Детерминированные и недетерминированные конечные автоматы

Конечный автомат является **детерминированным**, если для любого состояния $\boldsymbol{q}$ и любого символа $\boldsymbol{a} \in \Sigma$, $\delta(q, a)$ содержит не более одного элемента ($\delta(q, a)=\{q'\}$ или $\delta(q, a)=\{\varnothing\}$).

Детерминированные и недетерминированные конечные автоматы

Недетерминированность достигается 2-мя способами:

- Существуют переходы, помеченные пустым симолом ε.
- Из одного состояния выходят несколько переходов, помеченных одним и тем же символом.

Детерминированные и недетерминированные конечные автоматы

Два конечных автомата **эквивалентны**, если они распознают один и тот же язык. То есть $КА_1$ и $КА_2$ эквивалентны если $L(КА_1)=L(КА_2)$.

Детерминированные и недетерминированные конечные автоматы

Теорема: Для любого недетерминированного конечного автомата можно построить эквивалентный детерминированный конечный автомат.

. *Алгоритм преобразования недетерминированного КА в детерминированный КА.*

Пусть будет недетерминированный конечный автомат ***НДКА=(Q, Σ, q_o, δ, F)*** необходимо построить ***ДКА= (Q', Σ, [q_o], δ', F')***.

Состояния из ***Q'*** будут комбинациями состояний из начального автомата ***[$q_o, q_1, \ldots, q_n$]***, $q_i \in Q$. Возможны подмножества этих состояний.

Шаг 1. Вначале $Q'=\{[q_o]\}$, где $[q_o]$ это пока немаркированное состояние. Маркированым становится то состояние для которого проанализированы все переходы из данного состояния.

Шаг 2. Для всех элементов $[q_o,q_1,\ldots,q_m] \in Q'$ и $a \in \Sigma$ проанализируем переходы $\delta(\{q_o,q_1,\ldots,q_m\},a)$. Обозначим новые полученные состояния как $[q_{io},q_{i1},\ldots,q_{im}]$.

Шаг 2.1. Вводим полученные состояние $[q_{io},q_{i1},..,q_{im}]$ в множество Q' немаркированных.

Шаг 2.2. Для этих состояний рассматриваем

$$\delta'(\{q_o,q_1,\ldots,q_m\},a) = \delta'(\{q_o,q_1,\ldots,q_m\},a) \cup [q_{io},q_{i1},\ldots,q_{im}].$$

Шаг 2.3. Маркируем состояния $[q_{io},q_{i1},\ldots,q_{im}]$ из Q'.

Шаг 3. Повторяется Шаг 2 для всех немаркированных состояний из Q'.

Шаг 4. В качестве финальных состояний нового детерминированного КА $F'=\{[q_{io},q_{i1},\ldots,q_{im}]\}$, вводятся те состояния для которых хотя бы одно из состояний $q_{io},q_{i1},\ldots,q_{im}$ является конечным/финальным в начальном недетерминированном КА.

Шаг 5. Стоп.

Задания:

Являются ли детерминированными следующие КА:

1. $AF = (\Sigma, Q, q_0, \delta, F)$, $\Sigma = \{a, b\}$, $Q=\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$, $F=\{q_3\}$,
   δ: $\delta(q_0, a)=\{q_1\}$, $\delta(q_1, a)=\{q_1\}$, $\delta(q_1, b)=\{q_1, q_3\}$, $\delta(q_0, b)=\{q_2\}$, $\delta(q_2, b)=\{q_2\}$, $\delta(q_2, a)=\{q_2, q_3\}$.
2. $AF=(\Sigma, Q, q_0, \delta, F)$, $\Sigma=\{a, b, c\}$, $Q=\{q_0, q_1, q_2\}$, $F=\{q_2\}$,
   δ: $\delta(q_0, a)=\{q_0\}$, $\delta(q_0, b)=\{q_0\}$, $\delta(q_0, c)=\{q_1\}$, $\delta(q_1, a)=\{q_1\}$, $\delta(q_1, b)=\{q_1\}$, $\delta(q_1, c)=\{q_2\}$, $\delta(q_2, a)=\{q_2\}$, $\delta(q_2, b)=\{q_2\}$, $\delta(q_2, c)=\{q_2\}$.
3. $AF=(\Sigma, Q, q_0, \delta, F)$, $\Sigma=\{a,b\}$, $Q=\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$, $F=\{q_3\}$,
   δ: $\delta(q_0, a)=\{q_1\}$, $\delta(q_1, a)=\{q_1\}$, $\delta(q_1, b)=\{q_2\}$, $\delta(q_2, b)=\{q_2, q_3\}$.
4. $AF=(\Sigma, Q, q_0, \delta, F)$, $\Sigma=\{0,1\}$, $Q=\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$, $F=\{q_4\}$,
   δ: $\delta(q_0, 0)=\{q_1, q_2\}$, $\delta(q_0, 1)=\{q_2\}$, $\delta(q_1, 1)=\{q_3\}$, $\delta(q_2, 1)=\{q_2\}$, $\delta(q_2, 0)=\{q_1, q_2, q_3\}$, $\delta(q_3, 1)=\{q_4\}$.
5. $AF=(\Sigma, Q, q_0, \delta, F)$, $\Sigma=\{1,2\}$, $Q=\{q_0, q_1, q_2\}$, $F=\{q_2\}$,
   δ: $\delta(q_0, 1)=\{q_0, q_1\}$, $\delta(q_0, 2)=\{q_0\}$, $\delta(q_2, 2)=\{q_2\}$, $\delta(q_1, 1)=\{q_2\}$, $\delta(q_1, 2)=\{q_1\}$.
6. $AF=(\Sigma, Q, q_0, \delta, F)$, $\Sigma=\{a,b\}$, $Q=\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}$, $F=\{q_3, q_4, q_5\}$,
   δ: $\delta(q_0, a)=\{q_1, q_3, q_5\}$, $\delta(q_1, b)=\{q_2\}$, $\delta(q_2, a)=\{q_1, q_4\}$, $\delta(q_3, b)=\{q_4\}$, $\delta(q_4, b)=\{q_4\}$.

Для недетерминированных КА построить эквивалентные детерминированные КА.