## Регулярные грамматики

Регулярная грамматика это грамматика 3-го типа по Хомскому. Она также состоит из четвёрки $G=(V_T, V_N, P, S)$, $V_N \cap V_T = \emptyset$ где:

- $V_T$ - терминальный алфавит.
- $V_N$ - нетерминальный алфавит.
- P - множество правил или продукций. Любое правило в регулярных грамматиках имеет следующий общий вид:

  $A \rightarrow a$ или $A \rightarrow bC$,

  где $a, b \in V_T$; $A, C \in V_N$.
- S - начальный символ из набора нетерминалов, аксиома.

## Регулярные грамматики

Регулярная грамматика может быть задана набором правил как **левая** или **правая** регулярная грамматика.

**Правая регулярная грамматика** – все правила могут быть в одной из следующих форм: $A \rightarrow a$ или $A \rightarrow bC$,

где $\mathbf{a, b \in V_T; A, C \in V_N}$.

Пример правой регулярной грамматики:

$G=(V_T, V_N, P, S)$, $V_T = \{0, 1\}$, $V_N = \{S, A\}$,

$P = \{1.S \rightarrow 1, 2.S \rightarrow 0, 3.S \rightarrow 1A, 4.S \rightarrow 0S, 5.A \rightarrow 0S, 6.A \rightarrow 0\}$.

**Левая регулярная грамматика** – все правила могут быть в одной из следующих форм: $A \rightarrow a$ или $A \rightarrow Cb$,

где $\mathbf{a, b \in V_T; A, C \in V_N}$.

Пример правой регулярной грамматики:

$G=(V_T, V_N, P, S)$, $V_T = \{a, b\}$, $V_N = \{S, T, R\}$,

$P = \{1.S \rightarrow Ta, 2.T \rightarrow Ta, 3.T \rightarrow Rb, 4.R \rightarrow Rb, 5.R \rightarrow b\}$.

## Регулярные грамматики

Классы правых и левых регулярных грамматик эквивалентны.

Любая регулярная грамматика может быть преобразована из левой в правую, и наоборот.

Регулярные грамматики могут содержать либо лево-регулярные правила, либо право-регулярные – но не оба вида одновременно. Следующая грамматика не является регулярной:

$G=(V_T, V_N, P, S)$, $V_T = \{a, b\}$, $V_N = \{S, A\}$,

$P = \{1.S \rightarrow aA, 2.A \rightarrow Sb, 3.S \rightarrow a, 4.A \rightarrow b\}$.

## Регулярные грамматики и конечные автоматы

Определение: Регулярная грамматика G эквивалентна конечному автомату КА, если L(G)=L(КА).

**Теорема GF:**

Для любой регулярной грамматики можно построить эквивалентный конечный автомат.

## Регулярные грамматики и конечные автоматы

*Алгоритм построения*:

Дана регулярная грамматика $\boldsymbol{G=(V_T, V_N, P, S)}$. Необходимо построить конечный автомат $\boldsymbol{KA = (\Sigma, Q, q_o, \delta, F)}$, на основе данной грамматики.

Элементы автомата определяются так:

- $\Sigma = V_T$
- $Q = V_N \cup \{X\}$, где X новый символ, $X \notin V_N$
- $F = \{X\}$
- $q_o = S$
- $\delta = \emptyset$:

Множество переходов создается имея в виду тип правил грамматики:

- для всех правил типа $A \rightarrow bC \Rightarrow \delta(A, b) = \delta(A, b) \cup \{C\}$
- для всех правил типа $A \rightarrow b \Rightarrow \delta(A, b) = \delta(A, b) \cup \{X\}$

## Регулярные грамматики и конечные автоматы

**Задания:**

- **Для следующих грамматиках построить эквивалентные КА:**

- $G=(V_N, V_T, P, S)$, $V_N=\{S, M, T, K\}$, $V_T=\{a, m\}$,
  $P=\{1.S \rightarrow aM$ $2.S \rightarrow mT$ $3.S \rightarrow m$ $4.T \rightarrow aK$ $5.T \rightarrow mT$
  $6.M \rightarrow aM$ $7.M \rightarrow mK$, $8.K \rightarrow mK$, $9.K \rightarrow a\}$.

- $G=(V_N, V_T, P, S)$, $V_N=\{S, A, B, C\}$, $V_T=\{0, 1, 2\}$,
  $P=\{1.S \rightarrow 0S$ $2.S \rightarrow 1A$ $3.S \rightarrow 2B$ $4.A \rightarrow 0C$ $5.A \rightarrow 1B$
  $6.A \rightarrow 2A$ $7.B \rightarrow 1C$ $8.B \rightarrow 2A$ $9.C \rightarrow 0$ $10. C \rightarrow 2\}$.

- $G=(V_N, V_T, P, S)$, $V_N=\{S, A\}$, $V_T=\{0, 1\}$,
  $P=\{1.S \rightarrow 0S$ $2.S \rightarrow 1A$ $3.S \rightarrow 0$ $4.A \rightarrow 0S$ $5.A \rightarrow 1A$
  $6.A \rightarrow 0\}$.

## Регулярные грамматики и конечные автоматы

**Теорема FG**: Для любого конечного автомата можно построить эквивалентную регулярную грамматику.

## Регулярные грамматики и конечные автоматы

Алгоритм построения:

Дан конечный автомат **КА** = $(\Sigma, Q, q_0, \delta, F)$. Необходимо построить регулярную грамматику $G=(V_T, V_N, P, S)$, на основе данного конечного автомата.

Элементы грамматики определяются так:

- $V_T = \Sigma$
- $V_N = Q$
- $S = q_0$

Множество правил создается имея в виду тип переходов автомата:

- для всех состояний типа $q_1 \in \delta(q_2, a)$, $a \in \Sigma$; $q1, q2 \in Q$ включаем в множество **P** продукцию $q_2 \rightarrow aq_1$.
- для всех состояний типа $q_1 \in \delta(q_2, a)$, $a \in \Sigma$ и $q_1 \in F$ включаем в множество **P** продукцию $q_2 \rightarrow a$.

## Регулярные грамматики и конечные автоматы

**Задания:**

**Для следующих КА построить эквивалентные регулярные грамматики:**

КА $=(\Sigma, Q, q_0, \delta, F)$, $\Sigma=\{a, b, c\}$, $Q=\{q_0, q_1, q_2\}$, $F=\{q_2\}$,

$\delta$: $\delta(q_0, a)=\{q_0\}$, $\delta(q_0, b)=\{q_0\}$, $\delta(q_0, c)=\{q_1\}$, $\delta(q_1, a)=\{q_1\}$, $\delta(q_1, b)=\{q_1\}$, $\delta(q_1, c)=\{q_2\}$, $\delta(q_2, a)=\{q_2\}$, $\delta(q_2, b)=\{q_2\}$, $\delta(q_2, c)=\{q_2\}$.

КА $=(\Sigma, Q, q_0, \delta, F)$, $\Sigma=\{a,b\}$, $Q=\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$, $F=\{q_3\}$,

$\delta$: $\delta(q_0, a)=\{q_1\}$, $\delta(q_1, a)=\{q_1\}$, $\delta(q_1, b)=\{q_2\}$, $\delta(q_2, b)=\{q_2, q_3\}$.

КА $=(\Sigma, Q, q_0, \delta, F)$, $\Sigma=\{0,1\}$, $Q=\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$, $F=\{q_4\}$,

$\delta$: $\delta(q_0, 0)=\{q_1, q_2\}$, $\delta(q_0, 1)=\{q_2\}$, $\delta(q_1, 1)=\{q_3\}$, $\delta(q_2, 0)=\{q_1\}$, $\delta(q_2, 1)=\{q_2\}$, $\delta(q_1, 0)=\{q_2, q_3\}$, $\delta(q_3, 1)=\{q_4\}$.