

学 号: 20373091
班 级: 200615
姓 名: 黄悦
同组者: _____
日 期: 2021.9.11
评 分: _____

实验名称: 拉伸法测钢丝弹性模量

一、实验重点

- ① 学习两种测量微小长度的方法
- ② 理解并熟练使用游标卡尺和千分尺. 正确读取游标, 注意千分尺的规范操作. (恒力装置的使用和零点校对).

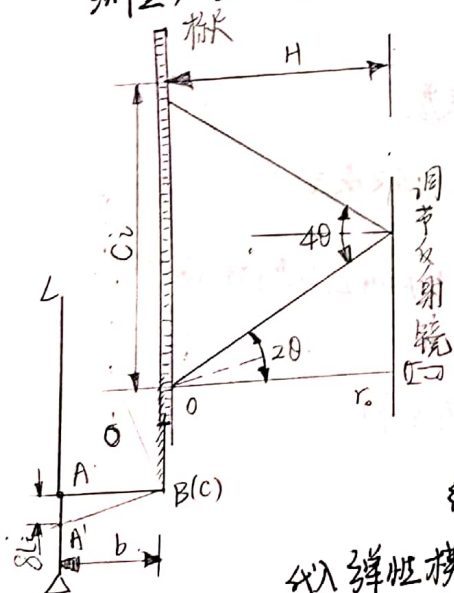
二 实验原理

实验原理.
弹性模量的定义: $E = \frac{\text{应力}}{\text{应变}} = \frac{\sigma}{\varepsilon}$, E 称为该金属的弹性模量.

弹性模量的定义： $E = \frac{\text{应力}}{\text{应变}}$ ， $E = \frac{F/A}{\Delta L/L}$
应力： $\sigma = \frac{F}{A}$ ，应变： $\epsilon = \frac{\Delta L}{L}$ ，弹性模量 E 与外力 F ，物体长度 L 以及截面积 A 的大小均无关系，只取决于金属材料

科例性质.

料例性质。
对于圆柱形金属丝，直径为 D ，在金属丝下悬挂重物，产生的拉力 F 。
则有 $E = \frac{F}{\epsilon} = \frac{F/A}{\Delta L/L} = \frac{4FL}{\pi D^2 \Delta L}$ ，测量的难点在于 ΔL 很小，用一般方法不易测量，因此要使用光杠杆法进行微小长度测量。光杠杆工作原理图如下。



开始时先让杆反射镜与标尺在同一平面，在望远镜上阅读数为 r_0 。金属丝上挂重物后，使杠杆反射镜后足随之下降 ΔL 并产生一个微小的偏转角 θ 。这时望远镜的读数会发生改变，为 r_i 。

祝伸量. $C_i = r_i - r_0$.

由几何关系可得, $2\theta \approx \tan 2\theta = \frac{C_{i/2}}{H}$. $\theta = \frac{C_i}{4H}$.

$$\text{得 } \delta L_2 = \frac{b C_1}{4H} = W C_1, \quad W = \frac{b}{4H}$$

代入弹性模量定义得, $E = \frac{16FLH}{\pi d^4 \delta}$

三、实验操作及注意事项

Step 1: 调整测量系统 ①. 调粗调, ②. 调焦 ③. 调节初始光路水平.

- 注意：必须要保证初始时光路水平，不然无法得到正确数据



扫描全能王 创建

Step 2: 测量数据: 先加 10kg 质量的拉力, 将钢丝拉直, 然后逐次改变拉力, 测量望远镜又丝对应标尺读数.

- 注意: 金属丝有弹性滞后效应, 即受力不能立刻伸长, 撤力不能立刻恢复. 应在增加拉力过程和减小拉力过程中各测一次, 取平均值.

实验 2:

实验名称: 扭摆法测定转动惯量.

一实验原理: 螺旋弹簧产生恢复力矩, 由胡克定律有: $M = -k\theta$.

由转动定律有: $M = I\beta$ (I 为物体绕轴的转动惯量).

$$\beta = \ddot{\theta}, \text{ 有 } \ddot{\theta} = \frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{k}{I}\theta \quad \text{令 } \omega^2 = \frac{k}{I}, \text{ 有 } \ddot{\theta} = -\omega^2\theta.$$

表明扭摆是一个简谐振动. 方程解为: $\theta = A \cos(\omega t + \varphi)$.

$$\text{周期 } T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{I}{k}}. \quad \text{有 } I = k \left(\frac{T}{2\pi} \right)^2.$$

二实验仪器: 扭摆, 待测物体, 计时器, 电子天平. 待测物体包括: ①圆筒 ②球 ③滑块 ④细杆.

三实验操作:

Step 1: 调整仪器水平, 设置计时器.

Step 2: 装上金属载物盘, 测其摆动周期 T_0 . 将待测物体摆在盘上, 测摆动周期 T , 测扭摆弹簧扭转常数 k .

四. 注意事项:

①. 旋紧止动螺钉, 防止摆角变小.

②. 挡光片不能与光电探头相接触.

④. 进行多周期测量, 以避免单周期太短产生的计时误差.

由于扭摆的弹簧弹性系数 k 未知, 因此, 待测物体转动惯量需和已知转动惯量的物体比较, 消除 k 的影响.

$$\text{有 } T_1^2 = \frac{4\pi^2}{k} (I_1 + I_0), \quad T_0^2 = \frac{4\pi^2}{k} I_0, \quad \text{得 } I_1 = \frac{k}{4\pi^2} (T_1^2 - T_0^2) \Rightarrow I_2 = \frac{T_2^2 - T_0^2}{T_1^2 - T_0^2} I_1.$$

$$T_2^2 = \frac{4\pi^2}{k} (I_2 + I_0)$$

其中, I_0 为已知量.



五. 数据处理. 实验 1

1. 数据记录.

钢丝长度	$L = 38.1 \text{ cm.}$
平面镜到标尺距离	$H = 91.1 \text{ cm.}$
光杠杆前后足间距	$b = 2.00 \pm 0.02 \text{ cm.}$

钢丝直径 D/mm . 螺旋测微仪零点: $D_0 = -0.040 \text{ mm.}$

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	平均
D_i/mm	0.761	0.770	0.800	0.763	0.750	0.764	0.771	0.753	0.780	0.753	0.767
$D_i - D_0/\text{mm}$	0.801	0.810	0.840	0.803	0.790	0.804	0.811	0.793	0.820	0.793	0.807

加外力后标尺读数.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
m/g	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
r/cm	0.66	1.35	2.00	2.67	3.36	4.13	4.89	5.71	6.46	7.21

2. 逐差法计算弹性模量.

逐差法计算标尺读数改变量 C_i .

i	1	2	3	4	5	平均
$C_i = r_{i+5} - r_i/\text{cm}$	3.47	3.54	3.71	3.79	3.85	3.67

$$\text{由 } E = \frac{16FLHL}{\pi D^2 \cdot b \cdot C_i} \text{ 得 } E = \frac{16 \times 10 \times 500 \times 9.8012 \times 0.911 \times 0.381}{3.14 \times (0.807)^2 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-2} \times 3.67 \times 10^{-2}} = 1.81 \times 10^{11} \text{ Pa.}$$

$$F = 10. \text{ mg, 北京 } g = 9.8012 \text{ m/s}^2.$$

3. 不确定度计算.

H, L, b 仅有B类不确定度分量. 由读数不准, 尺弯曲等因产生. 它们的不确定

限为 $\Delta L = 0.3 \text{ cm}, \Delta H = 0.5 \text{ cm}, \Delta b = 0.02 \text{ cm}.$

$$\text{有. } u(L) = u_b(L) = \frac{\Delta L}{\sqrt{3}} = \frac{0.3}{\sqrt{3}} \text{ cm} = 0.173 \text{ cm}$$

$$u(H) = u_b(H) = \frac{\Delta H}{\sqrt{3}} = \frac{0.5}{\sqrt{3}} \text{ cm} = 0.289 \text{ cm.}$$

$$u(b) = u_b(b) = \frac{\Delta b}{\sqrt{3}} = \frac{0.02}{\sqrt{3}} \text{ cm} = 0.0115 \text{ cm.}$$

D 的不确定度.

$$u_a(D) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{10} (D_i - \bar{D})^2}{10 \times (10-1)}} = \sqrt{\frac{1.84 \times 10^{-3}}{10 \times 9}} = 4.52 \times 10^{-3}$$

$$u_b(D) = \frac{\Delta D}{\sqrt{3}} = \frac{0.005}{\sqrt{3}} \text{ mm} = 0.00289 \text{ mm} = 2.89 \times 10^{-3} \text{ mm.}$$



扫描全能王 创建

$$u(D) = \sqrt{u_a^2(D) + u_b^2(D)} = \sqrt{(4.52 \times 10^{-3})^2 + (2.89 \times 10^{-3})^2} = 5.36 \times 10^{-3}$$

C的不确定度

$$u_a(C) = \sqrt{\frac{\sum (C_i - \bar{C})^2}{5 \times (5-1)}} = \sqrt{\frac{8.75 \times 10^{-2}}{5 \times 4}} = 6.61 \times 10^{-2}$$

$$u_b(C) = \frac{\Delta L}{L} = \frac{0.05}{L} \text{ cm} = 0.289 \text{ cm} = 2.89 \times 10^{-2} \text{ cm}$$

$$u(C) = \sqrt{u_a(C)^2 + u_b(C)^2} = \sqrt{(6.61 \times 10^{-2})^2 + (2.89 \times 10^{-2})^2} = 7.2 \times 10^{-2} \text{ cm}$$

E的不确定度: $E = \frac{16 mg L H}{\pi D^2 b C i}$

$$\ln E = \ln L + \ln H - 2 \ln D - \ln b - \ln C + \ln 16 + \ln m + \ln g - \ln \pi$$

同时微分: $\frac{dE}{E} = \frac{dL}{L} - 2 \frac{dD}{D} - \frac{db}{b} - \frac{dC}{C}$

$$\frac{u(E)}{E} = \sqrt{\left[\frac{u(L)}{L}\right]^2 + \left[\frac{u(H)}{H}\right]^2 + 4\left[\frac{u(D)}{D}\right]^2 + \left[\frac{u(b)}{b}\right]^2 + \left[\frac{u(C)}{C}\right]^2}$$

$$= \sqrt{(0.06 \times 10^{-3})^2 + (1.03 \times 10^{-3})^2 + 4 \times (6.64 \times 10^{-3})^2 + (5.75 \times 10^{-3})^2 + (1.96 \times 10^{-2})^2}$$

$$= 2.50 \%$$

$$u(E) = E \cdot \left[\frac{u(E)}{E}\right] = 1.81 \times 10^{-11} \times 2.50 \% \text{ Pa} = 0.04 \times 10^{-11}$$

4. 测量结果 (逐差法)

$$E \pm u(E) = (1.81 \pm 0.04) \times 10^{-11} \text{ Pa}$$

六. 误差分析

1. 测量误差: 实验中数据测量易产生误差. 例如测H时, 尺不直, 测D时, 千分尺未夹紧.
2. 测量伸长量时, 桌面晃动易造成读数误差.
3. 测量拉力改变时, 伸长有迟滞性, 可能造成读数误差.

七. 思考题

1. 粗调时, 将平面镜的像调到光杠杆反射镜中间, 标尺调至反射镜像中间.
2. 调节平面镜的高度向下.
3. 可能标尺与平面镜和光杠杆反射镜不平行, 将其调到平行.
4. 减小望远镜, 平面镜与标尺间的距离.

五. 数据处理实验 2.





北京航空航天大学 实验报告

学号: _____
 班级: _____
 姓名: _____
 同组者: _____
 日期: _____
 评分: _____

实验名称: 扭摆法测转动惯量

五. 数据处理实验2.

1. 数据记录. 周期: 10T.

塑料圆柱质量.

(1).

次数	1	2	3	平均
质量/g	1110.04	1110.06	1110.04	1110.05

(2). 各待测物质量

刚体种类	质量/g
金属圆筒	703.97
圆球	1013.03
金属杆	115.25
滑块	242.75

(3) 各物体长度参数.

刚体	塑料圆柱	金属圆筒	圆球	金属杆	滑块
直径/mm	100.26	内径 94.06 外径 100.26	110.10	535.5	内径 6.04 外径 35.02 长度 33.12
长度					

(4) 摆动周期:

次数	1	2	3	4	5	平均
刚体						
金属载物台 10T ₀ /ms	7997	7995	8002	7992	7982	7994.
塑料圆柱 10T ₁ /ms	15309	15291	15302	15305	15271	15296
金属圆筒+载物台 10T ₂ /ms	16352					
塑料球 10T ₃ /ms	12297					
金属细杆 10T ₄ /ms	18322.					



扫描全能王 创建

(14) 实际周期. 单位: 秒.

T_0	T_1	T_2	T_3	T_4
0.7994	1.5296	1.6352	1.2297	1.8322

(15). 验证平行轴定理.

对称情况

距离/cm	$10T_5/ms$	实际周期 T_5/s
5.00	22232	2.2232
10.00	30739	3.0739
15.00	40635	4.0635

非对称情况

距离/cm	$10T_6/ms$	实际周期 T_6/s
1块5cm 1块15cm	32181	3.2181
1块5cm 1块10cm	26401	2.6401

2. 数据处理.

(1). 计算已知转动惯量的塑料圆柱转动惯量 I_1 .

$$I_1 = \frac{1}{2} m R^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \frac{D^2}{4} = \frac{m D^2}{8} = \frac{1.1191 \times 61.002^2}{8} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 = 1.3931 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

(2). 计算其他物体转动惯量.

①. 金属圆筒 I_2

$$I_2 = \frac{T_2^2 - T_0^2}{T_1^2 - T_0^2} \cdot I_1 = \frac{(1.6352)^2 - (0.7994)^2}{(1.5296)^2 - (0.7994)^2} \cdot 1.3931 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 = 1.6669 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

$$I_{2\text{理}} = \frac{1}{8} m (D_1^2 + D_2^2) = \frac{1}{8} \cdot 0.7040 \cdot (0.0946^2 + 0.1003^2) \text{ kg} \cdot \text{m}^2 = 1.6728 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

$$\text{相对误差: } dr = \frac{I_2 - I_{2\text{理}}}{I_{2\text{理}}} = \frac{1.6669 - 1.6728}{1.6728} \times 10^{-3} = -0.35\%.$$

②. 金属球 I_3 .

$$I_3 = \frac{T_3^2}{T_1^2 - T_0^2} \cdot I_1 = \frac{(1.2297)^2}{(1.5296)^2 - (0.7994)^2} \times 1.3931 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 = 1.2387 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

$$I_{3\text{理}} = \frac{1}{10} m D^2 = \frac{1}{10} \cdot 1.0139 \cdot (0.1101)^2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 = 1.2300 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

$$\text{相对误差 } dr = \frac{I_3 - I_{3\text{理}}}{I_{3\text{理}}} = \frac{1.2387 \times 10^{-3} - 1.2300 \times 10^{-3}}{1.2300 \times 10^{-3}} = 0.70\%.$$

③. 金属细杆 I_4

$$I_4 = \frac{T_4^2}{T_1^2 - T_0^2} \cdot I_1 = \frac{(1.8322)^2}{(1.5296)^2 - (0.7994)^2} \cdot 1.3931 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 = 2.7499 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

$$I_{4\text{理}} = \frac{1}{12} m l^2 = \frac{1}{12} \cdot 0.1853 \times (0.5355)^2 = 2.7553 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

$$\text{相对误差 } dr = \frac{I_4 - I_{4\text{理}}}{I_{4\text{理}}} = \frac{2.7499 \times 10^{-3} - 2.7553 \times 10^{-3}}{2.7553 \times 10^{-3}} = -0.20\%.$$

3. 验证平行轴定理.

对 $T^2 - d^2$ 作线性回归直线.

设 $y = bx + a$. 例. $y = T^2$, $x = d^2$.

$$\bar{y} = \frac{1}{3} \sum T^2 = 10.3012$$

$$\bar{x} = \frac{1}{3} \sum d^2 = 116.67$$



扫描全能王 创建

$$\bar{x}^2 = \frac{1}{3} \sum d^2 = 1500.00$$

$$\bar{xy} = \frac{1}{3} \sum d^2 T^2 = 1594.55$$

$$b = \frac{\bar{xy} - \bar{x}\bar{y}}{\bar{x}^2 - \bar{x}^2} = 0.0577$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x} = 3.56$$

$$r = \frac{\bar{xy} - \bar{x}\bar{y}}{\sqrt{(\bar{x}^2 - \bar{x}^2)(\bar{y}^2 - \bar{y}^2)}} = 0.9999$$

∴ 线性相关系数

$$(线性回归方程为) T_{理}^2 = 0.0577d^2 + 3.56$$

$$统一单位: T_{理}^2 = 577d^2 + 3.56 \quad (d \text{ 单位为 } m, T \text{ 单位为 } s)$$

$$\frac{k}{4\pi^2} T_{理}^2 = I_4 + 2I_5 + 2md^2$$

$$T_{理}^2 = \frac{4\pi^2}{k} (I_4 + 2I_5) + \frac{4\pi^2}{k} 2md^2 = \frac{I_4}{\pi^2 k} (\pi^2 + \pi^2) + \frac{b}{\pi^2 k} 2md^2 = 592d^2 + 3.46$$

$$I_{5x} = \frac{T_5^2 - T_4^2}{2(T_5^2 - T_4^2)} I_1 = \frac{(2.232)^2 - (1.8312)^2}{2((1.5096)^2 - (1.0799)^2)} \cdot 1.3931 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 = 6.4946 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$I_{5c} = \frac{T_5^2 - T_4^2}{2(T_5^2 - T_4^2)} I_1 - m\chi^2 = (6.4946 \times 10^{-4} - 0.2428 \times 0.1^2) \text{ kg} \cdot \text{m}^2 = 4.2459 \times 10^{-5}$$

$$I_{5理} = \frac{1}{16} m_5 (r_{a1}^2 + r_{a2}^2) + \frac{1}{12} m_5 l_5^2 = \frac{1}{16} \cdot 0.2428 ((6.04 \times 10^{-2})^2 + (35.02 \times 10^{-2})^2) + \frac{1}{12} \cdot 0.2428 (33.76 \times 10^{-2})^2 = 4.1358 \times 10^{-5}$$

$$\text{相对误差 } dr = \frac{I_{5c} - I_{5理}}{I_{5c}} = \frac{4.2459 \times 10^{-5} - 4.1358 \times 10^{-5}}{4.1358 \times 10^{-5}} = 2.66\%$$

对比 $T_{理}^2$ 与 $T_{理}^2$, I_{5c} 与 $I_{5理}$ 相对误差小, 因此平行轴定理成立。

六. 误差分析.

1. 扭摆周期测量可能受桌面晃动影响。

2. 放置待测物后, 螺丝未拧太紧可能造成误差。



扫描全能王 创建

北京航空航天大学

BEIJING UNIVERSITY OF AERONAUTICS AND ASTRONAUTICS

次	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
砝重	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000

尺读数 (cm) 0.66 1.35 2.00 2.67 3.36 4.03 4.89 5.71 6.46 7.21

直径 (mm) -0.040 0.761 0.770 0.800 0.763 0.750 0.764 0.771 0.753 0.780 0.753

H (cm) 91.4 $\Delta H = 0.5$

L (cm) 381 $\Delta L = 0.3$

b (cm) 2.00 $\Delta b = 0.02$

逐差法 $\frac{16.4 - 0.066 - 0.982 - 0.911 - 0.0381}{3.14 (0.771)^2 \cdot 10^{-6} (0.936 - 0.66) \cdot 0.02}$

$$\frac{16.4 - 0.066 - 0.982 - 0.911 - 0.0381}{3.14 (0.771)^2 \cdot 10^{-6} (0.936 - 0.66) \cdot 0.02}$$

逐差法 1 2 3 4 5 平均

E (Pa) $\frac{1.89 \times 10^8}{6.94 \times 10^{-3}} \cdot \frac{1.86 \times 10^8}{7.08 \times 10^{-3}} \cdot \frac{1.77 \times 10^8}{7.42 \times 10^{-3}} \cdot \frac{1.73 \times 10^8}{7.58 \times 10^{-3}} \cdot \frac{1.7 \times 10^8}{7.7 \times 10^{-3}} \cdot \frac{1.79 \times 10^8}{7.34 \times 10^{-3}}$

$$E \text{ (Pa)} = \frac{16.4 - 0.066 - 0.982 - 0.911 - 0.0381}{3.14 (0.771)^2 \cdot 10^{-6} \cdot 7.34 \times 10^{-3} \cdot 0.02} = 1.81 \times 10^{11}$$

2021.9.13



北京航空航天大学

BEIJING UNIVERSITY OF AERONAUTICS AND ASTRONAUTICS

	107	1	2	3	4	5
金属台 $T_1(ms)$	7997	7995	8002	7993	7982	
台+柱 $T_1(ms)$	15309	15291	15302	15305	15271	
圆筒 $T_2(ms)$	16352	16333				
球 $T_3(ms)$	12297					
杆 $T_4(ms)$	18322					

对称. 杆+2块 $T_5(ms)$ 3073.9 +10cm. 杆+2块 T_7 22232. +5cm. (ms). 杆+2块 T_8 40635 +15cm. (ms).

不对称. 杆+
1块5cm. $T_6(ms)$ 32481 杆. $T_9 = 26401$ (ms)
1块15cm. 1块5cm (ms)
1块10cm.

	1	2	3
球重(g)	1013.039	1013.019	1013.039
台重(g)	303.16	303.16	303.16
柱重(g)	1110.06	1110.04	1110.04

椅重. 703.97

	椅	球	杆	塌块
长度 mm.	100.26	110.10	535.15	6.04
重(g)	1110.05	703.97	1013.03	115.25
				242.75

201.9.13

