APS Modelagem Preditiva

Grupo: Arthur Wachslicht, Gabriel Moritz, Pedro Osorio Magaldi Netto, Rodrigo Nobel

24/11/2020

Introdução

A atividade a seguir tem como objetivo central o estudo, explicação, aplicação e avaliação da performance dos mais diversos métodos preditivos para uma base de classificação (k-NN, Regressão Logística, Árvore de Classificação, Random Forest e Boosting) e uma de regressão (Regressão Linear Múltipla, Árvore de Regressão, Random Forest e Boosting).

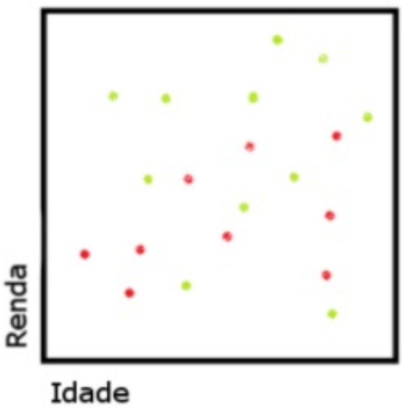
Vale ainda introduzir o conceito de divisão da base de dados entre conjuntos de treino e de teste. Tal divisão é comumente realizada, uma vez que permite treinar e desenvolver os modelos, assim como treiná-los com uma mesma base, criando compartimentos insulados dentro dela mesma, garantindo que não há influência dos dados de teste na construção dos modelos, e que o modelo é elaborado de forma totalmente independente dos dados de teste. A divisão entre conjuntos de treino é teste é utilizada em todos os modelos apresentados à diante. Desta forma, os modelos apresentados são construídos na base de treinamento e testados na base de teste, que possui novos dados que o modelo nunca viu, de forma que possamos avaliar melhor a performance dos modelos.

Explicação dos Conceitos

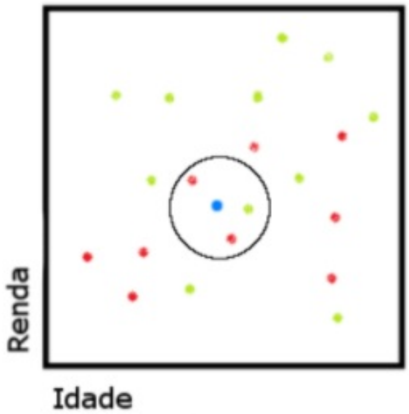
K-NN

Um classificador do tipo k-NN (k Nearest Neighbour) é relativamente simples, se baseando apenas num conjunto de dados já existente para construir um classificador capaz de classificar a qual grupo pertence uma nova entrada. O início da construção do classificador se dá na determinação de um valor para k. Tendo este determinado, analisamos cada ponto já existente no conjunto de dados e observamos os k “vizinhos” mais próximos do dado de interesse; a classificação observada dos k dados que o cercam determina a categoria estimada para este dado. Sendo assim, a ideia principal do classificador k-NN é a de que, observações tendem a ser parecidas com que está próximo delas.

Para que tudo fique mais tangível, podemos considerar que somos uma loja de departamentos e gostaríamos de saber se um cliente comprará (Verde) ou não (Vermelho) de nossa loja. Para fazer esta estimativa, temos apenas informações sobre sua renda e sua idade. Ainda, determinamos um valor de k=3.



Ao inserirmos os dados de algum novo cliente (ponto Azul) no plano Idade//Renda, podemos estimar se ele comprará, ou não de nossa loja, com base nos três pontos que são seus vizinhos mais próximos. No caso exposto abaixo, o novo cliente possui dois vizinhos próximos Vermelhos (que não compraram) e um vizinho Verde (que comprou), pela maioria, determinamos que o ponto em questão deveria ser classificado como um ponto Vermelho, o novo cliente (dados seus níveis de Idade e Renda) não compraria em nossa loja.



O Conceito apresentado pode ainda ser aplicado para diversas outras bases de dados, e não apenas bases com dois parâmetros (features) sendo observados. Em casos com mais dimensões continuaremos avaliando a distância euclidiana entre os pontos para determinar a classificação do novo dado. Por último, vale ressaltar ainda que o KNN trata-se de um método supervisionado, o que significa que dentro dos dados de treinamento conhecemos a variável resposta que estamos tentando estimar (neste exemplo, se o cliente comprou ou não comprou). Ademais, além do uso da distância euclidiana, o KNN ainda pode se utilizar de outros tipos de distâncias como por exemplo a distância cosseno (cosine distance).

Regressão Logística

A ideia por trás da regressão logística é estimar um modelo em que ao inserir as variáveis de entrada ele retorne a probabilidade da observação ser do grupo de interesse. Com essa probabilidade, definimos um ponto de corte, ou seja, uma regra para montar o classificador.

Por exemplo, definimos que se ao inserir algumas características sobre a saúde de um indivíduo, o modelo estimar que a probabilidade de ele desenvolver uma certa doença é acima de 60%, o classificamos como alto risco, caso contrário não.

O primeiro passo para a construção deste classificador é estimar os coeficientes do modelo abaixo, que dá a probabilidade da observação ser da categoria de interesse.

$$p(X) = \frac{e^{\beta_0+\beta_1 X}}{1+e^{\beta_0+\beta_1 X}}.$$

Essa função vem de transformações do modelo de regressão linear, para adequá-lo a situações de classificação, dado que um modelo de regressão linear pode retornar uma estimativa fora do intervalo [0,1], o que seria inadequado. Para solucionar isso, utiliza-se como variável resposta o log-odds, que pode receber valores no intervalo (-inf, inf).

$$\log\left(\frac{p(X)}{1-p(X)}\right) = \beta_0 + \beta_1 X.$$

Isolando a probabilidade da variável binária ser da categoria de interesse, dado o regressor, chega-se ao modelo de cima.

O método utilizado para estimar os coeficientes é o de máxima verossimilhança, a sua intuição é a partir das observações utilizadas chegar a parâmetros pro modelo, de modo que ao inserir as variáveis preditoras o modelo estime uma probabilidade próxima de 1 para as observações em que a variável binária de interesse é 1 e uma probabilidade próxima de 0 para as observações em que a variável binária é 0. As estimativas para os coeficientes são encontradas maximizando a função abaixo, o que é simples de fazer pelo R.

$$\ell(\beta_0, \beta_1) = \prod_{i:y_i=1} p(x_i) \prod_{i':y_{i'}=0} (1-p(x_{i'})).$$

Abaixo está o modelo com os seus coeficientes estimado.

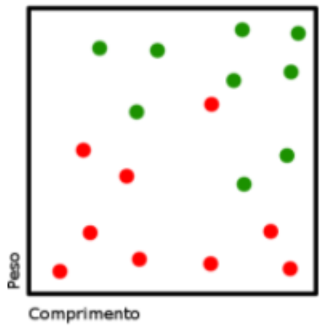
$$\hat{p}(X) = \frac{e^{\hat{\beta}_0+\hat{\beta}_1 X}}{1+e^{\hat{\beta}_0+\hat{\beta}_1 X}}$$

Depois, inserindo as variáveis preditoras da observação que deseja classificar, encontra a probabilidade da variável de interesse ser 1.

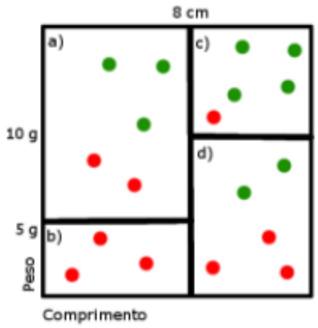
Ainda falta definir uma regra para classificar o indivíduo. Isto é feito definindo um ponto de corte, ou seja, se a probabilidade da variável de interesse ser 1 dado as preditoras for acima do ponto de corte, classifica como 1, se abaixo como 0.

Árvores de Classificação

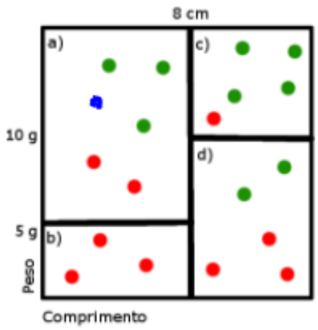
As árvores de classificação fazem parte dos modelos que se utilizam de árvores de decisão (CART, classification and regression trees). Este tipo de modelo define um conjunto de regras através de uma sequência de divisões binárias no dados em busca de classificar um determinado conjunto de dados como sendo de uma certa classe. Para melhor entender este modelo, vejamos um exemplo prático: Suponha que queremos utilizar os dados de peso e comprimento de uma determinada peça de um automóvel para prever se esta peça possui ou não defeito. Para isso plotamos os dados no espaço das variáveis preditoras.



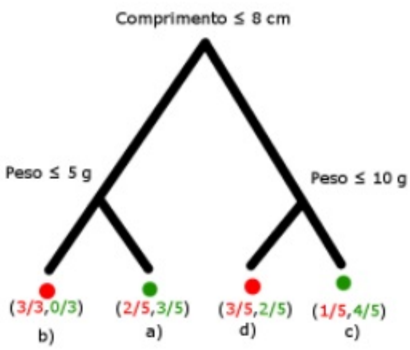
No gráfico acima os pontos vermelhos representam as peça com defeitos e os pontos verdes as peças sem defeitos. O modelo de árvores de classificação fará então a divisão dos dados conforme descrito no gráficos abaixo, por exemplo:



Dessa forma, ao se dividir o espaço das variáveis preditoras, formam se regiões que serão utilizadas para determinar se uma peça é defeituosa ou não. Assim, suponha que pegamos uma peça do conjunto de teste e a inserimos neste espaço formado acima.



Nota-se então que a peça do conjunto de teste (ponto azul) se localiza na região a.) do gráfico. Sendo assim, para classificar esta peça a árvore de classificação se utilizará do “voto da maioria”, isto é, a peça será classificada como a classe predominante (dentre os dados de treinamento) dentro da região a.). Por conseguinte, a peça do conjunto de teste inserida seria classificada neste caso como não defeituosa. Este modelo descrito acima pode ser então representado por uma árvore de decisão a seguir:



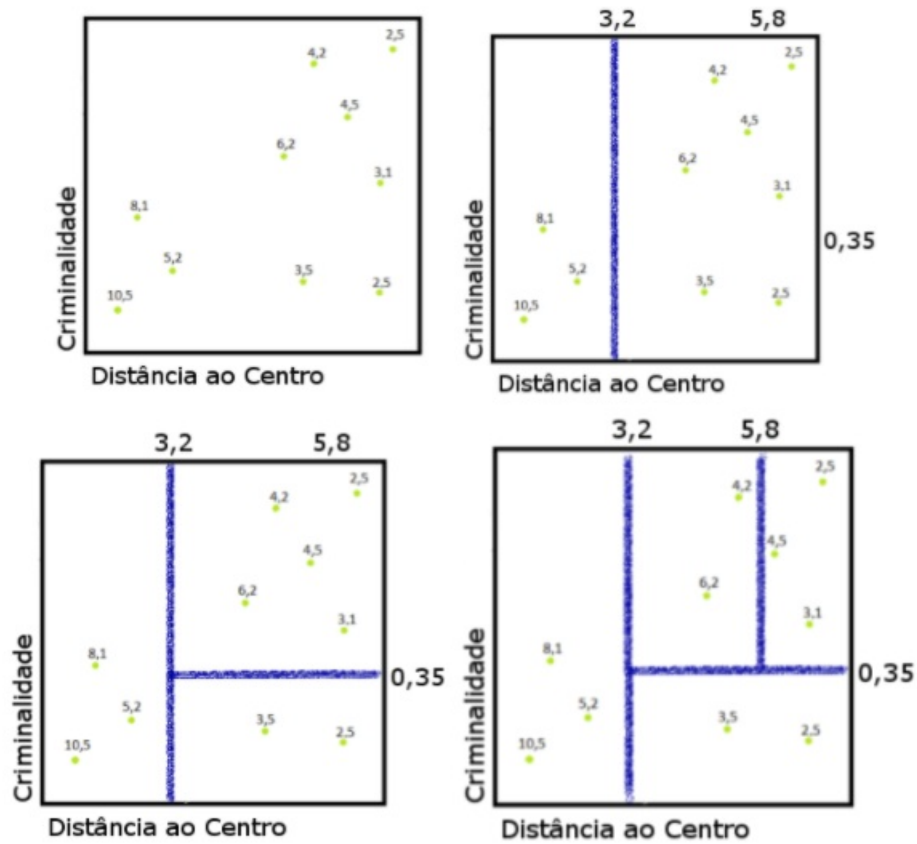
Por último, vale ressaltar ainda que a árvore de classificação toma a decisão de como dividir o espaço das variáveis preditoras, como chegar na regra de classificação, através de um método que busca minimizar o erro de treinamento do modelo, isto é, minimizar o número de observações que seriam classificadas como erradas dentro do conjunto de treinamento.

Árvores de Regressão

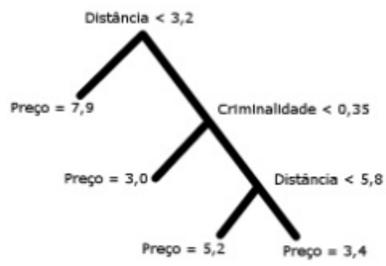
As árvores de regressão fazem parte dos modelos que se utilizam de árvores de decisão (CART, classification and regression trees). A ideia central por trás das árvores de regressão é a de realizar separações splits na base de dados. Cada split passa a ser representado como uma bifurcação na árvore, que normalmente leva a outros splits, sejam eles observando a mesma variável, ou outra na base de dados. Considerando uma base de dados (representada abaixo) com apenas duas variáveis (nível de criminalidade e distância da casa até o centro da cidade) sendo observadas para determinar o preço das casas.

Tendo uma região segmentada por um split, os pontos que estiverem inseridos na mesma assumem o valor correspondente à média dos pontos já presentes. Sendo assim, os pontos onde os splits são realizados são aquele que proporcionam menor Erro Quadrático Médio (EQM) de treinamento.

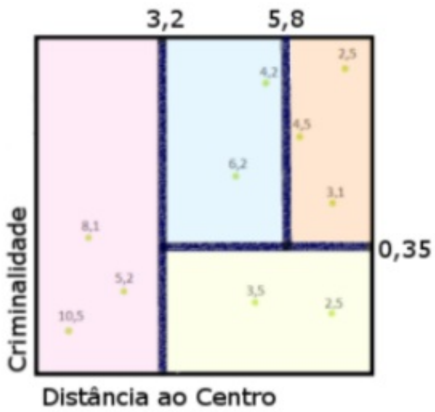
Como exemplo, podemos observar a base de dados abaixo, que apresenta dois parâmetros (features) -o nível de criminalidade e a distância até o centro- para dez imóveis em uma cidade, além de seus respectivos preços. Como é sabido, há um tradeoff entre viés e variância e para esta base, o equilíbrio dos dados se daria com três splits, uma vez que o modelo não fica sobre-ajustado para o conjunto de treino (viés), e ao mesmo tempo, consegue reagir bem a alterações de dados (variância).

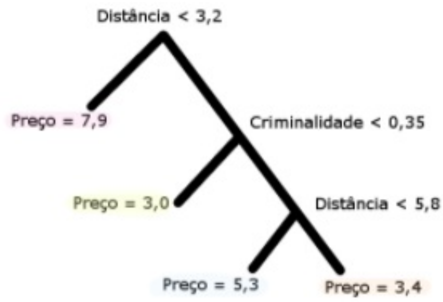


Como pode-se observar, após os splits serem realizados, pode-se representar estas classificações como uma árvore, como a representada abaixo.



A árvore representada possui quatro folhas, ou nós terminais, cada um representando o valor estimado via árvore de classificação para um novo dado sendo investigado. As figuras abaixo contribuem para a visualização das diferentes área e suas correspondentes folhas na árvore.





Caso desejássemos adicionar um dado de teste, ele seria posicionado em uma das quatro áreas representadas acima e a estimativa do modelo para o preço do imóvel se daria pela média entre os valores daquela categoria.

Regressão Linear

A regressão linear pode ser simples ou múltipla.

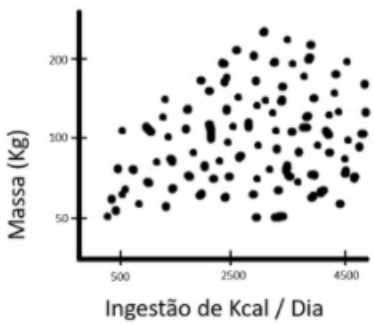
A ideia por trás da simples é construir um modelo que estime um valor médio para a variável de interesse condicionada ao valor de uma outra. Por exemplo, um modelo que ao colocar um valor para a ingestão diária de calorias retorne uma estimativa para o peso médio dos indivíduos que ingerem essa quantidade de calorias.

A regressão linear simples é um modelo linear nos seus parâmetros e tem apenas uma variável de entrada, ou seja, é do tipo:

$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \epsilon$

Y é a variável de interesse e X a de entrada.

As suas estimativas tendem a ser mais precisa, quanto mais linear for a relação entre a variável de interesse e a de entrada. Se a relação entre a ingestão de calorias e o peso de indivíduos for como na primeira figura abaixo, uma regressão linear entre essas duas variáveis tende a levar a estimativas no geral mais adequadas do que se a relação entre as variáveis for como a da segunda figura abaixo.



Também é possível chegar a estimativas mais precisas em alguns casos realizando transformações nas variáveis, para tentar linearizar a associação entre elas.

O método usual para estimar os parâmetros do modelo, para ele dar a estimativa quando inserir a variável de entrada, é a partir da amostra que tem acesso utilizar o método de mínimos quadrados ordinários, que encontra valores para os parâmetros que minimizam a soma dos resíduos, a diferença entre o valor estimado e o observado para a amostra.

A regressão linear múltipla segue o princípio da simples, mas incorpora mais variáveis de entrada, por isso ela consegue em diversas situações gerar estimativas mais precisas pra variável de interesse. Este modelo continua tendo que ser linear nos parâmetros e do tipo:

$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \ldots + \beta_n X_n + \epsilon$

O método usual para estimar os seus parâmetros também é o de mínimos quadrados ordinários.

A regressão linear múltipla dada a sua simplicidade e praticidade é utilizada muitas vezes como o benchmark para os outros modelos preditivos.

A seguir, vemos, de forma mais matemática, como funciona o modelo de regressão linear múltipla com p variáveis preditoras e n observações para estimar o modelo:

Regressão Linear Múltipla:

$Y = X\beta + \epsilon$

$$\beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \vdots \\ \beta_p \end{bmatrix} \;;\quad \epsilon = \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \vdots \\ \epsilon_n \end{bmatrix} \;;\quad X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1p-1} & x_{1p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{np-1} & x_{np} \end{bmatrix} \;;\quad Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}$$

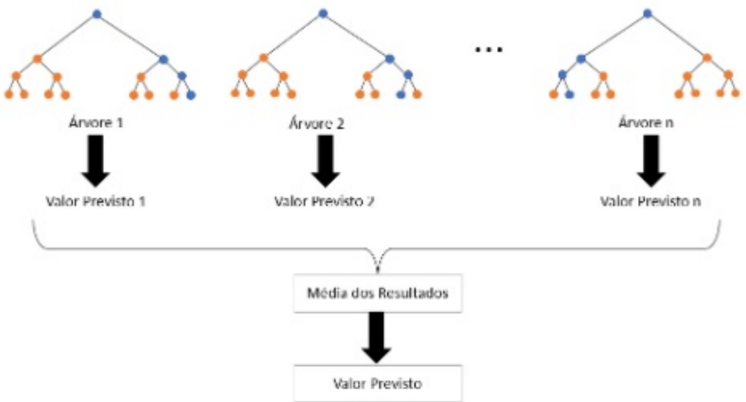
$$\hat{\beta} = (X^T \cdot X)^{-1} \cdot X^T \cdot Y$$

Random Forest

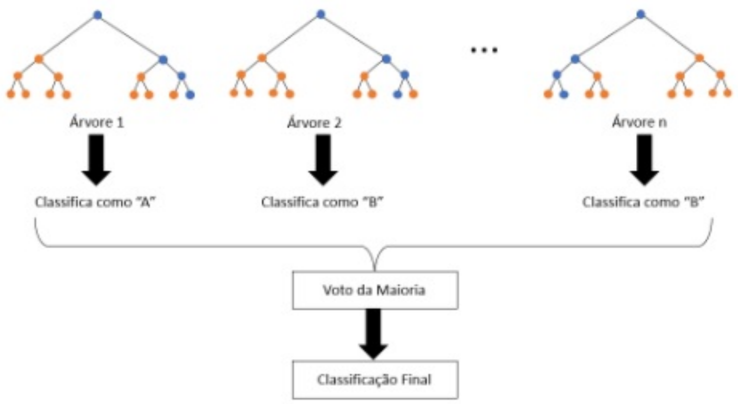
O algoritmo de Random Forest (florestas aleatórias) é um método de machine learning que está incluído na categoria de métodos ensamble, uma vez que combina os resultados de múltiplos modelos, melhorando assim os resultados. Desta forma, o algoritmo combina múltiplas árvores de decisão de forma a melhorar a capacidade preditiva do modelo, acrescentando o Bagging (agregação Bootstrap) às árvores de decisão, o que reduz a variância do modelo. Após diversas reamostragens aleatórias com repetição, o algoritmo de Bagging calcula a média da previsão de todos os modelos combinados (em árvores de regressão) ou utiliza o “voto da maioria” (em árvores de classificação) para determinar o valor (no caso da regressão) ou a categoria (no caso da classificação) que será atribuída aos dados de teste.

A Random Forest parte da ideia do bagging: a partir da amostra que tem acesso criar outras, embaralhando estes dados com reposição, para crescer novas árvores e tirar a média da previsão delas, para tentar reduzir a variância do classificador final, só que isto pode não ser muito efetivo dado que haveria correlação entre as árvores. Visando quebrar esta correlação as Random Forests embaralham também as variáveis preditoras utilizadas para crescer a árvore, o que tende a mitigar a correlação entre elas e, ao final, levar a um classificador com uma menor variância, o que tende a levar a previsões mais precisas, em média, do que as de uma árvore simples.

Random Forest para regressão:



Random Forest para classificação:



Boosting para classificação

A ideia por trás do boosting é a de partir de um classificador, como uma árvore, ir adaptando-o iteradamente, atribuindo pesos aos dados de treinamento, com base no erro deste classificador nos dados de treinamento, buscando influenciar a performance do próximo classificador. No final deste processo utiliza-se todos estes classificadores ponderados por um peso para a classificação dos dados de teste.

Funcionamento do Boosting para classificação:

1 - Treina uma árvore.

2 - Computa o erro de treinamento deste classificador.

3 - Atualiza os pesos dos dados de treinamento, de modo que os dados classificados corretamente, mantenham os seus pesos, e os incorretamente, tenham os seus pesos elevados, de modo a tentar corrigir essas classificações com o próximo classificador. O aumento dos pesos tende a ser maior, quanto maior for o erro total do classificador computado no passo 2.

4 - Com os pesos atualizados, roda o processo outra vez. Repete-se este processo quantas vezes quiser. Vale ressaltar que a quantidade de iterações utilizadas pode influenciar significativamente o classificador final e que não necessariamente a escolha de muitas repetições vai levar ao melhor resultado, podendo levar a uma piora da performance.

5 - Utiliza como classificador a agregação de todos os classificadores ponderados por um peso que tende a ser maior, quanto menor o erro do classificador. Como a resposta desses classificadores é -1 ou 1, soma a resposta de cada classificador ponderada pelo seu peso e com base no sinal encontrado classifica o objeto de interesse.

Boosting para Regressão

No contexto de regressão, o boosting parte do mesmo princípio de ir gerando novos modelos, que tenham uma performance melhor, só que este possui significativas diferenças na construção do modelo final. Passos para a sua construção:

1 - Utiliza um modelo que retorna o valor médio da variável de interesse.

2 - Calcula o resíduo deste modelo nos dados de treinamento.

3 - Utilizando estes resíduos como a variável de interesse das variáveis de entrada, constrói uma árvore de regressão.

4 - Cria-se um novo modelo que dará o valor previsto do antigo, adicionada a previsão do resíduo pela árvore, ponderada por um valor entre 0 e 1, com o intuito de ir aproximando a previsão do modelo ao dado observado.

5 – Repete-se este processo quantas vezes forem desejadas.

6 – Utiliza-se o último modelo gerado para a previsão.

Vale ressaltar que a escolha do peso a dar pros novos modelos dos resíduos, quando são somados ao anterior, podem alterar a performance, tendo assim que achar um equilíbrio entre 0 e 1. Geralmente valores pequenos para este parâmetro leva a resultados mais adequados.

Código e Análise da Implementação dos Modelos

Importando as bibliotecas que serão utilizadas

```
library(caret)
library(dplyr)
library(class)
library(tidyr)
library(doParallel)
library(plyr)
library(randomForest)
library(ISLR)
library(tree)
library(pROC)
library(fastAdaboost)
library(gbm)
library(gridExtra)
```

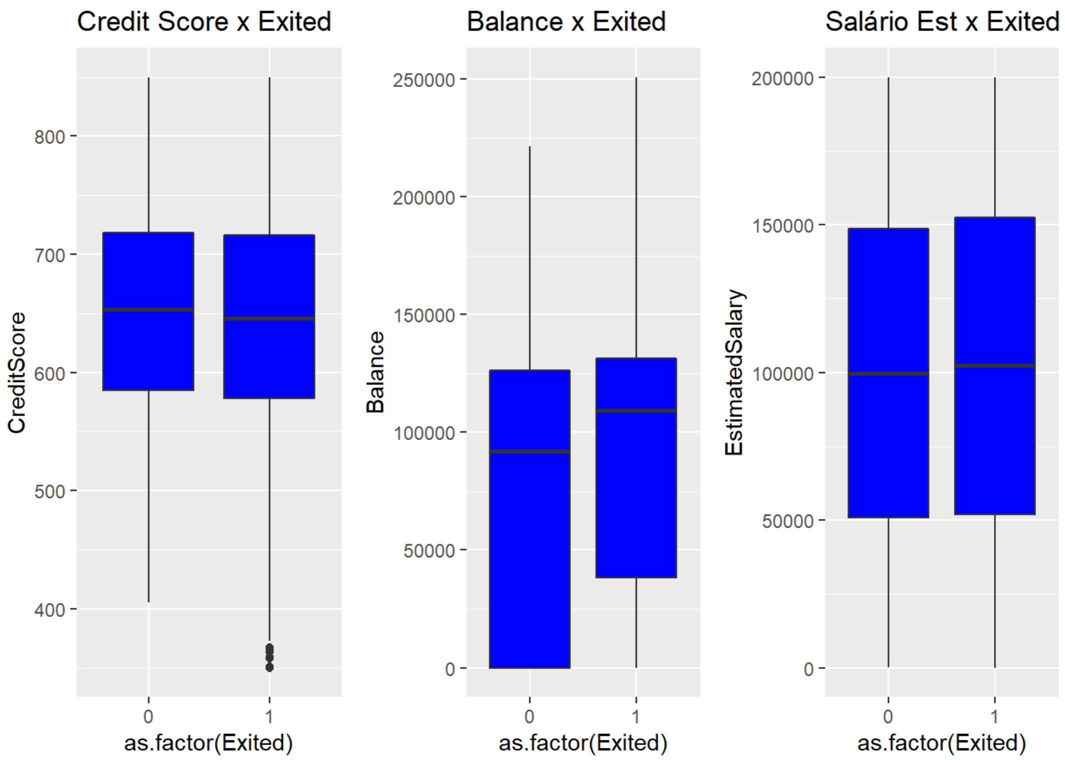
Problemas de Classificação

Importando a base churn

```
churn <-  read.csv("churn.csv")
```

Análise descritiva - churn

```
plot01 = churn %>% ggplot(aes(y = CreditScore, x = as.factor(Exited))) +
  geom_boxplot(fill = "blue") + labs(title = "Credit Score x Exited")

plot02 = churn %>% ggplot(aes(y = Balance, x = as.factor(Exited))) +
  geom_boxplot(fill = "blue") + labs(title = "Balance x Exited")

plot03 = churn %>% ggplot(aes(y = EstimatedSalary, x = as.factor(Exited))) +
  geom_boxplot(fill = "blue") + labs(title = "Salário Est x Exited")

grid.arrange(plot01, plot02, plot03,  ncol=3)
```




```
a=data.frame(tapply(churn$Exited, churn$Geography, mean))
b=data.frame(tapply(churn$Exited, churn$Gender, mean))
c=data.frame(tapply(churn$Exited, churn$NumOfProducts, mean))
d=data.frame(tapply(churn$Exited, churn$IsActiveMember, mean))

colnames(a) = c("Churned")
colnames(b) = c("Churned")
colnames(c) = c("Churned")
colnames(d) = c("Churned")


df = rbind(a,b,c,d)


rownames(df) = c("France","Germany","Spain","Female","Male","1 Product",
               "2 Products","3 Products","4 Products","Active Member","Not an Active Member")

df$Churned = round(df$Churned*100,2)

colnames(df) = c("Churned(%)")

df
```

```
##                         Churned(%)
## France                      16.15
## Germany                     32.44
## Spain                       16.67
## Female                      25.07
## Male                        16.46
## 1 Product                   27.71
## 2 Products                   7.58
## 3 Products                  82.71
## 4 Products                 100.00
## Active Member               26.85
## Not an Active Member        14.27
```

```
summary(churn)
```

```
##    RowNumber       CustomerId          Surname      CreditScore
##  Min.   :    1   Min.   :15565701   Smith   :  32   Min.   :350.0
##  1st Qu.: 2501   1st Qu.:15628528   Martin  :  29   1st Qu.:584.0
##  Median : 5000   Median :15690738   Scott   :  29   Median :652.0
##  Mean   : 5000   Mean   :15690941   Walker  :  28   Mean   :650.5
##  3rd Qu.: 7500   3rd Qu.:15753234   Brown   :  26   3rd Qu.:718.0
##  Max.   :10000   Max.   :15815690   Genovese:  25   Max.   :850.0
##                                     (Other) :9831
##    Geography       Gender          Age            Tenure          Balance
##  France :5014   Female:4543   Min.   :18.00   Min.   : 0.000   Min.   :     0
##  Germany:2509   Male  :5457   1st Qu.:32.00   1st Qu.: 3.000   1st Qu.:     0
##  Spain  :2477                 Median :37.00   Median : 5.000   Median : 97199
##                               Mean   :38.92   Mean   : 5.013   Mean   : 76486
##                               3rd Qu.:44.00   3rd Qu.: 7.000   3rd Qu.:127644
##                               Max.   :92.00   Max.   :10.000   Max.   :250898
##
##  NumOfProducts    HasCrCard      IsActiveMember   EstimatedSalary
##  Min.   :1.00   Min.   :0.0000   Min.   :0.0000   Min.   :    11.58
##  1st Qu.:1.00   1st Qu.:0.0000   1st Qu.:0.0000   1st Qu.: 51002.11
##  Median :1.00   Median :1.0000   Median :1.0000   Median :100193.91
##  Mean   :1.53   Mean   :0.7055   Mean   :0.5151   Mean   :100090.24
##  3rd Qu.:2.00   3rd Qu.:1.0000   3rd Qu.:1.0000   3rd Qu.:149388.25
##  Max.   :4.00   Max.   :1.0000   Max.   :1.0000   Max.   :199992.48
##
##      Exited
##  Min.   :0.0000
##  1st Qu.:0.0000
##  Median :0.0000
##  Mean   :0.2037
##  3rd Qu.:0.0000
##  Max.   :1.0000
##
```

Podemos notar pela análise descritiva que na base Churn, o salário e Credit Score dos indivíduos que saíram do serviço (Exited = 1) está próximo do daqueles que permaneceram, tanto em termos das medianas, quanto em termos de variações (amplitudes) dos parâmetros observados.

Um outro fator importante da base analisada é o fato de que aproximadamente 20,37% da base é composta por observações de clientes que saíram (Exited = 1) e 79,67% da base composta por clientes que não saíram (Exited = 0). Sendo assim, para a previsão relacionada à variável Exited, possivelmente uma acurácia menor que 79% não indicaria uma boa capacidade preditiva do modelo, já que poderíamos obter uma acurácia próxima disso ao apenas formular um modelo que sempre prevê que o cliente não sairá.

Pode-se observar ainda, que há uma maior variabilidade em Balance para os clientes que não deixaram o serviço (Exited = 0).

Algo interessante a ser notado é que a porcentagem de clientes que saíram do serviço (Exited =1) é extremamente elevada para cliente com três e quatro produtos, com 82,71% para o primeiro grupo e 100% para o segundo. Observando tais dados, pode-se entender que a companhia não é capaz de atender bem as necessidades de seus clientes maiores, fazendo com que a maioria dos mesmos deixe a empresa. Por outro lado, clientes menores (que compram um ou dois produtos) parecem estar tendo suas necessidades bem atendidas pela companhia, com 27,71% e 7,58% dos clientes deixaram a companhia respectivamente.

Por último, como podemos ver pela tabela, os alemães têm uma taxa de churn quase o dobro da dos franceses e espanhóis, que estão próximas em 16%. Em relação ao gênero dos indivíduos, vemos que as mulheres tem um churn mais elevado de 25% em relação a 16% dos homens. Se o indivíduo é membro, vemos que a taxa de churn deles é mais elevada 27% contra 14% dos que não são.

Estruturando a base churn:

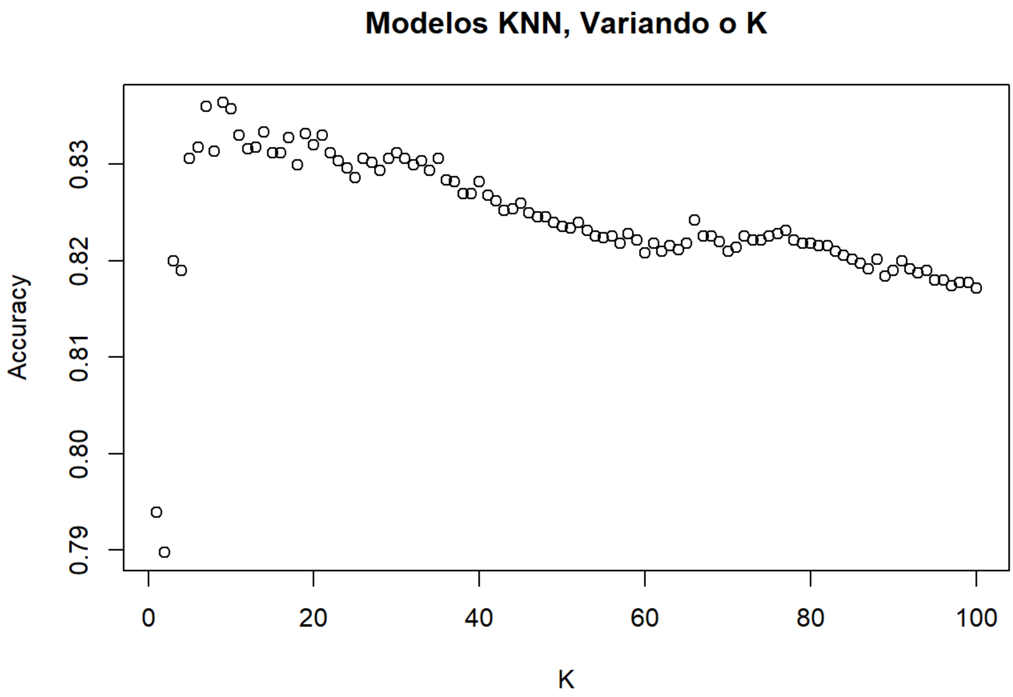
```r
churn$France = ifelse(churn$Geography == "France",1,0)
churn$Germany = ifelse(churn$Geography == "Germany",1,0)
churn$Male = ifelse(churn$Gender == "Male",1,0)

str(churn)

churn <- churn %>%
  select(-c(RowNumber,CustomerId,Surname,Geography,Gender )) %>%
  mutate(Exited = as.factor(as.logical(Exited)))
```

Definindo as bases de teste e treino para a base churn

```r
train_numbers <- createDataPartition(churn$CreditScore, p = 0.5,list = FALSE)

train_set <- churn[train_numbers,]

test_set <- churn[-train_numbers,]
```

K-NN

```r
normalize <- function(x){(x - mean(x))/sd(x)}


test_set_norm <- sapply(test_set %>% select(-Exited), normalize) %>% as.data.frame()
test_set_norm$Exited <- test_set$Exited


train_set_norm <- sapply(train_set %>% select(-Exited), normalize) %>% as.data.frame()
train_set_norm$Exited <- train_set$Exited

true_prediction = c()

for (i in seq(1, 100)) {


  knn_fit <- knn(train = train_set_norm %>% select(-Exited),
                 test = test_set_norm %>% select(-Exited),
                 cl = train_set_norm$Exited,
                 k=i)

  true_prediction[i] <- mean(test_set_norm$Exited == knn_fit)

}

plot(true_prediction, xlab = "K", ylab = "Accuracy", main = "Modelos KNN, Variando o K")
```




```
best_k = which.max(true_prediction)

y_hat_knn <-  knn(train = train_set_norm %>% select(-Exited),
                  test = test_set_norm %>% select(-Exited),
                  cl = train_set_norm$Exited,
                  k=best_k,prob = TRUE)

knn_accuracy = mean(test_set_norm$Exited == y_hat_knn)

higher_prob <- attr(y_hat_knn, "prob")

prob_knn <- ifelse(y_hat_knn == TRUE, higher_prob, 1 - higher_prob)

confusion_knn <- table(Predicted = y_hat_knn, Observed = test_set$Exited)

confusion_knn
```

```
##           Observed
## Predicted FALSE TRUE
##     FALSE  3830  668
##     TRUE    148  353
```

Regressão Logística

```
model_reglog <- glm(Exited~.,data=train_set, family=binomial)

prob_reglog <- predict(object = model_reglog, newdata = test_set,type="response")

y_hat_reglog <- ifelse(prob_reglog>0.5,TRUE,FALSE)

reglog_accuracy <- mean(y_hat_reglog == test_set$Exited)

confusion_reglog <- table(Predicted = y_hat_reglog, Observed = test_set$Exited)

confusion_reglog
```

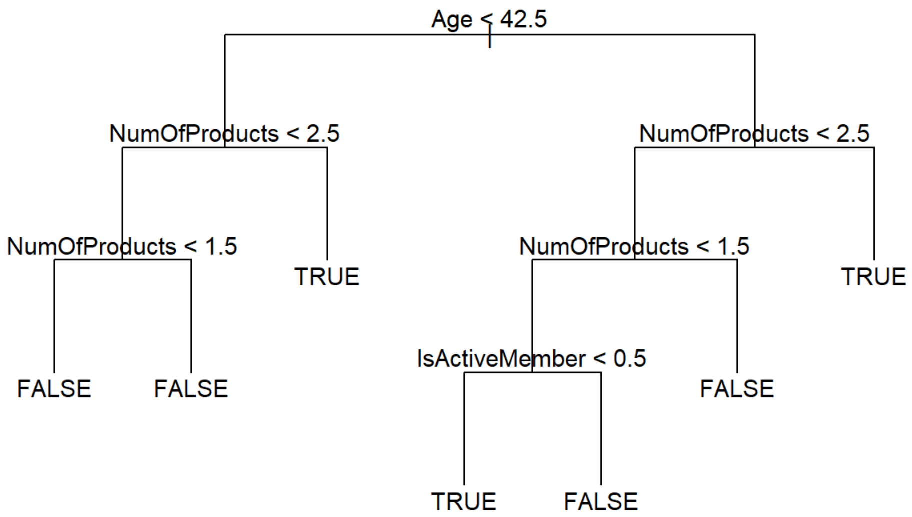
```
##           Observed
## Predicted FALSE TRUE
##     FALSE  3846  791
##     TRUE    132  230
```

Árvores de Classificação

```
model_ctree <- tree(Exited~.,data=train_set)

y_hat_ctree <- predict(object = model_ctree, newdata = test_set, type = "class")

ctree_accuracy <- mean(y_hat_ctree == test_set$Exited)

prob_ctree <- predict(object = model_ctree, newdata = test_set, type = "vector")[,2]

confusion_ctree <- table(Predicted = y_hat_ctree, Observed = test_set$Exited)

confusion_ctree
```

```
##          Observed
## Predicted FALSE TRUE
##     FALSE  3832  574
##     TRUE    146  447
```

```
plot(model_ctree, type = "uniform")
text(model_ctree, cex = 0.95)
```



Random Forest para classificação

```
model_crf <- randomForest(Exited ~ ., data = train_set)

y_hat_crf <- predict(object = model_crf, newdata = test_set)

crf_accuracy <- mean(y_hat_crf == test_set$Exited)

prob_crf <- predict(object = model_crf, newdata = test_set, type = "prob")[,2]

confusion_crf <- table(Predicted = y_hat_crf, Observed = test_set$Exited)

confusion_crf
```

```
##          Observed
## Predicted FALSE TRUE
##     FALSE  3844  533
##     TRUE    134  488
```

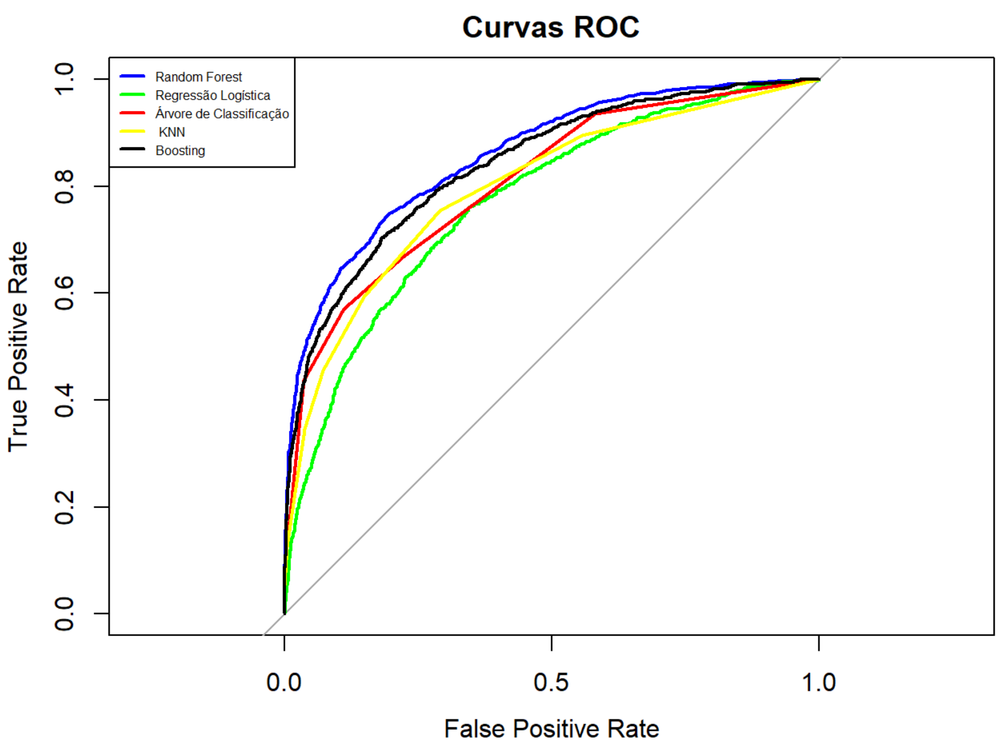
Boosting para classificação

```
model_cbst <- adaboost(Exited ~ ., data = train_set, nIter = 100)

y_hat_cbst <- predict(object = model_cbst, newdata = test_set)

cbst_accuracy <- mean(y_hat_cbst$class == test_set$Exited)

prob_cbst <- y_hat_cbst$prob[,2]

confusion_cbst <- table(Predicted = y_hat_cbst$class, Observed = test_set$Exited)

confusion_cbst
```

```
##          Observed
## Predicted FALSE TRUE
##     FALSE  3754  507
##     TRUE    224  514
```

Curvas ROC

```
plot.roc(test_set$Exited,prob_crf,
         xlab = "False Positive Rate",
         ylab = "True Positive Rate",
         main = "Curvas ROC",col="blue",legacy.axes=TRUE)

plot.roc(test_set$Exited, prob_reglog,col = "green", add = TRUE)

plot.roc(test_set$Exited, prob_ctree,col = "red", add = TRUE)

plot.roc(test_set$Exited, prob_knn, col = "yellow", add = TRUE)

plot.roc(test_set$Exited, prob_cbst, col = "black", add = TRUE)

legend("topleft", legend = c("Random Forest", "Regressão Logística", "Árvore de Classificação"," KNN", "Boos
ting"),
       col = c("blue", "green", "red", "yellow", "black"), lwd = 2, cex = 0.5)
```



AUC dos Modelos

```r
knn_auc <- auc(test_set_norm$Exited, prob_knn)

reglog_auc <- auc(test_set$Exited,prob_reglog)

crf_auc <- auc(test_set$Exited, prob_crf)

ctree_auc <- auc(test_set$Exited, prob_ctree)

cbst_auc <- auc(test_set$Exited, prob_cbst)

df_auc <- data.frame(Modelo = c("KNN", "Regressão Logística", "Árvores de Classificação"
                              ,"Random Forest","Boosting"), AUC = c(knn_auc,
                              reglog_auc,ctree_auc,crf_auc,cbst_auc))
df_auc
```

```
##                     Modelo       AUC
## 1                      KNN 0.7970196
## 2      Regressão Logística 0.7722346
## 3 Árvores de Classificação 0.8088630
## 4            Random Forest 0.8588350
## 5                 Boosting 0.8406530
```

Acurácia dos Modelos

```r
df_accuracy <- data.frame(Modelo = c("KNN", "Regressão Logística", "Árvores de Classificação"
                                     ,"Random Forest","Boosting"), Acurracy = c(knn_accuracy,
                                                                  reglog_accuracy,ctree_accuracy,crf_a
ccuracy,cbst_accuracy))

df_accuracy
```

```
##                     Modelo  Acurracy
## 1                      KNN 0.8367674
## 2      Regressão Logística 0.8153631
## 3 Árvores de Classificação 0.8559712
## 4            Random Forest 0.8665733
## 5                 Boosting 0.8537708
```

Análise dos Resultados (Modelos de Classificação)

Pelos resultados vistos na curva ROC, na tabela das acurácias de cada modelo e na tabela das AUC's de cada modelo, vemos que o modelo de Random Forest parece ter tido a melhor performance.

Analisando pela tabela de acurácias de cada modelo temos que a Random Forest obteve uma acurácia de 86%, o que significa que, tendo em vista que a acurácia representa a proporção de acertos do modelo (ou 1 menos a proporção de erros do modelo), a Random Forest parece ter classificado corretamente 86% das observações do conjunto de teste utilizado. Além disso, o pior modelo parece ter sido a regressão logística, com uma acurácia de 81%.

Olhando pela curva ROC, vemos que a Random Forest parece ter o melhor desempenho entre os modelos de classificação. A curva ROC analisa como a relação entre a taxa de verdadeiro positivo (observações classificadas como "verdadeiras" e que de fato são "verdadeiras") e a taxa de falso positivo (observações classificadas como "verdadeiras" mas que são "falsas") evolui conforme o ponto de corte (threshold) vai crescendo. O ponto de corte é um ponto definido de tal forma que valores superiores a ele seriam classificados como "verdadeiros" e valores inferiores classificados como "falso".

Para melhor explicar o ponto de corte, suponha que temos uma regressão logística que nos retorna a probabilidade de um indivíduo ter câncer. Ao definir um ponto de corte (threshold) de x isso significa que caso a regressão logística retorne uma probabilidade acima de x, classificaremos o indivíduo como "tem câncer", caso contrário, classificaremos o indivíduo como "não tem câncer". Dessa forma, a curva ROC analisa a evolução entre a taxa de verdadeiro positivo e a taxa de falso positivo conforme vamos aumentando o valor de x. Podemos ilustrar melhor as taxas de verdadeiro positivo (true positive) e as taxas de falso positivo (false positive) por meio da tabela de confusão.

Tabela de Confusão

	OBSERVADO	
PREVISTO	TN	FN
	FP	TP

$$\text{Taxa de FP} = \frac{FP}{FP+TN} \text{ ; Taxa de TP} = \frac{TP}{FN+TP}$$

Dessa forma, uma maior taxa de verdadeiro positivo (Sensibilidade) é algo bom, enquanto uma maior taxa de falso positivo (1-Especificidade) é algo ruim. Portanto, podemos utilizar a área embaixo da curva ROC (AUC ou Area under the Curve) para nos dar um indicador de performance de um modelo preditivo, variando de 0 (no caso de um modelo que sempre erra) até 1 (no caso de um modelo que sempre acerta). Por consequência, analisando as AUC's e as curvas ROC de cada um dos modelos podemos ver que a Random Forest parece ter a melhor performance, enquanto a Regressão Logística parece ter tido a pior performance dentro do conjunto de teste.

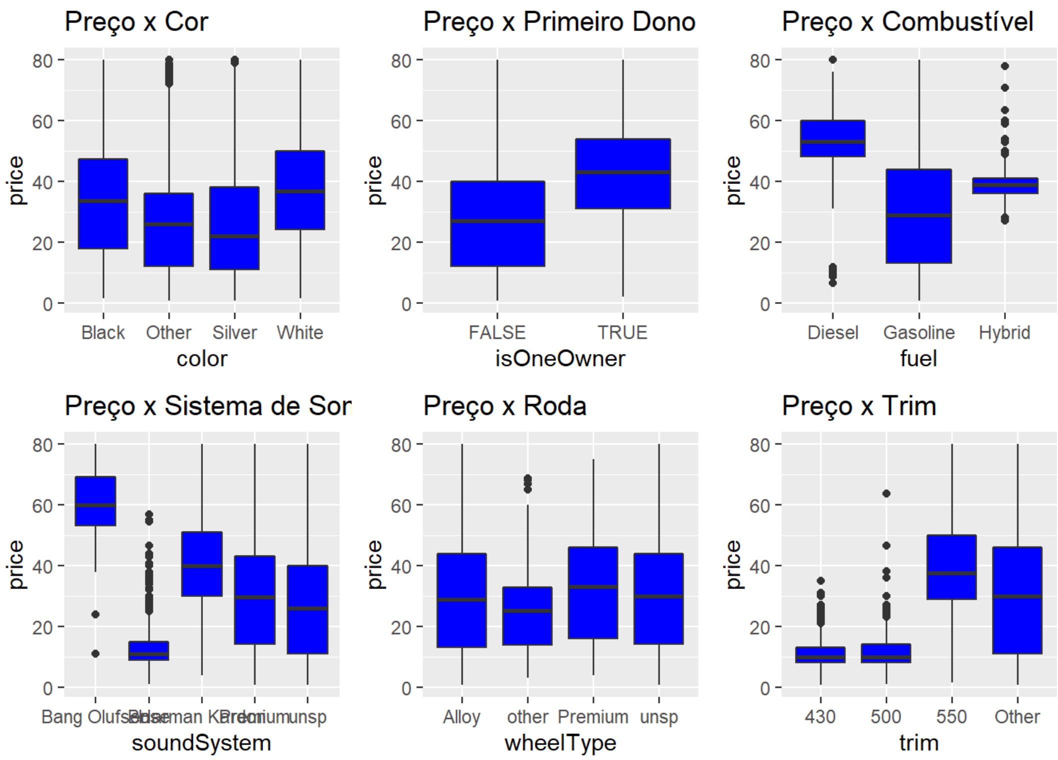
Problemas de Regressão

Importando a base cars

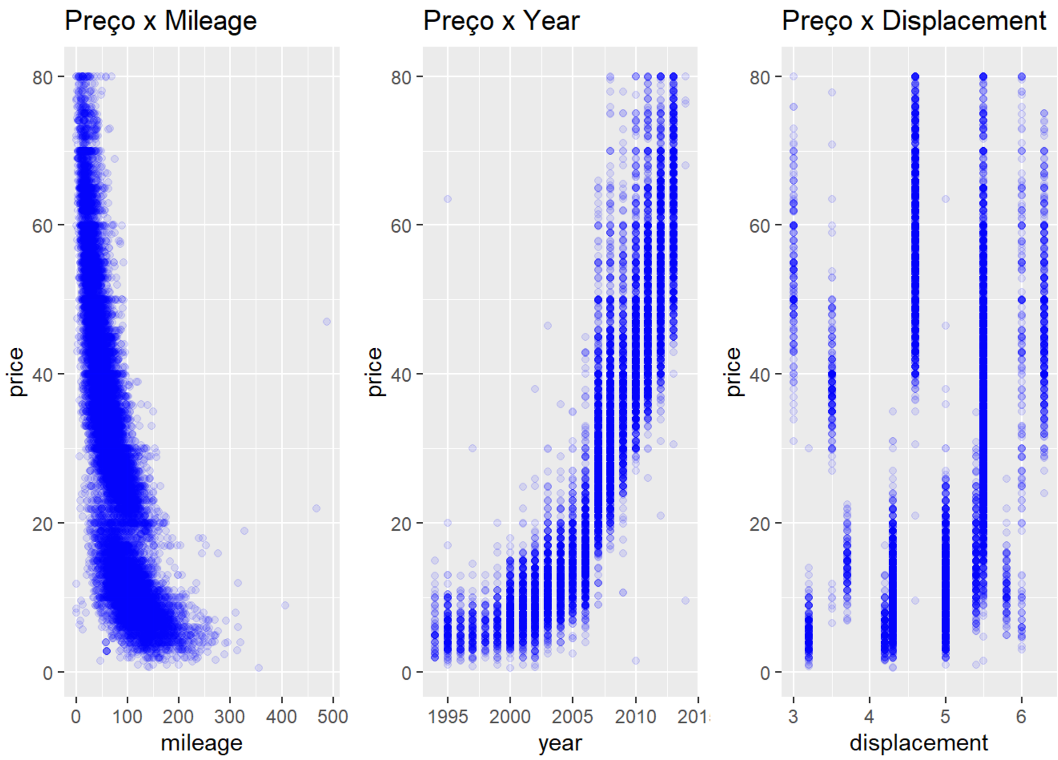
```
cars <-  read.csv("used_cars.csv")
```

Análise descritiva - cars

```
plot1 <- cars %>% ggplot(aes(y = price, x = color)) +
  geom_boxplot(fill = "blue") + labs(title = "Preço x Cor")

plot2 <- cars %>% ggplot(aes(y = price, x = isOneOwner)) +
  geom_boxplot(fill = "blue") + labs(title = "Preço x Primeiro Dono")

plot3 <- cars %>% ggplot(aes(y = price, x = fuel)) +
  geom_boxplot(fill = "blue") + labs(title = "Preço x Combustível")

plot4 <- cars %>% ggplot(aes(y = price, x = soundSystem)) +
  geom_boxplot(fill = "blue") + labs(title = "Preço x Sistema de Som")

plot5 <- cars %>% ggplot(aes(y = price, x = wheelType)) +
  geom_boxplot(fill = "blue") + labs(title = "Preço x Roda")

plot6 <- cars %>% ggplot(aes(y = price, x = trim)) +
  geom_boxplot(fill = "blue") + labs(title = "Preço x Trim")

grid.arrange(plot1, plot2, plot3, plot4, plot5, plot6, ncol=3)
```




```r
plot7 <- cars %>% ggplot(aes(y = price, x = mileage)) +
  geom_point(color = "blue", alpha = 0.1) + labs(title = "Preço x Mileage")

plot8 <- cars %>% ggplot(aes(y = price, x = year)) +
  geom_point(color = "blue", alpha = 0.1) + labs(title = "Preço x Year")

plot9 <- cars %>% ggplot(aes(y = price, x = displacement)) +
  geom_point(color = "blue", alpha = 0.1) + labs(title = "Preço x Displacement")

grid.arrange(plot7, plot8, plot9, ncol=3)
```




```r
summary(cars)
```

```
##      price           trim       isOneOwner         mileage
##  Min.   : 0.599   430   : 2787   Mode :logical   Min.    :  0.008
##  1st Qu.:13.495   500   : 2661   FALSE:16594     1st Qu.: 39.889
##  Median :29.454   550   :11825   TRUE :3469      Median : 67.187
##  Mean   :30.747   Other: 2790                    Mean    : 73.114
##  3rd Qu.:43.995                                  3rd Qu.: 98.213
##  Max.   :79.999                                  Max.   :488.525
##       year          color            fuel               soundSystem
##  Min.   :1994   Black :8194   Diesel  :  211   Bang Olufsen : 104
##  1st Qu.:2004   Other :4875   Gasoline:19632   Bose         :1261
##  Median :2007   Silver:4353   Hybrid  :  220   Harman Kardon:4278
##  Mean   :2007   White :2641                    Premium      :5320
##  3rd Qu.:2010                                  unsp         :9100
##  Max.   :2014
##    wheelType      displacement
##  Alloy  :11111   Min.   :3.000
##  other  :  120   1st Qu.:4.600
##  Premium:  428   Median :5.500
##  unsp   : 8404   Mean   :5.059
##                  3rd Qu.:5.500
##                  Max.   :6.300
```

```
cor(cars$price,cars$displacement)
```

```
## [1] 0.2025805
```

```
cor(cars$price,cars$mileage)
```

```
## [1] -0.7946903
```

```
cor(cars$price,cars$year)
```

```
## [1] 0.8819488
```

Estruturando os dados

```
cars <-  read.csv("used_cars.csv")

price = cars$price

cars = model.matrix(price ~ ., data = cars)

cars = data.frame(cars)

cars$price = price

str(cars)
```

Conforme o esperado, podemos observar pelo boxplot que compara o preço do carro com relação a sua condição (primeiro dono ou não), que carros novos tendem a ter maiores níveis de preço, o que faz sentido dado que carros usados em geral tendem a perder valor com o uso. Nesta mesma linha, podemos observar que carros com uma maior quilometragem (mileage) tendem a também terem preços mais baixos, enfatizando a relação já esperada de que os carros tendem a perder valor de acordo com o seu uso.

Como podemos observar na análise de preços com relação ao combustível utilizado pelo veículo, a gasolina é a que possui maior amplitude de valores e mediana mais baixa. Tanto diesel, quanto híbridos apresentam mediana superior à gasolina, além de apresentarem amplitudes bem menores de preços, possuindo apenas alguns outliers em preços muito baixos ou muito elevados.

A última variável que parece ter grande influência nos preços dos veículos é o sistema de som que ele possui, sendo a marca Bang Olufsen a que possui mediana mais elevada, seguida pela Harman Kardon.

Como podemos ver pelos boxplots do preço dos carros, os pretos e brancos estão concentrados em preços mais elevados do que os de outras cores. Os veículos que estão com o primeiro comprador estão com os preços concentrados em valores mais elevados, mais do que 75% destes carros tem preços maiores do que o preço mediano dos que já tiveram mais donos.

Como também pode-se observar, o material da roda do veículo parece não ter tanta influência sobre o preço dos carros quando são vendidos.

Por fim, a análise das variáveis quantitativas traz confirmação a diversas suspeitas. Como pode-se observar, o preço possui uma relação negativa com a quilometragem (mileage) do veículo, possuindo inclusive uma correlação de -0,7947, ou seja, quando observamos um aumento na quilometragem do veículo, tendemos a observar uma queda no seu preço. Com relação ao ano do veículo, também observamos uma tendência similar, já que carros mais novos tendem a ter preços mais elevados, com uma correlação de 0,8819. O gráfico da cilindrada com o preço mostra uma relação dúbia entres essas variáveis, sem padrões significativos no gráfico e uma correlação de apenas 0,2025.

Definindo as bases de treino e de teste para a base cars

```
train_numbers <- createDataPartition(cars$price, p = 0.7,list = FALSE)

train_set <- cars[train_numbers,]

test_set <- cars[-train_numbers,]
```

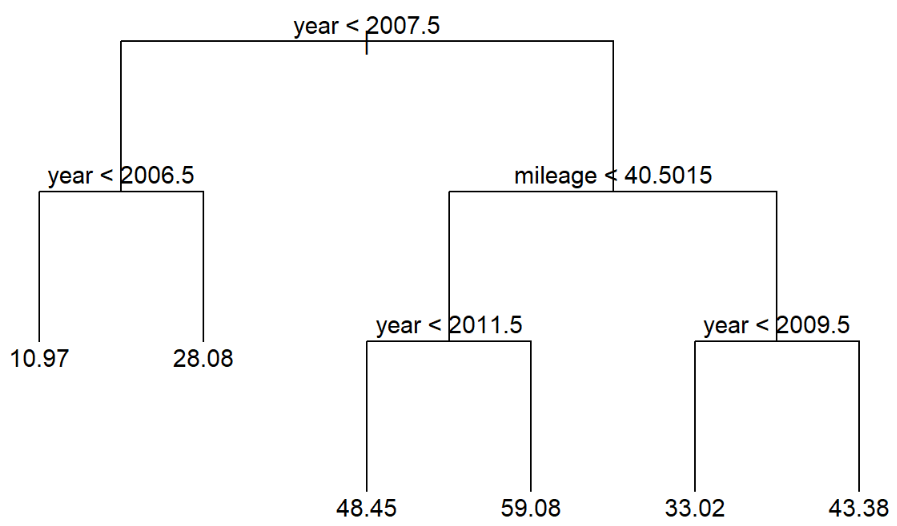
Regressão Linear Múltipla

```
model_mlr <- lm(price~., data = train_set)

y_hat_mlr <- predict(model_mlr,newdata=test_set)

MSE_mlr <- mean((y_hat_mlr-test_set$price)**2)

RMSE_mlr <- sqrt(MSE_mlr)
```

Árvore de Regressão

```
model_rtree <- tree(price~.,data=train_set)

y_hat_rtree <- predict(model_rtree,newdata=test_set)

MSE_rtree <- sqrt(mean((y_hat_rtree-test_set$price)**2))

RMSE_rtree <- sqrt(MSE_rtree)
```

```
plot(model_rtree, type = "uniform")
text(model_rtree, cex = 0.95)
```



Random Forest para Regressão

```
model_rrf <- randomForest(price~.,data=train_set)

y_hat_rrf <- predict(model_rrf,newdata=test_set)

MSE_rrf <- sqrt(mean((y_hat_rrf-test_set$price)**2))

RMSE_rrf <- sqrt(MSE_rrf)
```

Boosting para Regressão

```
train_set$isOneOwner = as.numeric(train_set$isOneOwner)
test_set$isOneOwner = as.numeric(test_set$isOneOwner)

model_rbst <- gbm(price ~ ., data = train_set, distribution = "gaussian",
                  n.trees = 1000, interaction.depth = 5,shrinkage = 0.002)

y_hat_rbst <- predict(model_rbst, newdata = test_set, n.trees = 1000)

MSE_rbst <- sqrt(mean((y_hat_rbst-test_set$price)**2))

RMSE_rbst <- sqrt(MSE_rbst)
```

Comparando os modelos pelo RMSE (Raiz quadrada do EQM)

```
df_rmse <- data.frame(Modelo = c("Regressão Linear", "Árvores de Regressão", "Random Forest",
                                 "Boosting"), RMSE = c(RMSE_mlr,RMSE_rtree,RMSE_rrf,RMSE_rbst))
df_rmse
```

```
##                 Modelo     RMSE
## 1     Regressão Linear 6.928506
## 2 Árvores de Regressão 2.613965
## 3        Random Forest 2.069374
## 4             Boosting 2.419078
```

Análise dos Resultados (Modelos de Regressão):

Como esperado, seguindo o observado para os modelos de classificação, o modelo Random Forest foi aquele que obteve a melhor performance com relação aos demais modelos disponíveis. Como pode-se observar na tabela acima, a Random Forest obteve a menor raiz do erro quadrático médio (EQM) nos dados de teste. Vale ressaltar que o método de Boosting também obteve excelente performance, sendo o que possui a segunda menor raiz de EQM. Portanto, tendo se em vista que a raiz do EQM representa o quanto o modelo erra em média, podemos dizer que, para os dados de teste utilizados, a Random Forest em média erra menos.

EQM = $\sum_{ni=1}(v_i - r_i)^2 n$

v_i = Valor previsto ; r_i = Valor observado

De acordo com as expectativas do grupo, o modelo de regressão linear múltipla foi aquele que apresentou a pior performance entre os quatro testados pelo grupo. Ainda de acordo com as expectativas, a árvore de regressão apresentou performance inferior à Random Forest, que faz uso do mecanismo de Bootstrap e é capaz de quebrar as correlações entre as diversas árvores utilizadas em sua

Processing math: 100%