

# Cálculo Computacional e Estatística

Profª Drª Marise Miranda, Prof Msc Eduardo Verri

## Sumário

### 1. Teoria de conjuntos (sets)

- 1.1. Dados (estruturados e não estruturados)
- 1.2. Coleções não ordenadas
- 1.3. Descrição
- 1.4. Operações

### 2. Matemática básica

- 2.1. Operações
- 2.2. Funções
- 2.3. Equações e inequações
- 2.4. Matemática financeira básica

### 3. Sistemas Lineares e não lineares

- 3.1. Escalares
- 3.2. Matriciais
- 3.3. vetoriais

### 4. Cálculo Diferencial e Integral

- 4.1. Derivada
- 4.2. Integral simples
- 4.3. Integral Dupla
- 4.4. Integral tripla
- 4.5. Interpolação

### 5. Cálculo numérico e otimização

- 5.1. Definição do problema
- 5.2. Modelagem matemática
- 5.3. Solução numérica
- 5.4. Análise de resultados

### 6. Geometria Analítica

- 6.1. Plano, cônicas, espaço, quádriga
- 6.2. Características geométricas e discretas
  - 6.2.1 Geométricas: forma e localização
  - 6.2.2 Discretas: representação do objeto por coordenadas ou equações

### 7. Transformação geométrica

- 7.1. Tridimensional
- 7.2. Translação
- 7.3. Rotação

### 8. Técnicas para mineração de dados textuais

- 8.1. Técnicas generalistas: busca de strings, busca hash code
  - 8.1.1 Integridade por aproximação na recuperação da informação
- 8.2. Distância Euclidiana
- 8.3. Distância de Hamming
- 8.4. Discussão sobre a similaridade do Coseno

### 9. Estatística Descritiva

- 9.1. Medidas: posição, dispersão/variabilidade, distribuição, representação e Interpretação

# Cálculo Computacional e Estatística

*Profª Drª Marise Miranda, Prof Msc Eduardo Verri*

## 10. Distribuição e Probabilidade

- 10.1. Aleatoriedade
- 10.2. Variáveis aleatórias contínuas (Exponencial, Normal, Aproximações)
- 10.3. Variáveis aleatórias discretas (Binomial, Geométrica, Binomial Negativa e Poisson) 11.

### Inferência

- 11.1 Amostragem
- 11.2 Estimação
- 11.3 Teste H

## 12. Técnicas de modelagem

- 12.1 Conglomerados (clusters)
- 12.2 Agrupamentos
- 12.3 Fatorial
- 12.4 Análise de Correspondência e homogeneidade
- 12.5 Escalonamento multidimensional

## 13. Técnicas por dependência

- 13.1 Regressão linear
- 13.2 Regressão não linear
- 13.3 Regressão múltipla
- 13.4 Regressão Logística
- 13.5 Análise Discriminante Linear
- 13.6 Análise ANOVA
- 13.7 Análise MANOVA
- 13.8 Correlação
- 13.9 Correlação Canônica
- 13.10 Séries Temporais
- 13.11 Análise de Sobrevivência

## 14. Confiabilidade

## 15. Modelos Hierárquicos lineares

## 16. Técnicas de Previsão Séries Temporais

## 17. Técnicas de Teoria das filas em modelos estacionários

### Ferramentas utilizadas:

- Linguagem python
- Banco de dados
- Linguagem R
- Tableau/Power BI
- Simuladores
- Framework
- Base de dados e repositórios

# Cálculo Computacional e Estatística

*Profª Drª Marise Miranda, Prof Msc Eduardo Verri*

## **Metodologia:**

Aulas expositivas, práticas com a utilização de softwares para acelerar a aprendizagem e demonstrar aplicações úteis e integradas com o mundo real. Conteúdo aplicado a casos práticos do mundo real.

## **Interdisciplinaridade:**

Integração com o projeto de pesquisa e inovação I

## **FRASES MOTIVADORAS:**

### **René Descartes**

“Não existem métodos fáceis para resolver problemas difíceis.”

### **Albert Einstein**

“A Matemática não mente. Mente quem faz mau uso dela.”

## **O que é Cálculo computacional**

Nos deparamos com a possibilidade de distorção do que é esta disciplina e como ela será aplicada. A questão é muito simples, a disciplina tem um conteúdo estritamente voltado para matemática, geometria e estatística, do básico ao avançado, mas direcionado à aplicações em Ciência da Computação e Sistemas de Informação.

Não se tem a pretensão de cobrir todas as possibilidades das diversas áreas que a matemática possibilita. O conteúdo foi pensado justamente para utilizar a computação e aplicar a contextos profissionais que o egresso poderá realizar.

Nesta disciplina Cálculo Computacional é definido pela autora como a forma de informatizar aplicações numéricas e geométricas. A abstração numérica, implementada por meio de linguagem computacional, permite partir de modelos, aplicar métodos como algoritmos e atingir os objetivos. No momento atual, a utilização do computador possibilita dar um salto do cálculo aproximado para o cálculo exato, porque permite a manipulação inteligente de estruturas numéricas. Não só numéricas, mas com strings associadas, outros sistemas de numeração, imagens, sons etc.

Com este entendimento, sobre o que é cálculo computacional, os modelos e métodos matemáticos para analisar problemas passam a desempenhar provas essenciais em uma compreensão genuína, autêntica e verdadeira. Também vão além, certificam que os modelos e métodos matemáticos, no contexto computacional, se comportam corretamente, superando qualquer quantidade de teste que se possa fazer.

Outro aspecto muito importante é que o cálculo manual limita a quantidade de números utilizados nas operações, no entanto, pode ser monitorado, encontrando-se os erros. No

# Cálculo Computacional e Estatística

Profª Drª Marise Miranda, Prof Msc Eduardo Verri

cálculo computacional, não há limites para a quantidade de números, seu processamento limita-se ao hardware do computador. Porém a rastreabilidade dos erros torna-se mais complexa, e neste sentido, algoritmos de detecção de erros e alertas são imprescindíveis.

Muitos softwares já vêm com bibliotecas implementadas, o cientista da computação precisa analisar e comparar o grau de assertividade das ferramentas matemáticas de software.

Por este motivo toda linguagem, software matemático ou de aplicação matemática deve estar com seus pacotes e bibliotecas atualizados, assim erros podem ser corrigidos e melhorar o desempenho com novas **features** nos programas.

## Para saber mais

**Pacotes** ou **packages** são conjuntos ou *collections* de programas com o objetivo de solucionar problemas em áreas especializadas.

As **Bibliotecas** ou **libraries** são conjuntos ou *collections* sistematizados de softwares para a resolução de diversas classes de problemas, por exemplo, de matemática. Normalmente é composto de centenas de programas.

Vamos lá. Já vimos como a computação auxilia no desempenho do cálculo matemático. A matemática, a lógica matemática, o cálculo partem de pressupostos, como teoremas, axiomas, proposições. Não desenvolveremos estas teorias, vamos apenas demonstrá-las e como são aplicadas. Neste caminho o processo de aprendizagem é mais rápido, porque a linguagem de programação leva ao estudo do algoritmo, composto por todas as partes de um sistema que deve realizar um cálculo ou tarefa. Se a estrutura do algoritmo não propiciar a correta execução dele, os pacotes e bibliotecas matemáticas incluídos nas linguagens alertarão por meio de erros.

## Para saber mais

Axioma **em lógica matemática é uma** sentença, proposição ou postulado. **Estes são como verdades incontestáveis, aceitas universalmente e válidas para uso em todas as ferramentas de cálculo, sejam, calculadores, bibliotecas de linguagens de programação, softwares ou simuladores. São base de utilização na construção de uma teoria ou hipótese, ainda, como fundamento de um argumento.**

Exemplo de axioma em geometria: **Dados dois pontos distintos, A e B, a ligação entre eles determinam uma única reta.**

# Cálculo Computacional e Estatística

Profª Drª Marise Miranda, Prof Msc Eduardo Verri

Partindo do princípio de que o conhecimento matemático atual precede ao conhecimento filosófico e lógico que modelaram todo o cálculo utilizado até hoje, vamos navegar pela lógica das proposições.

A lógica proposicional ou aritmética das proposições em nosso mundo real, é composta por uma sentença declarativa, que pode ser de afirmação ou negação.

São exemplos de sentenças declarativas:

- O notebook é novo.
- Pedro é estagiário e Amélia é gerente de projetos.
- A unidade de disco ou a memória apresenta defeito.
- A CPU não está travando

Com os exemplos anteriores, podemos limitar nosso estudo a apresentar as proposições e como elas são desenvolvidas, fazendo a ligação com a lógica matemática.

Vamos partir de um contexto filosófico:

**Penso, logo existo** - Por René Descartes –filósofo e matemático do século, publicação de 1637, O Discurso do Método. Nesta publicação Descartes buscava a verdade do conhecimento.

Se “Penso”

Proposição 1

P1

Então

“Logo existo”

Isto é uma verdade?

Se “sim”

Então “quem não pensa, não existe

Proposição 2

Q1

Resposta: Verdadeiro

Se P1 E Q1 são verdadeiros, pode-se afirmar que todo animal irracional não existe.

O Tutti é meu cão de raça, mora comigo desde pequeno. Tutti é um animal irracional.  
Tutti não pensa. Tutti não existe.

**A lógica parece não fazer sentido.**

Vamos fazer ensaios com algumas proposições, tabela 1

# Cálculo Computacional e Estatística

Profª Drª Marise Miranda, Prof Msc Eduardo Verri

Operador	Conectivo Padrão	Variável lógica	Contexto
Negação	$\neg$	não p	A casa <b>não</b> é amarela
Conjunção	$\wedge$	p e q	A casa do João é amarela <b>e</b> a casa do Pedro é azul
Disjunção inclusiva	$\vee$	p ou q	A casa do João é amarela <b>ou</b> a casa do Pedro é azul
Disjunção exclusiva	$\underline{\vee}$	ou p ou q	<b>Ou</b> A casa do João é amarela <b>ou</b> a casa do Pedro é azul
Condicional	$\rightarrow$	se p então q	<b>Se</b> A casa do João é amarela <b>então</b> a casa do Pedro é azul
Bicondicional	$\leftrightarrow$	p se e somente se q	A casa do João é amarela <b>se e somente se</b> a casa do Pedro é azul

Tabela 1 – Lógica proposicional e a representação através de conectivos

## Conjunção

Operação	Proposição 1	Conectivo	Proposição 2
Conjunção	p	$\wedge$	q
$\wedge$	A casa do João é amarela	<b>e</b>	a casa do Pedro é azul

Tabela 2 – Aplicação da lógica proposicional em sentenças declarativas

Exercício 1) Observe a sentença e valide a tabela verdade que a representa.

Maria tem cabelo castanho e olhos pretos.



Figura1 – Persona Maria

# Cálculo Computacional e Estatística

Profª Drª Marise Miranda, Prof Msc Eduardo Verri

Vamos interpretar esta sentença com uma tabela verdade

Operação	Proposição 1	Conectivo	Proposição 2
Conjunção	p	$\wedge$	q
$\wedge$	Maria tem cabelo castanho	e	olhos pretos

Tabela verdade da Conjunção:  $p \wedge q$  (p e q)

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

p: Maria tem cabelo castanho

q: Maria tem olhos pretos

A proposição resultante só será verdadeira quando as duas proposições forem verdadeiras.

**Disjunção Inclusiva:** esta operação liga no mínimo duas proposições, sua representação se dá pelo conectivo “ou”.

No domingo, Maria pode ir ao cinema ou dançar

A tabela verdade deve considerar a sentença

como:

p – No domingo, Maria pode ir ao cinema

q – No domingo, Maria pode ir dançar

Disjunção inclusiva (\*):  $p \vee q$  (p ou q)

(\*) pode-se utilizar **disjunção** somente.

# Cálculo Computacional e Estatística

Profª Drª Marise Miranda, Prof Msc Eduardo Verri

Tabela verdade da Disjunção:  $p \vee q$  (p ou q)

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

A proposição resultante da disjunção inclusiva só será falsa quando as duas proposições individuais forem falsas.

**Disjunção Exclusiva:** sua estrutura admite apenas uma condição verdadeira, exclusivamente só uma das partes, quaisquer que sejam, pode ser verdadeira. Neste caso, recomendamos que utilize o nome composto como disjunção exclusiva para diferenciar de disjunção inclusiva.

Ou Maria irá ao cinema ou dançar.

Na sentença não há uma opção, há uma condição qualquer que ocorra.

p – Ou Maria irá ao cinema.

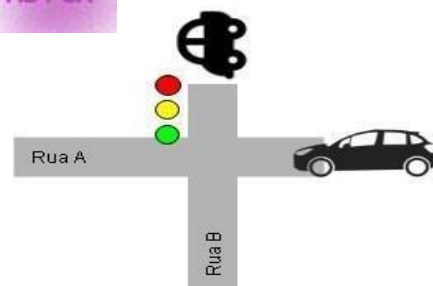
q – Ou Maria irá dançar.

É como se Maria tivesse apenas duas possibilidades, mas só fosse optar por uma delas de cada vez, Maria não poderá ir ao cinema ao mesmo tempo em que irá dançar.

## Regra do semáforo

Em um cruzamento a condição do farol deve ser única para cada um dos carrinhos

## Para lembrar





# Cálculo Computacional e Estatística

Profª Drª Marise Miranda, Prof Msc Eduardo Verri

Tabela verdade da Disjunção Exclusiva:  $p \underline{\vee} q$  (ou p ou q)

p	q	$p \underline{\vee} q$
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Condicional: esta operação relaciona algo dependente entre as duas proposições.

Se Maria nasceu em São Paulo, então ela é paulista.

A tabela verdade deve considerar a sentença como:

p – Maria nasceu em São Paulo

q – Maria é paulista

Observe que a estrutura condicional apresenta dois termos de forma implícita.

Suficiente e Necessário

Vamos observá-los na sentença abaixo:

p1 - Se Maria nasceu em São Paulo suficientemente ela é paulistana.

p2 - Se Maria nasceu em São Paulo suficientemente ela não reside nesse estado

Mas, q1 - Se Maria é paulista, necessariamente ela nasceu em São Paulo

Vamos traduzir logicamente as condições anteriores.

Regra de Ouro: O que está a esquerda da sentença é sempre condição suficiente e o que está a direita é condição necessária:

$(p1 \rightarrow q1)$

$(p2 \rightarrow q1)$

Tabela Verdade da estrutura condicional:

$p \rightarrow q$  (Se... então)

# Cálculo Computacional e Estatística

Profª Drª Marise Miranda, Prof Msc Eduardo Verri

Tabela verdade da Condicional:  $p \rightarrow q$  (se p .....então q)

p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

A proposição resultante da condicional só será **falsa** quando a proposição antecessora for **verdadeira** e a proposição consequente for **falsa**.

**Bicondicional:** Essa estrutura é formada por dupla condição, p depende de q, quando, “p se e somente se q”.

Vamos usar sentenças com números para melhor compreensão:

O número 6 é maior que 3 **se e somente se** 3 for menor que 6.

p: O número 6 é maior que 3

q: O número 3 é menor que 6

Observe as duas condições que implicam entre si:

- $p \rightarrow q$  (**Se** 6 é maior que 3, **então** 3 é menor que 6)
- $q \rightarrow p$  (**Se** 3 é menor que 6, **então** 3 é maior que 6)

Essa dupla condição, ou seja, a bicondicional exprimi uma condição suficiente e necessária, também.

O número 6 ser maior que 3 é condição **suficiente e necessária** para 3 ser menor do que 6.

Tabela verdade da Bicondicional:  $p \leftrightarrow q$  (p se e somente se q)

p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

# Cálculo Computacional e Estatística

Profª Drª Marise Miranda, Prof Msc Eduardo Verri

A proposição resultante bicondicional só será **falsa** se as proposições individuais possuírem condições de entrada diferentes.

**Negação:** É uma proposição de entrada única, com proposição de saída resultante contrária ou inversa a entrada.

p: São Paulo é um estado do Brasil

$\neg p$ : São Paulo não é um estado do Brasil

q: a variável x é par

$\neg q$ : a variável x não é par

Exercício 2) Atribua valores lógicos para as sentenças a seguir:

- a) “Todos os homens são mortais” – É uma sentença declarativa expressa na forma afirmativa.

( ) verdadeiro                      ( ) Falso

- b) “12 é um número par positivo” – É uma sentença declarativa expressa na forma afirmativa.

( ) verdadeiro                      ( ) Falso

- c) “ $8 + 4 = 10$ ” – É uma sentença declarativa expressa na forma afirmativa. (

) verdadeiro                      ( ) Falso

- d) “ $y - 3 = 7$ ”

( ) verdadeiro                      ( ) Falso

# Cálculo Computacional e Estatística

Profª Drª Marise Miranda, Prof Msc Eduardo Verri

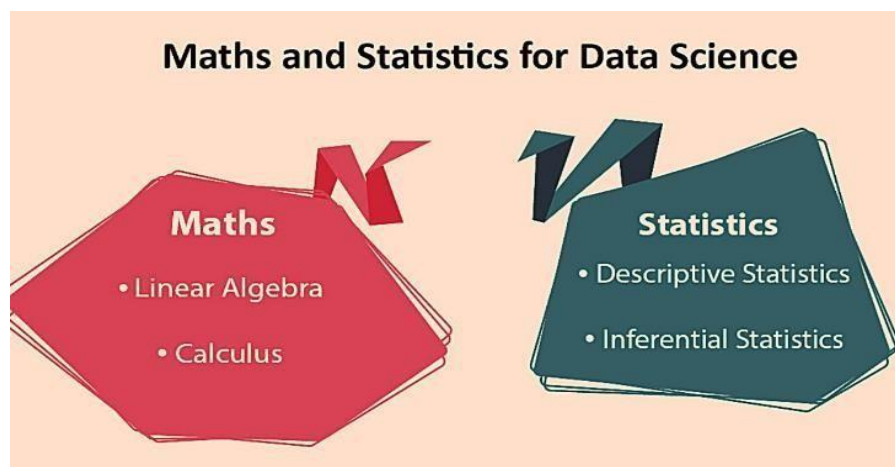


Para me conhecer melhor responda ao questionário que está no Moodle nesta aula 1

Viajando no futuro:

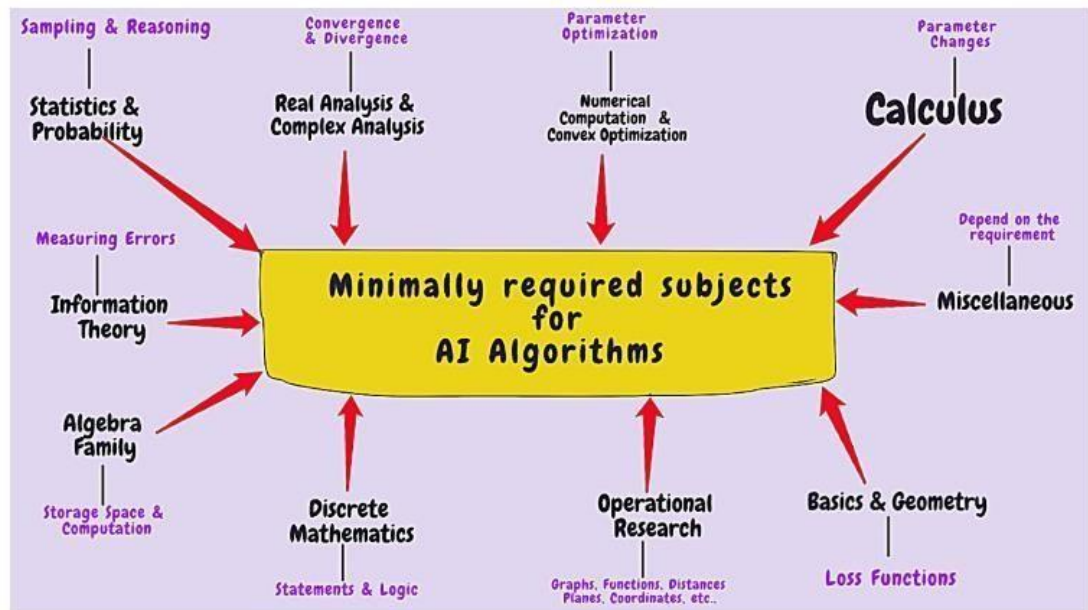
Mathematics for AI: All the essential math topics you need Essential list of math topics for Machine Learning and Deep Learning. Abhishek Parbhakar Aug 9, 2018 · 3 min read

[Mathematics for AI: All the essential math topics you need | by Abhishek Parbhakar | Towards Data Science](#)

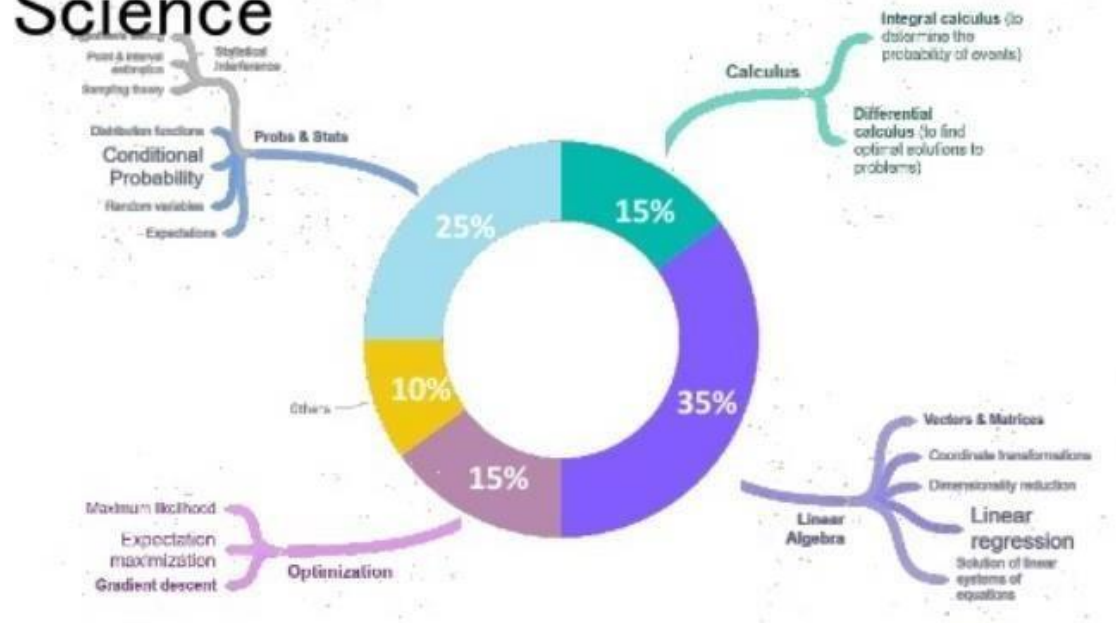


## Mathematical Concepts Important for Machine Learning & Data Science:

1. Linear Algebra
2. Calculus
3. Probability Theory
4. Discrete Maths
5. Statistics



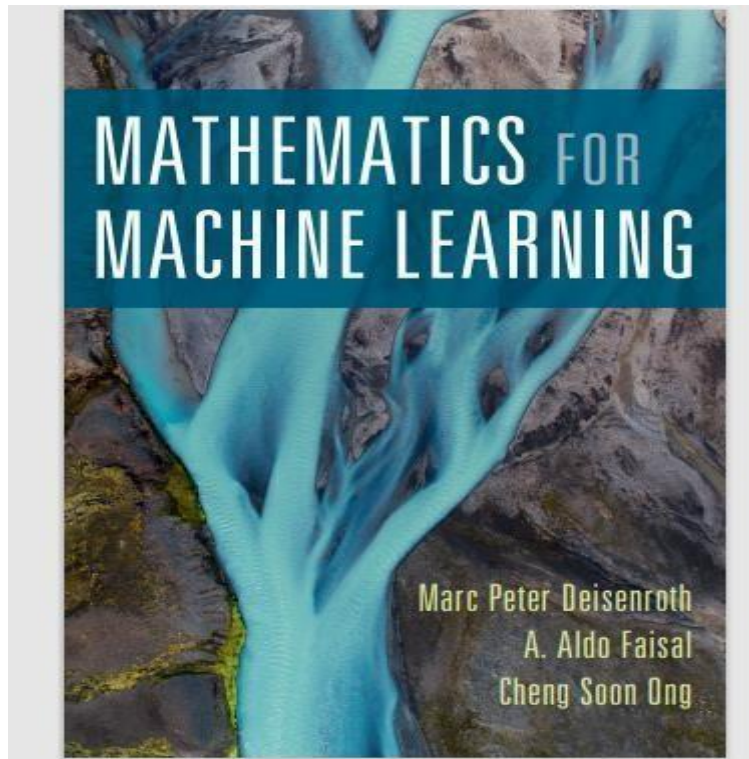
## Required Mathematics in Data Science



[Mathematics For Machine Learning | Mathematics for Data Science \(analyticsvidhya.com\)](https://analyticsvidhya.com)

# Cálculo Computacional e Estatística

Profª Drª Marise Miranda, Prof Msc Eduardo Verri



## Contents

Foreword	1
<b>Part I Mathematical Foundations</b>	<b>9</b>
<b>1 Introduction and Motivation</b>	<b>11</b>
1.1 Finding Words for Intuitions	12
1.2 Two Ways to Read This Book	13
1.3 Exercises and Feedback	16
<b>2 Linear Algebra</b>	<b>17</b>
2.1 Systems of Linear Equations	19
2.2 Matrices	22
2.3 Solving Systems of Linear Equations	27
2.4 Vector Spaces	35
2.5 Linear Independence	40
2.6 Basis and Rank	44
2.7 Linear Mappings	48
2.8 Affine Spaces	61
2.9 Further Reading	63
Exercises	64
<b>3 Analytic Geometry</b>	<b>70</b>
3.1 Norms	71
3.2 Inner Products	72
3.3 Lengths and Distances	75
3.4 Angles and Orthogonality	76
3.5 Orthonormal Bases	78
3.6 Orthogonal Complement	79
3.7 Inner Product of Functions	80
3.8 Orthogonal Projections	81
3.9 Rotations	91
3.10 Further Reading	94
Exercises	96
<b>4 Matrix Decompositions</b>	<b>98</b>
4.1 Determinant and Trace	99

This material is published by Cambridge University Press as *Mathematics for Machine Learning* by Marc Peter Deisenroth, A. Aldo Faisal, and Cheng Soon Ong (2020). This version is free to view and download for personal use only. Not for re-distribution, resale, or use in derivative works.  
©By M. P. Deisenroth, A. A. Faisal, and C. S. Ong, 2021. <https://mml-book.com>.



# Cálculo Computacional e Estatística

Profª Drª Marise Miranda, Prof Msc Eduardo Verri

ii	Contents
4.2	Eigenvalues and Eigenvectors 105
4.3	Cholesky Decomposition 114
4.4	Eigendecomposition and Diagonalization 115
4.5	Singular Value Decomposition 119
4.6	Matrix Approximation 129
4.7	Matrix Phylogeny 134
4.8	Further Reading 135
	Exercises 137
<b>5</b>	<b>Vector Calculus 139</b>
5.1	Differentiation of Univariate Functions 141
5.2	Partial Differentiation and Gradients 146
5.3	Gradients of Vector-Valued Functions 149
5.4	Gradients of Matrices 155
5.5	Useful Identities for Computing Gradients 158
5.6	Backpropagation and Automatic Differentiation 159
5.7	Higher-Order Derivatives 164
5.8	Linearization and Multivariate Taylor Series 165
5.9	Further Reading 170
	Exercises 170
<b>6</b>	<b>Probability and Distributions 172</b>
6.1	Construction of a Probability Space 172
6.2	Discrete and Continuous Probabilities 178
6.3	Sum Rule, Product Rule, and Bayes' Theorem 183
6.4	Summary Statistics and Independence 186
6.5	Gaussian Distribution 197
6.6	Conjugacy and the Exponential Family 205
6.7	Change of Variables/Inverse Transform 214
6.8	Further Reading 221
	Exercises 222
<b>7</b>	<b>Continuous Optimization 225</b>
7.1	Optimization Using Gradient Descent 227
7.2	Constrained Optimization and Lagrange Multipliers 233
7.3	Convex Optimization 236
7.4	Further Reading 246
	Exercises 247
<b>Part II</b>	<b>Central Machine Learning Problems 249</b>
<b>8</b>	<b>When Models Meet Data 251</b>
8.1	Data, Models, and Learning 251
8.2	Empirical Risk Minimization 258
8.3	Parameter Estimation 265
8.4	Probabilistic Modeling and Inference 272
8.5	Directed Graphical Models 278

Copyright (c) 2021-2020 of "Mathematics for Machine Learning". Feedback: <https://mml-book.com>

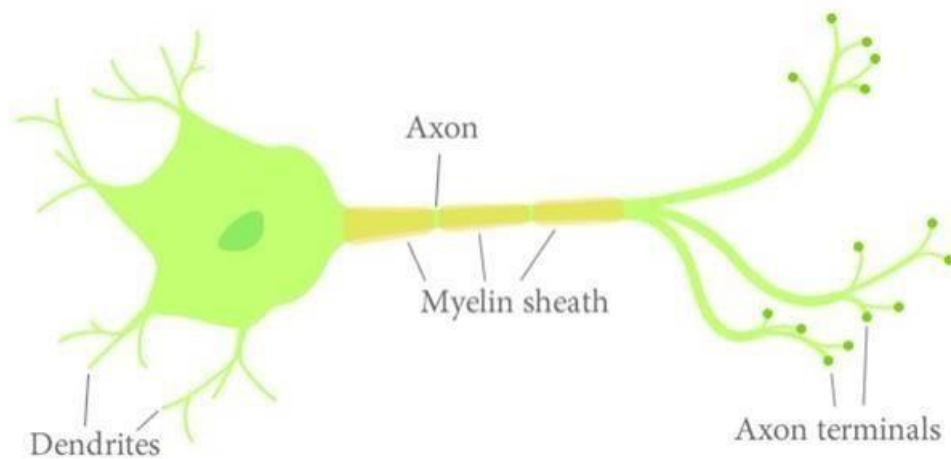
Contents	iii
8.6	Model Selection 283
<b>9</b>	<b>Linear Regression 289</b>
9.1	Problem Formulation 291
9.2	Parameter Estimation 292
9.3	Bayesian Linear Regression 303
9.4	Maximum Likelihood as Orthogonal Projection 313
9.5	Further Reading 315
<b>10</b>	<b>Dimensionality Reduction with Principal Component Analysis 317</b>
10.1	Problem Setting 318
10.2	Maximum Variance Perspective 320
10.3	Projection Perspective 325
10.4	Eigenvector Computation and Low-Rank Approximations 333
10.5	PCA in High Dimensions 335
10.6	Key Steps of PCA in Practice 336
10.7	Latent Variable Perspective 339
10.8	Further Reading 343
<b>11</b>	<b>Density Estimation with Gaussian Mixture Models 348</b>
11.1	Gaussian Mixture Model 349
11.2	Parameter Learning via Maximum Likelihood 350
11.3	EM Algorithm 360
11.4	Latent-Variable Perspective 363
11.5	Further Reading 368
<b>12</b>	<b>Classification with Support Vector Machines 370</b>
12.1	Separating Hyperplanes 372
12.2	Primal Support Vector Machine 374
12.3	Dual Support Vector Machine 383
12.4	Kernels 388
12.5	Numerical Solution 390
12.6	Further Reading 392
<b>References</b>	<b>395</b>
<b>Index</b>	<b>407</b>



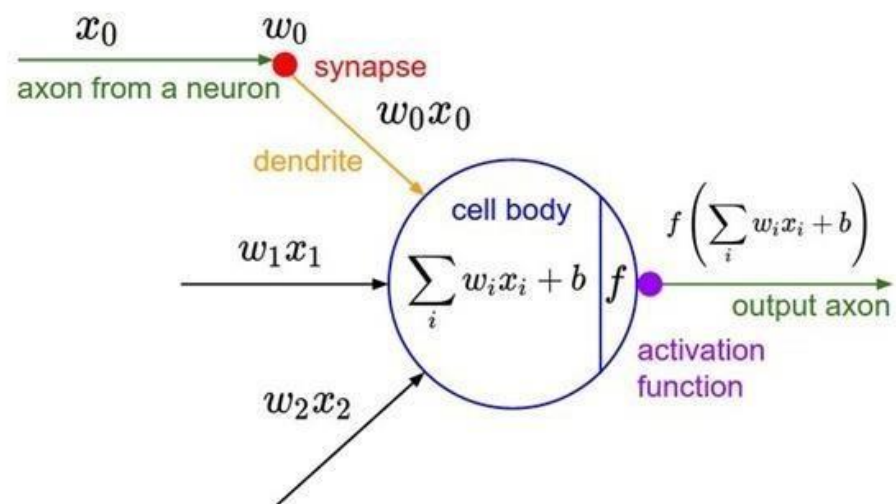
# Cálculo Computacional e Estatística

Profª Drª Marise Miranda, Prof Msc Eduardo Verri

## Real Neuron

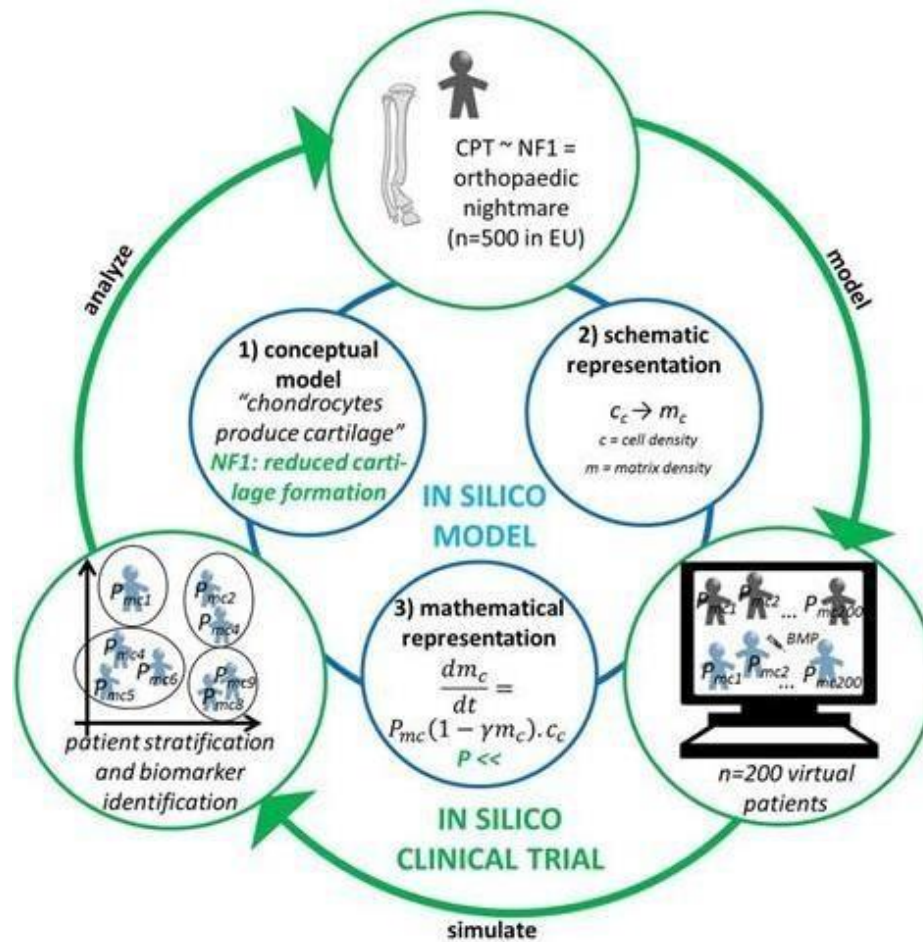


## Artificial Neuron



[Why is Mathematics Vital to Thrive In Your AI Career? | by Madiha Jamal | Towards Data Science](#)

## Nosso desafio: MODELAR O MUNDO



In Silico clinical trials for pediatric orphan diseases