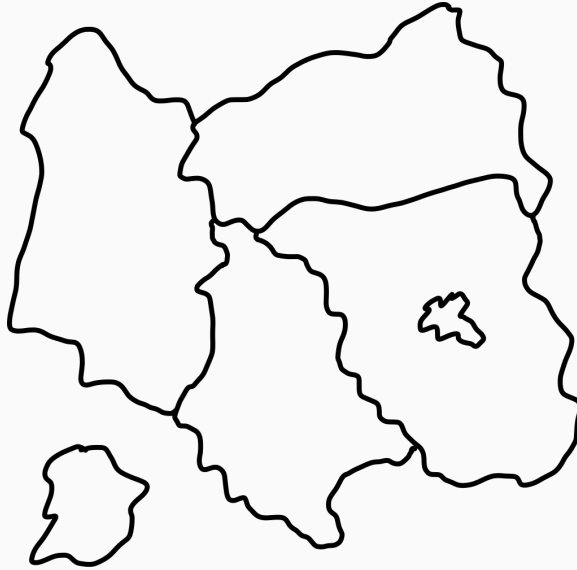


Einführung Constraints

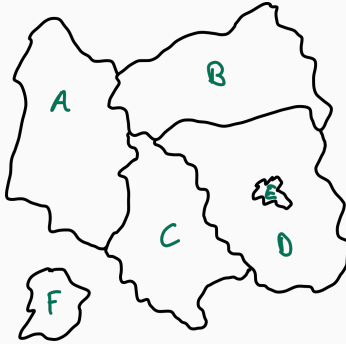
Carsten Gips (HSBI)

Unless otherwise noted, this work is licensed under CC BY-SA 4.0.

Motivation: Einfärben von Landkarten



Einfärben von Landkarten: Formalisierung

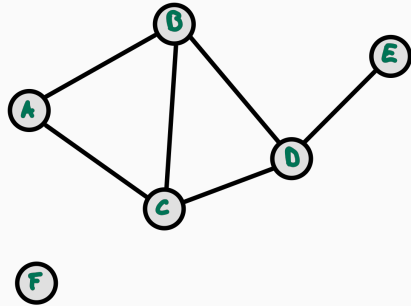
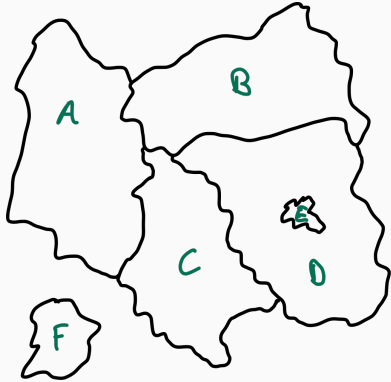


- **Variablen:** A, B, C, D, E, F
- **Werte:** {*red*, *green*, *blue*}
- **Constraints:** Benachbarte Regionen müssen unterschiedliche Farben haben
- **Mögliche Lösung:** Zuweisung an Variablen ("Belegung")
 $\{A = \textit{red}, B = \textit{blue}, C = \textit{green}, D = \textit{red}, E = \textit{blue}, F = \textit{blue}\}$

Definition: Constraint Satisfaction Problem (CSP)

- Ein CSP $\langle V, D, C \rangle$ besteht aus:
 - Menge von **Variablen** $V = \{V_1, V_2, \dots, V_n\}$
 - Je V_i nicht leere **Domäne** $D_i = \{d_{i,1}, d_{i,2}, \dots, d_{i,m_i}\}$
 - Menge von **Constraints** $C = \{C_1, C_2, \dots, C_p\}$
(Randbedingungen, Abhängigkeiten zwischen Variablen)
- Zuweisung/Belegung (*Assignment*) α :
 - Zuweisung von Werten an (einige/alle) Variablen: $\alpha = \{X = a, Y = b, \dots\}$
(aus den jeweiligen Wertebereichen)
 - **Konsistente Belegung**: Randbedingungen sind nicht verletzt
 - **Vollständige Belegung**: Alle Variablen sind belegt
- **Lösung** eines CSP: Vollständige und konsistente Belegung

Constraint-Graph



- **unär:** betrifft einzelne Variablen

Beispiel: $A \neq red$

- **binär:** betrifft Paare von Variablen

Beispiel: $A \neq B$

- **höhere Ordnung:** betrifft 3 oder mehr Variablen

- **Präferenzen:** “soft constraints”

Beispiel: “rot ist besser als grün”

Abbildung über Gewichtung \Rightarrow Constraint-Optimierungsproblem (COP)

Constraints – Wertebereiche

- **Endliche Domänen:** d Werte $\Rightarrow O(d^n)$ mögliche Zuweisungen
(exponentiell in der Zahl der Variablen)
- **Unendliche Domänen:** reelle Zahlen, natürliche Zahlen
 \Rightarrow Keine Auflistung der erlaubten Wertekombinationen mehr möglich
 \Rightarrow Übergang zu Gleichungen/Ungleichungen: $job_1 + 5 < job_2$
 - lineare Constraints
 - nichtlineare Constraints

Historische Unterscheidung:

- **Constraint Satisfaction:** endliche Domänen, kombinatorische Methoden
- **Constraint Solving:** unendliche Domänen

CSP sind überall ...

- Stundenpläne (Klassen, Räume, Zeiten)
- Konfiguration (Computer, Autos, ...)
- Fahrpläne (Zug, Flug, ...)
- Planung von komplexen Projekten
- Sudoku :-)
- ...

- Definitionen und Begriffe:
 - Variable, (un-) endliche Domänen, Wertemenge
 - Constraint, Arität, CSP
 - Zuweisung, Lösung, ...

LICENSE



Unless otherwise noted, this work is licensed under CC BY-SA 4.0.