

# Análise Combinatória, Probabilidades e Aplicações - Lista 01

Arthur C. Leite, Cleibson Aparecido de Almeida

18 de janeiro de 2017

## Exercício 03

Dados  $A, B_1, \dots, B_n \geq 1$ , subconjuntos de  $\mathcal{U} = \mathbb{Z}$ , mostre que:

a)  $(A^c)^c = A$

Seja:  $A^c = 1 - A$ ;

Então:  $(1 - A)^c = (1 - (1 - A)) = 1 - 1 + A = A$

b)  $(\bigcup_{i=1}^n B_i)^c = \bigcap_{i=1}^n B_i^c$  e  $(\bigcap_{i=1}^n B_i)^c = \bigcup_{i=1}^n B_i^c$

Seja:  $(\bigcup_{i=1}^n B_i)^c$

$$= (B_1 \cup B_2 \cup \dots \cup B_n)^c$$

$$= B_1^c \cup B_2^c \cup \dots \cup B_n^c$$

$$= B_1 \cap B_2 \cap \dots \cap B_n$$

$$= \bigcap_{i=1}^n B_i^c$$

e seja:  $(\bigcap_{i=1}^n B_i)^c$

$$= (B_1 \cap B_2 \cap \dots \cap B_n)^c$$

$$= B_1^c \cap B_2^c \cap \dots \cap B_n^c$$

$$= B_1 \cup B_2 \cup \dots \cup B_n$$

$$= \bigcup_{i=1}^n B_i^c$$

c) Se  $\mathcal{B} = \{B_1, \dots, B_n\}$  é uma partição de  $\mathcal{U}$ , então a coleção  $\{B_1 \cap A, \dots, B_n \cap A\}$  é uma partição de  $A$ .

Aplicando a propriedade  $(\bigcup_{i \in I} A_i) \cup B = \bigcup_{i \in I} (A_i \cup B)$  ao problema, temos que:

$$\begin{aligned}
& (\cup_{i \in I} B_i) \cup A \\
&= \cup_{i \in I} (B_i \cup A) \\
&= (B_1 \cap A) \cup (B_2 \cap A) \cup \dots \cup (B_n \cap A) \\
&= \{B_1 \cap A, B_2 \cap A, \dots, B_n \cap A\}
\end{aligned}$$

## Exercício 09

De quantas maneiras podemos distribuir  $n$  objetos em duas caixas de modo que nenhuma caixa fique vazia, quando:

- Os objetos e as caixas são diferentes?
- Os objetos são iguais e as caixas diferentes?

## Exercício 11

a) Um químico possui 10 tipos de substâncias:  $/A_1, A_2, \dots, A_n/$ . De quantos modos poderá combinar 6 dessas substâncias se, entre as dez, duas não podem estar juntas?

b) O mesmo químico tem a hipótese de que ao dissolver 5 doses de 2 ml das substâncias  $/A_1, \dots, A_{10}/$  (as doses podem ser repetidas) em 5 ml de água, obterá uma solução útil ao combate da dengue. O químico precisa fazer um experimento no laboratório com todas as soluções possíveis. Qual é o número máximo de testes a serem feitos pelo químico? (suponha que a ordem de dissolução não afeta a solução final).

## Exercício 13

Seja  $\mathcal{F}$  a classe das funções que associam o conjunto  $\{1, 2, \dots, 2n + 1\}$  ao conjunto  $\{1, 2, \dots, 2n\}$ ,  $n \geq 1$ , isto é:

$$\mathcal{F} = \{f : \{1, 2, \dots, 2n + 1\} \rightarrow \{1, 2, \dots, 2n\}\}$$

Sejam ainda os seguintes subconjuntos de  $\mathcal{F}$ :

$\mathcal{I}$  : constituído pelas funções de  $\mathcal{F}$  que associam a cada número ímpar um número par,

$\mathcal{S}$  : constituído pelas funções sobrejetoras de  $\mathcal{F}$ .

Determine  $|\mathcal{F}|, |\mathcal{I}|, |\mathcal{S}|$ .

### **Exercício 15**

Determine os números de possíveis anagramas das palavras SUSSURRO, VESTIBULAR e BATATA.

- a) SUSSURRO
- b) VESTIBULAR
- c) BATATA

### **Exercício 20**

Quantas são as soluções não negativas da inequação  $x + y + z \leq 2$ ?