Examen -1h-
11/12/2017

Exercice 1
Une machine est reglée pour fabriquer des plaques de chocolat d'un poids moyen garanti de 250 grammes. On note X la variable aléatoire qui à chaque plaque de chocolat de la production, associe son poids. X est une variable aléatoire d'espérance μ inconnue, et de variance σ^2 inconnue.

Le directeur demande une vérification de la machine. Pour savoir si le poids moyen des plaques de chocolat de la production est ou non inférieur au poids garanti de 250g, on prélève au hasard $n = 33$ plaques de chocolat.
Sur les $n = 33$ poids $x_1, \ldots, x_n$ obtenus, les calculs suivants ont été réalisés :

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = 248.1 \text{ g et } s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} = 8 \text{ g.}$$

1. Le directeur va effectuer un test pour juger si les plaques de chocolat de sa production respectent bien le poids de 250g ou sont de poids inférieur à ce poids garanti.
   Quel test va faire le directeur ? Celui-ci veut en priorité contrôler le risque de déclarer que le poids des plaques de chocolat est insuffisant si ce n'est pas le cas.
   Pour répondre à cette question, donner H_0, H_1 et justifier en interprétant les erreurs de première et deuxième espèce.
2. Effectuer le test au niveau 5% et conclure (donnez une phrase avec la conclusion du test et, si oui ou non, vous controlez le risque de vous tromper). Commenter.
3. Sur un graphe, représenter la zone de rejet trouvée dans la question 2 et représenter la pvalue. Calculer cette p-value et l'interpréter.
4. Rappeler la définition de la puissance d'un test. Comment s'interprète-t'elle ici ?
5. Supposons que les machines sont effectivement mal réglées et que le poids moyen des plaques de chocolat de la production est de $\mu = 248$g.
   Avec quelle probabilité le test de niveau 5% effectué sur un échantillon de taille $n = 33$ permet-il de détecter que les machines sont mal reglées ? Commenter.
6. Comment faire pour avoir un test de niveau 5% et une puissance elevée ?
7. Calculer le nombre de mesures n nécessaires pour que la puissance du test soit au moins égale à 80%. (On supposera que sur cet échantillon de n plaques de chocolat, l'écart-type estimé est encore égal à 8g).
8. Faire à la main un graphique donnant l'allure de la courbe de puissance.Vous représenterez deux courbes : l'une correspondant à l'allure de la puissance si $n = 33$ et l'autre à l'allure de la puissance si $n = 100$.
9. Le même test effectué à partir d'un échantillon de $n = 100$ plaques de chocolat, conduit aux résultats suivants : $\bar{x} = 248.2$ g ; $s = 7$ g.
   (a) Le test de la question 2 a été réalisé et on obtient une pvalue de 0.005. Interpréter cette pvalue.
   (b) Répondre à la question 1 en utilisant cette fois un intervalle de confiance. Vous donnerez l'expression de cet intervalle de confiance, les valeurs des bornes et conclurez : les plaques de chocolat respectent-elles le poids garanti de 250g ou sont-elles de poids inférieur ?

Exercice 2
Une agence spécialisée dans le marketing propose deux campagnes publicitaires différentes (CP1, CP2). Une société nationale cliente de cette agence, hésitant entre les deux produits, décide pour évaluer les différences d'impact de ces deux campagnes publicitaires de mettre en place ces deux campagnes dans deux filiales régionales différentes, connues pour avoir habituellement un chiffre d'affaire moyen de 110 000 euros par mois. Voici les relevés des chiffres d'affaires (en milliers d'euros) sur 9 mois des deux filiales ayant bénéficié respectivement des campagnes publicitaires CP1, CP2 :

```
CP1=c(125,120,102,123,101,111,113,118,112)
CP2=c(119,110,114,103,100,124,108,106,109)
```

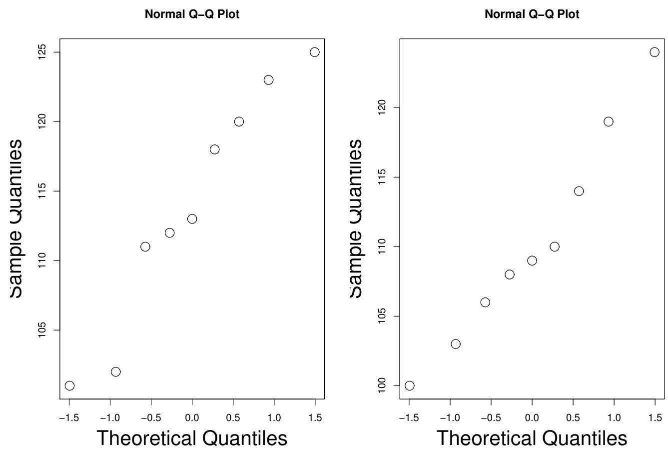
Vous répondrez aux questions suivantes en utilisant les sorties de R. Vous expliquerez un minimum l'intérêt des tests mis en oeuvre sous R (même si vous jugez ne pas avoir besoin de certains tests).

1. Indépendamment l'une de l'autre, chaque campagne permet-elle d'augmenter significativement le chiffre d'affaire
2. Y-a-t'il une différence significative entre les deux types de campagne ?
3. S'il y avait eu plus de 2 types campagnes à comparer, quel modèle mettre en oeuvre ?

```
CP1=c(125,120,102,123,101,111,113,118,112)
CP2=c(119,110,114,103,100,124,108,106,109)

> shapiro.test(CP1)
W = 0.93395, p-value = 0.5198

> shapiro.test(CP2)
W = 0.96293, p-value = 0.8284
```



qqnorm de CP1 (gauche) et de CP2 (droite)

```
> t.test(CP1, mu=110)
t = 1.3691, df = 8, p-value = 0.2082
95 percent confidence interval:
 107.3389 120.4389
sample estimates:
mean of x
 113.8889

> t.test(CP2, mu=110)
t = 0.13159, df = 8, p-value = 0.8986
95 percent confidence interval:
 104.4920 116.1747
sample estimates:
mean of x
 110.3333

> var.test(CP1, CP2)
F = 1.2573, num df = 8, denom df = 8, p-value = 0.7538
95 percent confidence interval:
 0.2836142 5.5740940
sample estimates:
ratio of variances
          1.257335

> t.test(CP1, CP2,var.equal=TRUE)
t = 0.93423, df = 16, p-value = 0.3641
95 percent confidence interval:
 -4.512507 11.623618
sample estimates:
mean of x mean of y
 113.8889  110.3333


> t.test(CP1, CP2)
t = 0.93423, df = 15.795, p-value = 0.3642
95 percent confidence interval:
 -4.521037 11.632148
sample estimates:
mean of x mean of y
 113.8889  110.3333

> wilcox.test(CP1, CP2)
W = 52, p-value = 0.3401
```