



Universidade Federal
do Rio de Janeiro

Escola Politécnica

SIMULADOR DE TEMPO DE VOLTA PARA APLICAÇÃO EM FORMULA SAE

Thadeu d'Aveiro Lopes

Projeto de Graduação apresentado ao curso de
Engenharia Mecânica da Escola Politécnica,
Universidade Federal do Rio de Janeiro, como
parte dos requisitos necessários à obtenção do
título de Engenheiro

Orientador: Fernando Augusto de Noronha Castro Pinto

Rio de Janeiro

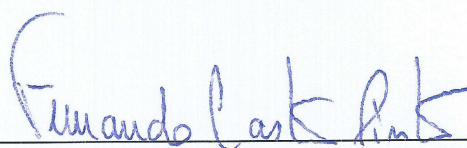
Julho de 2018

SIMULADOR DE TEMPO DE VOLTA PARA APLICAÇÃO EM FORMULA SAE

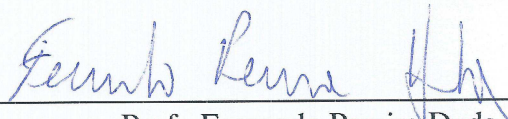
Thadeu d'Aveiro Lopes

PROJETO FINAL SUBMETIDO AO CORPO DOCENTE DO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA DA ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE ENGENHEIRO MECÂNICO.

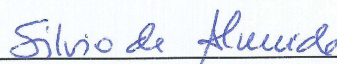
Aprovado por:



Prof. Fernando Augusto de Noronha Castro Pinto



Prof. Fernando Pereira Duda



Prof. Silvio Carlos Anibal de Almeida

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

JULHO DE 2018

d'Aveiro Lopes, Thadeu

Simulador de Tempo de Volta para aplicação em Formula SAE/ Thadeu d'Aveiro Lopes. – Rio de Janeiro: UFRJ/ Escola Politécnica, 2018.

XV, 50 p.: il.; 29, 7cm.

Orientador: Fernando Augusto de Noronha Castro Pinto

Projeto de Graduação – UFRJ/ Escola Politécnica/ Curso de Engenharia Mecânica, 2018.

Referências Bibliográficas: p. 50 – 50.

1. Simulador de Tempo de Volta. 2. Dinâmica Veicular. 3. Formula SAE. I. Augusto de Noronha Castro Pinto, Fernando. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Escola Politécnica, Curso de Engenharia Mecânica. III. Título.

Agradecimentos

À minha família, por todo amor incondicional, apoio e pela minha formação como cidadão.

À minha namorada Bianca, por toda dedicação e compreensão.

Aos meus amigos de ensino médio e colegas de faculdade, por todo companheirismo.

À Equipe Icarus UFRJ de Formula SAE, por permitir iniciar meu desenvolvimento como engenheiro.

Resumo do Projeto de Graduação apresentado à Escola Politécnica/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Engenheiro Mecânico.

SIMULADOR DE TEMPO DE VOLTA PARA APLICAÇÃO EM FORMULA SAE

Thadeu d'Aveiro Lopes

Julho / 2018

Orientador: Fernando Augusto de Noronha Castro Pinto

Curso: Engenharia Mecânica

Equipes estudantis de Formula SAE projetam, fabricam e montam um protótipo veicular de alta performance voltados para as competições organizadas pela SAE Brasil. Em geral, as equipes possuem baixo orçamento, uma vez que são financiadas através de doações e patrocínios, sendo interessante então uma ferramenta que auxiliasse nas decisões na etapa de projeto do veículo. Neste trabalho, o objetivo é desenvolver uma ferramenta de análise de dinâmica veicular que permita avaliar o projeto do protótipo, com o intuito de entender qual é o melhor retorno de performance para um determinado investimento. Ademais, a ferramenta também pode ser utilizada para selecionar a melhor opção de configuração para as diferentes provas da competição.

Palavras-chave: Simulador de Tempo de Volta, Dinâmica Veicular, Formula SAE.

Abstract of Undergraduate Project presented to POLI/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for degree of Engineer.

LAP TIME SIMULATOR FOR FORMULA SAE APPLICATIONS

Thadeu d'Aveiro Lopes

July / 2018

Advisor: Fernando Augusto de Noronha Castro Pinto

Course: Mechanical Engineering

Formula SAE teams design, manufacture and assemble a high-performance prototype vehicle in order to compete in the events organized by SAE Brazil. In general, Formula SAE teams have a low budget, since they are funded by donations and sponsorships, making an interesting option a tool that is capable of helping in the design decisions. In this work, the objective is to develop a vehicle dynamics analysis tool which will be used to study the prototype design, in order to understand what is the best performance outcome for a given investment. Furthermore, the tool can also be used to select the best setup for each individual competition events.

Keywords: Lap Time Simulation, Vehicle Dynamics, Formula SAE.

Sumário

Lista de Figuras	ix
Lista de Tabelas	xii
Lista de Símbolos	xiii
1. Introdução	1
1.1. Formula SAE	1
1.2. Motivação	2
1.3. Objetivo	2
2. Fundamentos Teóricos	4
2.1. Sistema de Coordenadas	4
2.2. Pneus	4
2.2.1. Força Longitudinal	5
2.2.2. Força Lateral	6
2.2.3. Resistência ao Rolamento	9
2.3. Powertrain	10
2.3.1. Motor	10
2.3.2. Drivetrain	12
2.4. Aerodinâmica	14
2.4.1. Força de Arrasto Aerodinâmico	15
2.4.2. Força de Sustentação Aerodinâmica	16
2.4.3. Centro de Pressão	16
2.4.4. Mapas Aerodinâmicos	17
2.5. Aceleração Longitudinal	18
2.5.1. Aceleração do Veículo	18
2.5.2. Frenagem do Veículo	20
2.6. Aceleração Lateral	21
2.6.1. Transferência Lateral de Carga	21
2.6.2. Contorno de Curva	25
3. Modelagem Matemática	27
3.1. Modelo dos Pneus	27
3.2. Modelo do Powertrain	28

3.3. Modelo Aerodinâmico	29
3.4. Modelo de Performance em Retas	29
3.5. Modelo de Performance em Curvas	33
3.6. Modelo do Circuito	36
4. Integração dos Modelos	39
5. Resultados e Análises	42
6. Conclusão e Trabalhos Futuros	47
6.1. Conclusão	47
6.2. Trabalhos Futuros	47
Referências Bibliográficas	50

Lista de Figuras

1. Protótipo veicular da Equipe Icarus UFRJ	1
2. Sistema de coordenadas recomendado pela SAE. Retirado de GILLESPIE [1992]	4
3. Sistema de coordenadas locais, forças, momentos e ângulos relevantes da roda. Retirado de GILLESPIE [1992]	5
4. Gráfico do coeficiente de atrito longitudinal em função do <i>slip ratio</i> . Retirado e alterado de JAZAR [2008]	6
5. Deformação lateral do área de contato com o solo gerando a força lateral no pneu. Retirado de GILLESPIE [1992]	7
6. Gráfico da força lateral em função do ângulo de deriva e Gráfico da razão entre força lateral e força vertical em função do ângulo em deriva. Retirado de JAZAR [2008]	8
7. Representação do pneu com ângulo de cambagem e o surgimento da força lateral. Retirado de JAZAR [2008]	8
8. Gráfico da força lateral em função do ângulo de cambagem para dois tipos diferentes de pneus. Retirado de JAZAR [2008]	9
9. Distribuição de pressão sob a área de contato do pneu. Retirado e alterado de COSSALTER [2006]	9
10. Esquemático dos componentes de <i>powertrain</i>	11
11. Esquemático dos componentes da admissão. Retirado de SAE INTERNATIONAL [2017]	11
12. Curvas típicas de um motor de combustão interna ciclo Otto. Retirado de GILLESPIE [1992]	12
13. Vista em corte do motor e caixa de marchas integrados. Retirado de ALESSANDRO TERRANOVA	13
14. Gráfico de força trativa em função da velocidade do automóvel. Retirado de GILLESPIE [1992]	14

15. Corrente para a transmissão de torque entre o pinhão de saída da caixa de marchas e a coroa do diferencial. Retirado de JEN STEINECKERT	14
16. Representação do centro de pressão e as forças de arrasto aerodinâmico e de <i>downforce</i> atuando no automóvel. Retirado e editado de DRAWING TUTORIALS.	17
17. Mapa aerodinâmico do coeficiente de arrasto aerodinâmico em função da altura dos eixos dianteiro e traseiros em relação ao solo.	18
18. Modelo de meio carro durante aceleração. Retirado e editado de DRAWING TUTORIALS.	19
19. Modelo de meio carro durante frenagem. Retirado e editado de DRAWING TUTORIALS.	20
20. Representação do método de obtenção do centro de rolagem. Retirado de GILLESPIE [1992].	22
21. Representação do eixo de rolagem e o centro de gravidade do veículo. Retirado de GILLESPIE [1992].	23
22. Esquemático simplificado da suspensão independente do tipo "duplo A".	24
23. Esquemático da associação das resistências à rolagem na suspensão.	24
24. Modelo de contorno de curva. Retirado e editado de KATRINIÖK e ABEL [2015]	25
25. Esquemático de entradas e saídas do modelo dos pneus.	27
26. Força longitudinal máxima disponível nos pneus do protótipo da Equipe Icarus UFRJ de Fórmula SAE.	28
27. Esquemático de entradas e saídas do modelo do <i>powertrain</i>	29
28. Esquemático de entradas e saídas do modelo aerodinâmico.	30
29. Esquemático de entradas e saídas do modelo de performance em retas.	30
30. Gráfico da velocidade do veículo em função da distância percorrida durante aceleração.	31
31. Gráfico do tempo em função da distância percorrida durante aceleração.	32
32. Gráfico da velocidade do veículo em função da distância percorrida durante frenagem.	32

33.Gráfico do tempo em função da distância percorrida durante frenagem.	33
34.Gráfico da velocidade do veículo em função da distância percorrida para um trecho reto.	34
35.Esquemático de entradas e saídas do modelo de performance em curvas.	34
36.Layout do traçado da prova de <i>autocross</i> de Lincoln 2014. Retirado de LAWRENCE RAITINGER.	36
37.Layout do traçado da prova de <i>endurance</i> de Lincoln 2014. Retirado de LAWRENCE RAITINGER.	37
38.Representação do traçado de um circuito fechado simplificado.	40
39.Traçado da prova de <i>skidpad</i> . Retirado de SAE INTERNATIONAL [2017] . . .	44

Lista de Tabelas

1. Resultados da prova de aceleração.	43
2. Resultados da prova de <i>skidpad</i>	44
3. Resultados da prova de <i>autocross</i>	45
4. Resultados da prova de <i>enduro</i>	46

Lista de Símbolos

F_x	– Força longitudinal [N]
F_z	– Força vertical [N]
R_r	– Força de resistência ao rolamento [N]
M_z	– Torque autoalinhante [$N\ m$]
M_x	– Momento de sobreviragem [$N\ m$]
P_{motor}	– Potência do motor [kW]
T_{motor}	– Torque do motor [$N\ m$]
ω_{motor}	– Velocidade angular do motor [rpm]
s	– Razão de deslizamento ou <i>Slip ratio</i>
R_{pneu}	– Raio efetivo do pneu [m]
ω_{roda}	– Velocidade angular da roda [$\frac{rad}{s}$]
V	– Velocidade longitudinal do veículo [$\frac{m}{s}$]
μ_x	– Coeficiente de atrito longitudinal do pneu
μ_p	– Coeficiente de atrito longitudinal de pico do pneu
C_{RR}	– Coeficiente de resistência a rolagem
α	– Ângulo de deriva [$graus$]
γ	– Ângulo de cambagem [$graus$]
F_{arrasto}	– Força de arrasto aerodinâmico [N]
$F_{\text{sustentação}}$	– Força de sustentação aerodinâmica [N]
$F_{\text{downforce}}$	– Força de <i>downforce</i> ou sustentação aerodinâmica negativa [N]
ρ	– Densidade do ar [$\frac{kg}{m^3}$]
C_{arrasto}	– Coeficiente de arrasto aerodinâmico do veículo
$C_{\text{sustentação}}$	– Coeficiente de sustentação aerodinâmica do veículo
A_{frontal}	– Área frontal do veículo [m^2]
a_{cop}	– Distância entre o eixo dianteiro e o centro de pressão na direção longitudinal [m]
b_{cop}	– Distância entre o eixo traseiro e o centro de pressão na direção longitudinal [m]
h_{cop}	– Distância entre o solo e o centro de pressão na direção vertical [m]
a_{cg}	– Distância entre o eixo dianteiro e o centro de gravidade na direção longitudinal [m]
b_{cg}	– Distância entre o eixo traseiro e o centro de gravidade na direção longitudinal [m]
h_{cg}	– Distância entre o solo e o centro de gravidade na direção vertical [m]
L	– Distância entre os eixos dianteiro e traseiro [m]
R_{r_f}	– Força de resistência ao rolamento dos pneus dianteiros [N]
R_{r_r}	– Força de resistência ao rolamento dos pneus traseiros [N]

F_{x_f}	– Força longitudinal dos pneus dianteiros $[N]$
F_{x_r}	– Força longitudinal dos pneus traseiros $[N]$
W	– Peso do veículo $[N]$
m	– Massa do veículo $[kg]$
W_f	– Peso do veículo sobre o eixo dianteiro $[N]$
W_r	– Peso do veículo sobre o eixo traseiro $[N]$
θ	– Ângulo de inclinação da pista $[graus]$
\ddot{x}	– Aceleração longitudinal do veículo $[\frac{m}{s^2}]$
MR	– Razão de movimento <i>motion ratio</i>
k	– Constante elástica $[\frac{N}{m}]$
k_{pneu}	– Constante elástica do pneu $[\frac{N}{m}]$
k_{mola}	– Constante elástica da mola da suspensão $[\frac{N}{m}]$
$k_{antirolagem}$	– Constante elástica da barra antirolagem da suspensão $[\frac{N}{m}]$
$k_{equivalente}$	– Constante elástica considerando a razão de movimento $[\frac{N}{m}]$
$k_{\phi\ pneu}$	– Constante de resistência à rolagem dos pneus $[\frac{N\ m}{graus}]$
$k_{\phi\ mola}$	– Constante de resistência à rolagem da mola de suspensão $[\frac{N\ m}{graus}]$
$k_{\phi\ antirolagem}$	– Constante de resistência à rolagem da barra antirolagem de suspensão $[\frac{N\ m}{graus}]$
t_w	– Distância entre as linhas de centro dos pneus da esquerda e direita $[m]$
t_{wf}	– Distância entre as linhas de centro dos pneus dianteiros na direção longitudinal $[m]$
t_{wr}	– Distância entre as linhas de centro dos pneus traseiros na direção longitudinal $[m]$
$k_{\phi\ eixo}$	– Constante de resistência à rolagem de todo o eixo $[\frac{N\ m}{graus}]$
$k_{\phi f}$	– Constante de resistência à rolagem de todo o eixo dianteiro $[\frac{N\ m}{graus}]$
$k_{\phi r}$	– Constante de resistência à rolagem de todo o eixo traseiro $[\frac{N\ m}{graus}]$
\ddot{y}	– Aceleração lateral do veículo $[\frac{m}{s^2}]$
h_1	– Distância vertical entre o centro de gravidade e o eixo de rolagem $[m]$
h_f	– Distância vertical entre o centro de rolagem da suspensão dianteira e o solo $[m]$
h_r	– Distância vertical entre o centro de rolagem da suspensão traseira e o solo $[m]$
ΔW_f	– Transferência de carga lateral no eixo dianteiro $[N]$
ΔW_r	– Transferência de carga lateral no eixo traseiro $[N]$
$F_{x,fl}$	– Força longitudinal no pneu dianteiro esquerdo $[N]$
$F_{x,fr}$	– Força longitudinal no pneu dianteiro direito $[N]$
$F_{x,rl}$	– Força longitudinal no pneu traseiro esquerdo $[N]$
$F_{x,rr}$	– Força longitudinal no pneu traseiro direito $[N]$

$F_{y,fl}$	– Força lateral no pneu dianteiro esquerdo $[N]$
$F_{y,fr}$	– Força lateral no pneu dianteiro direito $[N]$
$F_{y,rl}$	– Força lateral no pneu traseiro esquerdo $[N]$
$F_{y,rr}$	– Força lateral no pneu traseiro direito $[N]$
M_{fl}	– Momento autoalinhante no pneu dianteiro esquerdo $[N]$
M_{fr}	– Momento autoalinhante no pneu dianteiro direito $[N]$
M_{rl}	– Momento autoalinhante no pneu traseiro esquerdo $[N]$
M_{rr}	– Momento autoalinhante no pneu traseiro direito $[N]$
δ	– Ângulo de esterçamento $[graus]$
ψ	– Ângulo de guinada $[graus]$
$\dot{\psi}$	– Velocidade angular de guinada $[graus]$
I_{yaw}	– Momento de inércia de guinada $[m^4]$
$V_{contorno}$	– Velocidade de contorno de curva $[m/s]$
R_{curva}	– Raio da curva $[m]$
θ_{curva}	– Ângulo de arco da curva $[graus]$
$t_{contorno}$	– Tempo de contorno da curva $[s]$

1. Introdução

1.1. Formula SAE

Criada em 1980, Formula SAE (Society of Automotive Engineers) é uma competição estudantil de engenharia, em que equipes formadas por engenheiros em formação de diversas especialidades projetam, fabricam e montam um protótipo veicular de alta performance do tipo fórmula (monoposto com rodas aparentes), como o da Figura 1. A premissa motivadora é que uma fabricante fictícia contrata a equipe de estudantes para desenvolver o projeto, tendo em mente o intuito de produção em massa.



Figura 1: Protótipo veicular da Equipe Icarus UFRJ

A intenção da competição é introduzir aos participantes os conceitos envolvidos em um projeto de engenharia, sendo portanto uma oportunidade de aplicar os conceitos teóricos aprendidos em sala de aula na prática, algo primordial para preparar os jovens profissionais para a futura entrada no mercado de trabalho.

As provas realizadas durante a competição são classificadas como estáticas ou dinâmicas. As provas estáticas - que equivalem a aproximadamente 32% da pontuação máxima do evento - são constituídas de apresentações de projeto, custos e marketing realizadas para grupos de jurados que são profissionais experientes no setor automotivo. As provas dinâmicas servem para determinar a performance do veículo na pista e são constituídas das provas de aceleração, *skidpad*, *autocross* e *endurance*. Como requisito obrigatório para participação das provas de dinâmicas, o veículo deve ser aprovado pela inspeção de segurança, que avaliará os níveis de ruído gerado pela unidade motriz, a capacidade de frenagem e estabilidade ao capotamento, além de verificar se o protótipo

segue as determinações impostas aos projetos pelas regras da competição.

A equipe é estruturada em departamentos, estes que são responsáveis pelo projeto dos componentes do protótipo. De uma maneira geral, as equipes são divididas nos setores de: estrutura, aerodinâmica, suspensão, freios, motor, transmissão e eletrônica. Os departamentos e seus componentes devem se integrar para obtenção dos melhores resultados nas avaliações técnicas, de performance em pista e para uma maior confiabilidade do projeto.

1.2. Motivação

As equipes estudantis são fomentadas pela universidade de origem, instituições e empresas parceiras que fornecem recursos materiais e financeiros, que viabilizam a existência da atividade. Na etapa de discussão do projeto é necessário selecionar os investimentos que serão realizados para a temporada, com o intuito de ter o maior retorno possível, ou seja, maior incremento em performance e/ou confiabilidade do veículo.

Mensurar as vantagens e desvantagens das mudanças propostas com o intuito de descobrir quais são os melhores investimentos - que caibam no orçamento da equipe - é uma atividade bastante desafiadora, quando não se tem uma maneira eficiente de comparação. A métrica de medição de performance do protótipo utilizada é o tempo gasto para o veículo percorrer determinado trajeto, uma vez que o objetivo é sempre percorrer o traçado em menor tempo possível. No que diz respeito à confiabilidade, a análise é qualitativa, as razões das falhas históricas são estudadas e possíveis soluções para tais falhas são apresentadas.

Uma ferramenta de análise que permita avaliar e traduzir em valores palpáveis quais são os ganhos com um investimento é interessante para o desenvolvimento do projeto.

1.3. Objetivo

Desenvolver uma ferramenta de análise de dinâmica veicular que permita avaliar o projeto do protótipo de maneira global, obtendo através das equações de movimento os resultados de performance, ou seja, o tempo gasto para realizar determinadas provas dinâmicas impostas ao veículo durante a competição. Com a análise dos resultados, é possível averiguar quais investimentos trazem maior retorno em termos de melhoria de performance do veículo.

Esta ferramenta também pode ser utilizada para, uma vez definido todos os

componentes do protótipo, selecionar a melhor configuração veicular para cada prova. As provas apresentam características distintas, portanto, diferentes configurações veiculares são estudadas para atingir a máxima performance em cada prova.

2. Fundamentos Teóricos

2.1. Sistema de Coordenadas

Com o propósito de facilitar o entendimento dos estudos de dinâmica veicular, o sistema de coordenadas recomendado pela SAE está representado na Figura 2.

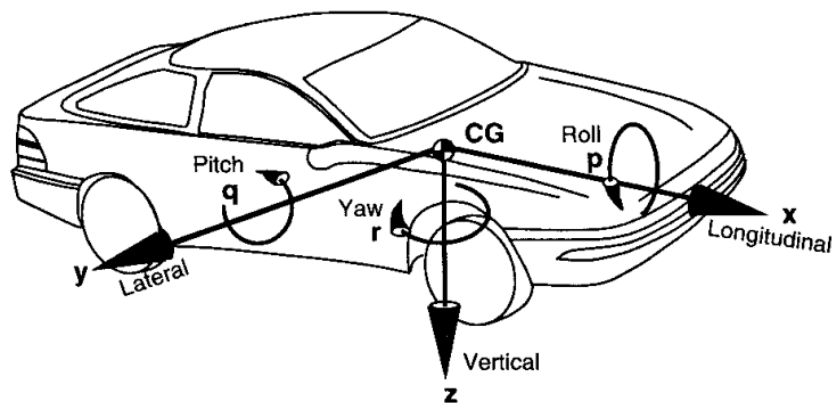


Figura 2: Sistema de coordenadas recomendado pela SAE. Retirado de GILLESPIE [1992]

O sistema de coordenadas é fixo no centro de gravidades do veículo. O eixo x está na direção longitudinal e voltado para a dianteira do veículo, o eixo y está na direção lateral e voltado para a lateral direita, enquanto que o eixo z está na direção vertical voltado para o solo.

Os momentos em torno dos eixos x , y e z são chamados de, respectivamente, rolagem (*roll*), arfagem (*pitch*) e guinada (*yaw*).

2.2. Pneus

Em dinâmica veicular, o entendimento do funcionamento dos pneus é de suma importância, uma vez que os mesmos são a única conexão do veículo com o solo. De acordo com GILLESPIE [1992], os pneus são responsáveis por suportar todos os esforços verticais - enquanto ajudam na absorção de choques contra o solo - e pelas acelerações longitudinais e laterais do automóvel. A aceleração longitudinal é responsável pela alteração na velocidade do veículo, enquanto a aceleração lateral é responsável pela mudança na trajetória do mesmo.

Todas essas funções desempenhadas pelos pneus ocorrem na área de contato com o solo (*contact patch*), essa que é a seção achatada do pneu deformada devido à força

vertical suportada pelo mesmo. O sistema de coordenadas locais, forças, momentos e ângulos relevantes da roda estão representada na Figura 3.

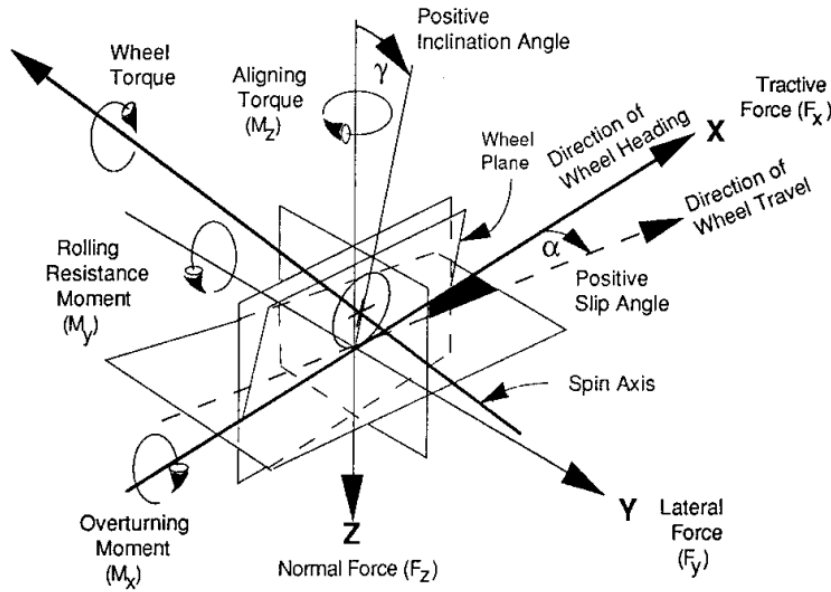


Figura 3: Sistema de coordenadas locais, forças, momentos e ângulos relevantes da roda. Retirado de GILLESPIE [1992]

2.2.1. Força Longitudinal

A força longitudinal F_x - representada na Figura 3 como força trativa - atua na direção que o pneu está voltado, podendo tanto acelerar quanto freiar o veículo. Segundo GILLESPIE [1992], essa força é gerada devido a diferença de velocidade entre a velocidade de rolagem do pneu e a velocidade de viagem do automóvel. Essa diferença gera um deslizamento na área de contato com o solo, que é quantificado por JAZAR [2008] de maneira adimensional e chamado de razão de deslizamento (*slip ratio*):

$$s = \frac{R_{\text{pneu}} \omega_{\text{roda}}}{V} - 1 \quad (1)$$

A razão de deslizamento s influencia no coeficiente de atrito longitudinal do pneu μ_x , como pode ser visto na Figura 4. Através da Equação 1 é possível verificar que a razão de deslizamento negativa - processo de frenagem do veículo - ocorre quando a velocidade de rolagem do pneu é inferior a velocidade do veículo, enquanto que a razão de deslizamento positiva - processo de aceleração do veículo - ocorre quando a velocidade de rolagem do pneu é superior a velocidade do veículo. Se a razão de deslizamento é zero, o pneu está em situação de rolagem livre, enquanto que os valores extremos de -1 (velocidade de rolagem do pneu igual a zero) e ∞ (velocidade do

veículo igual a zero) implicam que o pneu está deslizando completamente. Entre a rolagem livre e o ponto de total deslizamento do pneu, existe para uma determinada razão de deslizamento um valor máximo do coeficiente de atrito longitudinal, que é chamado de coeficiente de atrito longitudinal de pico μ_p . Após o valor de pico, o coeficiente de atrito tende a um valor fixo inferior.

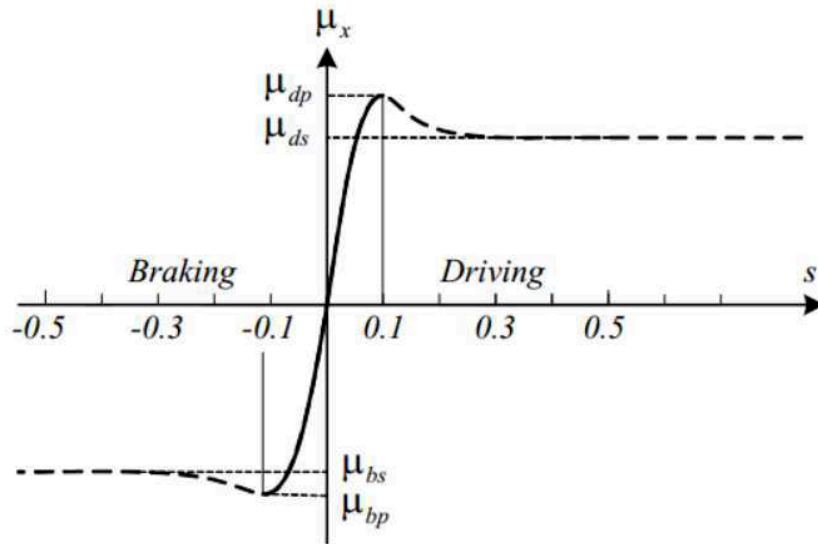


Figura 4: Gráfico do coeficiente de atrito longitudinal em função do *slip ratio*. Retirado e alterado de JAZAR [2008]

De acordo com GILLESPIE [1992], alguns fatores alteram o gráfico do coeficiente de atrito longitudinal em função da razão de deslizamento, tais como força vertical, pressão dos pneus, tipo de superfície e velocidade. Apesar da alteração nos valores, a aparência geral do gráfico permanece igual à ilustrada na Figura 4.

A força longitudinal pode ser descrita, de acordo com JAZAR [2008], em função do coeficiente de atrito longitudinal e da força vertical:

$$F_x = \mu_x F_z \quad (2)$$

2.2.2. Força Lateral

A força lateral F_y , representada na Figura 3, atua na direção do eixo y do sistema de coordenadas locais do pneu, com intuito de alterar a trajetória do veículo, permitindo assim o controle direcional do automóvel. Segundo GILLESPIE [1992], essa força é gerada devido ao ângulo de deriva (*slip angle*) e/ou ao ângulo de cambagem (*camber angle*). Ambos estão representados na Figura 3, onde o ângulo de cambagem é chamado de ângulo de inclinação (*inclination angle*).

De acordo com GILLESPIE [1992], quando o pneu está sob o efeito de uma força lateral, o ângulo de deriva surge, esse que é o ângulo formado entre a direção em que o pneu está voltado e a direção de movimento do automóvel. A deformação lateral que ocorre na área de contato com o solo - como mostrado na Figura 5 - é responsável pela força lateral, esta que ocorre afastada do eixo de rotação da roda, surgindo um momento que é chamado de torque autoalinhante (*self aligning moment*) M_z .

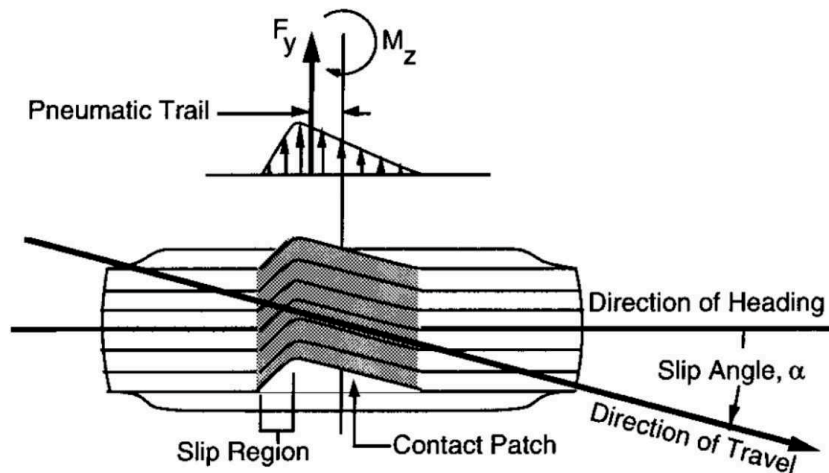


Figura 5: Deformação lateral do área de contato com o solo gerando a força lateral no pneu. Retirado de GILLESPIE [1992]

Apesar da força lateral ocorrer em uma posição deslocada do eixo de rotação da roda, por convenção da SAE, o ponto de atuação da força é na origem do sistema de coordenadas locais do pneu e alinhado com o eixo y - como mostrado na Figura 3. Atua também no mesmo local o torque autoalinhante, este que é o produto entre a força lateral e a distância da mesma em relação ao eixo de rotação da roda (chamada de trilha pneumática ou *pneumatic trail*), representado na Figura 5.

O comportamento da força lateral em função do ângulo de deriva é mostrado na Figura 6. Inicialmente a força lateral cresce a partir de zero até um valor máximo, declinando posteriormente. Quanto maior é a força vertical, maior é a força lateral máxima, porém a razão entre a força lateral e força vertical decresce.

Como citado anteriormente, o ângulo de cambagem γ - ilustrado na Figura 7 - também produz uma força lateral no pneu, devido a deformação da zona de contato do mesmo. Este é o principal mecanismo utilizado em veículos de duas rodas para gerar força lateral.

As resultantes de força lateral e força vertical normal atuam sobre a zona de contato do pneu descentralizadas dos eixos principais, o que ocasiona o surgimento de momentos em torno dos eixos principais. A força lateral por atuar deslocada ao longo do eixo x gera

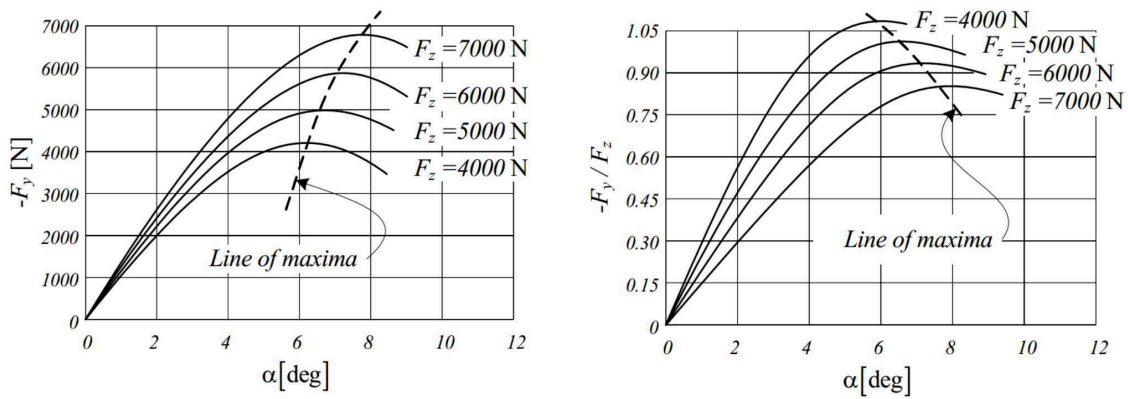


Figura 6: Gráfico da força lateral em função do ângulo de deriva e Gráfico da razão entre força lateral e força vertical em função do ângulo em deriva. Retirado de JAZAR [2008]

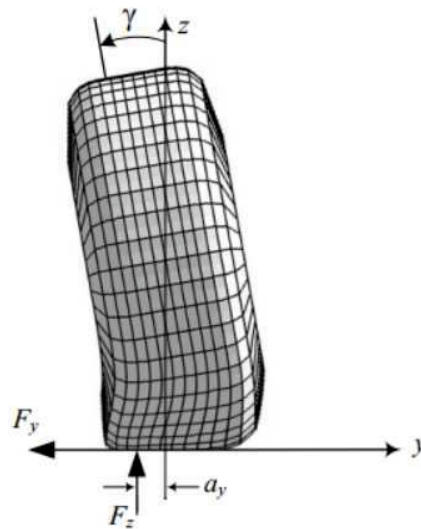


Figura 7: Representação do pneu com ângulo de cambagem e o surgimento da força lateral. Retirado de JAZAR [2008]

um momento ao longo eixo z que influencia o torque autoalinhante, enquanto que a força normal que atua deslocada ao longo do eixo y gera um momento ao longo do eixo x - este que é chamado na Figura 3 de momento de sobreviragem (*overturning moment*). A Figura 8 - representação da relação entre força lateral e ângulo de cambagem - mostra que quanto maior o ângulo de cambagem, maior será a força lateral imposta ao pneu.

Novamente, por convenção da SAE, as forças laterais e normais são localizadas na origem do sistema de coordenadas do pneu, alinhadas com os eixos.

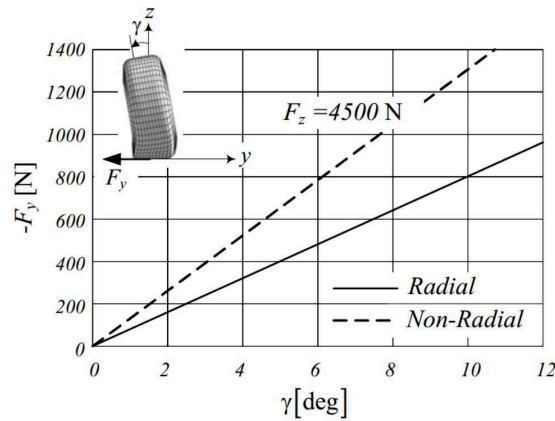


Figura 8: Gráfico da força lateral em função do ângulo de cambagem para dois tipos diferentes de pneus. Retirado de JAZAR [2008]

2.2.3. Resistência ao Rolamento

De acordo com GILLESPIE [1992], a resistência ao rolamento é uma das principais forças de resistência à movimentação do automóvel, principalmente em velocidades baixas quando o efeito do arrasto aerodinâmico ainda não é significativo. Os mecanismos que causam a resistência ao rolamento estão relacionados com as perdas energéticas no pneu, deformações e deslizamentos sofridos. Além da força longitudinal que surge na área de contato com o solo, com a movimentação do pneu, a distribuição de pressão sob a área de contato se torna assimétrica, fazendo com que a resultante da força vertical normal se localize fora da linha de centro da roda, produzindo um momento que se opõe a movimentação da mesma, como pode ser visto na Figura 9.

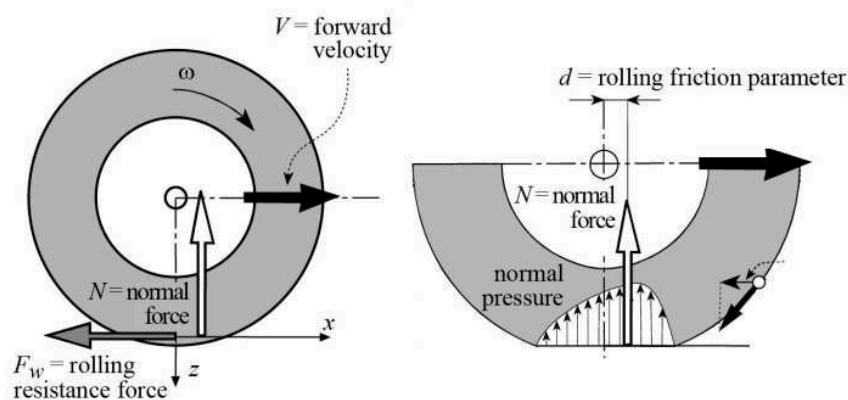


Figura 9: Distribuição de pressão sob a área de contato do pneu. Retirado e alterado de COSSALTER [2006]

A força longitudinal e o momento podem ser expressos apenas por uma única força, chamada de resistência ao rolamento, que atua na área de contato com o solo na direção do eixo x do sistema de coordenadas do pneu e que pode ser descrita como:

$$R_r = C_{RR} F_z \quad (3)$$

Onde F_z é a força vertical suportada pelo pneu e C_{RR} é o coeficiente de resistência ao rolamento, este que segundo GILLESPIE [1992] depende dos seguintes fatores:

- Temperatura do pneu: com o aumento da temperatura ocorre uma diminuição no coeficiente de resistência ao rolamento.
- Pressão do pneu: para terrenos rígidos, quanto maior a pressão dos pneus menor é o coeficiente de resistência ao rolamento. Para terrenos macios, como por exemplo areia, quanto maior a pressão dos pneus maior é o coeficiente de resistência ao rolamento.
- Velocidade: valores constantes de coeficiente de resistência ao rolamento são obtidos para baixas velocidades, tipicamente abaixo de 100 *km/h*. Mas para velocidades acima da citada, existe um crescimento elevado do coeficiente de resistência ao rolamento devido à vibração na área de contato com o solo.
- Ângulo de deriva: quanto maior o ângulo de deriva, maior é o coeficiente de resistência ao rolamento

2.3. Powertrain

Powertrain é o conjunto formado por motor, caixa de marchas, eixos de transmissão e diferencial, ou seja, todos os elementos que são responsáveis por fornecer e transmitir a força motriz do automóvel. *Driveline* é constituído de todos os componentes presentes no *Powertrain* exceto o motor, ou seja, todos os elementos responsáveis por transmitir a força motriz às rodas. A Figura 10 ilustra o sistema de *powertrain*.

2.3.1. Motor

Os motores de combustão interna são a fonte de força motriz para o automóvel, segundo GILLESPIE [1992]. Os motores utilizados em Formula SAE tem sua capacidade volumétrica limitada a, no máximo, 710 centímetros cúbicos (0,71 litros) e devem utilizar gasolina ou etanol como combustíveis - de acordo com SAE INTERNATIONAL [2017]. Todas as unidades motrizes são obrigadas a possuir, logo após o corpo de aceleração (*throttle body*), uma restrição circular no sistema de

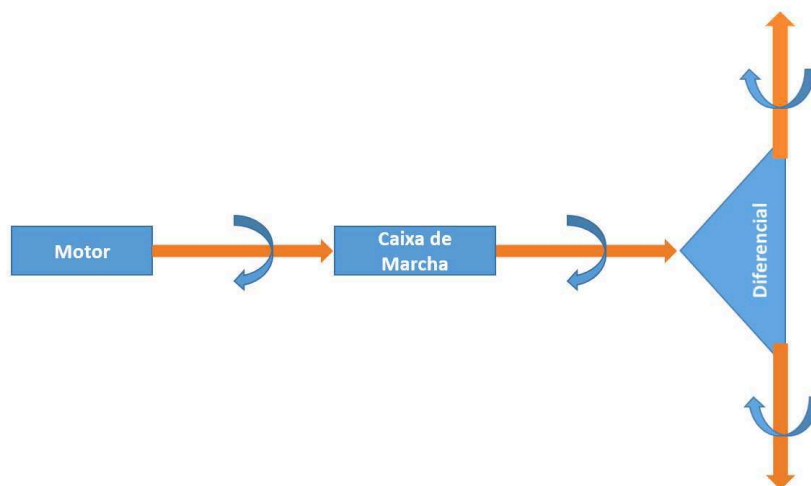


Figura 10: Esquemático dos componentes de *powertrain*.

admissão de ar de 20 mm de diâmetro para motores à gasolina e 19 mm de diâmetro para motores à etanol - como ilustrado na Figura 11. O intuito dessa restrição é de limitar a capacidade dos motores com o objetivo de diminuir a velocidade máxima dos veículos e consequentemente a gravidade de um possível acidente.

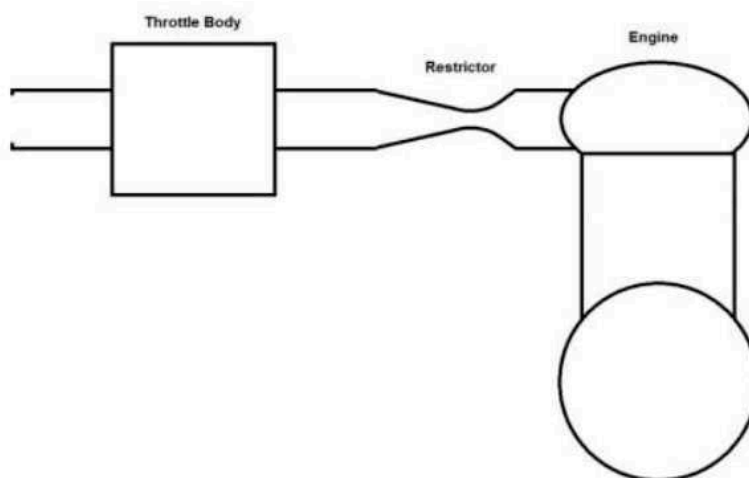


Figura 11: Esquemático dos componentes da admissão. Retirado de SAE INTERNATIONAL [2017]

Os motores majoritariamente operam com ciclo Otto, devido aos combustíveis permitidos e pelo fato de que os modelos comerciais retirados de motocicletas são a opção mais viável para a realidade das equipes de competição. A Figura 12 apresenta a aparência típica das curvas de um motor de combustão interna ciclo Otto.

As curvas de torque dos motores são obtidas através de um equipamento específico chamado dinamômetro, esse que pode ser de bancada - motor conectado diretamente ao equipamento - ou de rolo - as rodas giram sobre rolos de elevada inércia conectados ao equipamento. Uma determinada marcha é selecionada e com o corpo de

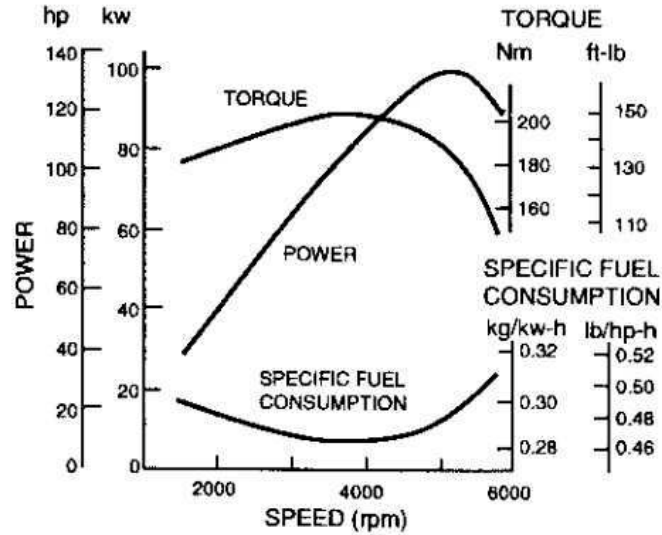


Figura 12: Curvas típicas de um motor de combustão interna ciclo Otto. Retirado de GILLESPIE [1992]

aceleração totalmente aberto, o motor parte da rotação de marcha lenta até a rotação máxima. A curva de potência é obtida através da curva de torque, utilizando a Equação 4.

$$P_{\text{motor}} = \frac{2 \pi \omega_{\text{motor}} T_{\text{motor}}}{60000} \quad (4)$$

A curva de consumo de combustível é importante para a prova de *endurance*, uma vez que consumo de combustível é uma das métricas de avaliação. Ademais, conhecer o consumo é imprescindível para o dimensionamento correto da capacidade do tanque de combustível. A verificação do consumo de combustível também é realizada com teste no dinamômetro.

2.3.2. Drivetrain

Na maioria dos protótipos de Formula SAE, o *drivetrain* é composto pela caixa de marchas (em motores de motocicletas, tipo mais utilizado na categoria, a caixa vem inserida no bloco do motor), transmissão por corrente (conectando o pinhão da caixa de marchas com a coroa do diferencial), diferencial e eixos estriados (conectando o diferencial aos cubos de roda).

A caixa de marchas - ou caixa de velocidades - tem o objetivo de prover às rodas diferentes faixas de força motriz e velocidade para distintos regimes de trabalho, utilizando-se para tal de diferentes relações de marcha. Um exemplo de motor com caixa de velocidades integrada, que é tipicamente utilizados em Formula SAE, está ilustrado

na Figura 13.

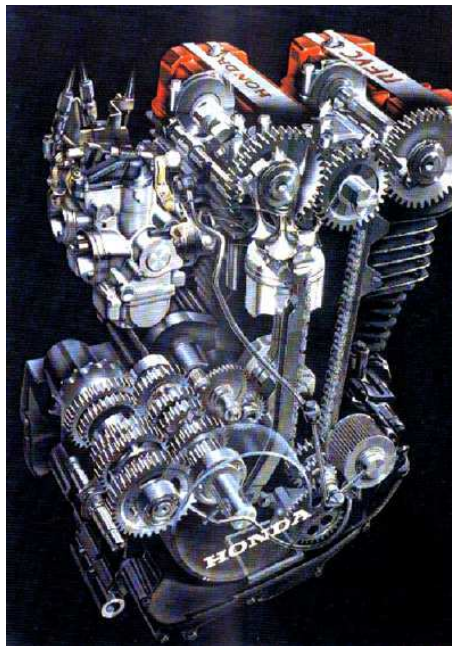


Figura 13: Vista em corte do motor e caixa de marchas integrados. Retirado de ALESSANDRO TERRANOVA

Em uma caixa de velocidades para veículos, as marchas inferiores são selecionadas com o objetivo de acelerar o automóvel em baixas velocidades, enquanto que as marchas superiores tem como objetivo atingir velocidades de cruzeiro ou altas velocidades. Portanto, as marchas inferiores possuem relações altas, com o objetivo de multiplicar o torque do motor, enquanto que as marchas superiores possuem relações mais baixas, com o objetivo de atingir velocidades elevadas. A Figura 14, ilustra a curva de força trativa nos pneus em função da velocidade do automóvel.

A transmissão por corrente é utilizada, como descrito anteriormente, entre o pinhão de saída da caixa de marchas e a coroa fixada no diferencial do automóvel, como mostrado na Figura 15. Este é o tipo de conexão comumente utilizada, uma vez que é o empregado na aplicação original do motor. Para a construção da Figura 14 é importante considerar a relação de transmissão deste conjunto.

O diferencial - ilustrado na Figura 15 - é um mecanismo constituído de engrenagens que divide o torque originário da caixa de marcha, transmitindo-o para as rodas através dos eixos estriados e permitindo que as mesmas girem em velocidades angulares diferentes. O diferencial é necessário, uma vez que o veículo ao realizar uma curva necessita que suas rodas externas e internas estejam com velocidades angulares desiguais, devido ao diferente posicionamento radial.

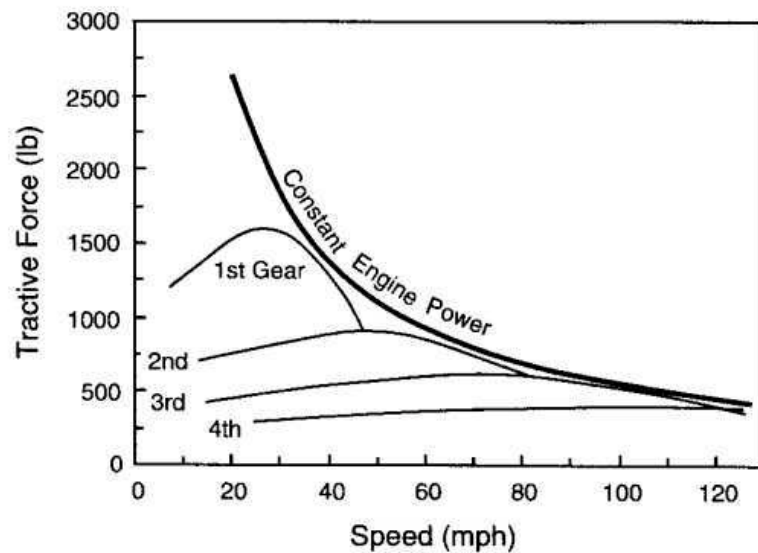


Figura 14: Gráfico de força trativa em função da velocidade do automóvel. Retirado de GILLESPIE [1992]

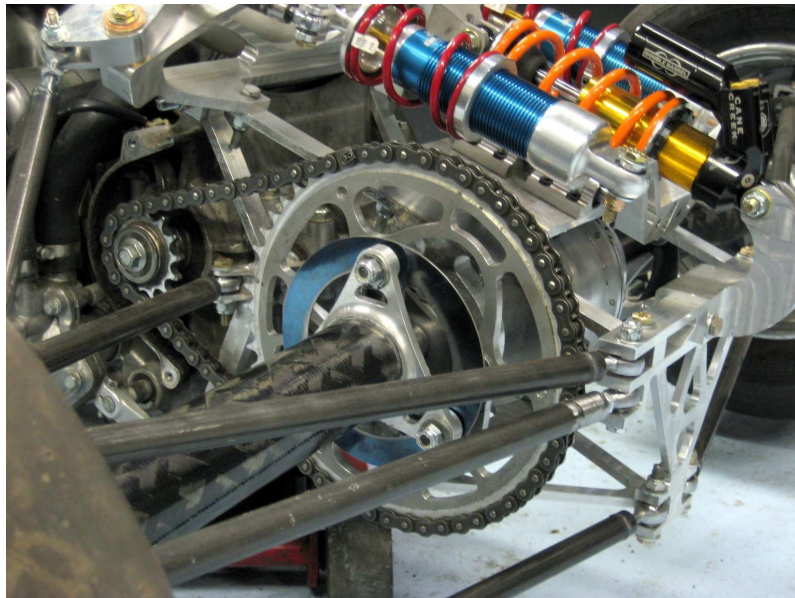


Figura 15: Corrente para a transmissão de torque entre o pinhão de saída da caixa de marchas e a coroa do diferencial. Retirado de JEN STEINECKERT

2.4. Aerodinâmica

De acordo com HUCHO [1998], o escoamento ao redor e através do automóvel geram forças e momentos que afetam o desempenho do veículo. Esses efeitos podem ter um impacto positivo ou negativo na performance veicular. As forças aerodinâmicas atuam no centro de pressão do veículo e são divididas em força de arrasto (*drag*) e força de sustentação (*lift*). É importante ressaltar que forças aerodinâmicas laterais existem, porém serão desprezadas para a análise global deste problema.

2.4.1. Força de Arrasto Aerodinâmico

A força de arrasto aerodinâmico atua longitudinalmente, ao longo do eixo x do sistema de coordenadas do automóvel, representado na Figura 2, no sentido oposto ao da movimentação do veículo. De acordo com HUCHO [1998], a força pode ser determinada pela Equação 5.

$$F_{\text{arrasto}} = \frac{1}{2} \rho C_{\text{arrasto}} A_{\text{frontal}} V^2 \quad (5)$$

A Equação 5 permite entender os principais fatores que influenciam a força de arrasto:

- Densidade do ar: a força de arrasto é diretamente proporcional a densidade do ar. A altura e a umidade do ambiente afetam a densidade do ar local e, consequentemente, a performance aerodinâmica.
- Coeficiente de arrasto aerodinâmico: a força de arrasto é diretamente proporcional ao coeficiente de arrasto aerodinâmico. Segundo HUCHO [1998], o coeficiente de arrasto está ligado a forma do automóvel e como ar escoa sobre a carroceria e através de elementos - como por exemplo dutos de radiadores.
- Área frontal: a força de arrasto é diretamente proporcional a área frontal do veículo.
- Velocidade: a força de arrasto é quadraticamente proporcional a velocidade. Portanto, a velocidade é o parâmetro que governa a força de arrasto aerodinâmico. Em baixas velocidades não afeta tanto a performance do veículo, mas em velocidades de cruzeiro ou em altas velocidades é a principal resistência à movimentação do automóvel.

Na maioria das situações, os efeitos causados pela força de arrasto aerodinâmica afetam negativamente a performance do automóvel. Por ser uma força de resistência, a força de arrasto diminui a aceleração longitudinal do veículo, o que é desinteressante do ponto de vista de performance. Devido a elevada dependência da velocidade, a força de arrasto aerodinâmico também é responsável por limitar a velocidade máxima atingida pelo automóvel.

Por outro lado, a força de arrasto pode ter um efeito desejável. Quando o veículo está desacelerando, a força de arrasto contribui para o processo de frenagem do mesmo. Devido a essa contribuição, uma situação possível é ter uma configuração veicular com

menor coeficiente de arrasto aerodinâmico tendo uma performance em pista pior do que uma configuração veicular com maior coeficiente de arrasto aerodinâmico, no que diz respeito a tempo de volta.

2.4.2. Força de Sustentação Aerodinâmica

A força de sustentação aerodinâmica atua verticalmente, ao longo do eixo z do sistema de coordenadas do automóvel, representado na Figura 2. O nome de sustentação tem origem na aeronáutica, uma vez que a força vertical atua com o objetivo de sustentar o avião no ar. Para a realidade de dinâmica veicular, o objetivo é que a força de sustentação aerodinâmica tenha o sentido inverso, ou seja, que ela pressione o veículo contra o solo, com o intuito de melhorar a performance dos pneus. Por esse motivo, a força de sustentação aerodinâmica negativa é chamada de *downforce* no meio automobilístico.

De acordo com HUCHO [1998], a força de sustentação aerodinâmica pode ser determinada pela Equação 6.

$$F_{\text{sustentação}} = \frac{1}{2} \rho C_{\text{sustentação}} A_{\text{frontal}} V^2 \quad (6)$$

A Equação 6 permite observar que os mesmos fatores que influenciam a força de arrasto aerodinâmico também afetam a força de sustentação aerodinâmica, portanto, a análise realizada anteriormente também é aplicável.

O efeito do *downforce* na performance do automóvel é interessante do ponto de vista de dinâmica veicular. Seu papel é crucial durante o contorno de curvas, uma vez que com o aumento da força vertical sobre os pneus ocorre também um aumento da força lateral máxima dos mesmos. Esse efeito também é benéfico quando o veículo está apenas acelerando longitudinalmente, uma vez que força máxima longitudinal também se torna maior com o aumento da força vertical.

2.4.3. Centro de Pressão

O centro de pressão (*center of pressure*) do veículo é o ponto onde tanto a força de arrasto aerodinâmico quanto o *downforce* atuam no veículo, como ilustrado na Figura 16. Com esse posicionamento é possível entender os efeitos das forças sobre o automóvel, como por exemplo, a transferência de carga longitudinal causada pela força de arrasto aerodinâmico ou a distribuição de *downforce* entre os eixos do veículo.

O conceito de balanço aerodinâmico está relacionado com o posicionamento do

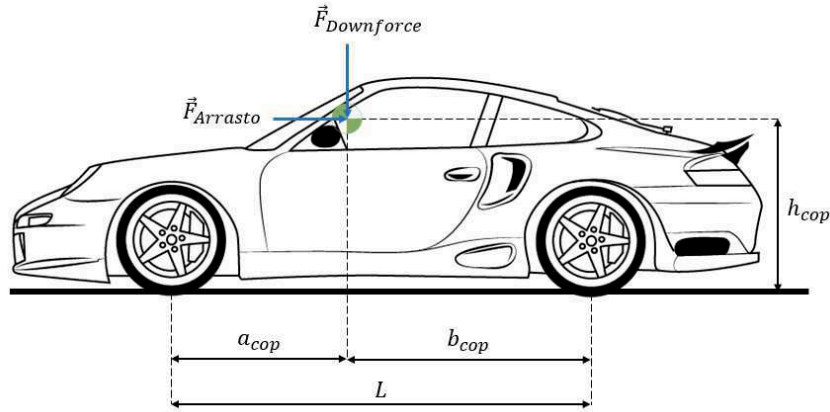


Figura 16: Representação do centro de pressão e as forças de arrasto aerodinâmico e de *downforce* atuando no automóvel. Retirado e editado de DRAWING TUTORIALS.

centro de pressão em relação aos eixos dianteiro e traseiro do veículo. Do ponto de vista de estabilidade veicular, é interessante que o balanço aerodinâmico esteja localizado próximo a posição entre eixos do centro de gravidade do veículo. O balanço aerodinâmico pode ser determinada através da seguinte equação:

$$Bal_{aero} = \frac{b_{cop}}{L} \quad (7)$$

É importante ressaltar que, de acordo com GILLESPIE [1992], é padrão SAE que as forças aerodinâmicas que atuam sobre o veículo sejam consideradas como aplicadas no nível do solo, exatamente no meio da distância entre os eixos dianteiro e traseiro. Logo, para as forças aerodinâmicas serem transladadas do centro de pressão para o ponto determinado pela SAE, é necessário que um momento ao redor do mesmo seja considerado para representar corretamente o comportamento do carro. O sistema de eixos da SAE é útil em testes em túnel de vento pela maneira como as medições são feitas, porém não é de rápida assimilação ao observar o modelo físico do problema. Portanto, o conceito de centro de pressão será utilizado porque facilmente representa os efeitos da força aerodinâmica no veículo.

2.4.4. Mapas Aerodinâmicos

Para uma determinada configuração aerodinâmica, se obtém os mapas aerodinâmicos de coeficiente de arrasto aerodinâmico, coeficiente de sustentação aerodinâmica e balanço aerodinâmico. Esses mapas - como o representado na Figura 17 - dependem da altura dos eixos dianteiro e traseiros em relação ao solo, ângulo de *yaw* do veículo e ângulo de esterçamento das rodas.

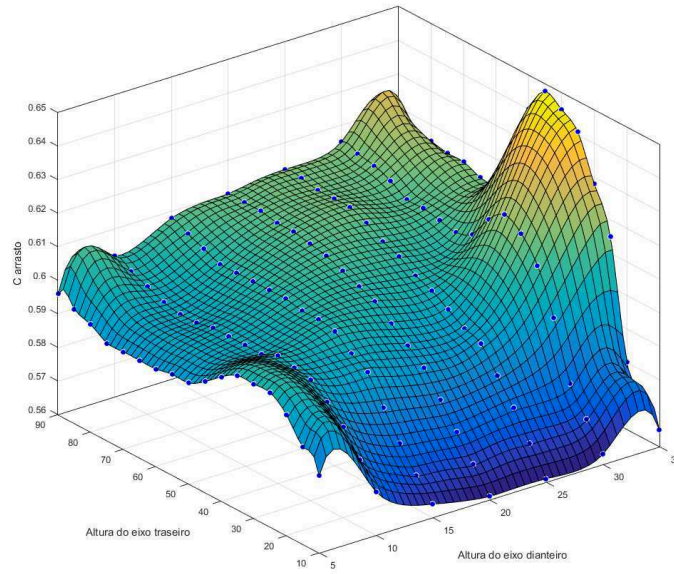


Figura 17: Mapa aerodinâmico do coeficiente de arrasto aerodinâmico em função da altura dos eixos dianteiro e traseiros em relação ao solo.

Os mapas aerodinâmicos, como o da Figura 17, podem ser obtidos através de testes em túnel de vento ou estudos de fluidodinâmica computacional (*CFD*). A segunda opção é a mais utilizada para protótipos de Formula SAE, devido ao elevado custo operacional e difícil acesso a um túnel de vento.

2.5. Aceleração Longitudinal

A aceleração longitudinal basicamente determina a performance em linha reta do veículo, tanto no processo de aceleração quanto no de frenagem.

2.5.1. Aceleração do Veículo

Para a obtenção da equação da aceleração longitudinal, segundo GILLESPIE [1992], é necessário utilizar o modelo de meio carro (*half-car model*), representado na Figura 18.

A força $m\ddot{x}$, que atua no sentido oposto ao da aceleração longitudinal real, é chamada de força de inércia e tem origem no Princípio de d'Alembert, segundo GILLESPIE [1992]. É importante considerá-la, uma vez que com a aceleração longitudinal ocorre uma transferência longitudinal de carga do eixo dianteiro para o traseiro. A partir da Figura 18, é possível obter as seguintes equações:

$$\ddot{x} = \frac{1}{m} (F_{x_f} + F_{x_r} - R_{r_f} - R_{r_r} - F_{arrasto} - W \sin \theta) \quad (8)$$

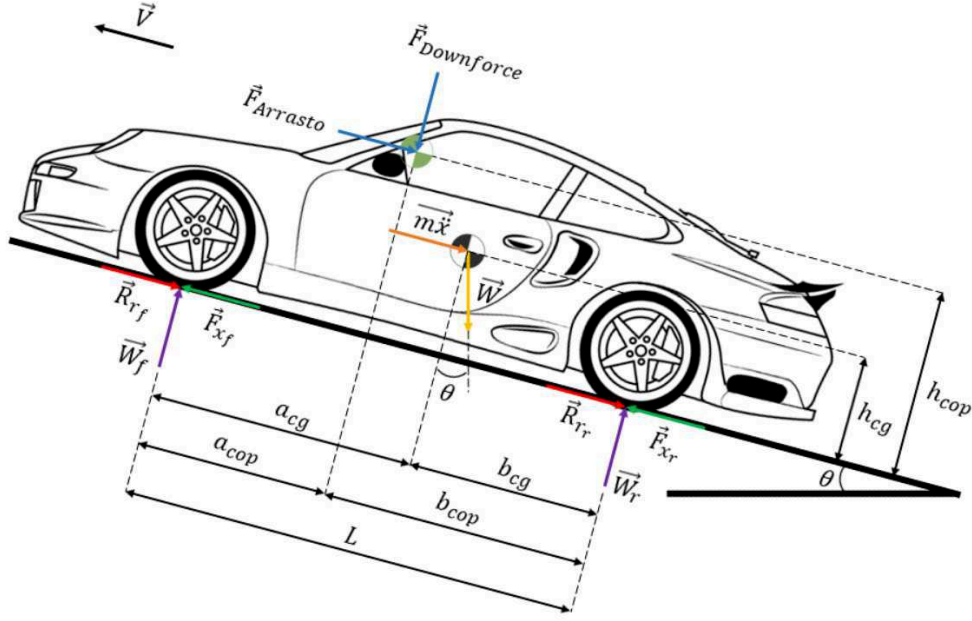


Figura 18: Modelo de meio carro durante aceleração. Retirado e editado de DRAWING TUTORIALS.

$$W_f = \frac{b_{cg}}{L} W \cos \theta - \frac{h_{cg}}{L} W \sin \theta + \frac{b_{cop}}{L} F_{downforce} - \frac{h_{cop}}{L} F_{arrasto} - \frac{h}{L} m \ddot{x} \quad (9)$$

$$W_r = \frac{a_{cg}}{L} W \cos \theta + \frac{h_{cg}}{L} W \sin \theta + \frac{a_{cop}}{L} F_{downforce} + \frac{h_{cop}}{L} F_{arrasto} + \frac{h}{L} m \ddot{x} \quad (10)$$

A Equação 8 define a aceleração longitudinal do veículo, no processo de aceleração do mesmo. Os limites de aceleração do veículo são determinados pelos pneus em baixas velocidades e pela força de arrasto aerodinâmico em altas velocidades. Como pode ser visto na Figura 14, na faixa de baixas velocidades é onde se tem a maior força trativa oriunda do motor. Logo, os pneus podem ser responsáveis por limitar a aceleração longitudinal, uma vez que devem ser capazes de transferir essa força para o solo, caso contrário ocorre um deslizamento excessivo diminuindo a aceleração máxima longitudinal. Na faixa de altas velocidades, devido a força de arrasto aerodinâmico ser quadraticamente proporcional a velocidade, a mesma determina a velocidade máxima do veículo, ou seja, o ponto onde a aceleração longitudinal resultante atinge zero.

A Equação 9 define o peso sobre o eixo dianteiro enquanto que a Equação 10 define o peso sobre o eixo traseiro. Saber a força vertical sobre os pneus é importante para se obter os valores de força trativa, força de resistência ao rolamento e a mudança na altura

dos eixos dianteiro e traseiro, essa que é necessária para obtenção das forças aerodinâmicas através do mapa aerodinâmico do veículo.

2.5.2. Frenagem do Veículo

Para o processo de frenagem, algumas alterações no modelo de meio carro são necessárias, como representado na Figura 19. As forças longitudinais dos pneus dianteiros e traseiros são invertidas, bem como a força de inércia, uma vez que com a frenagem ocorrerá uma transferência longitudinal de carga do eixo traseiro para o dianteiro. A partir da Figura 19, é possível obter as seguintes equações:

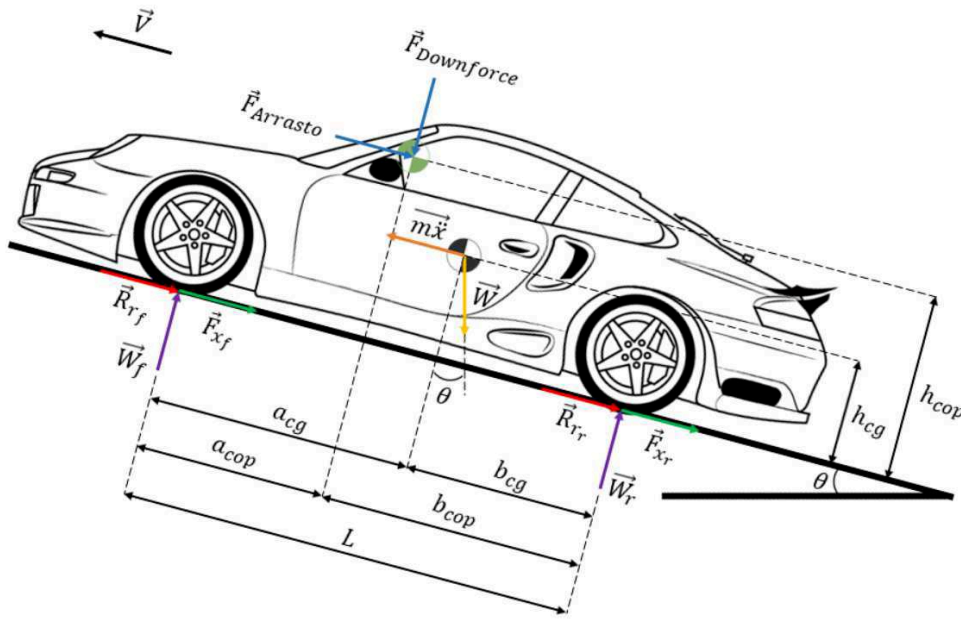


Figura 19: Modelo de meio carro durante frenagem. Retirado e editado de DRAWING TUTORIALS.

$$\ddot{x} = \frac{1}{m} (F_{x_f} + F_{x_r} + R_{r_f} + R_{r_r} + F_{arrasto} + W \sin \theta) \quad (11)$$

$$W_f = \frac{b_{cg}}{L} W \cos \theta - \frac{h_{cg}}{L} W \sin \theta + \frac{b_{cop}}{L} F_{downforce} - \frac{h_{cop}}{L} F_{arrasto} + \frac{h}{L} m \ddot{x} \quad (12)$$

$$W_r = \frac{a_{cg}}{L} W \cos \theta + \frac{h_{cg}}{L} W \sin \theta + \frac{a_{cop}}{L} F_{downforce} + \frac{h_{cop}}{L} F_{arrasto} - \frac{h}{L} m \ddot{x} \quad (13)$$

Através da Equação 11 é possível observar que o limitante para aceleração

longitudinal do veículo e, por conseguinte, limitante da performance de frenagem são os pneus. Para maximizar a frenagem, os pneus devem permanecer próximo ao coeficiente de atrito longitudinal de pico, ilustrado na Figura 4. Cabe ao projetista do sistema de freios levar em consideração as diferentes cargas verticais sobre os pneus, devido a transferência longitudinal de carga, para manter o veículo estável e sempre próximo do ponto de máximo atrito.

2.6. Aceleração Lateral

A performance do automóvel ao contornar curvas é determinada pela capacidade do veículo de produzir aceleração lateral. O fenômeno de transferência lateral de carga deve ser considerado, uma vez que influencia na capacidade dos pneus de fornecer força lateral.

2.6.1. Transferência Lateral de Carga

De acordo com GILLESPIE [1992], devido a ação da aceleração lateral do automóvel em seu centro de gravidade, ocorre o fenômeno de transferência lateral de carga dos pneus que estão na parte interna da curva para os pneus que estão na parte externa. Para compreender como acontece a transferência lateral de carga, é necessário entender os conceitos de centro de rolagem (*roll center*) da suspensão e eixo de rolagem (*roll axis*) do veículo.

Para uma suspensão independente do tipo "duplo A", a configuração mais comum no automobilismo, é possível obter o centro de rolagem da suspensão através do procedimento da Figura 20, segundo GILLESPIE [1992]. O ponto A é determinado pelo encontro dos prolongamentos dos braços de suspensão, em seguida, uma reta é traçada conectando o centro da área de contato do pneu com o ponto A. O centro de rolagem é o ponto onde ocorre a interseção entre a reta traçada e a linha de centro do chassi do veículo. Devido a movimentação da suspensão causada pelas forças atuando sobre o veículo em movimento, o centro de rolagem não é um ponto fixo.

O eixo de rolagem do veículo é determinado pela reta que passa pelo centro de rolagem da suspensão dianteira com o centro de rolagem da suspensão traseira, como ilustrado na Figura 21.

A partir da Figura 21, é possível compreender o fenômeno da transferência lateral de carga. A aceleração lateral atua no centro de gravidade do veículo, que possui uma distância para o eixo de rolagem, causando a rolagem do veículo ao redor do eixo e

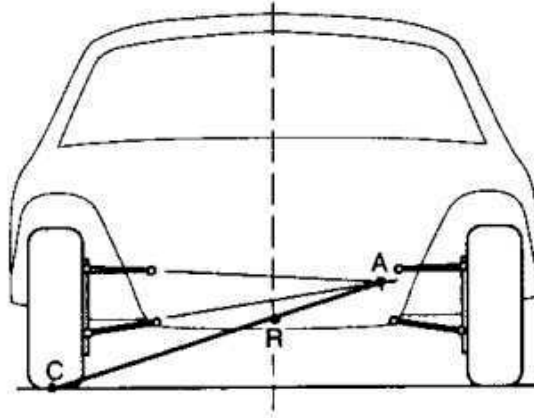


Figura 20: Representação do método de obtenção do centro de rolagem. Retirado de GILLESPIE [1992].

consequentemente a transferência lateral de carga.

Para calcular a transferência lateral de carga, se faz necessário conhecer os componentes de suspensão do veículo. Um esquemático simplificado da suspensão independente do tipo "duplo A" está representado na Figura 22. No esquemático estão representados os pneus - em roxo - e a sua constante elástica vertical, a mola da suspensão - em verde - e a sua constante elástica e a barra antirolagem - em azul - e a sua aproximação de constante elástica linear. A mola da suspensão tem como objetivo permitir a movimentação da roda e atenuar os impactos sofridos pela suspensão. A barra antirolagem tem a função de aumentar a rigidez da suspensão e a resistência à torção do carro, enquanto que diminui a rolagem ao levantar a roda interna quando o veículo está contornando uma curva.

Devido aos mecanismos utilizados na suspensão automotiva, existe uma relação de movimento (*motion ratio*) entre o deslocamento da roda e o deslocamento da mola da suspensão, algo que também acontece com a barra antirolagem. Portanto as constantes elásticas atuando na roda para ambos os componentes devem ser corrigidas, através da Equação 14.

$$k_{\text{equivalente}} = \frac{k}{(MR)^2} \quad (14)$$

Considerando que tanto a barra antirolagem e a suspensão atuem na linha de centro da roda, podemos obter a constante de resistência à rolagem (*roll stiffness*) dos componentes da suspensão.

$$k_{\phi \text{ pneu}} = \frac{1}{2} k_{\text{pneu}} t_w^2 \quad (15)$$

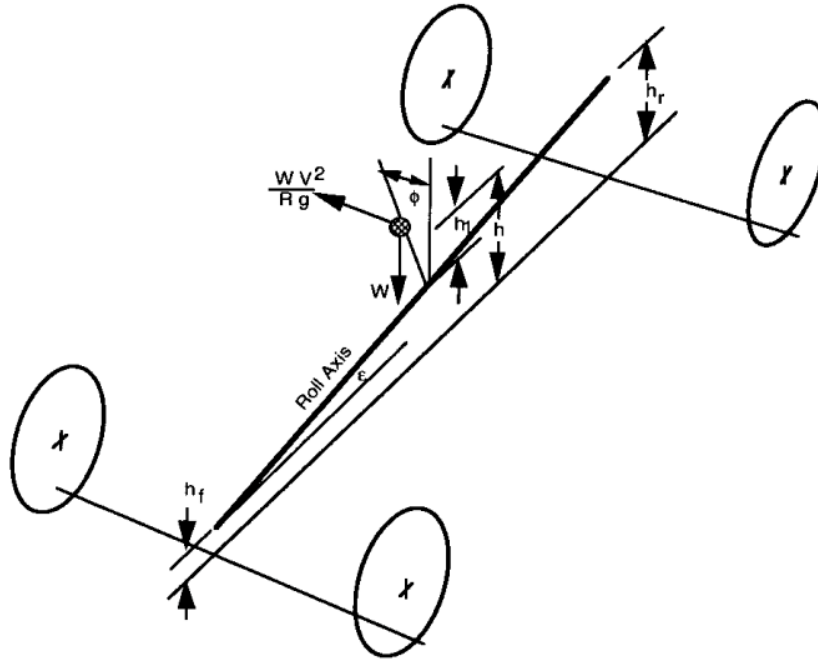


Figura 21: Representação do eixo de rolagem e o centro de gravidade do veículo. Retirado de GILLESPIE [1992].

$$k_{\phi \text{ mola}} = \frac{1}{2} \frac{k_{\text{mola}}}{(MR)^2} t_w^2 \quad (16)$$

$$k_{\phi \text{ antirolagem}} = \frac{1}{2} \frac{k_{\text{antirolagem}}}{(MR)^2} t_w^2 \quad (17)$$

A Figura 23 representa as resistências à rolagem que existem na roda do veículo. Para obter resistência à rolagem total da suspensão, é necessário fazer uma associação das constantes de cada componente, que resulta na seguinte equação:

$$k_{\phi \text{ eixo}} = \frac{k_{\phi \text{ pneu}} (k_{\phi \text{ mola}} + k_{\phi \text{ antirolagem}})}{k_{\phi \text{ pneu}} + k_{\phi \text{ mola}} + k_{\phi \text{ antirolagem}}} \quad (18)$$

A Equação 18 é para o conjunto de suspensão de um eixo, ou seja, o $k_{\phi \text{ eixo}}$ para o eixo dianteiro e traseiro são diferentes, uma vez que a geometria e componentes dificilmente são iguais.

Uma vez determinado os conceitos de rolagem, através da Figura 21 é possível obter a transferência lateral de carga para o eixo dianteiro e traseiro:

$$\Delta W_f = \frac{\ddot{y} m}{t_{wf}} \left[\frac{k_{\phi f} h_1}{k_{\phi f} + k_{\phi r}} + \frac{b h_f}{L} \right] \quad (19)$$

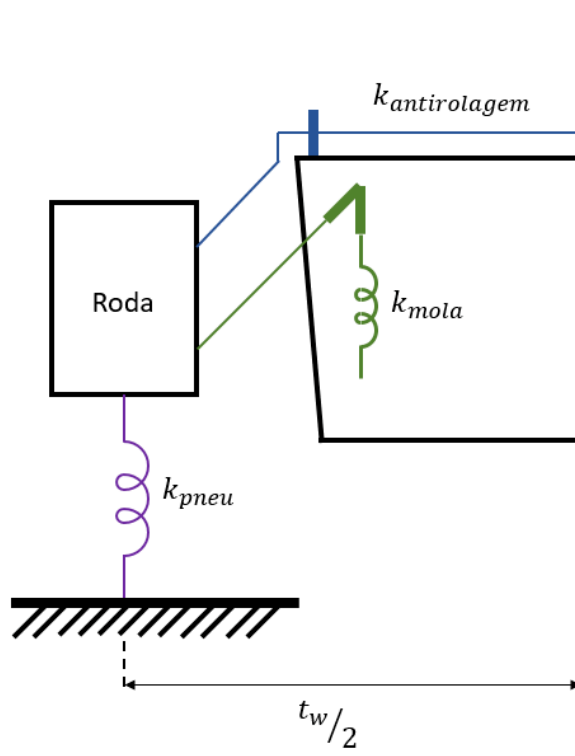


Figura 22: Esquemático simplificado da suspensão independente do tipo "duplo A".

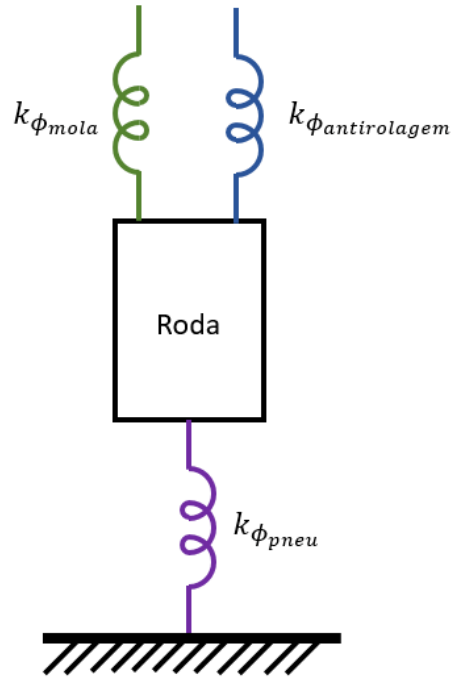


Figura 23: Esquemático da associação das resistências à rolagem na suspensão.

$$\Delta W_r = \frac{\ddot{y} m}{t_{wr}} \left[\frac{k_{\phi_r} h_1}{k_{\phi_f} + k_{\phi_r}} + \frac{a h_r}{L} \right] \quad (20)$$

2.6.2. Contorno de Curva

O modelo apresentado na Figura 24 representa as forças e momentos que atuam em um automóvel ao contornar uma curva sem inclinação.

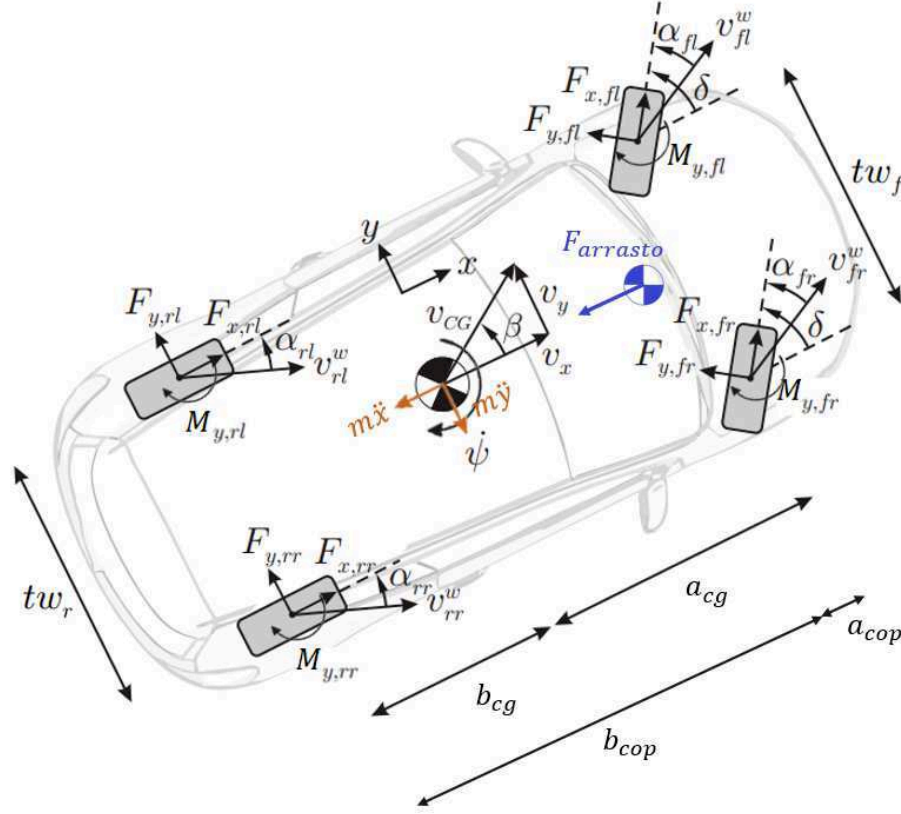


Figura 24: Modelo de contorno de curva. Retirado e editado de KATRINIOK e ABEL [2015]

As forças representadas em laranja são as forças de inércia lateral e longitudinal, que atuam no centro de gravidade. Essas forças, bem como o momento que atuam no centro de gravidade do veículo são o resultado da combinação das reações em cada pneu do veículo, que estão representadas na Figura 24. Em cada pneu, além das forças longitudinal e lateral, também atua o torque autoalinhante.

A partir da Figura 24 é possível obter as seguintes equações:

$$\ddot{x} = \frac{1}{m} [(F_{x,fl} + F_{x,fr}) \cos \delta - (F_{y,fl} + F_{y,fr}) \sin \delta - F_{arrasto} + F_{x,rl} + F_{x,rr}] \quad (21)$$

$$\ddot{y} = \frac{1}{m} [(F_{x,fl} + F_{x,fr}) \sin \delta + (F_{y,fl} + F_{y,fr}) \cos \delta + F_{y,rl} + F_{y,rr}] \quad (22)$$

$$\dot{\psi} = \frac{1}{I_{yaw}} \left[\frac{t_{wf}}{2} [(F_{x,fr} - F_{x,fl}) \cos \delta - (F_{y,fr} - F_{y,fl}) \sin \delta] + \frac{t_{wr}}{2} (F_{x,rr} - F_{x,rl}) \right. \\ \left. + a[(F_{x,fl} + F_{x,fr}) \sin \delta + (F_{y,fl} + F_{y,fr}) \cos \delta] - b(F_{y,rl} + F_{y,rr}) \right. \\ \left. - (M_{fl} + M_{fr} + M_{rl} + M_{rr}) \right] \quad (23)$$

A Equação 21 define a aceleração longitudinal durante o contorno de curva. As forças de resistência ao rolamento apesar de não representadas na figura, podem ser subtraídas da força longitudinal de cada pneu, o que resulta no mesmo efeito. É possível notar a semelhança entre as Equações 8 e 21, uma vez que ambas regem a movimentação longitudinal do automóvel. A Equação 21 mostra que quanto maior o ângulo de esterçamento δ , menor é aceleração longitudinal imposta ao veículo.

A Equação 22 define a aceleração longitudinal do veículo ao contornar uma curva. Analisando a equação, nota-se que com o aumento do ângulo de esterçamento δ , ocorre uma diminuição da contribuição da força lateral no pneu para a aceleração lateral do veículo. Porém, ao observar o comportamento da força lateral descrito na Figura 6, é possível compreender que com o aumento do ângulo de esterçamento (que consequentemente causa um aumento do ângulo de deriva), ocorre um aumento da força lateral no pneu até que se atinja um valor máximo. A partir desse ângulo, qualquer acréscimo resulta em uma diminuição da força lateral do pneu.

A Equação 23 define o momento que atua sobre o centro de gravidade do automóvel, chamado de momento de guinada (*yaw moment*). O posicionamento do centro de gravidade e centro de pressão influenciam o momento de guinada, esse que determina a estabilidade do automóvel ao contornar a curva.

3. Modelagem Matemática

3.1. Modelo dos Pneus

Os dados do pneu foram obtidos através de testes realizados em um modelo específico para Formula SAE. A modelagem do pneu é dividida em dois módulos:

- *tire_data*: este módulo basicamente retira os dados do pneu de uma planilha, os organizando para serem processados.
- *tire_model*: este módulo ajusta as curvas dos testes para obter a resistência ao rolamento, força longitudinal máxima - em situação de aceleração longitudinal ou frenagem - e a força lateral máxima - em situação de contorno de curva - para uma determinada carga vertical suportada pelo pneu.

As entradas e saídas do modelo dos pneus estão representadas no esquemático da Figura 25.

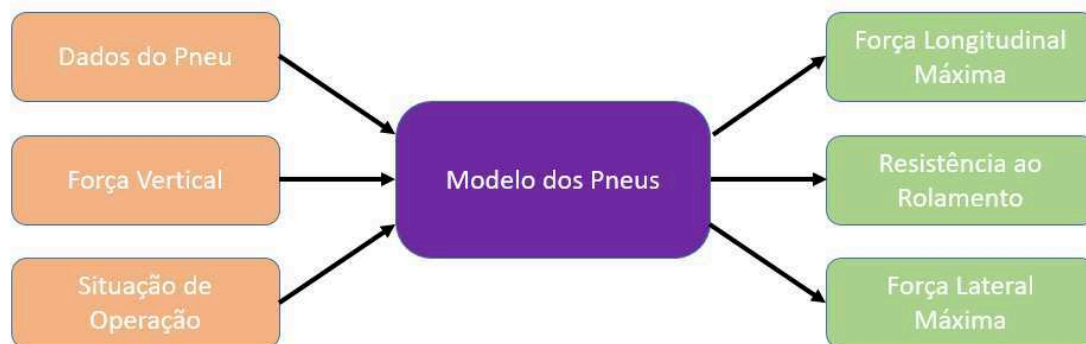


Figura 25: Esquemático de entradas e saídas do modelo dos pneus.

A entrada chamada situação de operação diz ao modelo dos pneus se o que está sendo analisado é uma reta ou curva, para que o mesmo faça o cálculo das forças longitudinais ou laterais.

Para retirar o fator humano, o qual seria necessário um modelo complexo para o piloto, toda a análise parte do princípio de que o veículo está sempre em seus limites de performance. Por essa razão, apenas as forças longitudinais e laterais máximas são obtidas, enquanto que valores intermediários são desconsiderados.

3.2. Modelo do Powertrain

O modelo do *powertrain*, chamado de *powertrain_model*, retorna a força longitudinal máxima disponível nos pneus para uma determinada velocidade do veículo. Para tal, utiliza-se das relações de transmissão do drivetrain, diâmetro do pneu e dados de torque em função da rotação do motor obtidos através de um teste em dinamômetro do protótipo.

A real saída do modelo de *powertrain* é uma curva ajustada da força trativa com relação a velocidade do veículo - semelhante ao ilustrado na Figura 14 - e pode ser visto na Figura 26.

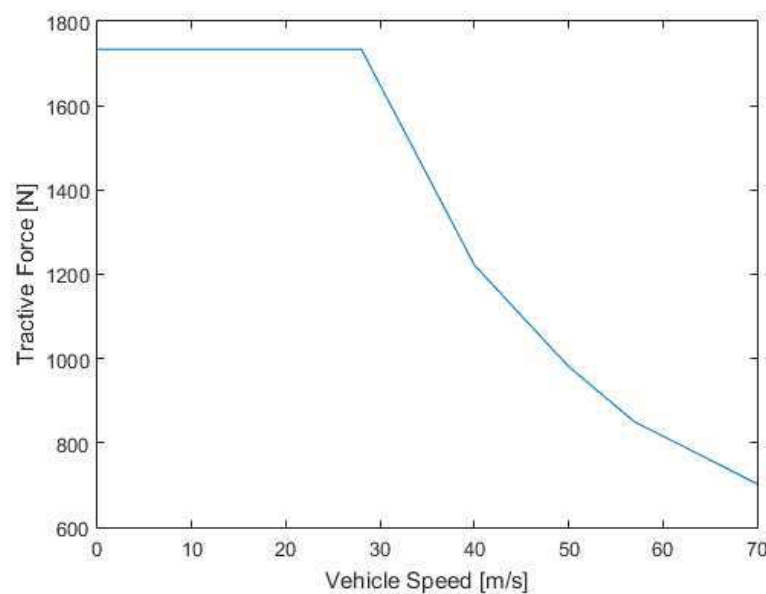


Figura 26: Força longitudinal máxima disponível nos pneus do protótipo da Equipe Icarus UFRJ de Fórmula SAE.

O trecho reto, que pode ser visto na Figura 26, é referente ao valor de pico de força longitudinal para a primeira marcha, que foi considerada constante para toda a faixa inicial de velocidades. Tal consideração se deve ao fato de que os valores iniciais registrados começam em rotações elevadas e próximos do valor de pico para a primeira marcha, devido às características do motor do protótipo e do teste em dinamômetro de rolos. Com uma melhor medição em dinamômetro, a parte reta ficaria semelhante ao trecho de primeira marcha da Figura 14.

As entradas e saídas do modelo do *powertrain* estão representadas no esquemático da Figura 27. O modelo é chamado no código uma única vez e a curva é salva em uma variável, o que torna o código mais rápido, uma vez que o caminho alternativo seria constantemente chamar o modelo para a avaliação pontual da força

trativa.

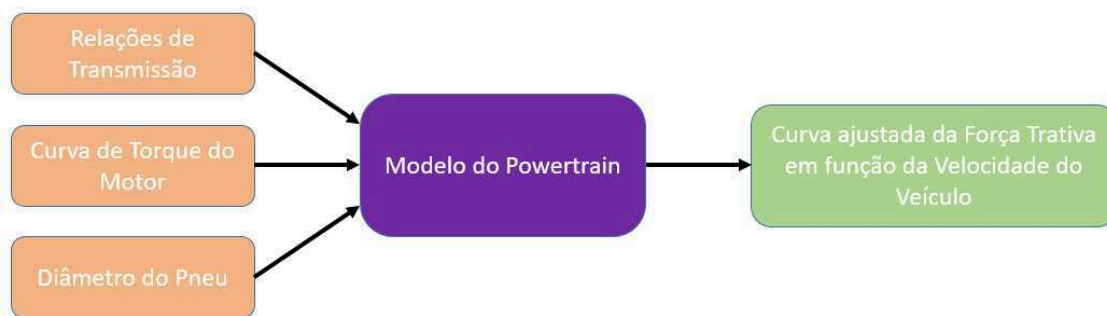


Figura 27: Esquemático de entradas e saídas do modelo do *powertrain*.

3.3. Modelo Aerodinâmico

O modelo aerodinâmico, chamado de *aero_model*, retorna o *downforce* (força de sustentação aerodinâmica negativa), força de arrasto aerodinâmico, o balanço aerodinâmico do veículo e a altura do centro de pressão do automóvel. As entradas do modelo são as alturas dos eixos dianteiro e traseiro do veículo, o mapa aerodinâmico do protótipo obtido com estudos de fluidodinâmica computacional, a área frontal do automóvel, a velocidade do veículo e a densidade do ar na pista. O ângulo de *yaw* do veículo e ângulo de esterçamento das rodas não foram considerados no estudo de fluidodinâmica computacional, portanto, não são entradas para o modelo, porém já estão implementados no código para futuramente serem utilizados. O esquemático com as entradas e saídas do modelo aerodinâmico está representado na Figura 28.

Os valores de coeficiente de sustentação, coeficiente de arrasto, balanço aerodinâmico e altura de de centro de pressão variam em função da altura dos eixos dianteiro e traseiro do veículo e estão armazenados em uma planilha, chamada de mapa aerodinâmico. Uma curva é ajustada para cada saída, como ilustrado na Figura 17, e então o valor pontual é obtido. A partir desses dados e com o auxílio da Equação 5 e Equação 6 é possível determinar a localização do centro de pressão e as forças aerodinâmicas atuando sobre o veículo.

3.4. Modelo de Performance em Retas

O modelo de performance em retas tem a função de analisar apenas os trechos de reta do circuito separadamente, com o intuito de retornar as velocidades de entrada e saída de um determinado trecho e o tempo gasto para percorrer o mesmo. Para

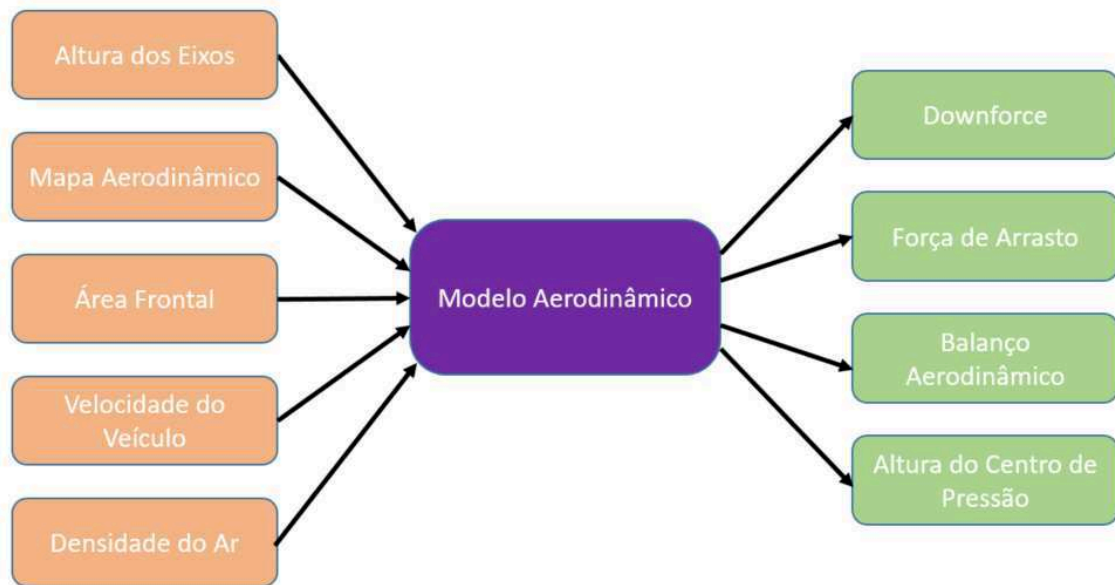


Figura 28: Esquemático de entradas e saídas do modelo aerodinâmico.

desenvolver tal função, utiliza-se do modelo dos pneus, do modelo aerodinâmico, do modelo de *powertrain*, das características físicas do veículo e informações sobre o trecho reto a ser analisado. As entradas e saídas do modelo de performance em retas estão representadas no esquemático da Figura 29.

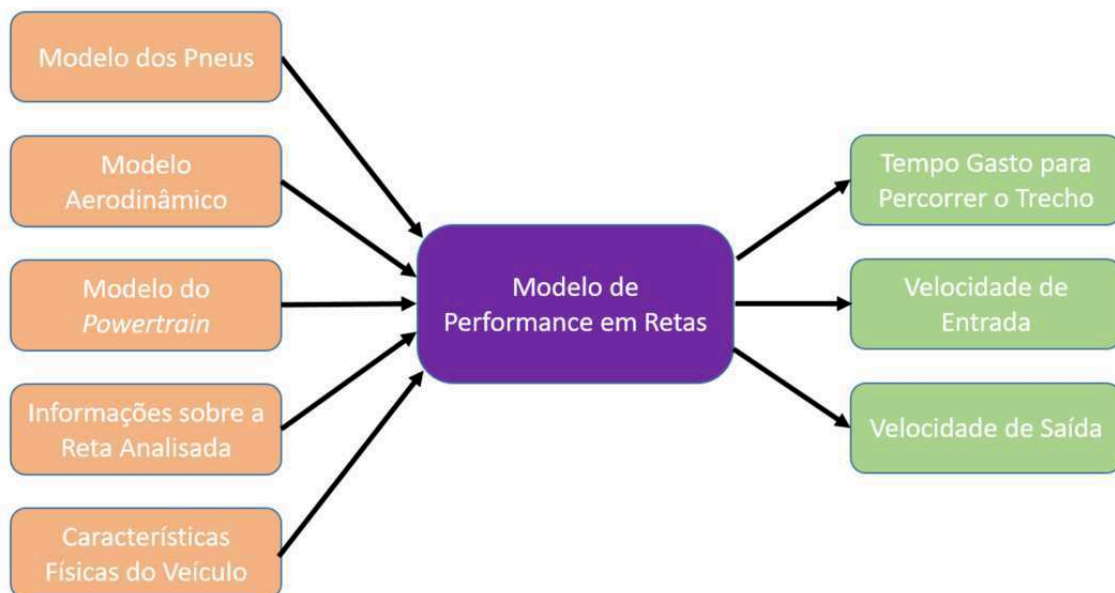


Figura 29: Esquemático de entradas e saídas do modelo de performance em retas.

O modelo é dividido em três módulos, chamados *straight_line_acceleration_model*, *straight_line_braking_model* e *straight_line_time_model*.

O módulo *straight_line_acceleration_model* é responsável por calcular a

performance de aceleração em retas. O mesmo se utiliza da Equação 8, Equação 9 e Equação 10 - que descrevem o processo de aceleração do veículo - para retornar a velocidade máxima no trecho reto, a curva ajustada da função de velocidade em relação a distância percorrida e a curva ajustada da função de tempo gasto em relação a distância percorrida. O módulo analisa unicamente a maior reta de todo o circuito, obtendo portanto as informações que podem ser utilizadas para outras retas com menor comprimento. Exemplos da função de velocidade em relação a distância e da função de tempo gasto em relação a distância estão representadas, respectivamente, na Figura 30 e Figura 31

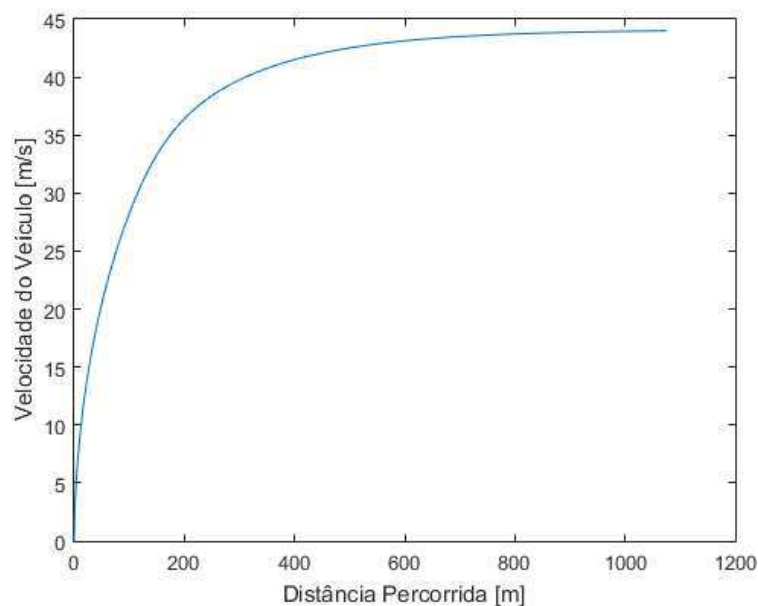


Figura 30: Gráfico da velocidade do veículo em função da distância percorrida durante aceleração.

Através do módulo *straight_line_braking_model* é calculada a performance de frenagem em linha reta do veículo. O mesmo se utiliza da Equação 11, Equação 12 e Equação 13 - que descrevem o processo de frenagem do automóvel - para retornar a curva ajustada da velocidade em relação a distância percorrida e a curva ajustada da função de tempo gasto em relação a distância percorrida. É considerado que os quatro pneus estejam sempre trabalhando com coeficiente de atrito longitudinal de pico durante todo o processo de frenagem. O módulo considera a situação de frenagem mais longa, que é partir da velocidade máxima - obtida no módulo anterior - até parar completamente o veículo. Portanto, como este é o pior caso, as informações obtidas são válidas para todos os processos de frenagem intermediários, ou seja, que não comecem na velocidade máxima e/ou que não terminem com o veículo completamente estático. Exemplos da função de velocidade em relação a distância e da função de tempo gasto em relação a

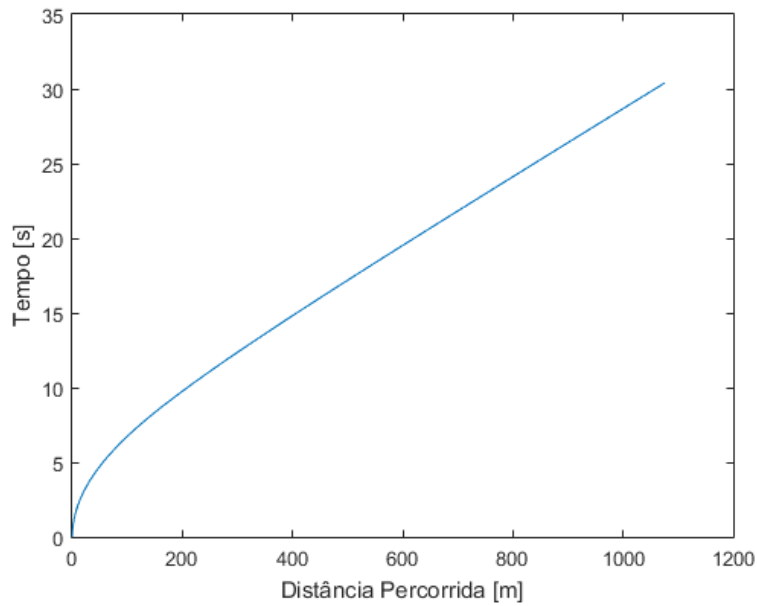


Figura 31: Gráfico do tempo em função da distância percorrida durante aceleração.

distância estão representadas, respectivamente, na Figura 32 e Figura 33.

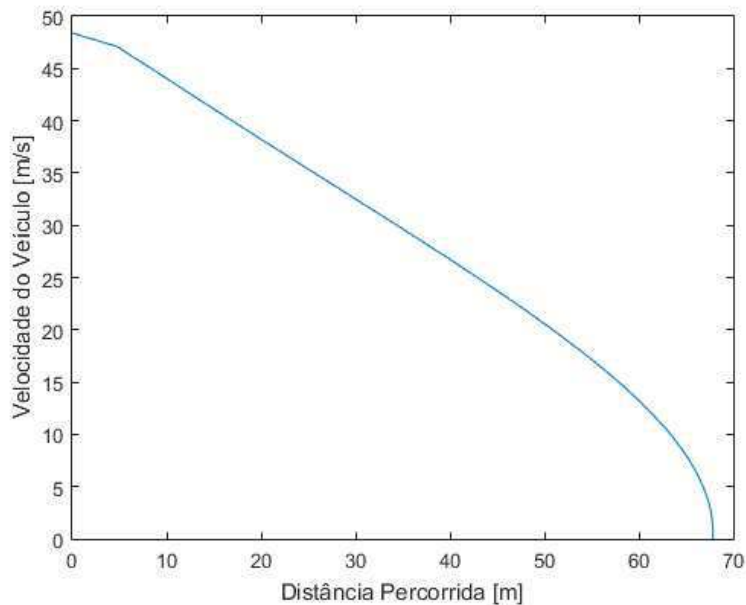


Figura 32: Gráfico da velocidade do veículo em função da distância percorrida durante frenagem.

O módulo *straight_line_time_model* é responsável por realizar a combinação dos módulos de aceleração e frenagem em retas, com o intuito de analisar os trechos retos do circuito individualmente. As entradas para o mesmo são as saídas dos módulos anteriores e o trecho de reta a ser analisado, enquanto que as saídas são o tempo gasto para percorrer o trecho e as velocidades de entrada e saída do mesmo. O trecho reto - que é uma das entradas no modelo - já contém informações de comprimento, inclinação e velocidades

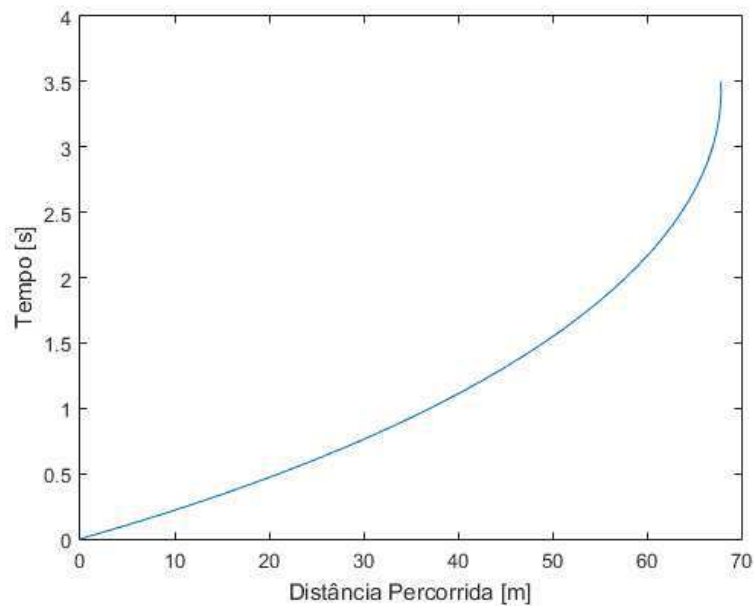


Figura 33: Gráfico do tempo em função da distância percorrida durante frenagem.

inicial e final antes de ser processado pelo módulo, fato que será explicado posteriormente quando a integração entre os modelos for discutida. A primeira análise a ser feita é se o comprimento da reta é suficiente para atingir a velocidade final desejada. Caso contrário, a velocidade final pode ser reduzida - situação em que o veículo não é capaz de acelerar e atingir a velocidade final desejada - ou a velocidade inicial pode ser reduzida - situação em que o veículo não é capaz de freiar para atingir a velocidade final desejada. O tempo gasto para percorrer a reta é então obtido, com o auxílio de uma das curvas ajustadas de tempo em função da distância percorrida, seja para a aceleração ou para a frenagem.

Se o comprimento do trecho reto for suficiente, o módulo sobrepõe as curvas de aceleração e frenagem, a primeira - em azul - começando na velocidade inicial e a segunda - em laranja - terminando na velocidade final, como ilustrado na Figura 34. O ponto de interseção das duas curvas indica o ponto em que o veículo termina o processo de aceleração e inicia o processo de frenagem.

Em seguida, com as distâncias de aceleração e frenagem, o tempo gasto para percorrer todo o trecho reto poder ser obtido, com o auxílio das curvas ajustadas de tempo em função da distância percorrida para a aceleração e a frenagem.

3.5. Modelo de Performance em Curvas

O modelo de performance em curvas tem a função de unicamente analisar as curvas do circuito separadamente, com o intuito de retornar a velocidade de contorno de

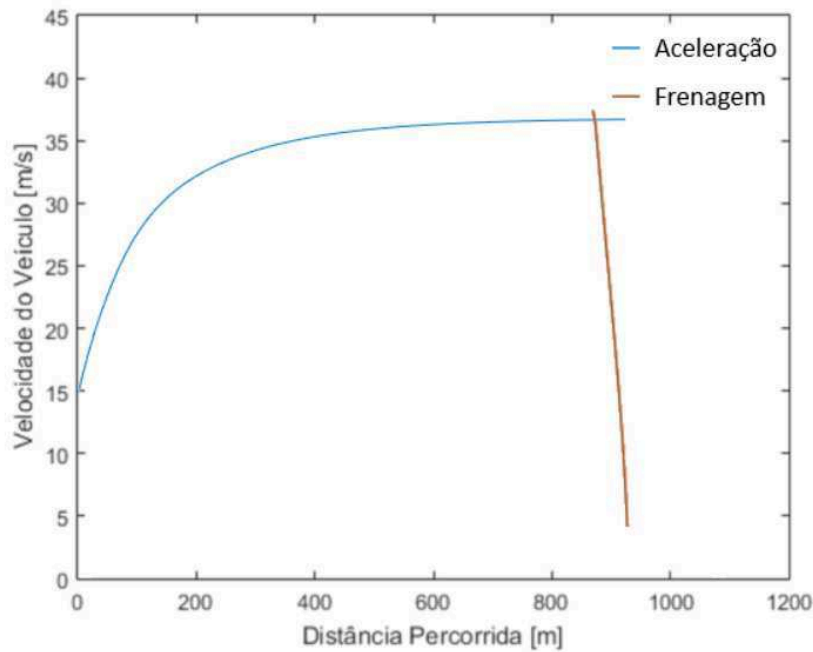


Figura 34: Gráfico da velocidade do veículo em função da distância percorrida para um trecho reto.

determinado trecho e o tempo gasto para percorrer o mesmo. Para tal, utiliza-se do modelos dos pneus, das informações sobre curva a ser estudada e das características físicas do veículo. As entradas e saídas do modelo de performance em retas estão representadas no esquemático da Figura 35.

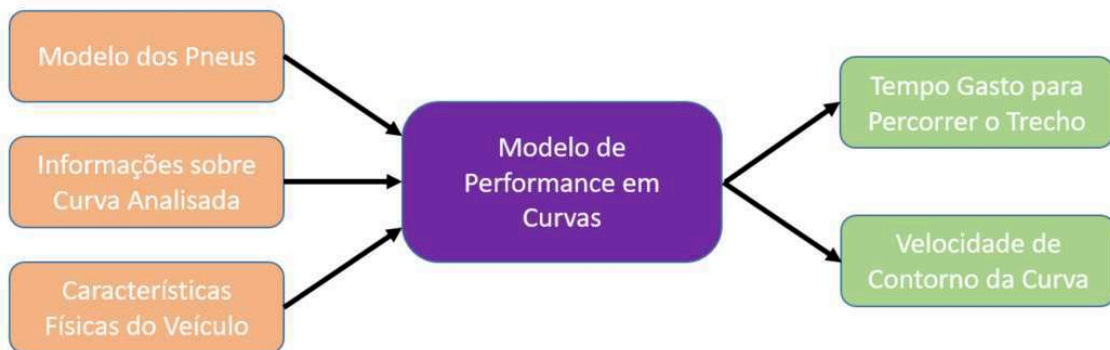


Figura 35: Esquemático de entradas e saídas do modelo de performance em curvas.

O modelo é dividido em três módulos, chamados *cornering_time_model*, *cornering_max_accel_without_aero_model*, *cornering_max_accel_with_aero_model*.

Os módulos que calculam a aceleração lateral máxima do automóvel, *cornering_max_accel_without_aero_model* e *cornering_max_accel_with_aero_model*, são idênticos porém são utilizados em momentos distintos. Para analisar a performance em curva, foi considerado que o veículo contorna a curva no regime permanente (*steady*

state), ou seja, o veículo possui uma aceleração lateral constante e uma aceleração longitudinal igual a zero. Para tal, o automóvel deve finalizar o processo de frenagem antes de iniciar a curva, contornar a curva com velocidade constante e retornar a acelerar apenas após completá-la. De acordo com SIEGLER *et al.* [2000], apesar de um modelo transiente ser o mais preciso e também mais complexo, a análise em regime permanente se mostra satisfatória para a avaliação global proposta neste trabalho. Portanto, os módulos utilizam apenas a Equação 22 e consideram, para o cálculo de aceleração lateral máxima, unicamente as forças laterais máximas de cada zona de contato dos pneus, oriundas do modelo dos pneus. A força longitudinal provida pelo *powertrain* serve basicamente para vencer as resistências ao rolamento e a força de arrasto aerodinâmica, mantendo a velocidade constante, por esse motivo não é utilizada a Equação 21. O fenômeno de transferência de carga lateral - causado pela aceleração lateral do automóvel e que altera as forças verticais em cada pneu - é considerado para o cálculo da performance em curvas.

Além de serem usados em momentos distintos, a diferença entre os dois módulos, como os próprios nomes dizem, é que o *cornering_max_accel_without_aero_model* não considera a força aerodinâmica enquanto que o *cornering_max_accel_with_aero_model* a leva em consideração. O primeiro módulo calcula a aceleração lateral máxima que o veículo suporta desconsiderando as forças aerodinâmicas, servindo como ponto de partida para o próximo módulo, uma vez que ao considerar *downforce* é garantido um aumento da capacidade de contorno de curva. Em seguida, o segundo módulo processa essa aceleração para descobrir os valores individuais de velocidade de contorno para cada curva, com o intuito de obter a aceleração lateral máxima considerando as forças aerodinâmicas. Essa separação foi necessária devido ao fato das forças aerodinâmicas serem dependentes da velocidade, algo que é individual para cada curva, uma vez que depende do raio da mesma.

A entrada do módulo *cornering_time_model* é a saída de aceleração lateral máxima do módulo *cornering_max_accel_with_aero_model*, além do raio e comprimento de arco da curva específica analisada. Com o auxílio da Equação 24 e Equação 25, é possível obter respectivamente a velocidade de contorno da curva e o tempo gasto para contorná-la, que são as saídas do modelo de performance em curvas.

$$V_{contorno} = \sqrt{\ddot{y} R_{curva}} \quad (24)$$

$$t_{contorno} = \frac{2 \pi R_{curva} \theta_{curva}}{360 V_{contorno}} \quad (25)$$

3.6. Modelo do Circuito

A pista (*track*) é uma variável que contém todas as informações do circuito que serão utilizadas pelo código. A variável é dividida na seguinte estrutura:

- *air_density*: define a densidade do ar que será considerada para todo o circuito. É importante para o acerto aerodinâmicos, uma vez que as forças aerodinâmicas são afetadas por umidade e altitude, portanto, dependentes do local aonde o protótipo irá competir. Além das questões aerodinâmicas, é importante conhecer a densidade do ar no local porque a curva de torque do motor do protótipo é dependente da mesma, o que torna necessário a aplicação de uma correção.
- *type*: define o tipo do circuito, que pode ser classificado como aberto (*open*) ou fechado (*closed*). O circuito considerado aberto é aquele em que existe uma linha de partida e uma linha chegada, portanto, as extremidades do traçado não se conectam. A prova de aceleração e a prova de *autocross* - ilustrada na Figura 36 - são exemplos de circuitos abertos. O circuito considerado fechado é aquele em que as extremidades do traçado são conectadas. As provas de *skidpad* e *endurance* - ilustrada na Figura 37 - são exemplos de circuitos fechados.

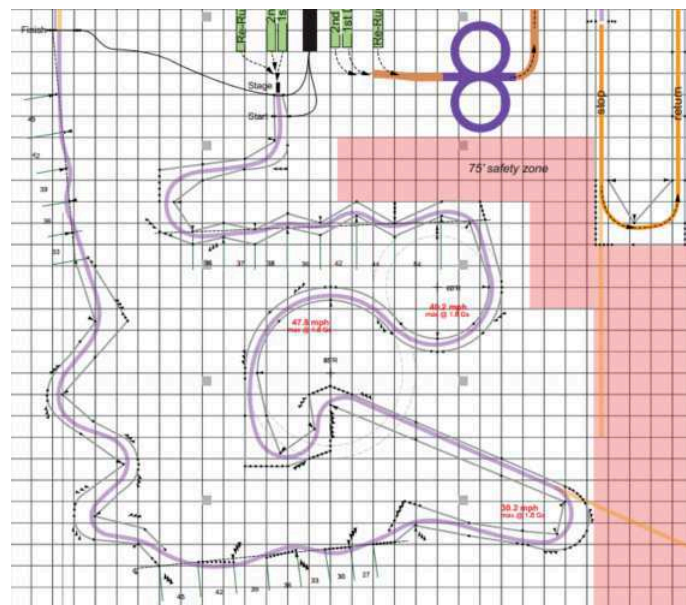


Figura 36: Layout do traçado da prova de *autocross* de Lincoln 2014. Retirado de LAWRENCE RAITINGER.

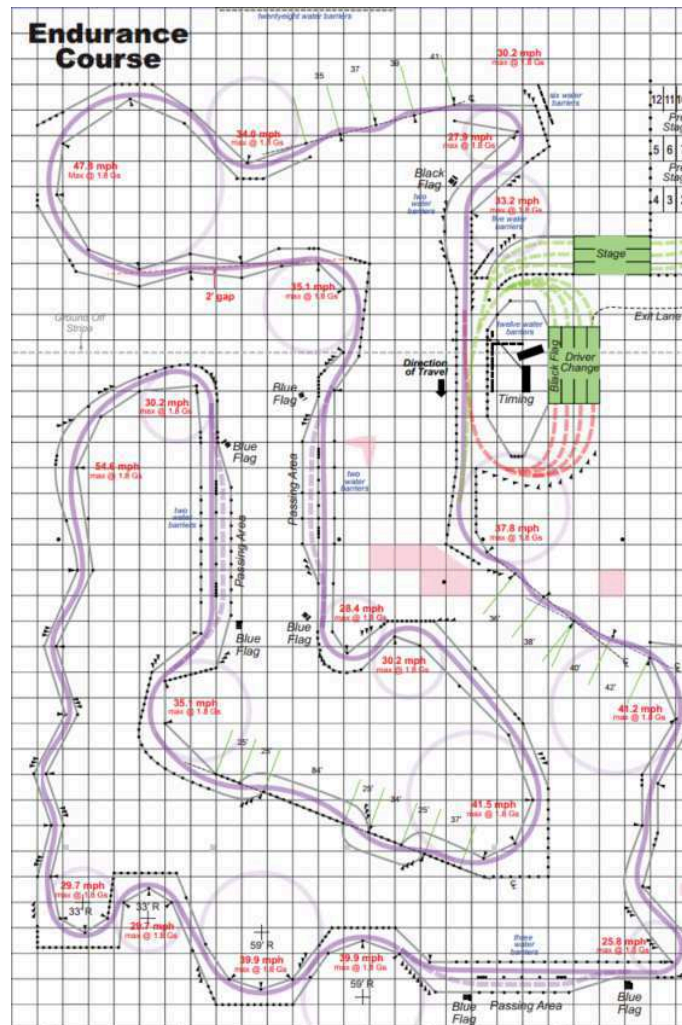


Figura 37: Layout do traçado da prova de *endurance* de Lincoln 2014. Retirado de LAWRENCE RAITINGER.

- *lap_time*: variável reservada para armazenar o valor do tempo de volta, uma vez finalizada a análise de todos os setores do circuito.
- *sectors*: variável reservada para armazenar o conjunto de setores do circuito.

O circuito é dividido em setores, ou trechos, que são classificados em retas ou curvas. As curvas podem ser classificadas como individual - uma única curva com raio constante - ou como conjunto - sucessão de curvas interligadas que podem ter raios iguais ou distintos. No caso de curvas sucessivas, para a análise realizada pelo modelo de performance, a aceleração máxima lateral é calculada com base na curva com menor raio, que resultará na menor velocidade de contorno. As retas são basicamente os trechos retos que conectam as curvas do traçado. O circuito a ser analisado deve ser inserido manualmente na linha de código do programa, o que requer um pré-processamento realizado pelo usuário.

Os trechos de reta possuem a seguinte estrutura:

- *type*: determina o tipo de setor, neste caso é classificado como reta (*straight*). É necessária para a criação do setor.
- *length*: determina o comprimento total da reta. É necessária para a criação do setor.
- *slope*: determina a inclinação da reta. É necessária para a criação do setor.
- *initial_speed*: armazena o valor da velocidade de entrada no trecho de reta. É obtida após a análise utilizando os modelos de performance.
- *final_speed*: armazena o valor da velocidade de saída no trecho de reta. É obtida após a análise utilizando os modelos de performance.
- *time*: armazena o tempo gasto para percorrer o trecho reto específico. É obtida após a análise utilizando os modelos de performance.

Os trechos de curva possuem a seguinte estrutura:

- *type*: determina o tipo de setor, neste caso é classificado como curva (*corner*). É necessária para a criação do setor.
- *radius*: determina o raio da curva a ser contornada. Caso seja um conjunto de curvas sucessivas, um *array* com os raios é inserido, ao invés de um único valor. É necessária para a criação do setor.
- *angle*: determina o ângulo do arco da curva a ser contornada. Caso seja um conjunto de curvas sucessivas, um *array* com os ângulos é inserido, ao invés de um único valor. É necessária para a criação do setor.
- *cornering_speed*: armazena o valor da velocidade máxima de contorno da curva. É obtida após a análise utilizando os modelos de performance.
- *recalc_cornering_speed*: armazena o valor da velocidade de contorno da curva, quando é necessário contornar a curva abaixo da velocidade máxima suportada pelo automóvel, fato que será explicado posteriormente quando a integração entre os modelos for discutida. É obtida após a análise utilizando os modelos de performance.
- *time*: armazena o tempo gasto para percorrer o trecho reto específico. É obtida após a análise utilizando os modelos de performance.

4. Integração dos Modelos

A integração dos modelos e de seus módulos é realizada pelo código principal (*main_code*). Ele é responsável por basicamente coletar as informações referentes ao protótipo e ao circuito e processá-las, utilizando os modelos individualmente, de maneira que após a análise seja obtido o tempo de volta para percorrer toda a pista. Portanto, dentro do código principal está toda a lógica de processamento da pista, que é fundamental para determinar as velocidades em cada setor.

A vantagem de descrever os modelos utilizados pelos programas em uma estrutura modular é que permite uma maior flexibilidade para se trabalhar individualmente em cada modelo. Portanto, se posteriormente for necessário implementar um modelo mais exato, existe a possibilidade de alterar somente o módulo em questão. Ademais, essa característica é importante, uma vez que por vezes não se tem informações completas na etapa de projeto, logo um modelo simplificado pode ser satisfatório. Porém, uma vez definido e implementado o projeto, as características e informações podem ser obtidas, o que permite que um modelo mais completo e complexo possa ser utilizado.

O código principal é estruturado da seguinte maneira: inserção dos dados do automóvel; inserção dos dados da pista; chamada dos módulos universais; processamento do circuito; obtenção do resultado de tempo de volta. É interessante para o entendimento do código destrinchar cada etapa.

Na etapa de inserção dos dados do protótipo, o usuário insere manualmente informações sobre as características físicas do veículo, tais como: massa; distância entre os eixos dianteiro e traseiro; distância entre o eixo dianteiro e o centro de gravidade na direção longitudinal; altura do centro de gravidade; área frontal do veículo; distância vertical padrão entre eixo dianteiro e o solo; distância vertical padrão entre eixo traseiro e o solo; distância entre as linhas de centro dos pneus dianteiros na direção longitudinal; distância entre as linhas de centro dos pneus traseiros na direção longitudinal; constantes elásticas das molas das suspensões dianteira e traseira; razão de movimento das molas das suspensões dianteira e traseira; constantes elásticas das barras antirolagem das suspensões dianteira e traseira; razão de movimento das barras antirolagem das suspensões dianteira e traseira; constante elástica do pneu; distância vertical entre o centro de rolagem da suspensão dianteira e o solo; distância vertical entre o centro de

rolagem da suspensão traseira e o solo. Essas informações serão utilizadas pelos modelos de performance para obter o desempenho do automóvel no circuito.

Na etapa de inserção dos dados do circuito, o usuário insere manualmente informações sobre as características da pista, tais como: densidade do ar local; tipo de circuito; setores da pista. Os setores da pista contêm as características geométricas de cada setor, que dependem do tipo do trecho, tais como: comprimento; velocidade de entrada e saída da reta; raio de curva; ângulo de arco de curva etc.

Em seguida, os módulos universais são então chamados no código principal. Os seguintes módulos foram tipificados como universais por serem chamados uma única vez e utilizados por todo o código: *tire_data*, *cornering_max_accel_without_aero_model*, *straight_line_acceleration_model* e *straight_line_braking_model*.

A próxima etapa do código é a de processamento da pista, ou seja, a lógica por trás da análise do circuito, utilizando os módulos de performance, para obter as velocidades e tempos em cada trecho do traçado. Para facilitar a explicação, a Figura 38 representa o traçado de um circuito simplificado que possui as curvas *C1*, *C2*, *C3* e as retas *R1*, *R2* e *R3*. As extremidades - ou interfaces - de cada setor são numeradas, portanto, setores adjacentes compartilham a mesma numeração.

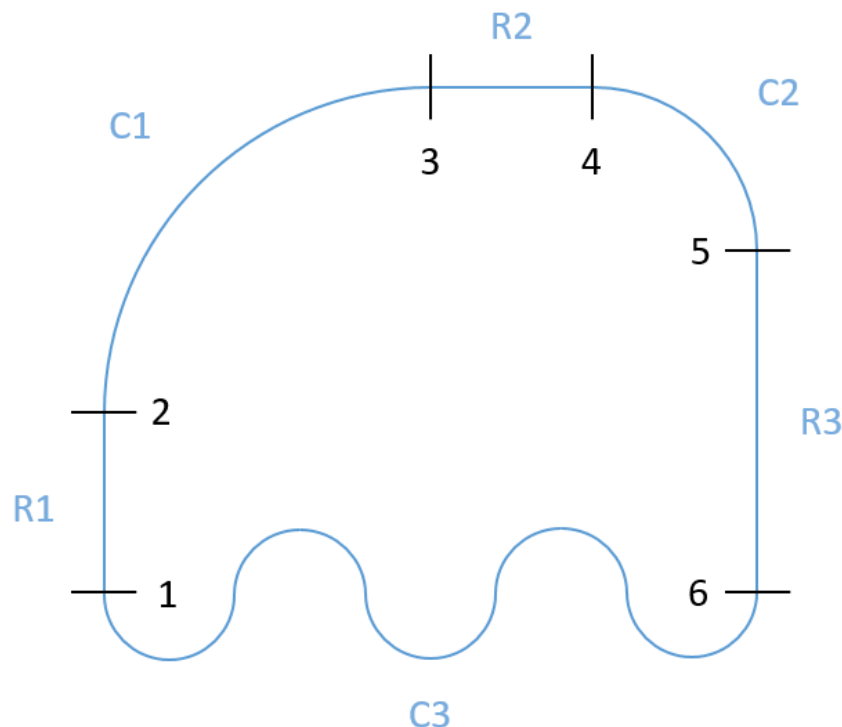


Figura 38: Representação do traçado de um circuito fechado simplificado.

O primeiro passo do processamento é calcular as velocidades máximas de contorno para todos os trechos de curva do circuito (no caso *C1*, *C2* e *C3*), utilizando o

módulo de performance em curvas, uma vez que eles são responsáveis por determinar as velocidades das interfaces com as retas anterior e posterior. Ajustes podem ser feitos, sendo provavelmente necessários, porém as velocidades de contornos de cada curva nunca serão superiores aos valores máximos calculados, ou seja, qualquer ajuste - quando necessário - resulta em uma diminuição da velocidade.

Uma vez definida as velocidades de contorno de curva, as velocidades das interfaces do circuito são estabelecidas. O exemplo da Figura 38 ilustra um circuito fechado, portanto a velocidade de contorno de *C3* determina a velocidade na interface 1 e consequentemente a velocidade de entrada na reta *R1*. Para circuitos abertos, a velocidade de entrada na reta *R1* seria zero e caso o circuito terminasse também em uma reta, o valor da velocidade de saída seria igual ao valor de velocidade máxima do protótipo.

Em seguida, o modelo de performance em retas é utilizado para verificar se as velocidades de interface impostas as retas (no caso *R1*, *R2* e *R3*) são de fato possíveis de serem atingidas. Caso contrário, a velocidade é reduzida na extremidade que está fora de conformidade, seu novo valor é também armazenado na variável do setor de curva - adjacente a interface - sob a estrutura *recalc_cornering_speed*.

Posteriormente, um processo iterativo se inicia, esse que utiliza as novas velocidades de contorno em cada curva, estabelece as novas velocidades nas interfaces e verifica a viabilidade de atingir as velocidades de entrada e saída das retas, realizando qualquer ajuste se necessário. Tudo isso utilizando, evidentemente, os modelos de performance em retas e curvas. O critério de parada para esse processo iterativo é atingido quando as velocidades das interfaces dos trechos adjacentes do circuito são iguais, ou seja, as velocidades de entrada e saída dos trechos retos são iguais as velocidades de contorno das curvas adjacentes.

Uma vez que todos o circuito é analisado, o tempo total para completar uma volta no mesmo é obtido, somando os valores de tempo gastos para percorrer cada setor individualmente. O valor de tempo de volta é a saída do código principal, sendo mostrado na tela principal.

5. Resultados e Análises

Após o desenvolvimento do código, a etapa de testes e verificação de resultados é necessária, para averiguar o funcionamento do mesmo. Como explicado anteriormente, o objetivo do código é guiar as decisões de projeto durante o desenvolvimento do protótipo, bem como auxiliar na escolha da melhor configuração do veículo para as provas da competição, quando todos os componentes forem definidos e se possui todas as informações dos mesmos.

As provas possuem características distintas, portanto configurações diferentes são interessantes para obter melhores resultados. Por exemplo, a prova de aceleração demanda menor arrasto aerodinâmico para atingir menores tempos, enquanto que as provas de *autocross* e *enduro* demandam um *downforce* maior, este que em geral é acompanhado consequentemente de um maior arrasto aerodinâmico.

A verificação do funcionamento do código desenvolvido foi realizada através de uma comparação entre os tempos obtidos com o protótipo percorrendo um determinado circuito e os resultados da simulação deste mesmo traçado. Utilizando a configuração do carro e os circuitos da competição do ano de 2017, os resultados obtidos com o código foram comparados com os tempos oficiais liberados pela SAE Brasil. Uma alternativa seria montar circuitos para que múltiplos pilotos pudessem ser cronometrados e os tempos de volta comparados com os obtidos através do simulador, o que é interessante para analisar o funcionamento do código com uma maior quantidade de cenários e tempos de volta mais próximos do menor possível, porém o protótipo não estava finalizado no momento em que esse texto foi escrito.

É esperado que os tempos obtidos através do código estejam próximos dos cronometrados com o veículo na pista, porém o objetivo principal é auxiliar nas escolhas de componentes, não priorizando obter resultados com exatidão elevada. A melhor maneira de comparar o resultados obtidos em pista com os simulados, é considerar o menor tempo de volta cronometrado, uma vez que o código parte da premissa que o veículo está sempre no limite de performance do veículo. A tendência é que os valores cronometrados estejam acima dos tempos simulados, uma vez que o protótipo não é conduzido por profissionais e o código considera o menor tempo de volta possível.

Os resultados cronometrados e da simulação da prova de aceleração estão presentes na Tabela 1. A prova tem como objetivo testar a capacidade de aceleração

longitudinal dos protótipos, cronometrando o tempo para percorrer uma reta de 75 metros de comprimento, partindo do repouso. A média geral e o melhor tempo estão próximos - diferença de 0:00,139, que é equivalente a 3.0% - o que indica que ambos os pilotos estavam andando próximo ao limite do carro. O tempo simulado é 0:00,408 superior ao cronometrado (diferença de 8.7%), fato que vai contra o esperado. Analisando as equações de aceleração longitudinal e o modelo de performance em retas, a justificativa mais provável para essa diferença é a imprecisão entre os dados do pacote aerodinâmico real e o dados obtidos através da simulação de fluidodinâmica computacional. Apesar da divergência citada, o resultado obtido é aceitável uma vez que está próximo do melhor tempo atingido.

Tabela 1: Resultados da prova de aceleração.

Aceleração		
	Piloto 1	Piloto 2
Tentativa 1	0:04,732	0:04,822
Tentativa 2	0:04,694	0:05,082
Média do Piloto	0:04,713	0:04,952
Média Geral	0:04,833	
Melhor Tempo	0:04,694	
Tempo Simulado	0:05,102	

Os resultados cronometrados e da simulação da prova de *skidpad* estão presentes da Tabela 2. A prova segue o traçado estipulado pela SAE - representado na Figura 39 - e tem como objetivo testar a capacidade de contorno de curva do protótipo, ou seja, a aceleração lateral. Após o veículo dar a primeira volta para atingir a velocidade de contorno máxima, o protótipo é cronometrado contornando inicialmente para a direita e posteriormente para a esquerda, sendo o resultado apresentado a média simples de tempo por volta.

A média geral e o melhor tempo estão próximos - diferença de 0:00,490 que é equivalente a 8.4% - porém claramente o Piloto 2 se aproxima mais do limite de performance do veículo. O tempo simulado é 0:01,813 inferior ao cronometrado (diferença de 30.9%), o que segue a tendência esperada, porém com uma maior divergência entre o resultado simulado e o atingido em pista. O modelo de contorno de curva em regime permanente não é um problema para essa situação específica devido as características da prova, uma vez que a mesma é feita basicamente em velocidade

constante. A possível causa para essa divergência é o fato de que o traçado é estreito, o que diminui a confiança dos pilotos, estes que tendem a conduzir a uma velocidade menor para diminuir o risco de atingir os cones que demarcam a pista, não alcançando portanto os limites de performance do protótipo. Tendo em vista o discutido, o resultado obtido através da simulação está coerente, sendo portanto aceitável.

Tabela 2: Resultados da prova de *skidpad*.

Skidpad		
	Piloto 1	Piloto 2
Tentativa 1	0:06,690	0:06,050
Tentativa 2	0:06,800	0:05,860
Média do Piloto	0:06,745	0:05,955
Média Geral	0:06,350	
Melhor Tempo	0:05,860	
Tempo Simulado	0:04,047	

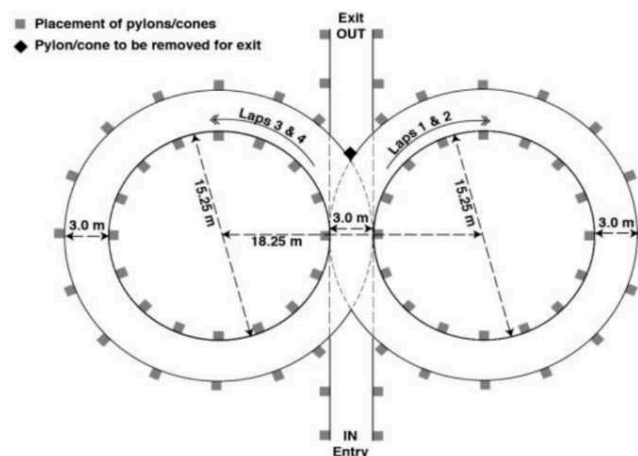


Figura 39: Traçado da prova de *skidpad*. Retirado de SAE INTERNATIONAL [2017]

Os resultados cronometrados e da simulação da prova de *autocross* estão presentes na Tabela 3. Os dados de GPS da prova foram analisados para recriar o traçado utilizando trechos retos e curvas de raio constante, objetivando ser o mais próximo do real possível. A média geral e o melhor tempo estão próximos - diferença de 0:03,800, que é equivalente a 4.4% - porém novamente o Piloto 2 se aproxima mais do limite de performance do veículo. O tempo simulado é 0:03,310 inferior ao cronometrado (diferença de 3.9%), o que segue a tendência esperada.

Tabela 3: Resultados da prova de *autocross*.

Autocross		
	Piloto 1	Piloto 2
Tentativa 1	1:36,260	1:27,240
Tentativa 2	1:27,930	1:25,410
Média do Piloto	1:32,095	1:26,325
Média Geral	1:29,210	
Melhor Tempo	1:25,410	
Tempo Simulado	1:22,100	

Os resultados cronometrados e da simulação da prova de *enduro* estão presentes na Tabela 4. Novamente, os dados de GPS da prova foram analisados para recriar o traçado utilizando trechos retos e curvas de raio constante, objetivando ser o mais próximo do real possível. A média geral e o melhor tempo estão mais distantes em comparação com os outros eventos - diferença de 0:09,518 que é equivalente a 12.0% - o que indica que ambos os pilotos tiveram dificuldades para extrair o máximo de performance do veículo. Ademais, a última volta do Piloto 2 não foi concluída por um problema no sistema de ignição do veículo. O tempo simulado é 0:03,818 inferior ao cronometrado (diferença de 4.8%), o que segue a tendência esperada.

A diferença entre os tempos simulados e a melhor volta cronometrada para as provas de *autocross* e *enduro* pode ser justificada devido aos seguintes fatores:

- Imprecisão da geometria dos circuitos obtidos através de dados de GPS.
- Incapacidade dos pilotos de atingirem o limite de performance do protótipo.
- Consideração de regime permanente para o contorno de curvas.

Analisando as duas provas, a que possui maior diferença é a prova de *enduro* - apenas 4.8% - mas os resultados obtidos são também aceitáveis.

Para todos os eventos simulados, outros fatores também afetam a comparação entre os resultados obtidos em pista e os simulados, como por exemplo:

- Diferença entre as características reais do protótipo e os dados inseridos no código.
- Desgaste dos pneus, algo que não é considerado no código.

Tabela 4: Resultados da prova de *enduro*.

Enduro		
	Piloto 1	Piloto 2
Volta 1	1:29,940	1:41,010
Volta 2	1:38,270	1:29,220
Volta 3	1:37,510	1:33,030
Volta 4	1:36,140	1:26,000
Volta 5	1:31,640	1:23,460
Volta 6	1:29,970	1:19,400
Volta 7	1:26,360	1:21,460
Volta 8	1:29,940	1:24,010
Volta 9	1:28,580	1:19,280
Volta 10	1:29,410	1:25,020
Volta 11	1:27,710	-
Média do Piloto	1:31,406	1:26,189
Média Geral	1:28,798	
Melhor Tempo	1:19,280	
Tempo Simulado	1:15,462	

- Condições climáticas e ventos que afetam a dirigibilidade do protótipo.

Todos os resultados obtidos são suficientemente exatos e demonstram que a abordagem utilizada no código se aproxima da realidade de performance em pista. Portanto, a ferramenta se prova útil para decisões de projeto e escolha da melhor configuração para cada prova da competição, ou seja, pode ser utilizada para seu principal objetivo.

6. Conclusão e Trabalhos Futuros

6.1. Conclusão

O objetivo principal do trabalho foi alcançado, este que era de desenvolver uma ferramenta de análise de dinâmica veicular, que obtém o tempo gasto para o protótipo percorrer trajetórias definidas.

O código foi estruturado em módulos, para facilitar futuras modificações no mesmo, possibilitando a rápida implementação de modelos mais precisos.

A modelagem matemática da dinâmica veicular foi realizada para obter as acelerações longitudinal e lateral do protótipo, estando presente nos modelos de performance em retas e curvas. Importante notar que a hipótese simplificadora de regime permanente durante as curvas foi aplicada para estudar a aceleração lateral do veículo, não comprometendo a análise.

Um modelo do circuito foi criado para armazenar sua geometria - utilizando trechos retos e curvas - e outras características, para que qualquer traçado possa ser estudado, não somente os das provas realizadas durante a competição. Uma lógica foi implementada para analisar todos os trechos, utilizando os modelos de performance em retas e curvas, com o intuito de que setores adjacentes tivessem velocidade de interface iguais e todo o circuito estivesse conectado corretamente para obter o tempo total gasto para percorrê-lo.

A modelagem matemática da dinâmica veicular, utilizada para o código desenvolvido, se mostrou suficientemente precisa para obter resultados previsíveis e próximos do obtido em pista durante a competição de 2017. A utilização desta ferramenta permitirá guiar as decisões de projeto da equipe, ajudando a escolher qual o melhor retorno em performance para um determinado investimento, além de permitir a escolha da melhor configuração do veículo para prova realizada durante a competição.

6.2. Trabalhos Futuros

Apesar dos modelos utilizados serem precisos o suficiente para apresentarem resultados úteis e que possam ser utilizados para o objetivo inicial deste trabalho, melhorias sempre podem ser feitas para aprimorar o código desenvolvido.

Para finalidade de Formula SAE à combustão, para o qual o estudo foi realizado, as seguintes modificações e/ou adições podem ser realizadas para melhorar os resultados

ou adicionar funcionalidades:

- Menor diferença entre os dados inseridos no código e as características presente no veículo, ou seja, verificação dos dados do pneu, das características de suspensão, do dados do mapa aerodinâmico etc., com o intuito de melhorar os resultados da simulação.
- Utilização do modelo de contorno de curva transiente. Apesar do modelo de regime permanente ter se mostrado suficiente, o fenômeno real é transiente e a utilização de tal modelagem aproxima os resultados simulados dos resultados cronometrados.
- Automatização do processamento da pista em setores utilizando os dados de GPS, uma vez que o processamento foi realizado manualmente. Quanto mais próximo da realidade o traçado virtual for, mais próximo os resultados simulados serão dos tempos cronometrados.
- Adição do recurso de previsão do consumo de combustível, possível com um estudo em dinamômetro mais completo do motor do protótipo. Funcionalidade interessante para o correto dimensionamento do tanque de combustível do veículo, para eliminar peso do carro sem correr o risco de pane seca.
- Adição de uma interface gráfica do usuário para deixar a utilização do código mais fácil e amigável. O recurso poderia permitir, através de botões, salvar configurações e resultados das simulações, bem como abrir configurações e resultados anteriores.

Ademais, o código possivelmente poderia ser adaptado para outras finalidades ligadas ao estudo de dinâmica veicular.

A adaptação do código para a aplicação em Formula SAE elétrico seria pequena, sendo necessário apenas mudar o modelo de *powertrain*, para utilizar a nova curva do motor elétrico. Um modelo para a bateria poderia ser criado, para obter a quantidade de energia que é utilizada para completar uma volta no circuito e assim auxiliar no correto dimensionamento do componente.

A aplicação do código para o universo de BAJA SAE seria mais desafiadora, uma vez que as pistas da competição são acidentadas, apresentando muitas elevações e lombadas. O modelo de pista deve ser modificado para armazenar essas novas informações sobre os trechos do circuito. O modelo de performance em reta deve ser completamente alterado, por ser necessário considerar as irregularidades intencionais de um circuito de competição *off-road*. Ademais, devido ao fato dos motores utilizados

pelos protótipos *off-road* serem extraídos de cortadores de grama e muitas vezes utilizarem câmbios CVT, o modelo de *powertrain* deve ser adaptado para esta realidade.

Referências Bibliográficas

- COSSALTER, V., 2006, *Motorcycle Dynamics*. Lulu.
- GILLESPIE, T. D., 1992, *Fundamentals of Vehicle Dynamics*. Warrendale, PA, SAE International.
- HUCHO, W.-H., 1998, *Aerodynamics of Road Vehicles*. Fourth edition ed. Warrendale, PA, Society of Automotive Engineers.
- JAZAR, R. N., 2008, *Vehicle Dynamics: Theory and Application*. Springer.
- KATRINIOK, A., ABEL, D., 2015, “Adaptive EKF-Based Vehicle State Estimation With Online Assessment of Local Observability”, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, v. 24, n. 1558-0865 (Outubro), pp. 1368–1381.
- ALESSANDRO TERRANOVA. *The motorcycle gearbox*. Disponível em: http://www.dynamotion.it/eng/dinamoto/8_on-line_papers/ilcambio/cambio_eng-new.html. Acessado em: 10 abr. 2018.
- DRAWING TUTORIALS. *How to Draw a Porsche Car Side View*. Disponível em: <https://www.drawingtutorials101.com/how-to-draw-a-porsche-car-side-view>. Acessado em: 13 abr. 2018.
- JEN STEINECKERT. *Formula SAE*. Disponível em: <https://jengineer.org/formula-sae/>. Acessado em: 11 abr. 2018.
- LAWRENCE RAITINGER. *Course Design Feedback and Discussion - FSAE Lincoln*. Disponível em: <http://www.fsae.com/forums/showthread.php?8800-Course-Design-Feedback-Discussion-FSAE-Lincoln/page7>. Acessado em: 03 mai. 2018.
- SAE INTERNATIONAL. *Formula SAE Rules: 2017-18*. 2017.
- SIEGLER, B., DEAKIN, A., CROLLA, D., 2000, “Lap Time Simulation: Comparison of Steady State, Quasi- Static and Transient Racing Car Cornering Strategies”, *SAE Technical Paper Series*, (Novembro), pp. 9.