Mergulhando no R & K^3 Parte 2

2.3. Equações e inequações

Equações são definidas por sua igualdade (=) relacionada a uma ou mais incógnitas. Já as inequações, são sentenças matemáticas expressas utilizando uma desigualdade, que laciona uma ou mais variáveis. Os operadores das inequações são:

Diferente de
Menor que
Maior que
Menor ou igual a
Maior ou igual a

Tomemos o exemplo a seguir. Dois processadores com diferentes arquiteturas, mas sendo comparados, entre si, pelo seu desempenho computacional global.

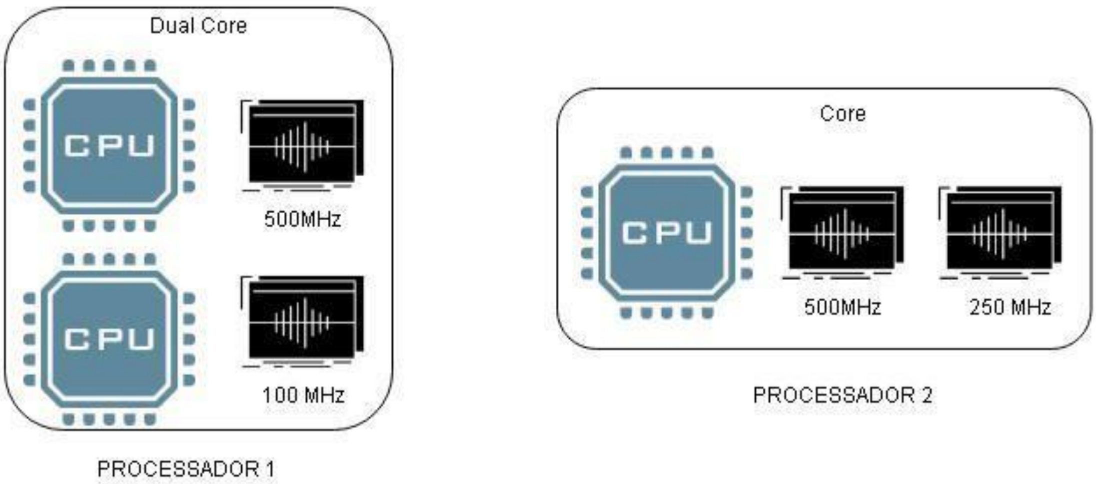


Figura 1 – Exemplos de arquiteturas computacionais conhecidas (fonte: autoral)

Dados os processadores 1 e 2 da figura 1, o primeiro se carcateriza por ter dois núcleos, cada qual trabalhando com frequências distintas, medidas em determinado processo, com 100 MHz, CPU 1 e, 500 Mhz para a CPU2. O processador 2, tem uma única CPU, que escalona processos entre 500MHz e 100MHz.

A velocidade das CPUs é dada pela frequência de seu processamento, medida em MHz, MegaHertz).

Podemos montar um pequeno sistema de equações abstraido da figura 1.

Atribuimos a CPU a varável x, dada como frequência total do processador.

Então:

Processador 1 = x + x + 500 +100

Processador 2 = x + 500 + 250

Queremos uma equação de comparação, ou seja, igualdade.

Mergulhando no R & K^3 Parte 2

Se, **Processador 1 = Processador 2**, é verdadeiro?

Testando o modelo da equação.

$$x + x + 500 + 100 = x + 500 + 250$$

$$2x + 600 = x + 750 \rightarrow 2x - x = 750 - 600 \rightarrow x = 150$$

Então para que os processadores 1 e 2 tenham o mesmo desempenho, o procesador 1 pode aumentar em até 300 MHz o seu desempenho e o Processador 2 pode aumentar somente 150 MHz. Isto, quer dizer, que o processador 1 pode trabalhar mais e o processadro 2 já está próximo do seu limite.

O desempenho total de cada processador é de 900 MHz, o processador 1 pode aumentar até **33,3 %** e o processador 2 já está trabalhando em **83,3%.**

Você pode explicar esses resultados????

Teste parte da equação no R

```
> 2*x+600==x+750
```

logical(0)

```
> x<-150
```

```
> 2*x+600==x+750
```

[1] TRUE

Agora vamos pensar um caso de que não sabemos a frequência do processador 1, veja a figura 2.

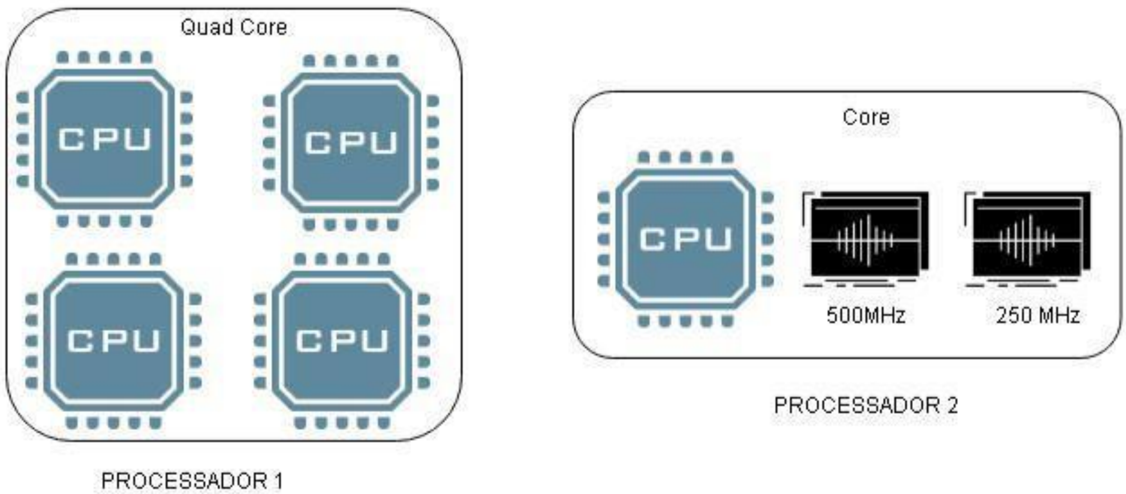


Figura 2 – Exemplos de arquiteturas computacionais, uma frequência indeterminada (fonte: autoral)

Temos além da íncógnita da CPU, nenhuma referência em frequência do processador 1, mesmo que parcial, para comparar ou igualar com o processador 2.

Então vamos montar o sistema de inequações.

Processador1 = x +x +x +x

Processador2 = x + 500 + 250

Vamos testar possibilidades

Processador 1 pode ter frequencia maior que Processador 2 e vice versa.

Caso A:

processador1<processador2

x +x +x +x < x + 500 + 250

4*x – x <750

3x <750

x< 750/3

x<250 MHz

Caso B:

processador1>processador2

x +x +x +x > x + 500 + 250

4*x – x >750

3x >750

x> 750/3

x>250 MHz

Então o sistema tem duas respostas,

Se o processador 1 tem desempenho menor, x <250MHz

Se o processador 1 tem maior desempenho que o 2, x >250MHz

Vamos a um exemplo de solução de equações no R:

Dados 3 processadores com a seguinte arquitetura, da figura 3.

PARTE 2 - Mergulhando no R & K^3

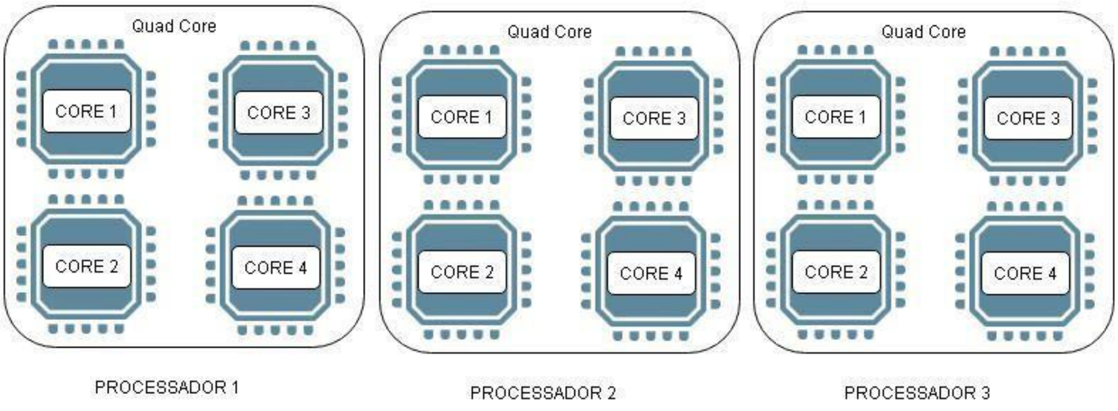


Figura 3 – Exemplos de arquiteturas computacionais, frequências indeterminadas(fonte: autoral)

Foi mensurado o desempenho de três cores para 3 processos em threads, cada threads rodando em um core.

Sabe-se que o desepenho máximo dos 3 cores (core de porcxessador) com 3 threads pode chegar a 750 MHz

O padrão de funcionamento médio de 3 threads é em torno de 50Mhz

E o desepenho mínimo, quando os processos estão finalizando suas threads opera com 250 MHz.

Processador 1 foi testado com o máximo de frequência, o processador 2 foi utulizado com uma frequência média na execução das threads e o processador 3 teve um desempenho mínimo no uso da frequência de seus cores.

O seguinte sistema foi medido e apontado a seguir:

Processador 1 → 3*core1 + 2*core2 – 1*core3 = 750

Processador 2 → 2*core1 - 2*core2 + 4*core3 = 500

Processador 3 → -1*core1 + 0.5*core2 – 1*core3 = 250

Sistema linear:

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 2 & -2 & 4 \\ -1 & 0.5 & -1 \end{bmatrix} * \begin{pmatrix} c1 \\ c2 \\ c3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 750 \\ 500 \\ 250 \end{pmatrix}$$

Fórmula geral → A*x =b

A é a matriz determinante com os coeficientes, b é a matriz dos termos independentes. E c1,c2 e c3 são as incógnitas do sistema. Onde A é a Matriz_cores. X são as incógnitas (c1,c2 e c3), e b são os resultados (750,500,250)

Em linguagem R, vamos montar a matriz A da fórmula geral, denominando-a de Matriz_cores, b é a matriz dos termos independentes. Usaremos o comando **solve** para resolver o sistema.

Documentação: https://www.rdocumentation.org/packages/base/versions/3.6.2/topics/solve

```
> Matriz_cores<- array(c(3,2,-1,2,-2,0.5,-1,4,-1), dim=c(3,3))

> Matriz_cores

[,1] [,2] [,3]

[1,] 3 2.0 -1

[2,]  2 -2.0  4

[3,]  -1 0.5 -1

> b<-c(750,500,250)

> b

[1] 750 500 250

> solve(Matriz_cores,b)

[1] -750.000 2333.333 1666.667

>resultamat<-solve(Matriz_cores,b) >

resultamat1<-round(resultamat,1)   >

resultamat1

[1] -750.0 2333.3 1666.7
```

Então, atribuir

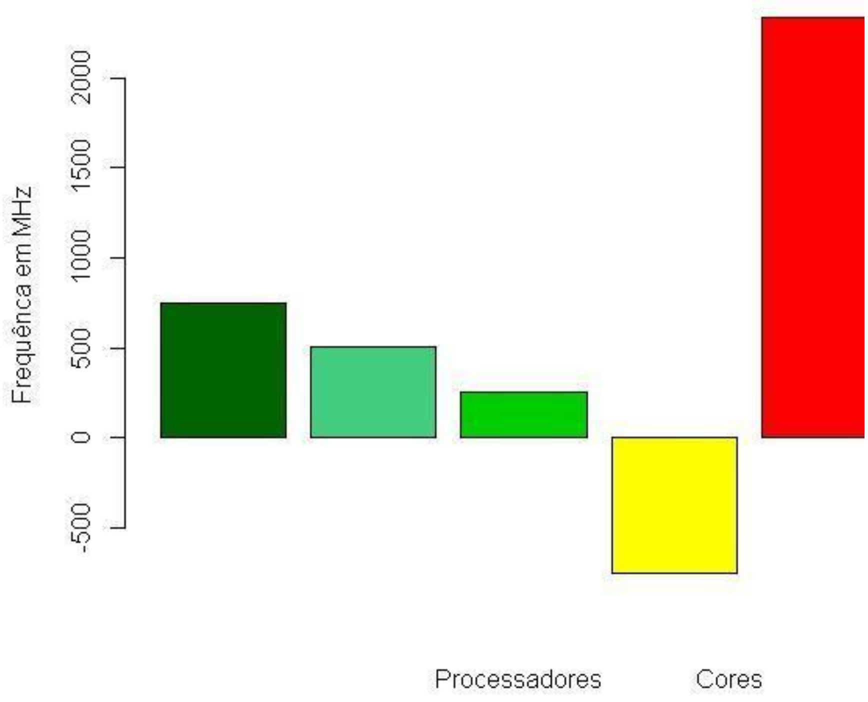
```
>  c1<--750.0

> c2<-2333.3

> c3<-1666.7
```

Vamos substituir os valores encontrados no sistema, lembrando que core1 = c1, core2=c2, core3=c3.

```
> Processador1<- 3*c1 +2*c2 -1*c3

>Processador1

[1] 749.9
```

Processador 1 $\longrightarrow$ 3*core1 + 2*core2 – 1*core3 = 750

```
> Processador2<- 2*c1 - 2*c2 + 4*c3

>Processador2

[1] 500.2


> Processador3<- -1*c1 + 0.5*c2 - 1*c3

>Processador3

[1] 249.95


> graficosl<-(c(Processador1,Processador2,Processador3))

> graficosl

[1] 749.90 500.20 249.95

> barplot(graficosl)

> graficosfinal<-(c(graficosl,resultamat1))

>barplot(graficosfinal,xlab = "Processadores       Cores", ylab = "Frequênca em MHz",col=c("darkgreen","seagreen3","green3","yellow","red", "red4" ))
```



PARTE 2 - Mergulhando no R & K^3

Exercícios de modelagem aplicada ao PI

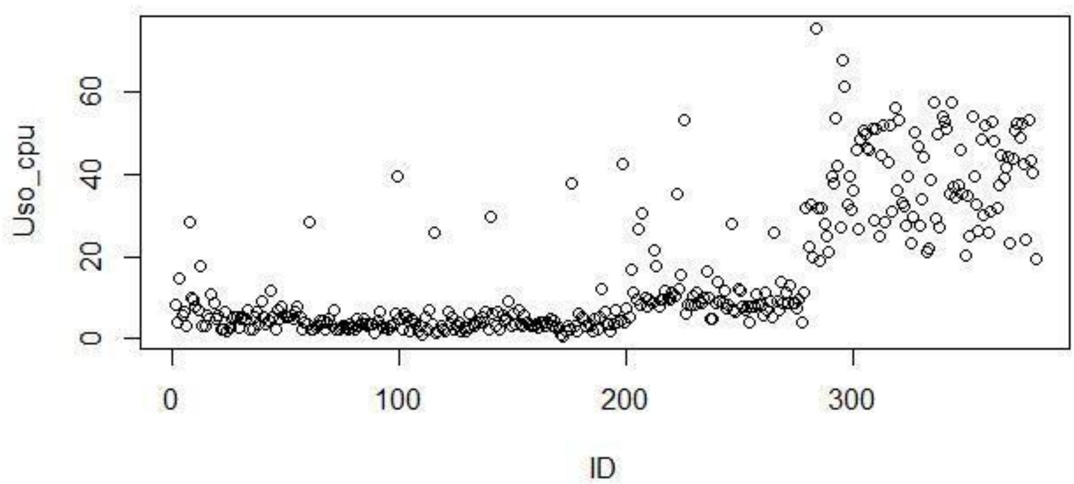
Seja o conjunto de dados da API carregada no R, assimile algumas modelagens desses dados.

dataset2

Filter

	id	cpu	ram	ram_percent	disk
1	1	8.2	5	71.8	28.7
2	2	4.0	5	71.7	28.7
3	3	14.8	5	71.7	28.7
4	4	5.7	5	71.7	28.7
5	5	6.5	5	71.7	28.7
6	6	3.4	5	71.7	28.7
7	7	28.4	5	72.1	28.7
8	8	10.0	5	72.0	28.7

```
> plot(dataset2$id,dataset2$cpu, xlab = "ID", ylab = "Uso_cpu")
```



Qual modelo matemático explicaria este conjunto de dados? Recorde os modelos apresentados.

Vamos reduzir os dados a um modelo linear.

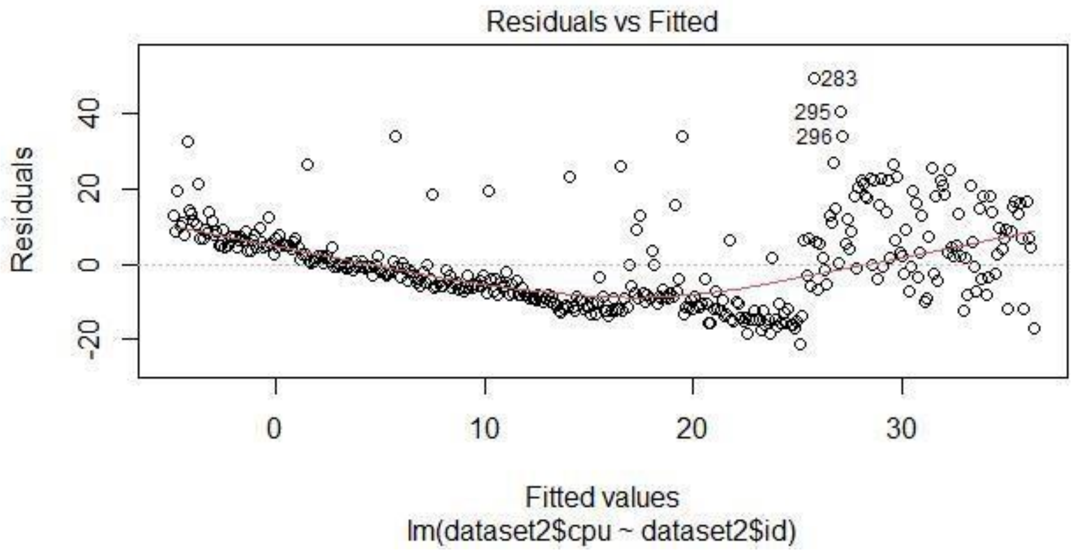
```
>modelo1<-lm(dataset2$cpu~dataset2$id)
```

A função lm é a ***linear model***, modelo linear. Um modelo linear é uma função que aproxima os dados de uma função de primeiro grau.

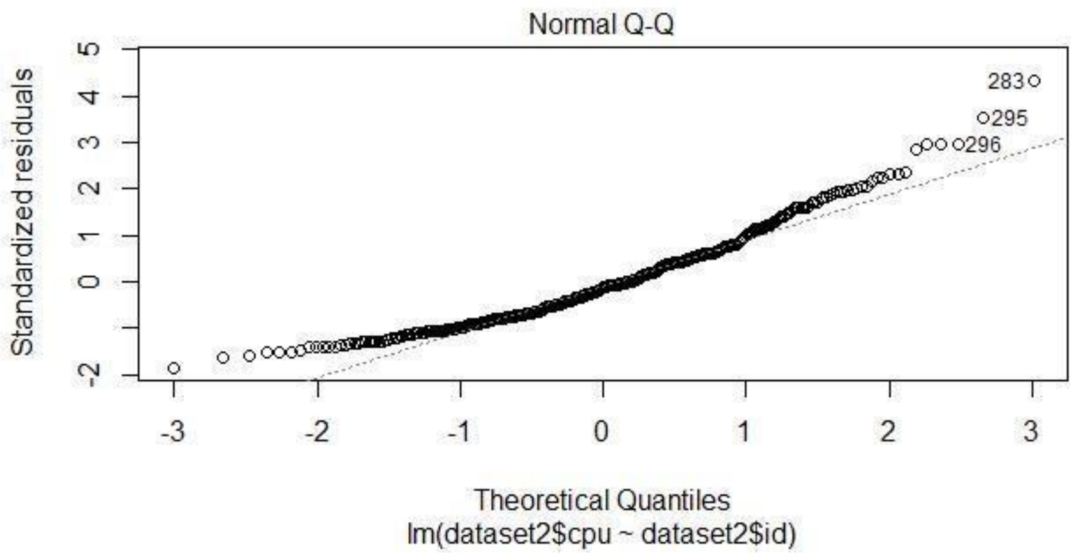
Vamos testar o modelo (já começamos a “pensar” como uma **ML (Machine Learning)).**

>plot(modelo1)

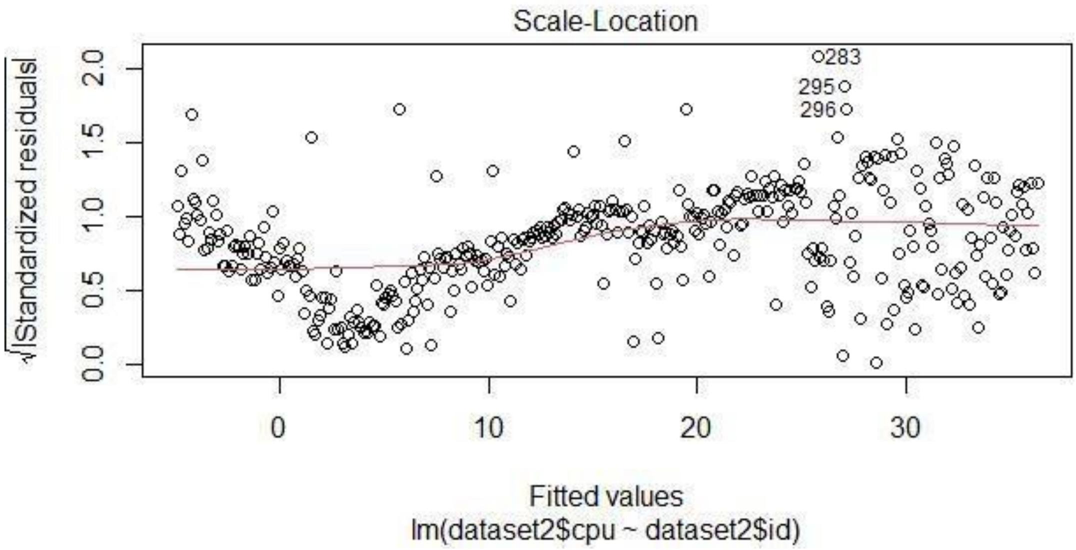
Aperte <Enter> para ver o próximo gráfico:



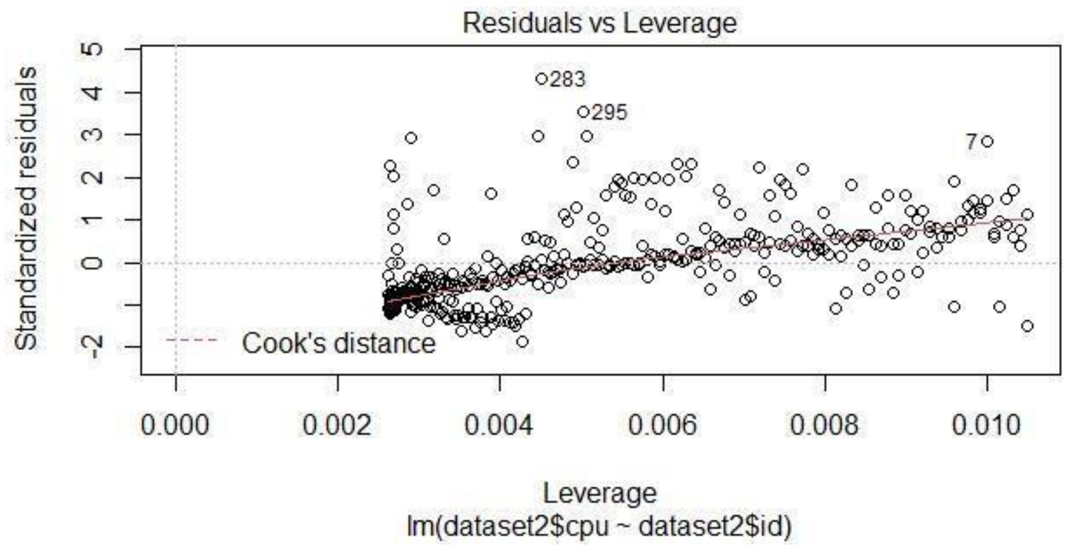
Ao conduzir uma análise **residual**, um " **gráfico de resíduos versus** ajustes " é o **gráfico** criado com mais frequência. É um **gráfico** de dispersão de **resíduos** no eixo y e valores **ajustados** (respostas estimadas) no eixo x. O **gráfico** é usado para detectar não linearidade, variâncias de erro desiguais e outliers (fonte: https://science.psu.edu/).



O modelo QQ existe para testar a normalidade que se aproxima de uma reta. O gráfico quantil-quantil ou qq-plot, proposto por Wilk & Gnanadesikan (1968), é um dispositivo gráfico exploratório utilizado para verificar a validade de uma pressuposta distribuição para um conjunto de dados. Em geral, a ideia básica é a de calcular o valor teoricamente esperado para cada ponto de dados com base na distribuição em questão. Se os dados de fato seguirem a distribuição assumida os pontos deste gráfico formarão aproximadamente uma linha reta (fonte: https://docs.ufpr.br/~lucambio/CE224/1S2015/QQplot.pdf).



O gráfico Escala-Localização mostra se os resíduos são distribuídos igualmente ao longo dos intervalos de variáveis de entrada (preditor). A suposição de variância igual (homocedasticidade) também pode ser verificada com este gráfico. Se virmos uma linha horizontal com pontos espalhados aleatoriamente, significa que o modelo é bom.

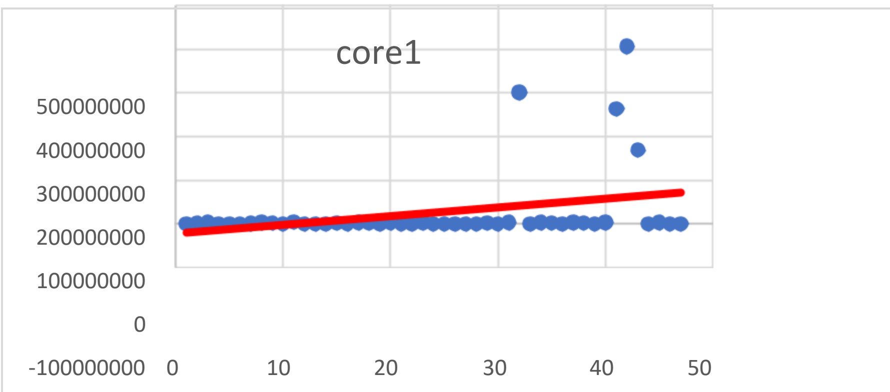


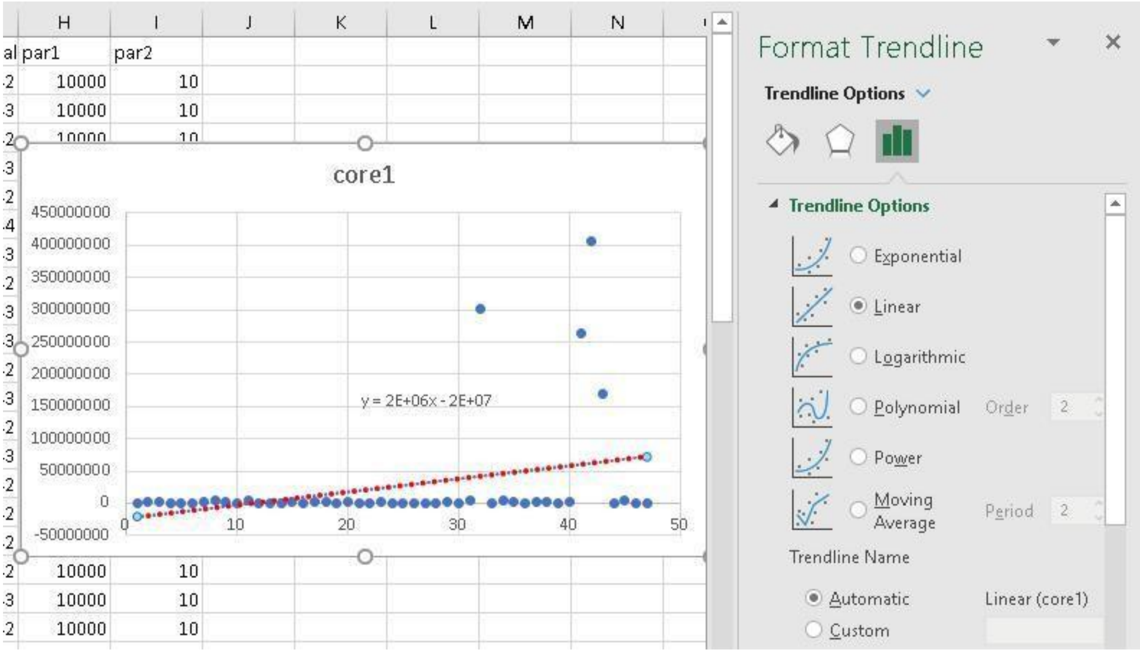
Os gráficos de Residuais vs. Alavancagem ajudam a identificar pontos de dados influentes em seu modelo. Os valores discrepantes podem ser influentes, embora não sejam necessários e alguns pontos dentro de uma faixa normal em seu modelo podem ser muito influentes.

Os pontos que estamos procurando (ou não) são valores nos cantos superior direito ou inferior direito, que estão fora da linha de distância de Cook tracejada em vermelho. Esses são pontos que teriam influência no modelo e removê-los provavelmente alteraria visivelmente os resultados da regressão(fonte: https://medium.com/data-distilled/residual-plots-part-4-residuals-vs-leverage-plot-14aeed009ef7).

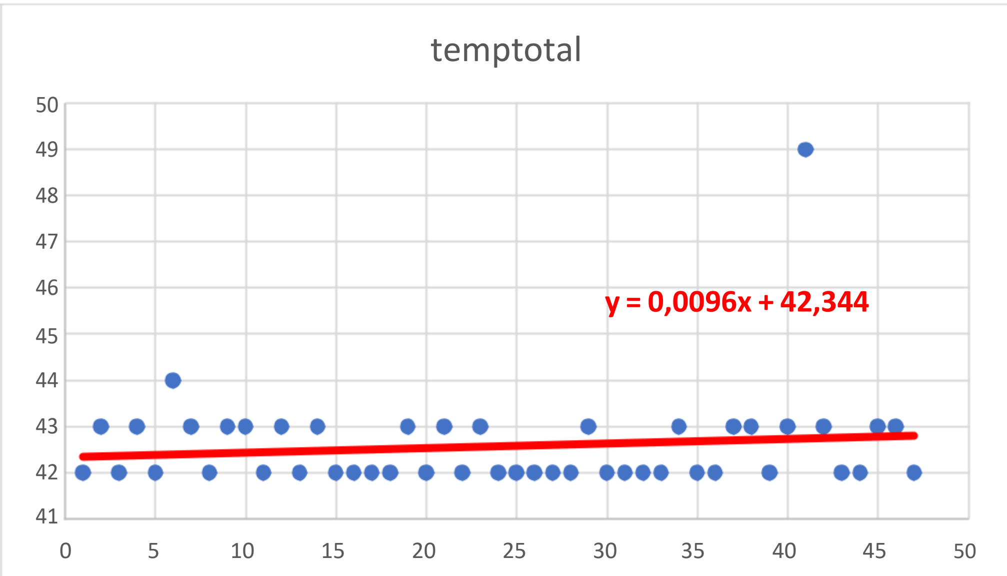
Para ilustrar melhor, vamos usar o mesmo exemplo no Excel.

horario	core1	core2	CPU	temp1	temp2	temptot	par1	par2
09/24/2020	125	101562	1132812	40	42	42	1000	10
09/24/2020	164062	164062	1640625	40	43	43	1000	10
09/24/2020	304687	3125	3085937	40	42	42	1000	10
09/24/2020	21875	140625	1796875	40	43	43	1000	10
09/24/2020	296875	289062	2929687	40	42	42	1000	10
09/24/2020	4375	546875	4921875	41	44	44	1000	10
09/24/2020	195312	1875	1914062	40	43	43	1000	10
09/24/2020	367187	289062	328125	40	43	42	1000	10
09/24/2020	226562	203125	2148437	40	43	43	1000	10
09/24/2020	1875	148437	1679687	40	43	43	1000	10





Observe que temos os mesmos modelos sendo apresentados como formatos de linha de tendência. Que tentam explicar o conjunto de dados.



Aponte no gráfico anterior o que significa a equação encontrada

2.4. Matemática financeira básica

Vale lembrar aqui uma premissa muito importante.

O VALOR DO DINHEIRO NO TEMPO MUDA

Para esta premissa, quando comparamos duas quantias, precisamos equipará-las a uma data (date) base.

Alguns conceitos:

Juros → é o rendimento obtido ou pago quando alguma pessoa aplica ou toma emprestado determinado valor em dinheiro, com custos financeiros embutidos.

Taxa de juros → É um coeficiente aplicado como valor de juros por um período determinado ou atrelado a um contrato. Essa taxa tem por objetivo recuperar o risco envolvido no empréstimo ou financiamento, sobre o poder a degradação do poder de compra ou a efetiva inadimplência.

Como diferencio um e outro.

Taxa de juros é um coeficiente com uma unidade entre 0 a 100%, e o juros é o valor calculado em quantia de dinheiro. Taxa é o percentual e juros é o valor em dinheiro.

A taxa de juros pode ser unitária ou percentual.

Taxa unitária → reflete o valor dos juros para cada unidade do capital
Se, Tu = juros/Capital== R$ 10.00/R$ 100.00 = 0.1 (não tem unidade de medida)

Taxa percentual → reflete o valor dos juros para cada cento
Se, Tp = (juros/Capital) *100 = (R$10.00/R$100.00) *100 = 10 %

Faça em R

```
> juros<-10.00
> capital<-100.00
> tu<-juros/capital
>tu
[1]
0.1
> tp<-(juros/capital)*100
> tp
```

[1] 10

Juros simples

Exemplo de taxa a 10%

Mês 1 - inicial	Mês 2 – incide juros	Mês 3 – incide juros	Mês4 -incide juros
R$ 100,00	R$ 100,00	R$ 100,00	R$ 100,00
	R$ 10,00	R$ 10,00	R$ 10,00
		R$ 10,00	R$ 10,00
			R$ 10,00
R$ 100,00	R$ 110,00	R$ 120,00	R$ 130,00

Em R:

```
> capital<-100
> juros<-10
> meses<-3
> js<-capital + meses*juros
> js
[1] 130
```

Fórmula Financeira	
Juros	Montante final
J = C * i *t J = juros C =capital i = taxa de juros t = tempo de aplicação(mês, bimestre, trimestre, semestre, ano...)	M=C + J M= montante final C = capital J = juros

Exemplo: Qual o valor do montante pago, por um financiamento de um computador de R$1500,00, em 6 parcelas, aplicado no regime de juros simples a uma taxa mensal de 1,3 % durante 6 meses?

Quanto o fica o valor da parcela e qual o montante pago ao final da 6ª parcela paga.

Capital	1500.00
Taxa de juros i	i = 1.3% = 1.3/100 = 0.013 ao mês (a.m)
Tempo t	t = 6 meses
Juros	J = 1500.00 *0.013 *6 = 117.00 em reais
Montante M	M = C + j = 1500,00 + 117.00 = 1617,00 em reais

R$1617.00 dividido em 6 parcelas iguais = 6 parcelas de R$ 269.50

Juros compostos

Exemplo de taxa a 10%

Mês 1 - inicial	Mês 2 – incide juros	Mês 3 – incide juros sobre juros	Mês4 -incide juros sobre juros
R$ 100,00	R$ 100,00	R$ 100,00	R$ 100,00
	R$ 10,00	R$ 10,00 (*)	R$ 20,00 (*) (*)
		R$ 10,00 (*)	R$ 1,00(**)
		R$ 1,00 (**)	R$ 10,00
			R$ 2,00(*) (*)
			R$ 0,10(**)
R$ 100,00	R$ 110,00	R$ 121,00	R$ 133,10

Em R:

Pense como você faria um programa em R que calcula-se os juros compostos.

Pense que a capitalização composta ou capitalização a juros compostos é a aplicação de um determinado capital, a uma taxa que gera, em um período de tempo, em n dias ou meses ou anos ou etc, um juro em cima do montante obtido no período imeditamente anterior.

M = C * (1+i%)*(1+i%)*(1+i%) ... (1+i%) , ou seja n vezes.

M = C*(1 +i%)n**

M= montante final

C = capital

i = taxa de juros

n = 3 meses de incidência juros e juros sobre juros

Colocando os valores do exemplo anterior na fórmula:

Capital = 100,00

i = 10% = 0,10

M = 100*(1+10)3**

M=133.10 reais

Você assimilou que existe uma regra entre o capital e a forma como esse capital circula, na forma de mercadoria ou na forma de dinheiro mesmo, ou até, mercado de capitais, ativos, imóveis alugados, outros.

Se você compra um bem, alguém vai acreditar que você poderá pagar esse bem, com um risco que pode variar de acordo com seu perfil, risco baixo à alto.

O mercado sabe quem você é, hoje suas informações estão disponíveis em todas as instituições financeiras e de crédito.

O mercado financeiro tem como função intermediar as relações entre quem poupa ou que toma capital, considerando, os riscos, prazos, etc.

Como funciona:

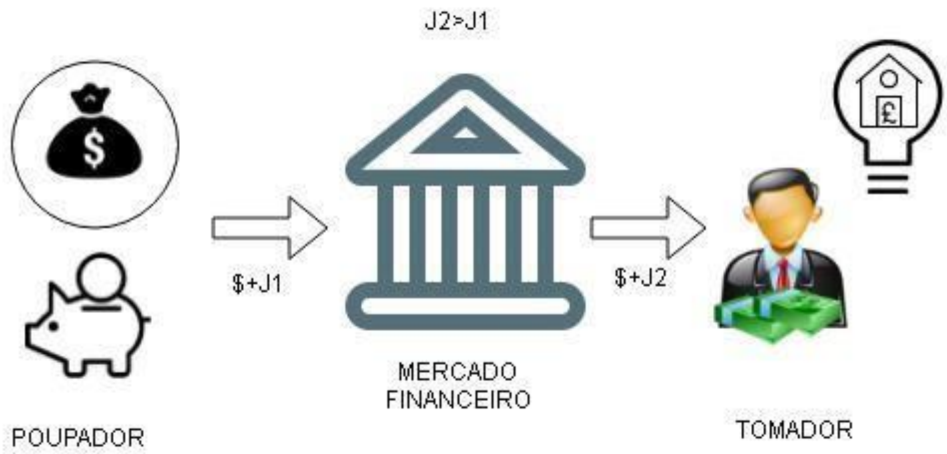


Figura 4 - Spread – Mercado Financeiro – Fonte autoral

Spread refere-se à diferença entre o preço de compra e venda de uma ação, título ou transação monetária. Analogamente, quando o banco empresta dinheiro a alguém, cobra uma taxa pelo empréstimo — uma taxa que será certamente superior à taxa de captação. A diferença entre as duas taxas é o chamado spread bancário (fonte: Wikipédia, 2020).