

# Klassifikation mit Naive Bayes

---

Carsten Gips (HSBI)

Unless otherwise noted, this work is licensed under CC BY-SA 4.0.

- Bei Arthrose wird in 80 Prozent der Fälle ein steifes Gelenk beobachtet:  $P(S|A) = 0.8$
- Eine von 10.000 Personen hat Arthrose:  $P(A) = 0.0001$
- Eine von 10 Personen hat ein steifes Gelenk:  $P(S) = 0.1$

=> Ich habe ein steifes Gelenk. Habe ich Arthrose?

- Mails, manuell markiert:
  - D1: ("Sieben Zwerge fraßen sieben Ziegen", OK)
  - D2: ("Sieben Ziegen traten sieben Wölfe", SPAM)
  - D3: ("Sieben Wölfe fraßen sieben Böcke", OK)
  - D4: ("Sieben Böcke traten sieben Zwerge", SPAM)
- Neue Mails:
  - T1: ("Sieben Zwerge fraßen sieben Wölfe")
  - T2: ("Sieben Zwerge traten sieben Ziegen")

# Naive Bayes

- Verallgemeinerte Bayes Regel

$$P(H|D_1, \dots, D_n) = \frac{P(D_1, \dots, D_n|H)P(H)}{P(D_1, \dots, D_n)}$$

- Annahme:  $D_i$  sind bedingt unabhängig

$$P(D_1, \dots, D_n|H) = P(D_1|H) \cdot \dots \cdot P(D_n|H) = \prod_i P(D_i|H)$$

- Beobachtung:  $P(D_1, \dots, D_n)$  für alle Hypothesen  $h \in H$  gleich

- **Naive Bayes Klassifikator** bzw. **MAP**

$$h_{MAP} = \operatorname{argmax}_{h \in H} P(h|D_1, \dots, D_n) = \operatorname{argmax}_{h \in H} P(h) \prod_i P(D_i|h)$$

$$h_{MAP} = \operatorname{argmax}_{h \in H} P(h|D_1, \dots, D_n) = \operatorname{argmax}_{h \in H} P(h) \prod_i P(D_i|h)$$

**Training:** Bestimme die Wahrscheinlichkeiten aus Trainingsdaten **S**

- Für jede Klasse  $h$ :
  - Schätze  $P(h) = \frac{|S(h)|}{|S|}$
  - Für jedes Attribut  $D_i$  und jede Ausprägung  $x \in D_i$ :  
Schätze  $P(D_i = x|h) = \frac{|S_{D_i}(x) \cap S(h)|}{|S(h)|}$

**Klassifikation:** Wähle wahrscheinlichste Klasse  $h_{MAP}$  für Vektor  $\mathbf{x}$

- $h_{MAP} = \operatorname{argmax}_{h \in H} P(h) \prod_{x \in \mathbf{x}} P(x|h)$

## Beispiel Klassifikation mit NB

Nase läuft	Husten	Gerötete Haut	Fieber	Klasse
1	1	1	0	krank
1	1	0	0	krank
0	0	1	1	krank
1	0	0	0	gesund
0	0	0	0	gesund

- Eingabe: Person mit Husten und Fieber

# Beispiel Klassifikation mit NB

Nase läuft	Husten	Gerötete Haut	Fieber	Klasse
1	1	1	0	krank
1	1	0	0	krank
0	0	1	1	krank
1	0	0	0	gesund
0	0	0	0	gesund

- Eingabe: Person mit Husten und Fieber

Gesucht:  $P(\text{krank})$ ,  $P(\text{gesund})$ ,  $P(\text{Nase}=0|\text{krank})$ ,  $P(\text{Nase}=0|\text{gesund})$ , ...

Wähle Klasse

$$h_{MAP} = \operatorname{argmax}_{h \in \{\text{gesund}, \text{krank}\}} P(h) \cdot P(\text{Nase}=0|h) \cdot P(\text{Husten}=1|h) \cdot P(\text{Haut}=0|h) \cdot P(\text{Fieber}=1|h)$$

# Textklassifikation mit NB

- Texte als Trainingsmenge:

- Text zerlegen in Terme (Wörter, sonstige relevante Token)
- ggf. Entfernen von Stoppwörtern (beispielsweise Artikel u.ä.)
- ggf. Stemming und Lemmatisierung für restliche Terme
- ggf. weitere Vorverarbeitungsschritte (Groß-Klein-Schreibung, ...)
- Terme zusammenfassen als Menge: “*Bag of Words*” (mit Häufigkeit)

- Naive Bayes “trainieren”:

- A-priori-Wahrscheinlichkeit der Klassen:  $P(c) = \frac{N_c}{N} = \frac{\text{Anzahl Dokumente in Klasse } c}{\text{Anzahl Dokumente}}$
- Likelihood der Daten (Terme):

- $$P(t|c) = \frac{\text{count}(t, c)}{\sum_{v \in V} \text{count}(v, c)}$$

mit  $\text{count}(t, c)$  Anzahl der Vorkommen von Term  $t$  in allen Dokumenten der Klasse  $c$  und  $V$  die Vereinigung aller Terme aller Dokumente (als Menge)



- Klassifikation mit Naive Bayes
  - Annahme von Unabhängigkeit  $\Rightarrow$  “Naive” Bayes Klassifikation
  - Schätzen der bedingten Wahrscheinlichkeiten aus den Trainingsdaten
  - Klassifikation durch Nutzung der geschätzten Wahrscheinlichkeiten
  - Hinweis auf Naivität der Annahme, dennoch sehr gute Erfolge in Praxis
  - Hinweis auf Probleme mit niedrigen Wahrscheinlichkeiten



Unless otherwise noted, this work is licensed under CC BY-SA 4.0.