



Calculabilité - Décidabilité (ICC)

Interrogation n°2 du 4 novembre 2019 - Automates finis

Seul le polycopié de cours est autorisé - Durée : 40 min

Le barème est donné à titre indicatif

Le sujet se décompose en 4 exercices indépendants. La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'évaluation de la copie. Il conviendra de bien détailler les étapes d'un algorithme et non pas de donner directement le résultat.

Exercice 1 (6 pts).

1. Construire une grammaire hors-contexte générant le langage

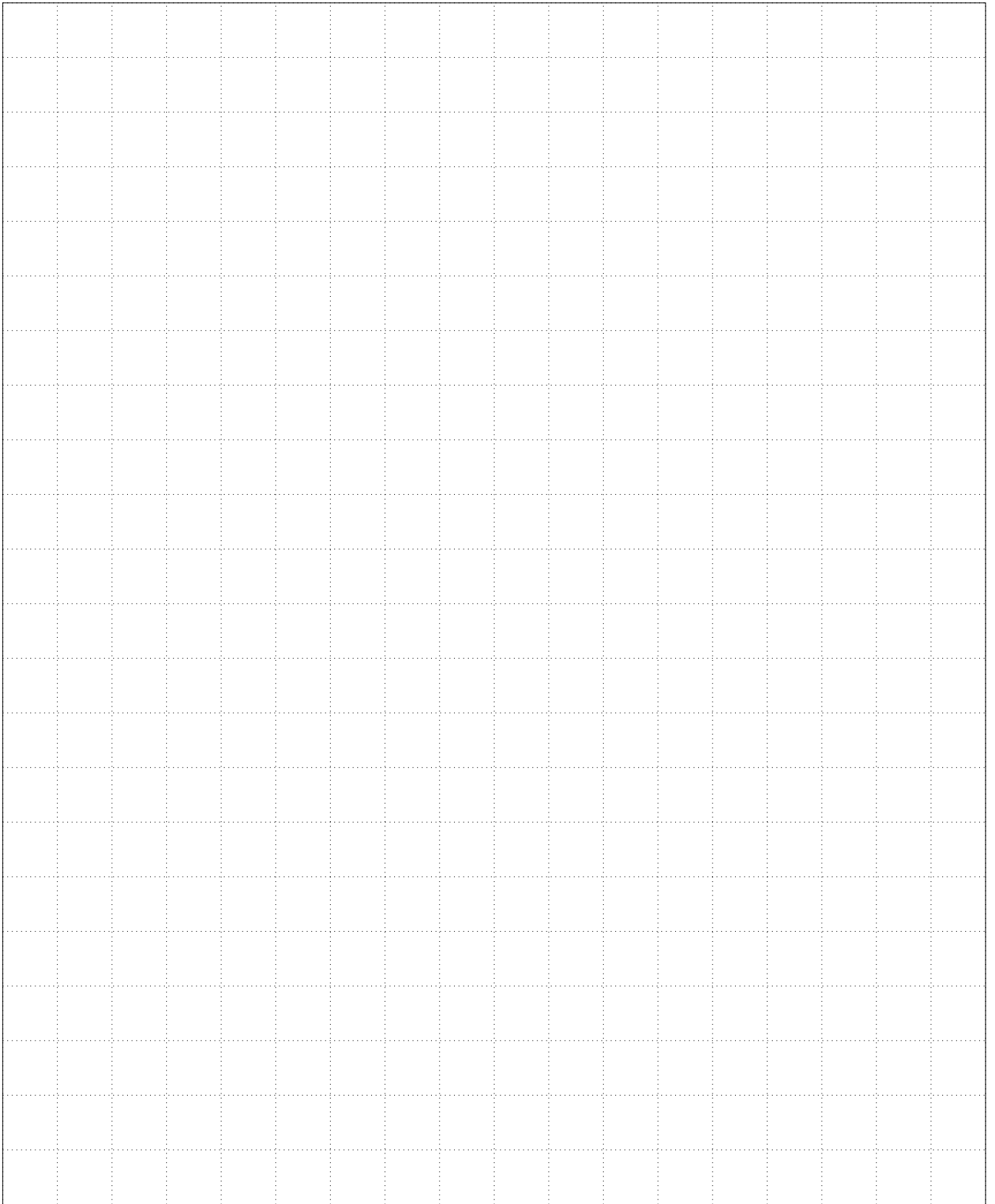
$$L_1 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ contient autant de } a \text{ que de } b\}.$$

- ## 2. Construire une grammaire hors-contexte générant le langage

$$L_2 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ contient au moins autant de } a \text{ que de } b\}.$$

3. Construire une grammaire hors-contexte générant le langage

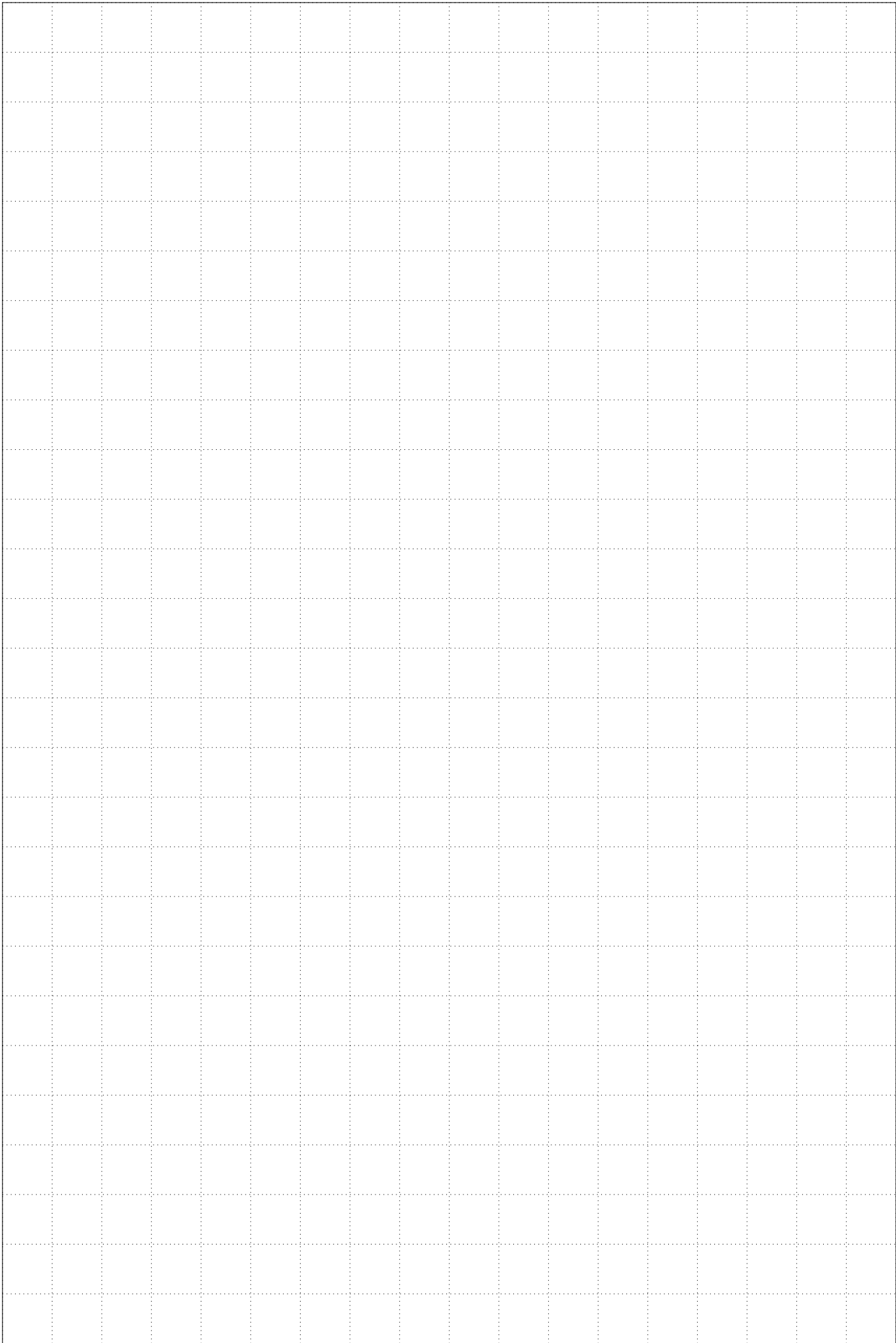
$$L_3 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ contient strictement plus de } a \text{ que de } b\}.$$



Exercice 2 (4 pts). Soit la grammaire $G = (\{S, A\}, \{a, b\}, P, S)$ où P est donné par

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aAA \\ A &\rightarrow aS \mid bS \mid \varepsilon \end{aligned}$$

Convertir la grammaire ci-dessus en un automate à pile reconnaissant le même langage par état final.



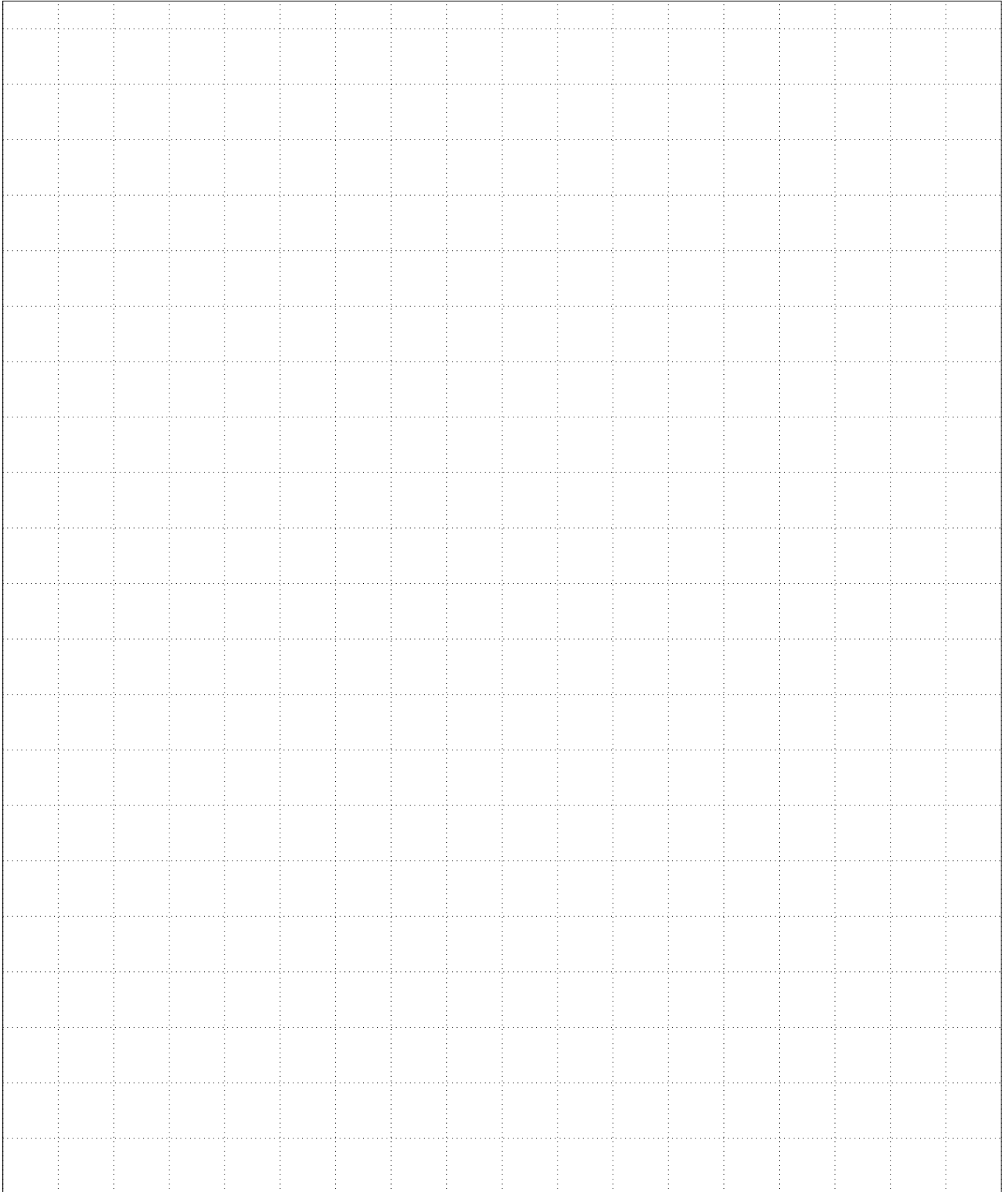
Exercice 3 (4 pts). On considère l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$.

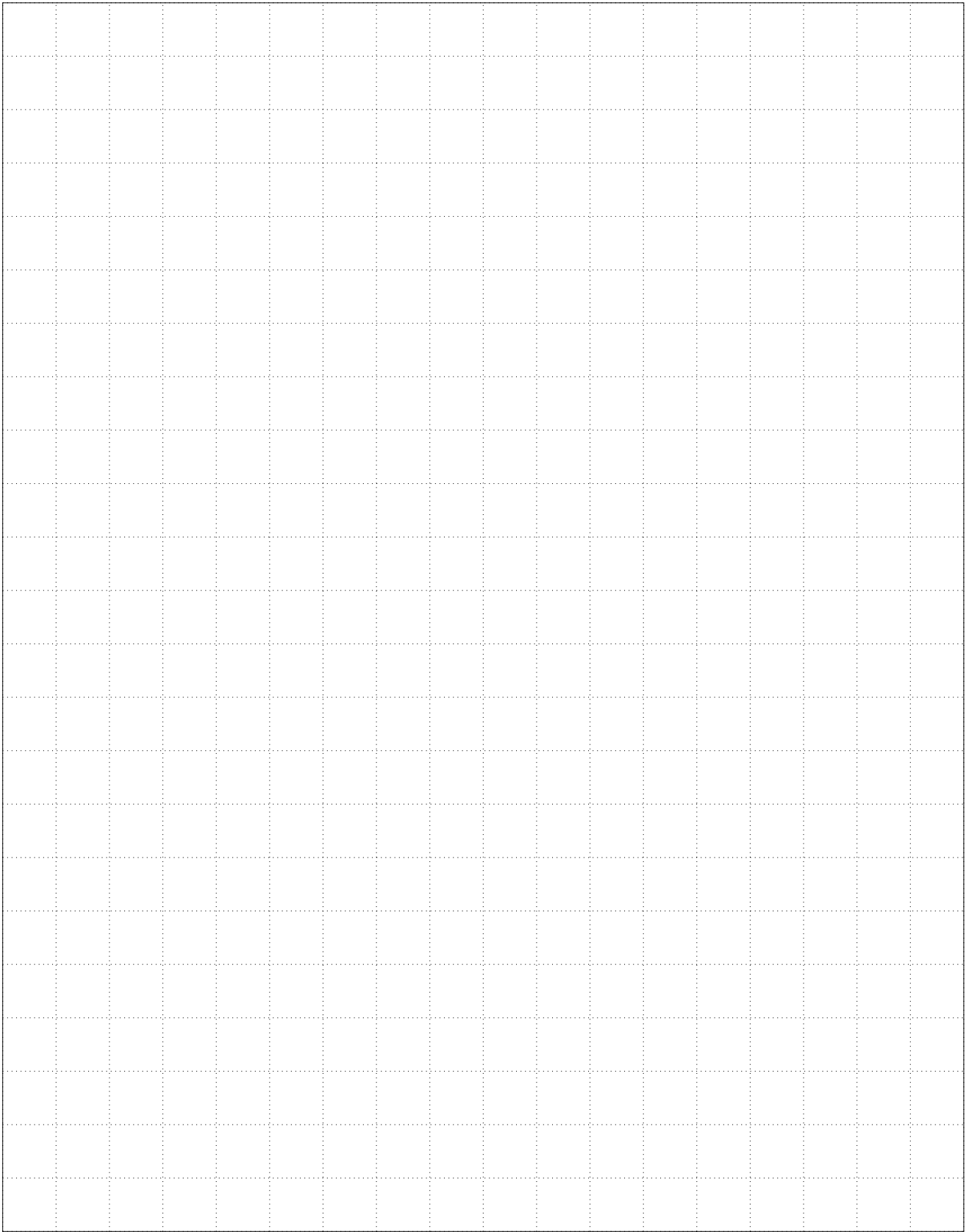
1. Construire un automate à pile reconnaissant le langage

$$\{a^n b^m c : n \geq m \geq 1\}.$$

Expliquer *rapidement* le principe de cet automate. Préciser son mode d'acceptation.

2. Exécuter votre automate sur l'entrée $aaabc$ (en explicitant les différentes configurations de l'automate).

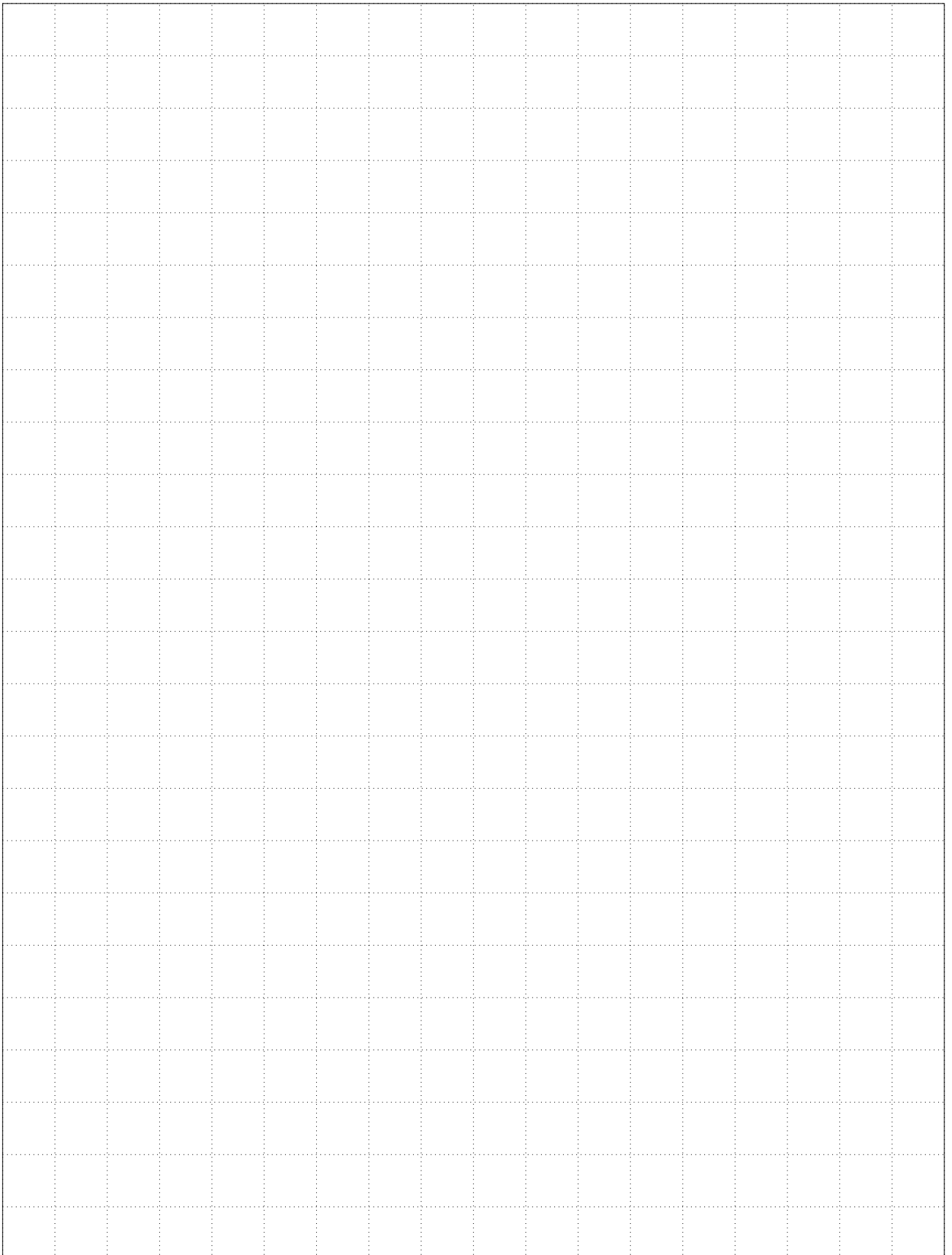




Exercice 4 (6 pts). Soit la grammaire $G = (\{S, W, X, Y, Z\}, \{a, b\}, P, S)$ où P est donné par

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aXb \mid aYbb \mid aZbbb \\ W &\rightarrow aXb \mid aWbb \mid \varepsilon \\ X &\rightarrow aXb \mid aX \mid \varepsilon \\ Y &\rightarrow aYbb \mid Yb \mid \varepsilon \\ Z &\rightarrow aZb \mid aZbb \end{aligned}$$

1. Mettre la grammaire G sous forme normale de Chomsky. Pour cela, vous expliquerez les différentes étapes de la mise sous forme normale de Chomsky et vous les détaillerez.
2. En utilisant l'algorithme CYK vu en cours, tester si le mot $abbb$ appartient à $L(G)$.
3. Quel est donc le langage engendré par cette grammaire ?

A large rectangular area filled with a grid of small squares, resembling graph paper, intended for the student to write their answers to the questions above.

