Lista 01

Cleibson Aparecido de Almeida

18 de janeiro de 2017

Exercício 03

Dados $A, B_1, ..., B_n \leq 1$, subconjuntos de $\mathcal{U} = \mathbb{Z}$, mostre que:

a) $(A^c)^c = A$

Seja: $A^c = 1 - A$;

Então: $(1 - A)^c = (1 - (1 - A)) = 1 - 1 + A = A$

b) $(\bigcup\limits_{i=1}^{n} B_i)^c = \bigcap\limits_{i=1}^{n} B_i^c$ e $(\bigcap\limits_{i=1}^{n} B_i)^c = \bigcup\limits_{i=1}^{n} B_i^c$

Seja: $(\bigcup\limits_{i=1}^{n} B_i)^c$

$= (B_1 \cup B_2 \cup ... \cup B_n)^c$

$= B_1^c \cup B_2^c \cup ... \cup B_n^c$

$= B_1 \cap B_2 \cap ... \cap B_n$

$= \bigcap\limits_{i=1}^{n} B_i^c$

e seja: $(\bigcap\limits_{i=1}^{n} B_i)^c$

$= (B_1 \cap B_2 \cap ... \cap B_n)^c$

$= B_1^c \cap B_2^c \cap ... \cap B_n^c$

$= B_1 \cup B_2 \cup ... \cup B_n$

$= \bigcup\limits_{i=1}^{n} B_i^c$

c) Se $\mathcal{B} = \{B_1, ..., B_n\}$ é uma partição de $\mathcal{U}$, então a coleção $\{B_1 \cap A, ..., B_n \cap A\}$ é uma partição de A.

Aplicando a propriedade $(\bigcup\limits_{i \in I} A_i) \cup B = \bigcup\limits_{i \in I} (A_i \cup B)$ ao problema, temos que:

$(\bigcup\limits_{i \in I} B_i) \cup A$

$$= \bigcup_{i \in I} (B_i \cup A)$$
$$= (B_1 \cap A) \cup (B_2 \cap A) \cup ... \cup (B_n \cap A)$$
$$= \{B_1 \cap A, B_2 \cap A, ..., B_n \cap A\}$$