

Tables de hachage, Python et probabilités

Exercice 1. En *python* les tables de hachage sont appelées *dictionnaires*. Dans un dictionnaire, on associe une *valeur* à une *clé*. Les clés peuvent être de presque n'importe quel type : entiers, chaînes de caractères, fonctions, éléments d'une classe, etc. (mais pas une liste python).

On peut créer un dictionnaire de plusieurs manières :

- `d = {"a" : 12, "blop" : "blip", 42 : [1, 2, 3]}`
- `d = {}`
`d["a"] = 12`
`d["blop"] = "blip"`
`d[42] = [1, 2, 3]`
- `l = [("a", 12), ("blop", "blip"), (42, [1, 2, 3])]`
`d = dict(l)`

Pour accéder à la valeur d'un dictionnaire `d` correspondant à la clé `k` on utilise la syntaxe `d[k]`. Par exemple, si `d` est le dictionnaire défini précédemment, `d["blop"]` vaut la chaîne de caractères "blip".

1. Choisissez 5 mots de la langue française et créez un dictionnaire qui associe à chacun de ces mots sa traduction en anglais.

2. Ajoutez une entrée au dictionnaire de la question précédente (un nouveau mot et sa définition).

Pour savoir si une clé `k` est présente dans un dictionnaire `d` on peut utiliser la syntaxe `d.has_key(k)` (qui renvoie `True` ou `False`).

3. Écrivez une fonction `ajoute(mot1, mot2, d)` qui prend en argument un mot en français, sa traduction en anglais et ajoute ces deux mots dans le dictionnaire `d` uniquement si `mot1` n'est pas une clé du dictionnaire (si `mot1` apparaît dans `d` la fonction ne fait rien).

Pour obtenir la liste de toutes les clés du dictionnaire, on utilise la syntaxe `d.keys()` qui renvoie une liste python contenant les clés.

4. Écrivez une fonction qui affiche à l'écran toutes les valeurs correspondant aux clés qui sont dans votre dictionnaire (ici, tous les mots en anglais qui apparaissent dans votre dictionnaire).

Indication : on exécute une boucle `for` sur tous les éléments de `d.keys()` et l'on renvoie pour chacun la valeur qui lui est associée.

Pour supprimer une entrée du dictionnaire, on peut utiliser la fonction `del` (qui permet de supprimer une variable quelconque de manière générale). Ainsi, dans l'exemple initial,

pour supprimer l'entrée correspondant à la clé "blop" on peut utiliser l'instruction `del(d["blop"])`.

5. Écrivez une fonction `delete(char, dict)` qui prend en argument un caractère `char` et un dictionnaire `dict` et supprime du dictionnaire toutes les entrées correspondant à des clés qui commencent par la lettre `char`.

Exercice 2. *Permutations*

On considère des clés sur un ensemble de 256 caractères (l'alphabet ASCII 8 bits par exemple) et l'on associe à chaque clé l'entier qu'elle représente en base 256. Ainsi, par exemple, puisque les caractères B, l, o et p correspondent aux valeurs 66, 108, 111 et 112 respectivement, la clé « Blop » est associée à l'entier

$$66 * 256^3 + 108 * 256^2 + 111 * 256 + 112 = 1114402672$$

1. Écrivez une fonction *python* qui prend en entrée une chaîne de caractères en ASCII 8 bits et renvoie l'entier associé. **Indication :** On pourra utiliser la fonction `ord(c)` qui renvoie la valeur ASCII du caractère `c`.

2. Si l'on utilise la fonction de hachage $h: x \rightarrow (x \bmod 255)$ pour tout mot x , si un mot y est obtenu à partir de x par permutation de ses lettres (mêmes lettres, même nombre d'occurrences, mais l'ordre est quelconque) alors $h(x) = h(y)$.

Écrivez la fonction h en *python* qui prend en argument une chaîne de caractères, la convertit en entier puis le hache et vérifiez la propriété annoncée sur quelques exemples.

3. Expliquez.

Exercice 3. *Le paradoxe des anniversaires*

1. Si l'on considère un groupe de N personnes, quelle est la probabilité que deux d'entre elles soient nées le même jour de l'année ? (donnez simplement une expression de la probabilité sur papier, pas de programmation)

2. Écrivez la fonction *python* `anniversaires(n)` qui calcule la valeur numérique de la probabilité qu'il existe 2 personnes parmi un groupe de n personnes ayant leur anniversaire le même jour. En particulier, combien vaut cette probabilité pour un groupe de 23 personnes ?

3. Quel est le rapport avec les tables de hachage ?

4. Généralisez la fonction `anniversaire` pour qu'elle calcule la probabilité que l'on obtienne une collision en ajoutant n valeurs dans une table de hachage de taille m .