uma com cada rigidez de mola dianteira, como mostra a figura 129. Com a configuração de molas mais rígidas, há um esterçamento de volante adicional de 5° para manter o veículo na trajetória de raio constante.

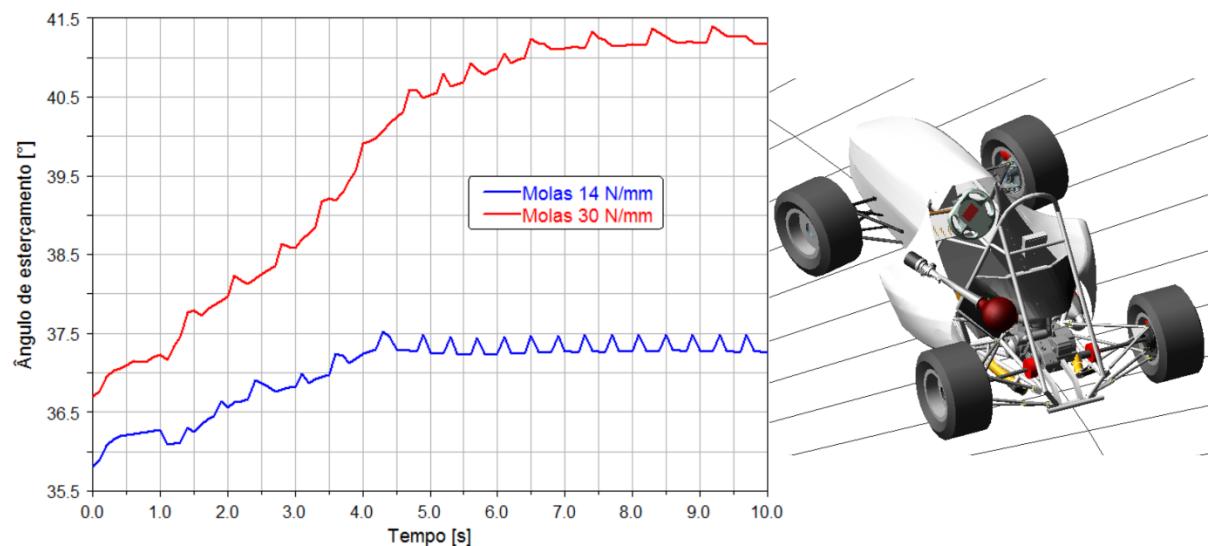


Figura 129 – Skid pad: Ângulos de esterçamento de volante.

Fonte: Autor.

A explicação para a mudança do comportamento do veículo se dá devido a mudança da transferência de carga normal nos rodados do veículo, como pode ser visto na figura 130.

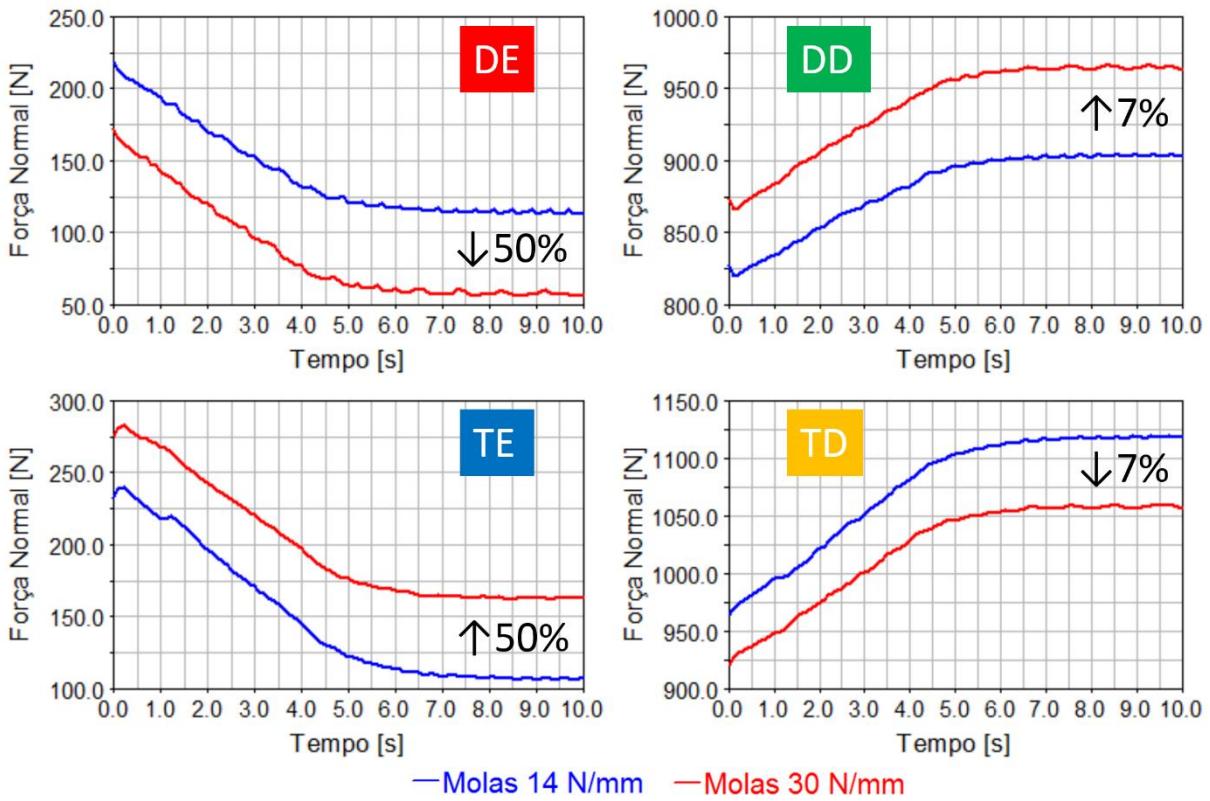


Figura 130 – Skid Pad: Forças normais nos eixos do veículo com diferentes molas.

Fonte: Autor.

Nota-se que após 7s de simulação, a velocidade máxima é atingida e em ambos os casos o veículo entra em regime permanente. É possível perceber que as mudanças de cargas normais nos pneus traseiros são tão significativas quanto a mudanças das mesmas no eixo dianteiro, mesmo sabendo que a mudança da rigidez das molas aconteceu apenas no eixo dianteiro.

Os pneus mais afetados pelo acréscimo de rigidez são os pneus internos à curva, lembrando que na simulação o veículo percorreu uma trajetória de raio constante de 8,3 m no sentido anti-horário. A magnitude das forças que migraram entre os pneus do veículo com o aumento da rigidez das molas é por volta de 60N, porém em porcentagem, dependendo do caso pode chegar ao valor de até 50% da carga presente no rodado. Nos pneus externos à curva o esse valor apresenta apenas 7%, porém esse valor já é o suficiente para fazer com que o rodado dianteiro gere uma maior força lateral do que o traseiro, distanciando o pneu traseiro do seu limite máximo.

### 3.5.3 Simulações do veículo em regime transitente

Uma manobra chamada “Impulso de Esterçamento” foi usada para verificar a sensibilidade do modelo multicorpos no regime transitente à mudança da rigidez nas molas da

suspensão dianteira. Durante as simulações foram realizados um impulso de esterçamento no volante de  $55^\circ$  no instante 1s, de forma que essa máxima amplitude fosse atingida no instante 1,5 s, como mostra a figura 131.

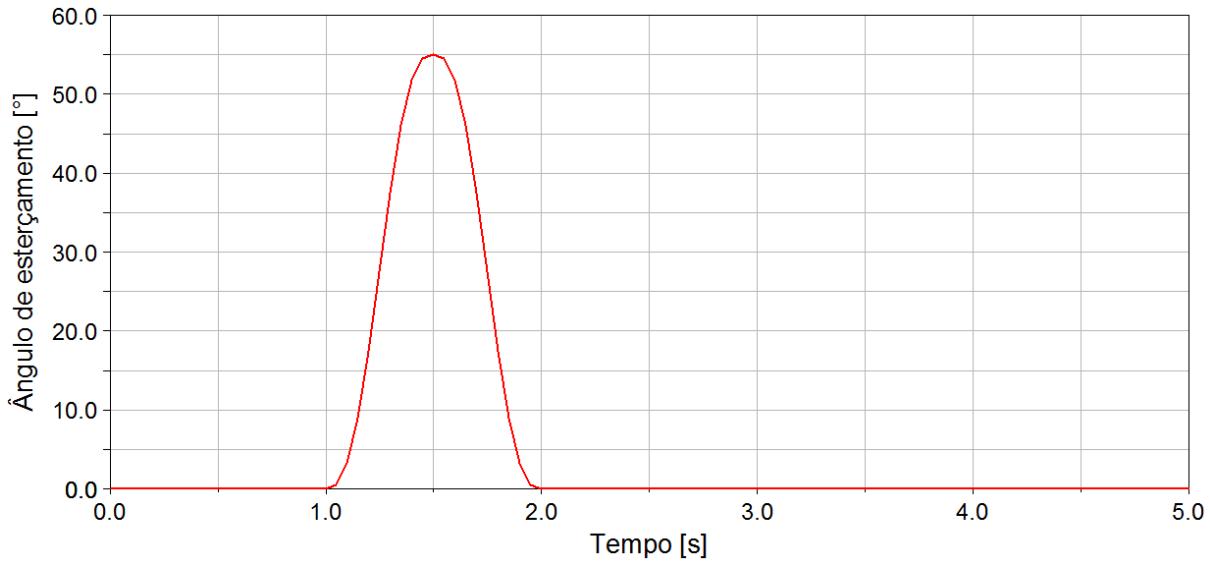


Figura 131 – Impulso de esterçamento: Deslocamento angular de volante.  
Fonte: Autor.

O veículo foi mantido em velocidade constante de 40 km/h durante toda a manobra usando um método de controle onde o trem de força e o sistema de freios do modelo virtual foram acionados para manter a velocidade desejada.

Devido ao aumento de rigidez de rolagem na suspensão dianteira, o ângulo de rolagem do veículo diminuiu, como mostra a figura 132.

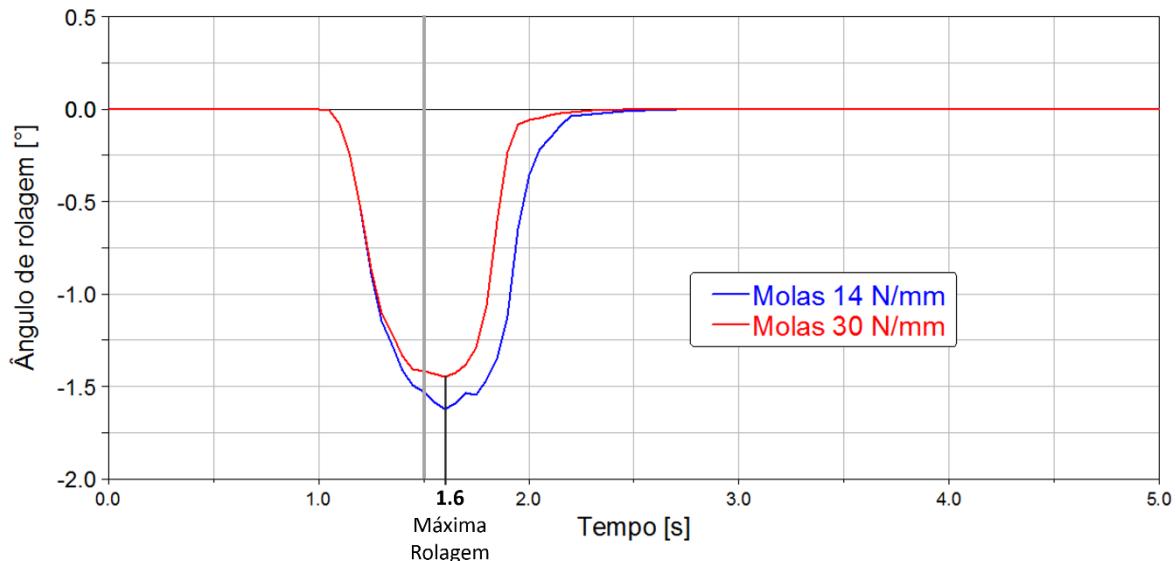


Figura 132 – Impulso de esterçamento: Comparação de ângulos de rolagem.  
Fonte: Autor.

Houve uma diferença de 14% do valor do ângulo de rolagem máximo durante a manobra, porém o ângulo de rolagem máximo com ambas configurações aconteceu

aproximadamente 0,1s após o instante de esterçamento máximo, devido ao efeito da inércia e histerese do sistema. Foi possível verificar que o aumento do ângulo de rolagem do veículo no início da curva, para as diferentes configurações, não foi tão diferente quanto na segunda metade da curva, o qual foi visto uma maior velocidade de redução de ângulo na suspensão de maior rigidez. Essa mudança de comportamento na saída de curva também pode ser vista nos valores de aceleração lateral como mostra a figura 133.

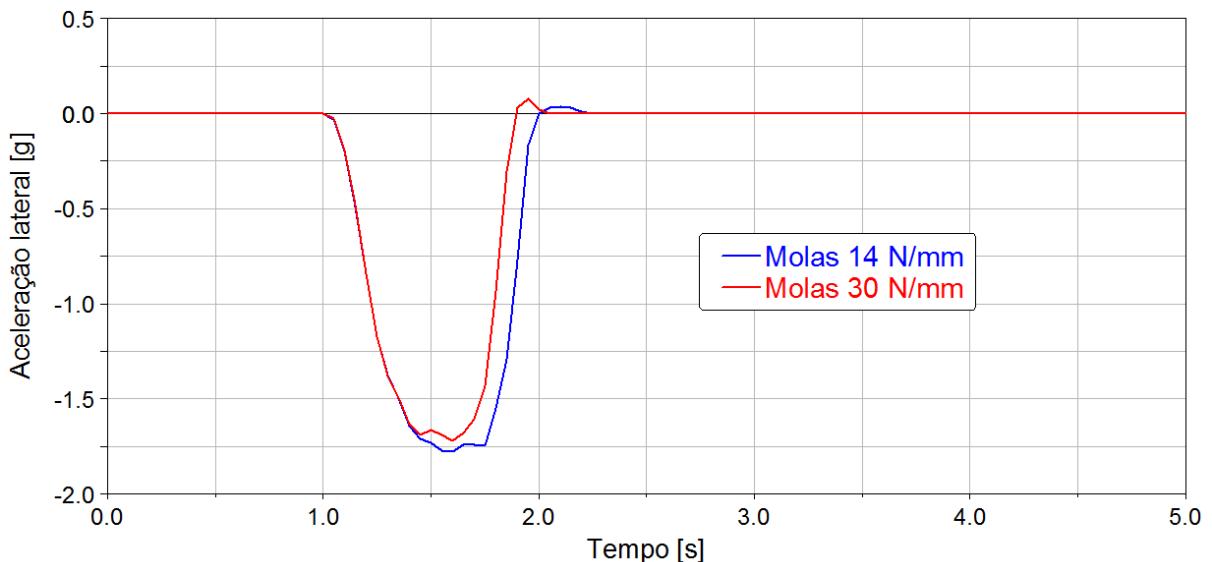


Figura 133 – Impulso de esterçamento: Comparação de aceleração lateral.  
Fonte: Autor.

Os picos de máxima aceleração lateral de ambas simulações ocorreram no instante 1,65 s, porém observa-se que a diferença de amplitude máxima de aceleração lateral foi apenas de 4%. Com uma menor rigidez nas molas da suspensão dianteira o veículo permaneceu maior parte do tempo com aceleração lateral. A influência dessa diferença de aceleração lateral na segunda metade da curva pode ser vista na figura 134, que compara dos valores de velocidade de guinada.

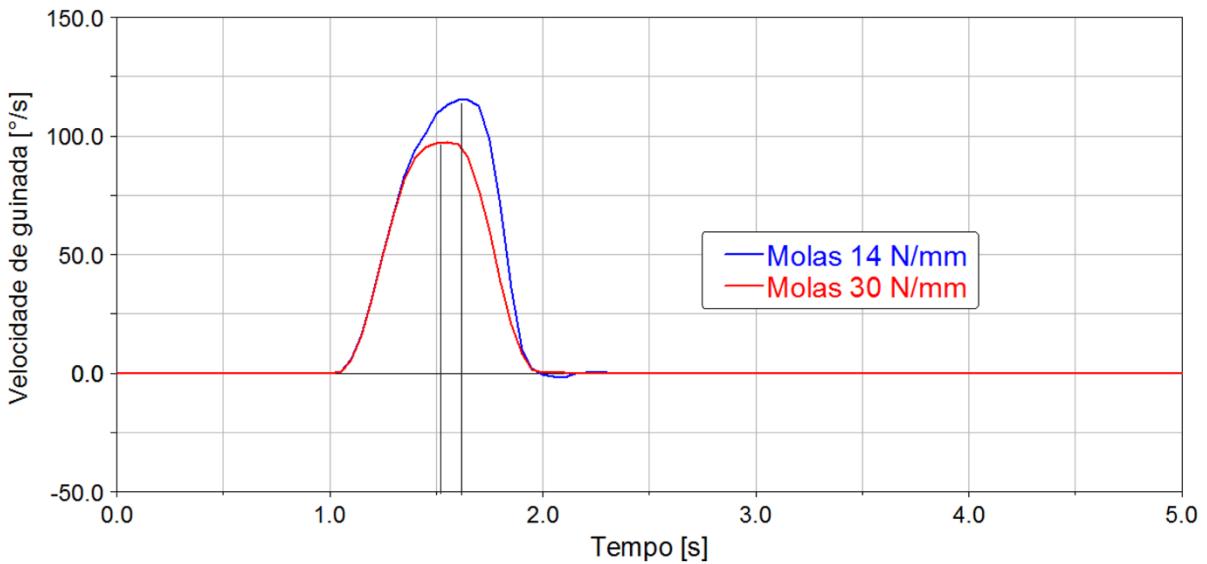


Figura 134 – Impulso de esterçamento: Comparação de velocidade de guinada.

Fonte: Autor.

Foi encontrado uma diferença do valor máximo de velocidade de guinada de 16% em relações as duas configurações de rigidez de molas. A configuração com menor rigidez proporcionou ao veículo uma maior velocidade de guinada durante toda a trajetória da curva, caracterizando melhor desempenho. O instante de máxima velocidade de guinada também sofreu um desvio 0,6 s comparando ambas configurações.

Assim como a aceleração lateral é um dos indicadores mais usados para quantificar desempenho de um veículo em regime permanente, a velocidade de guinada é usada para quantificar o regime transitório. Plotar ambos indicadores em um mesmo gráfico é a melhor maneira de quantificar o desempenho total dinâmico de um veículo (ROUELLE, 2008), conforme mostrado na figura 135.

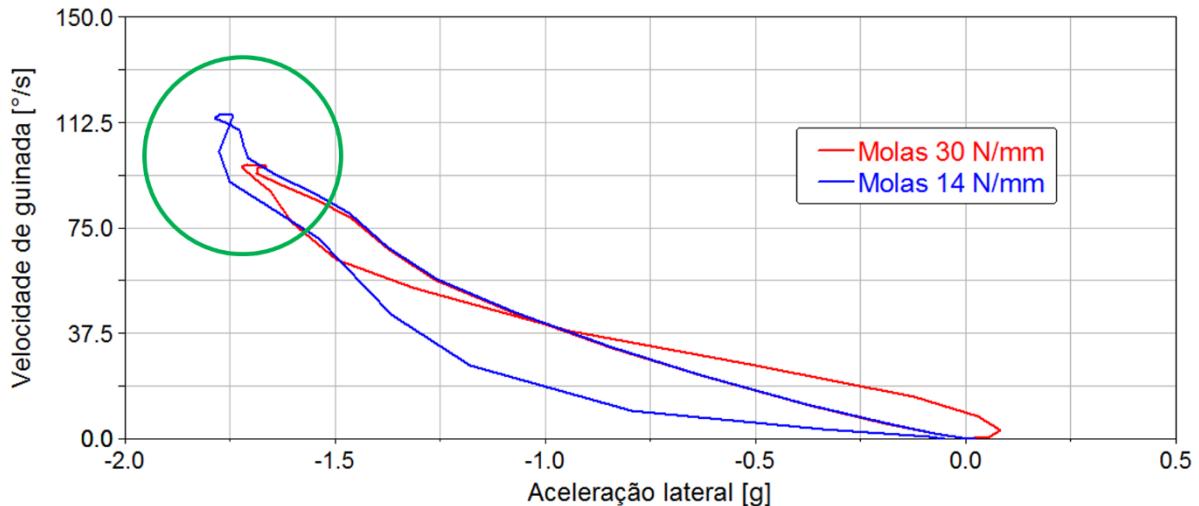


Figura 135 – Velocidade de guinada em função da aceleração lateral.

Fonte: Autor.

Observa-se que com a configuração de menor rigidez de molas o veículo é capaz de atingir maiores valores de aceleração lateral e velocidade de guinada, que caracteriza melhor comportamento em condições de regime permanente e regime transitente.

Uma vez que foi verificada uma maior velocidade de guinada na saída da curva, observa-se que o comportamento sub-esterçante do veículo também foi alterado. Como visto na simulação de regime permanente, o aumento da rigidez na suspensão dianteira aumentou a característica sub-esterçante do veículo. Comparando os ângulos de deriva do chassi, como visto na figura 136, é possível verificar que a tendência de sub-esterçamento foi mantida no início da curva, porém com a configuração de menor rigidez o veículo teve uma maior alteração do seu comportamento durante a trajetória. A partir do instante de máximo esterçamento, o veículo passou de sub-esterçante para sobre-esterçante atingindo até  $6^\circ$  negativos de ângulo de deriva do chassi.

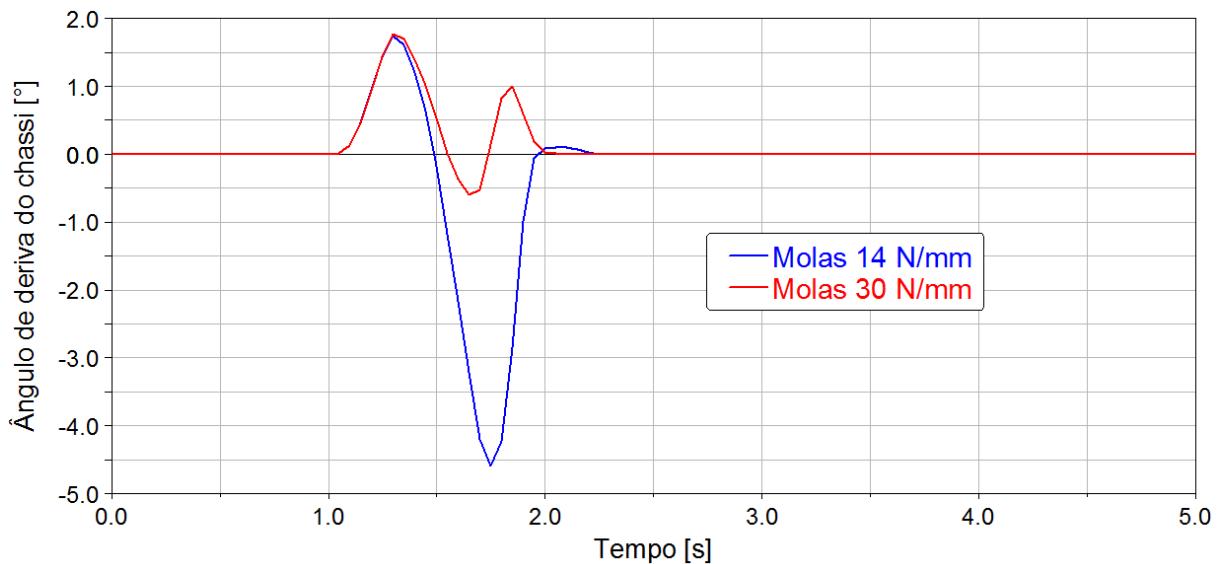


Figura 136 – Impulso de esterçamento: Ângulos de deriva do chassi.

Fonte: Autor.

Apesar da mudança de comportamento durante a curva, a configuração de maior rigidez manteve o veículo com maior proximidade do comportamento neutro quando comparado com a simulação de menor rigidez. O sobre-esterçamento do veículo com configurações de molas de menor rigidez na segunda metade da curva contribuiu para se ter uma maior velocidade de guinada neste período, porém isso não significa que os pneus do eixo traseiro perderam aderência com o solo.

Para entender melhor o aumento de velocidade de guinada e comportamento de sobre-esterçamento, foi comparada as forças laterais geradas em cada pneu para ambas configurações de suspensão, como mostra a figura 137.

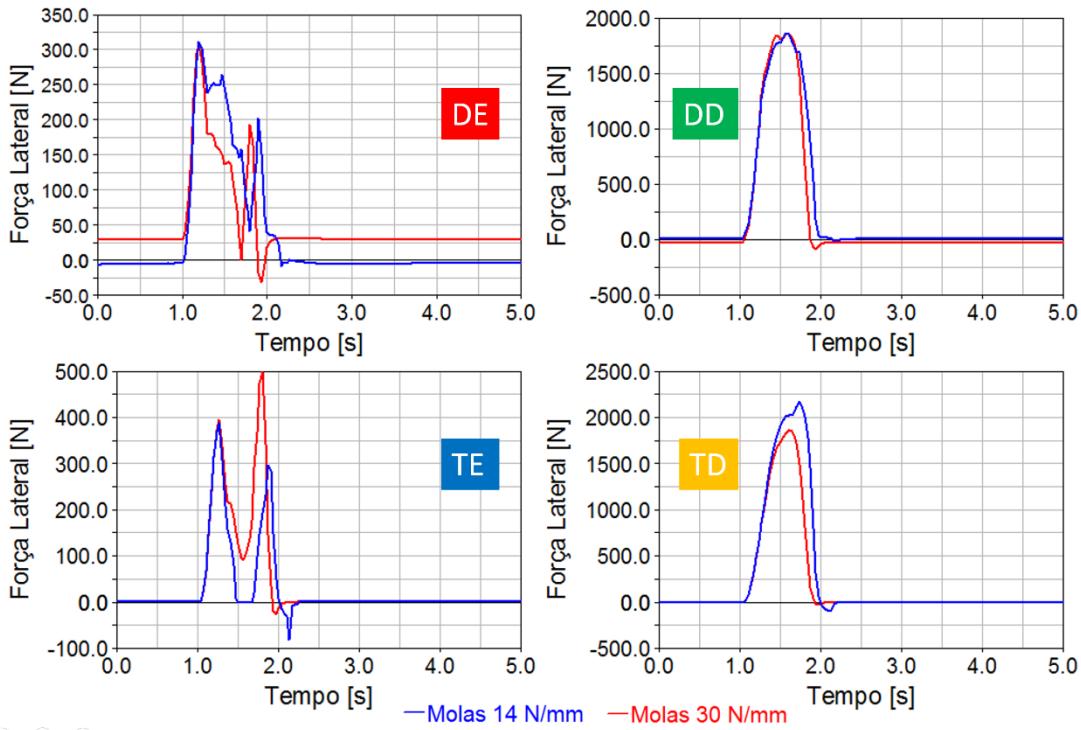


Figura 137 – Impulso de esterçamento: Forças laterais em cada pneu.  
Fonte: Autor.

Nota-se que com a configuração de molas de 14 N/mm apenas o pneu traseiro direito gera maior amplitude de força lateral comparado com configuração de rigidez de 30 N/mm, devido ao maior ângulo de deriva do pneu traseiro direito, como pode ser visto na figura 138.

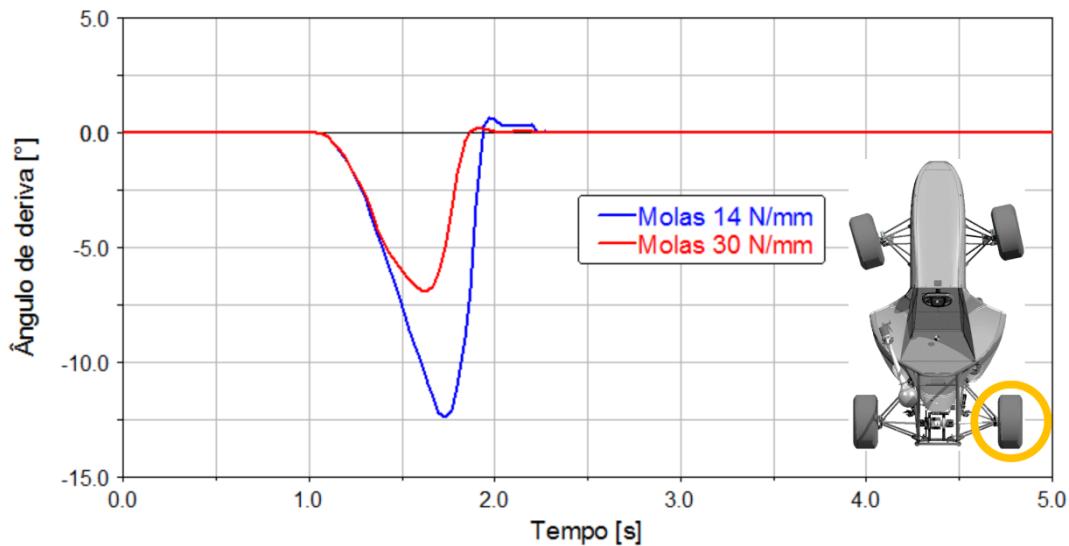


Figura 138 – Impulso de esterçamento: ângulo de deriva do pneu traseiro direito.  
Fonte: Autor.

Observa-se que o melhor desempenho do veículo na segunda metade da curva se dá devido ao maior ângulo de deriva produzido pelo pneu traseiro direito. A razão dessa maior amplitude de força e ângulo de deriva, no caso da configuração de menor rigidez das molas, se dá devido a transferência de carga normal entre os eixos, como mostra a figura 139.

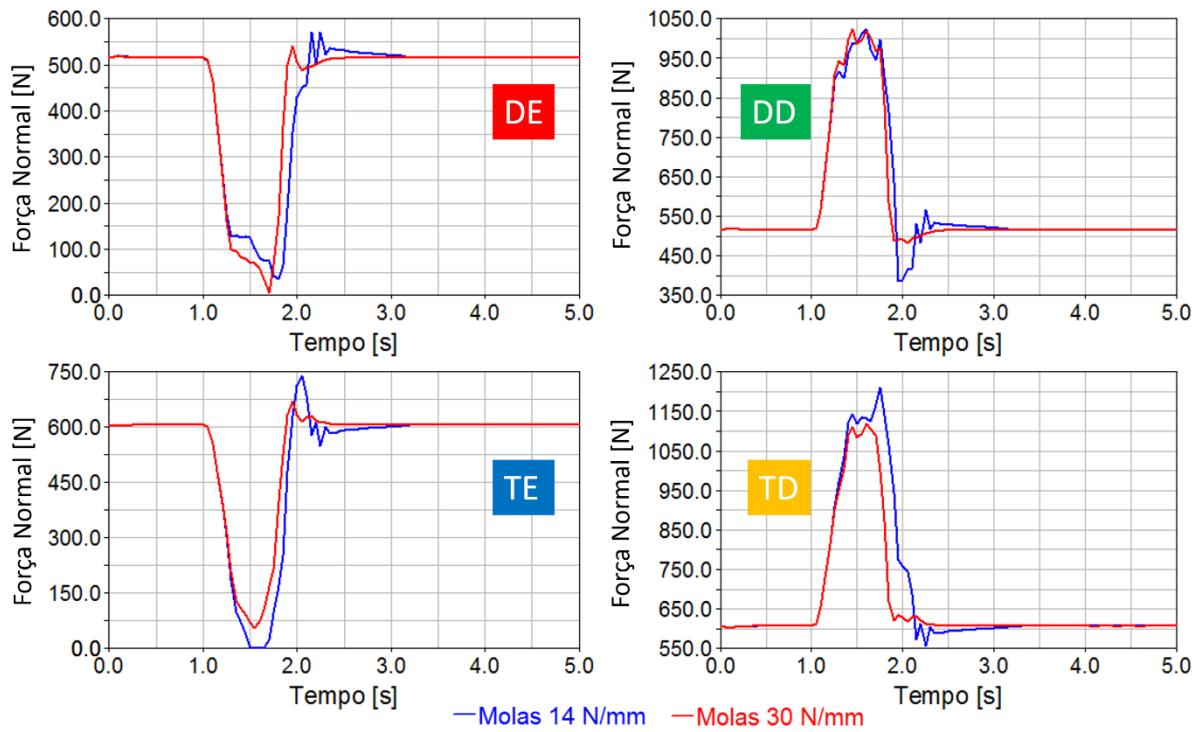


Figura 139 – Impulso de esterçamento: Forças normais em cada pneu.  
Fonte: Autor.

Nota-se que o aumento da capacidade de gerar força normal do pneu traseiro direito, quando equipado com a mola de menor rigidez, se deu devido ao maior valor de carga normal presente no rodado. A figura 140 mostra a área de trabalho do pneu traseiro direito em ambos os casos de rigidez.

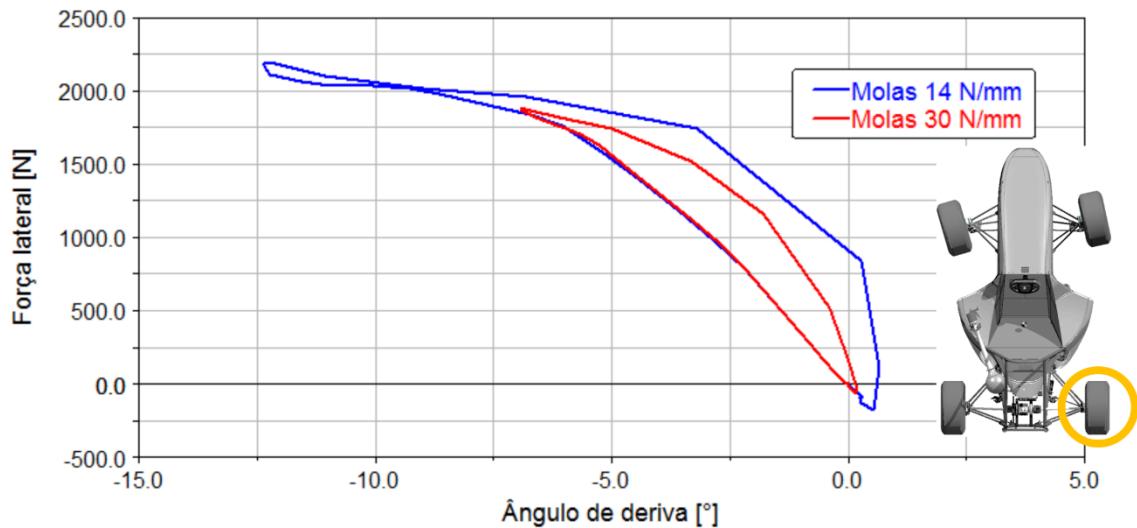


Figura 140 – Pneu traseiro direito: Força lateral x ângulo de deriva (transiente).  
Fonte: Autor.

Nota-se que com a configuração de mola de menor rigidez o pneu traseiro direito foi usado até próximo do seu limite, já com a configuração de maior rigidez isso não ocorreu.

Os valores máximos de ângulos de deriva que o pneu traseiro direito atingiu foram praticamente o dobro comparando as duas configurações de mola dianteira. Além da maior força lateral atingida com a configuração de menor rigidez conclui-se que o ângulo de deriva foi o grande responsável pelo melhor desempenho do veículo no regime transitório, aumentando a velocidade de guinada.

A figura 141 mostra os valores de torque de auto-alinhamento do pneu traseiro direito durante a manobra transitória em função do ângulo de deriva. É possível verificar que independente da mola usada, o pico de máximo torque de auto alinhamento acontece quando o ângulo de deriva é aproximadamente  $5^\circ$ .

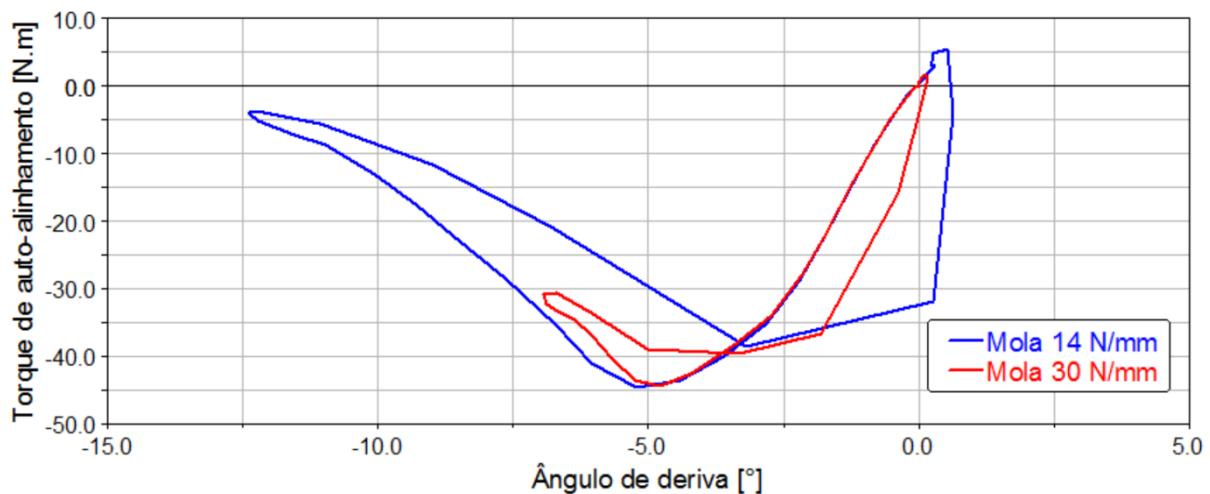


Figura 141 – Pneu traseiro direito: Torque de auto-alinhamento (transiente).

Fonte: Autor.

Observa-se também que com a mola de menor rigidez, o valor de torque de auto-alinhamento chegou próximo a zero para os maiores valores de ângulo de deriva. Conforme esperado, o máximo torque de auto-alinhamento acontece com menores valores de ângulo de deriva do que a máxima força lateral. Plotando os valores de força lateral e torque que auto-alinhamento em função do tempo, para o pneu traseiro, verifica-se a faixa de trabalho ideal do pneu, conforme a figura 142.

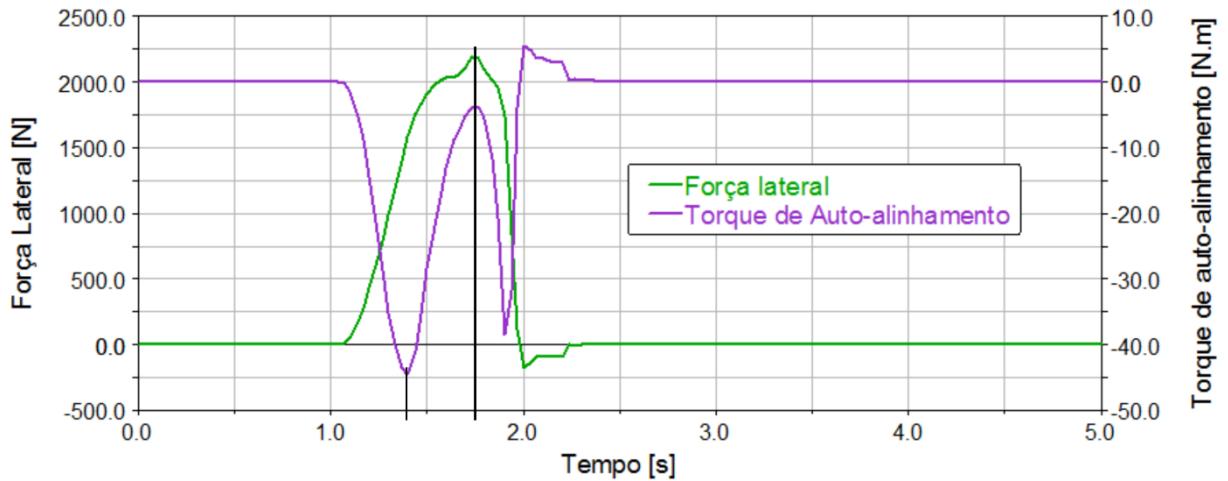


Figura 142 – Pneu traseiro direito: Força lateral e torque de auto-alinhamento.

Fonte: Autor.

A faixa entre os picos de máximo torque de auto-alinhamento e máxima força lateral do pneu é onde o piloto deve manter o pneu trabalhando para buscar o melhor desempenho. No caso dos pneus dianteiros, essa faixa de trabalho é sentida pelo piloto com um decréscimo de torque no volante durante a curva.

Comparando as figuras anteriores, verifica-se que o pneu traseiro possui uma baixa eficiência quando instalado uma mola de 30 N/mm na suspensão dianteira, ou seja, a capacidade disponível do pneu de gerar força não foi utilizada, pois com a mola de maior rigidez o pneu não atingiu a sua máxima capacidade de gerar força.

Curiosamente, na figura 140, é possível quantificar a histerese do pneu, uma vez que o crescimento de força lateral presente na primeira metade da curva não é igual ao decréscimo da mesma na segunda metade da curva. Para ilustrar esse efeito da histerese presente no pneu durante a manobra transitória foi realizada a mesma simulação de “Impulso de esterçamento” com um modelo de pneu sem o parâmetro do comprimento de relaxação. Similarmente à figura 140, a figura 143 mostra a zona de trabalho do pneu durante a manobra. Porém sem o efeito da histerese do pneu.

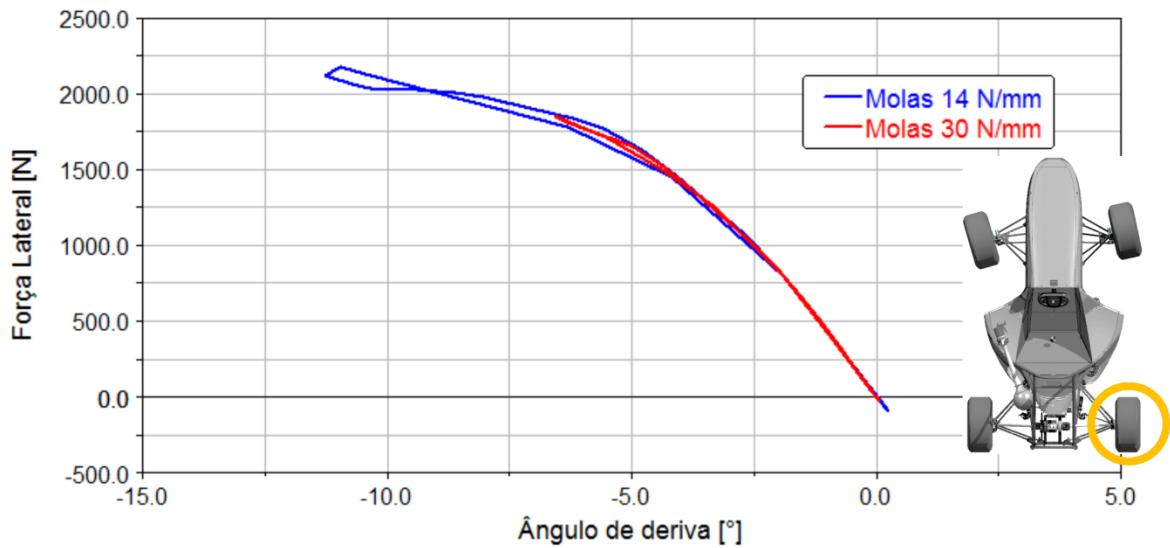


Figura 143 – Pneu traseiro direito: Força lateral x ângulo de deriva.

Fonte: Autor.

Comparando os gráficos é possível observar que a diferença das forças geradas em um modelo de pneu com e sem o efeito da histerese é considerável. Pode-se concluir que o resultado de uma simulação transitória sem o efeito da histerese do pneu pode comprometer as conclusões da simulação.

## 4 CONCLUSÃO

Ao fim do trabalho foi possível concluir que a modelagem de pneu usando a “fórmula mágica” aplicada a uma simulação multicorpos apresenta resultados com qualidade suficiente para reproduzir diversas situações da aplicação do veículo e prever o seu comportamento virtualmente, porém apenas depois de um processo de validação.

O processo de modelagem de pneu, que foi baseado em medições reais do pneu em um dispositivo *Flat-trac*, apresentou uma grande confiabilidade. Uma vez que equações matemáticas sobrepõem os dados da medição da *Flat-trac*, há uma segurança que as relações não lineares de força e momentos gerados pelo pneu durante a simulação serão as mesmas da medição, porém a validação do comportamento do pneu foi apenas possível em conjunto com o modelo multicorpos.

Um modelo veicular de simulação dinâmica validado é uma potente ferramenta para o desenvolvimento de um veículo, independente do estágio do projeto. Antes mesmo da existência de um veículo físico é possível prever seu comportamento dinâmico e definir parâmetros de projeto referentes a segurança, confiabilidade e até desempenho do produto. No caso da disponibilidade de um veículo real com um sistema de aquisição de dados, como foi o caso deste trabalho, a ferramenta multicorpos pode ser até mais confiável pois a validação entre o modelo de simulação e o comportamento real é possível. Após essa validação, a simulação pôde ser usada para otimizar o comportamento dinâmico do veículo, baseada em ajustes como pontos de suspensão, rigidez das molas, distribuição de carga, entre outras.

O método usado neste trabalho para a validação do modelo multicorpos, que foi o de usar dados de esterçamento do volante e velocidade longitudinal do veículo como dados de entrada na simulação, foi considerado eficiente. Com os dados reais que o piloto exerce no veículo para manter a trajetória e a velocidade desejada, a probabilidade da manobra a ser simulada se correlacionar com o real é bem maior, como foi visto nas manobras em regime permanente e em comportamento transiente. Porém foi observado uma desvantagem no uso desses dados como entrada da simulação. Todos os ruídos presentes no veículo durante o experimento devido a imperfeições no piso, vibrações vindas do trem de força e outras aparecem nos sinais de que foram usados na simulação. Portanto as respostas da simulação são afetadas pelas vibrações provenientes dos dados experimentais, o que pode dificultar a interpretação dos resultados.

Outro ponto importante a ser considerado referente ao processo de validação do modelo multicorpos, é o processo de instrumentação do veículo, o qual também sempre contém erros

de medição, como foi observado para diferentes valores de velocidade longitudinal do veículo em diferentes tipos de sensores. Uma vez que a velocidade foi usada como método de controle da simulação multicorpos, um pequeno erro no dado de entrada pode causar uma grande divergência entre os resultados. Isso mostra a importância de se instrumentar e calibrar os sensores presentes no veículo antes de se realizar o experimento.

Mesmo sabendo que as respostas do modelo multicorpos se correlacionaram com as manobras propostas neste trabalho, é importante enfatizar que existem inúmeras simplificações no modelo, começando pelo modelo de pneu. O método de modelagem de pneu proposto, que foi desenvolvido por Pacejka, é apenas aplicado ao estudo do comportamento dinâmico do veículo em curvas em piso plano. Qualquer tipo de simulação onde se deseja analisar o comportamento dinâmico vertical do veículo, como por exemplo a presença de obstáculos na pista, limita o uso dos modelos de pneu baseados na fórmula mágica. Mesmo levando em conta a influência do comportamento não linear entre forças e momentos presentes nos pontos de contato entre pneu e solo, parâmetros como influência da temperatura durante a simulação não foram levados em conta. Foi apenas tomado o cuidado de se modelar o pneu baseado em temperaturas de maior rendimento do pneu na *Flat-trac*, assim como foram realizados os testes em pista. O comportamento transiente do pneu, que se baseia no comprimento de relaxação do pneu, também foi considerado simplificado, pois para se encontrar esse tipo de parâmetro há uma necessidade de medições de maior complexidade usando a *Flat-trac*. Porém foi visto que mesmo de forma simplificada, a influência deste parâmetro nas simulações transientes é muito importante para se ter confiabilidade nos resultados de simulação.

Na modelagem multicorpos, não foi considerada a presença corpos deformáveis. Principalmente em veículos de competição que trabalham sempre perto do limite dinâmico, como por exemplo o FSAE, a deformação elástica do chassi e principalmente a dos componentes de suspensão podem causar uma influência no comportamento dinâmico do veículo.

Após a validação do modelo virtual, foi proposta uma modificação aleatória no veículo com o objetivo de se quantificar a sensibilidade do modelo, ou seja, mostrar que baseado em modificações na configuração do veículo é possível concluir quais seus impactos no comportamento dinâmico do veículo. No caso do trabalho apresentado, foi proposto uma mudança da rigidez das molas dianteiras. Com essa mudança foi possível perceber que a transferência de carga vertical entre os rodados afetou na máxima capacidade do veículo de gerar força lateral e velocidade de guinada, limitando seu desempenho. Através dessa análise o autor conclui que o modelo desenvolvido é capaz de ser usado como uma ferramenta para

futuras mudanças no projeto do veículo, uma vez que foi provada a sensibilidade baseada em ajustes.

Sabendo que o método de modelagem considera inúmeros comportamentos não linear de componentes, como pneu, amortecedor e entre outros, é evidente que todas simplificações consideradas na modelagem geram erros que estão implícitos nos resultados das simulações. Porém quando se deseja comparar resultados de simulação com resultados reais, sabe-se que até os resultados reais, os quais são obtidos através de sistemas de aquisição de dados, possuem erros. Esses erros aparecem devido a inúmeros fatores como calibração de sensores, limitações técnicas do mesmo, influências de fatores externos a medição e entre outros. Portanto, o autor conclui que os erros de simulação devido a simplificações do modelo aqui apresentados podem ser minimizados usando mais recursos durante a modelagem, porém os erros experimentais também devem ser minimizados para ser possível uma comparação de maior precisão.

Para se obter uma melhor precisão dos resultados de simulação do modelo, além de uma modelagem usando mais recursos, é necessário que se tenha uma realimentação entre dados experimentais e dados de simulação, de forma que haja uma convergência entre valores de simulação e valores experimentais.

## 5 RECOMENDAÇÕES DE TRABALHOS FUTUROS

Uma das primeiras propostas para futuros trabalhos é de desenvolver novos modelos matemáticos de pneu, usando a fórmula mágica de Pacejka. Uma vez que a Equipe Fórmula FEI faz parte do consórcio de medição de dados de pneu, organizado pela MRA em parceria com a *Calspan TIRF*, há a possibilidade de se modelar diferentes tipos de pneus. No consórcio foram realizadas medições em mais de 25 diferentes tipos de pneu sugeridos pelas próprias equipes de Fórmula SAE. Desta forma, comparação de comportamentos de pneu baseados nos métodos construtivos podem ser realizados.

Outra proposta ligada a simulações é o modelamento de corpos flexíveis dentro do ambiente multicorpos. Sabendo que a interface entre simulações multicorpos e simulações em elementos finitos é existente nos dias de hoje, existe a possibilidade de importar geometrias compostas por nós e elementos para o ambiente multicorpos. Desta forma, o comportamento elástico dos componentes do veículo é considerado durante as simulações dinâmicas, possibilitando assim avaliar a sua influência no comportamento dinâmico do veículo.

Sabendo que o método de simulação multicorpos calcula todas as forças vinculares que atuam no veículo durante a simulação, é possível usar essas forças como base do dimensionamento estrutural de novos componentes. Muitas vezes a ferramenta de simulação multicorpos alimenta simulações em elementos finitos com condições de contorno de maior confiabilidade.

Outra proposta que visa a otimização do desempenho do veículo é o conhecido MMM (*Milliken Moment Method*). Este método é utilizado para qualificar o desempenho dinâmico do veículo baseado na sua capacidade máxima de gerar força lateral e momento de guinada. Uma vez que a ferramenta de simulação multicorpos e um sistema de aquisição de dados estão disponíveis, os limites do veículo podem ser mapeados e otimizados.

## REFERÊNCIAS

- AL-TABEY, W.** **Study of vehicles handling & riding characteristics by ADAMS software.** Saarbrucken: Lap Lambert, 2012
- BLUNDELL, M.;HARTY, D.** **The multibody system approach to vehicle dynamics.** New York: Elsevier, 2004
- DIN 7000 – Road vehicles dynamics and road-holding ability – vocabulary (modified).** Deutsches Institut Fur Norrmung E.V.German National Standard, 1994.
- DIXON, J. C.** **Suspension geometry and computation.** West Susses, United Kingdom: Wiley, 2009.
- FERNANDES, C. G.; PERES, E.** **Tire modeling for model validation:** SAE paper 2004-01-3332. SAE Brasil: São Paulo: SAE Brasil. 2004
- GILLESPIE, T.** **Fundamentals of vehicle dynamics.** Warrendale: Society of Automotive Engineers, 1992.
- HANEY, P.** **The racing & high-performance tire.** Warrendale: Society of Automotive Engineers, 2003.
- JAZAR, R.** **Vehicle dynamics:** Theory and Application. New York: Springer, 2009.
- JONES, R. A.** **Understanding vehicle roll using mechanism simulation software.** Detroit, Michigan: Society of Automotive Engineers, 1999.
- KASPRZAK, E. M.. GENTZ, D.** **The Formula SAE tire test consortium – tire testing and data handling:** SAE paper 2006-01-3606. Michigan: Society of Automotive Engineers, 2006.
- LIMPERT,R.** **Brake design and safety,** 3. Warrendale: Society of Automotive Engineers, 2011.
- MILLIKEN, D.;MILLIKEN, W.** **Race car vehicle dynamics.** Warrendale: Society of Automotive Engineers, 1995.
- MITCHELL, W. C.** **Force-based roll centers and an improved kinematic roll center.** Michigan: Society of Automotive Engineers, 2006.
- MUELLER, R. L.** **Full vehicle dynamics model of a Formula SAE racecar using Adams/CAR.** Texas: Texas A&M University, 2005.
- PACEJKA, H.** **Tire and vehicle dynamics,** 2, Oxford:Elsevier, 2007.
- REIMPELL, J.: STOLL, H.; BETZLER, J.** **The automotive chassis:** engineering principles, 2, Oxford: Elsevier, 2001.
- RILEY, R. Q.** Automobile ride, handling, and suspension design., 2008. Disponivel em: <<http://www.rqriley.com/suspensn.htm>>. Acesso em: 26 Nov 2013.

- RILL, G. **Road vehicle dynamics: Fundamentals and Modeling.** Regensburg: CRC P, 2011.
- ROUELLE, C. **A new method to evaluate bump steer and steering influence on kinematic roll and pitch axes for all independent suspension types:** SAE Paper 2008-01-2949. Concord, North Carolina, EUA: SAE International. 2008.
- SAE. **J670 - Vehicle dynamics terminology.** Warrendale: Society of Automotive Engineers, 2008.
- SAE. **2014 FSAE rules.** Warrendale: Society of Automotive Engineers, 2014.
- SEGERS, J. **Analysis techniques for racecar data acquisition.** Warrendale: SAE International, 2008.
- SMITH, N. D. **Understanding parameters influencing tire modeling,** Colorado: Colorado State University, 2004.
- TAVARES, J. H. **Dinâmica veicular:** Análise das respostas dos modelos de bicicleta, três graus de liberdade e multicorpos comparados com experimento em pista e determinação dos seus limites de utilização, São Bernardo do Campo: Centro Universitário da FEI, 2013.
- ZEGLAAR, P. W. A. **The dynamic response of tyres to brake torque variations and road unevenesses,** Netherlands: Delft University of Technology, 1998.