Nom : .... Prénom : ....

MAIN4 Année 2018/2019

Calculabilité - Décidabilité (ICC)

Interrogation n°3 - examen final

Le barème est donné à titre indicatif

Le sujet se décompose en 5 exercices indépendants. La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'évaluation de la copie. Il conviendra de bien détailler les étapes d'un algorithme et non pas de donner directement le résultat.

Exercice 1 (4 pts)**.** Répondre sans justifier par VRAI ou FAUX aux questions/affirmations suivantes. L'absence de réponse ne donne ni n'enlève de point, mais une réponse fausse enlève 0.5 point.

(a) Soit un automate fini non déterministe. Existe-t-il toujours un automate fini déterministe reconnaissant le même langage ?

(b) L'union de deux langages réguliers est un langage régulier.

(c) L'union de deux langages hors-contexte est un langage hors-contexte.

(d) L'intersection de deux langages réguliers est un langage régulier.

(e) L'intersection de deux langages hors-contexte est un langage hors-contexte.

(f) L'intersection d'un langage régulier et d'un langage hors-contexte est un langage régulier.

(g) L'intersection d'un langage régulier et d'un langage hors-contexte est un langage hors-contexte.

(h) Soit un automate à pile non déterministe. Existe-t-il toujours un automate à pile déterministe reconnaissant le même langage ?

(i) Soit une machine de Turing non déterministe. Existe-t-il toujours une machine de Turing déterministe reconnaissant le même langage ?

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

(f)

(g)

(h)

(i)

Exercice 2 (4 pts)**.** On considère l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Construire un automate à pile reconnaissant (par état final) le langage

$$\{a^i b^j c^k : i, j, k \geq 0, i + k = j\}.$$

Avant de donner l'automate à pile de façon formelle, vous expliquerez le principe de celui-ci. Exécuter votre automate sur l'entrée $aabbbc$ (vous expliciterez les différentes configurations de l'automate).

Exercice 3 (4 pts). Soit la grammaire $G = (\{S, A, B, C, D\}, \{a, b\}, P, S)$ où P est donné par

$$\begin{array}{lcl} S & \to & ASA \mid aB \mid C \\ A & \to & B \mid S \\ B & \to & b \mid \varepsilon \\ D & \to & AB \mid C \end{array}$$

1. Construire un automate à pile reconnaissant $L(G)$.
2. Mettre la grammaire G sous forme normale de Chomsky. Pour cela, vous expliquerez les différentes étapes de la mise sous forme normale de Chomsky et vous les détaillerez.

Exercice 4 (4 pts). Montrer que le langage $L = \{ww : w \in \{0,1\}^*\}$ n'est pas un langage hors-contexte.

Exercice 5 (4 pts). On dit qu'une machine de Turing calcule une fonction $f : \mathbb{N}^2 \to \mathbb{N}$ si en démarrant de la configuration $q_0 1^m 0 1^n$ elle s'arrête dans la configuration $q_f 1^{f(m,n)}$ où q_0 et q_f sont respectivement l'état de départ et un état acceptant. On a vu en cours une machine de Turing calculant $f(m,n) = \max(m-n, 0)$. Décrire maintenant une machine de Turing calculant la fonction $f(m,n) = m + n + 2$.