

## Lectia 8. DIVIZAREA SI DISTRIBUIREA MATRICELOR IN BAZA ALGORITMULUI 2D-CICLIC. LUCRARILE DE LABORATOR Nr. 2 si Nr. 3.

### 8.1. Divizarea si distribuirea matricelor in baza algoritmului 2d-ciclic

#### Grila de proces.

Procesele  $P$  ale unui computer paralel abstract sunt adesea reprezentate ca o serie liniară unidimensională de procese etichetate  $0, 1, \dots, P$ . Din motivele descrise mai jos, este adesea mai convenabil să mapăm acest tablou unidimensional de procese într-o grilă dreptunghiulară bidimensională sau grila de proces folosind o ordinare a proceselor de-a lungul rândurilor (numerotarea proceselor crește secvențial pe fiecare rând) sau prin folosirea ordonării de-a lungul coloanelor (numerotarea proceselor crește secvențial pe fiecare coloană).

Această grilă va avea  $P_r$  rânduri și  $P_c$  coloane, unde  $P_r \cdot P_c = P$ . Un proces poate fi accesat prin coordonatele sale. Un exemplu de astfel de mapare este prezentat în figura următoare, în care  $P_r = 2$  și  $P_c = 4$ :

	0	1	2	3
0	0	1	2	3
1	4	5	6	7

Grila de procese reprezintă de fapt, un mediu virtual de comunicare 2-dimensional și poate fi creat utilizând funcțiile MPI descrise în lecția precedentă.

#### Distribuție bloc-ciclică

Alegerea unei distribuții adecvate de date depinde în mare măsură de caracteristicile sau fluxul de calcul al algoritmului. Pentru calculele cu matrice densă, o modalitate de distribuire a datelor foarte des utilizată este distribuirea în conformitate cu o schema **bidimensională-bloc-ciclică**. Aceasta schema a fost selectată în principal datorită scalabilității, echilibrului de încărcare (load balance) și utilizării eficiente.

Etapile acestei metode de distribuție a datelor sunt:

- Împărțirea tabloului global în blocuri elementare cu  $M_A$  rânduri și  $N_A$  coloane.
- De acum înainte, privim tabloul global ca fiind format doar din aceste blocuri elementare.
- Se distribuie primul rând de blocuri elementare ale tabelului inițial pe procesele din primul rând al grilei de procesoare. Dacă se epuizează coloanele grilei de procese, se revine la prima coloană.
- Se repetă la fel pentru al doilea rând de blocuri de matrice, cu al doilea rând al grilei de procese.
- Similar se continuă pentru rândurile rămase de blocuri de matrice.

#### Exemplu de distribuție bloc-ciclică matricelor.

Conform schemei bidimensionale bloc-ciclice de distribuție a unei matrice dense de dimensiunea  $M$  linii și  $N$  coloane mai întâi descompunem această matrice în blocuri de submatrici cu  $MB$  linii și  $NB$  coloane începând din colțul din stânga sus. Aceste blocuri sunt apoi distribuite uniform pe fiecare proces din grila de procese. Astfel, fiecare proces deține o colecție de blocuri, care sunt stocate local și continuu. Particionarea unei matrice în blocuri și maparea acestor blocuri pe o grilă de proces este ilustrată cu o matrice globală  $A$  de dimensiunea  $9 \times 9$ .

Primul pas în acest proces este împărțirea matricei  $A$  în blocuri. Vom folosi blocuri  $2 \times 2$  și presupunem că grila de procesoare 2-D este de dimensiunea  $2 \times 3$ .

$a_{11} \ a_{12} \mid a_{13} \ a_{14} \mid a_{15} \ a_{16} \mid a_{17} \ a_{18} \mid a_{19}$	$\xRightarrow{\text{blocuri}} B_{11} \ B_{12} \ B_{13} \ B_{14} \ B_{15}$
$a_{21} \ a_{22} \mid a_{23} \ a_{24} \mid a_{25} \ a_{26} \mid a_{27} \ a_{28} \mid a_{29}$	
$a_{31} \ a_{32} \mid a_{33} \ a_{34} \mid a_{35} \ a_{36} \mid a_{37} \ a_{38} \mid a_{39}$	$\xRightarrow{\text{blocuri}} B_{21} \ B_{22} \ B_{23} \ B_{24} \ B_{25}$
$a_{41} \ a_{42} \mid a_{43} \ a_{44} \mid a_{45} \ a_{46} \mid a_{47} \ a_{48} \mid a_{49}$	
$a_{51} \ a_{52} \mid a_{53} \ a_{54} \mid a_{55} \ a_{56} \mid a_{57} \ a_{58} \mid a_{59}$	$\xRightarrow{\text{blocuri}} B_{31} \ B_{32} \ B_{33} \ B_{34} \ B_{35}$
$a_{61} \ a_{62} \mid a_{63} \ a_{64} \mid a_{65} \ a_{66} \mid a_{67} \ a_{68} \mid a_{69}$	
$a_{71} \ a_{72} \mid a_{73} \ a_{74} \mid a_{75} \ a_{76} \mid a_{77} \ a_{78} \mid a_{79}$	$\xRightarrow{\text{blocuri}} B_{41} \ B_{42} \ B_{43} \ B_{44} \ B_{45}$
$a_{81} \ a_{82} \mid a_{83} \ a_{84} \mid a_{85} \ a_{86} \mid a_{87} \ a_{88} \mid a_{89}$	
$a_{91} \ a_{92} \mid a_{93} \ a_{94} \mid a_{95} \ a_{96} \mid a_{97} \ a_{98} \mid a_{99}$	$\xRightarrow{\text{blocuri}} B_{51} \ B_{52} \ B_{53} \ B_{54} \ B_{55}$

Astfel matricea  $A$  de dimensiunea  $9 \times 9$  este divizată (partiționată) în blocuri de submatrici  $B_{ij}$  de dimensiunea  $2 \times 2$ , adică

$$B_{11} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}, B_{12} = \begin{pmatrix} a_{13} & a_{14} \\ a_{23} & a_{24} \end{pmatrix} \text{ ș.a.m.d. } B_{15} = \begin{pmatrix} a_{19} \\ a_{29} \end{pmatrix} \text{ ș.a.m.d.}$$

Inițial, grila de procesare  $2 \times 3$  este goală și arată astfel:

	0	1	2
0			
1			

Identificăm fiecare proces din Grila de procese prin două coordonate (*rând*, *col*). Astfel, pentru grila de proces  $2 \times 3$  procesele ar fi:

	0	1	2
0	(0,0)	(0,1)	(0,2)
1	(1,0)	(1,1)	(1,2)

Procesul de distribuție începe prin luarea blocurilor  $B_{ij}$  din primul rând și distribuirea lor în primul rând al Grilei de procesare. Astfel vom obține:

	0	1	2
0	$B_{11} \ B_{14}$	$B_{12} \ B_{15}$	$B_{13}$
1			

Se iau blocurile  $B_{ij}$  din rândul următor și se distribuie în rândul următor al procesului din grilă: (dacă distribuția anterioară a fost pe ultimul rând al procesului din grilă, apoi se începe cu rândul 0 al grilei de procese). Astfel vom obține

	0	1	2
0	$B_{11} \ B_{14}$	$B_{12} \ B_{15}$	$B_{13}$
1	$B_{21} \ B_{24}$	$B_{22} \ B_{25}$	$B_{23}$

Se iau blocurile  $B_{ij}$  din rândul următor și se distribuie în primul rând al grilei de procese. Astfel vom obține

	0	1	2
0	$B_{11}$ $B_{14}$ $B_{31}$ $B_{34}$	$B_{12}$ $B_{15}$ $B_{32}$ $B_{35}$	$B_{13}$ $B_{33}$
1	$B_{21}$ $B_{24}$	$B_{22}$ $B_{25}$	$B_{23}$

Se iau blocurile  $B_{ij}$  din rândul următor și se distribuie în rândul următor al grilei de proces. Astfel obținem

	0	1	2
0	$B_{11}$ $B_{14}$ $B_{31}$ $B_{34}$	$B_{12}$ $B_{15}$ $B_{32}$ $B_{35}$	$B_{13}$ $B_{33}$
1	$B_{21}$ $B_{24}$ $B_{41}$ $B_{44}$	$B_{22}$ $B_{25}$ $B_{42}$ $B_{45}$	$B_{23}$ $B_{43}$

Se iau blocurile  $B_{ij}$  din rândul următor și se distribuie în primul rând al grilei de procese. Astfel vom obține

	0	1	2
0	$B_{11}$ $B_{14}$ $B_{31}$ $B_{34}$ $B_{51}$ $B_{54}$	$B_{12}$ $B_{15}$ $B_{32}$ $B_{35}$ $B_{52}$ $B_{55}$	$B_{13}$ $B_{33}$ $B_{53}$
1	$B_{21}$ $B_{24}$ $B_{41}$ $B_{44}$	$B_{22}$ $B_{25}$ $B_{42}$ $B_{45}$	$B_{23}$ $B_{43}$

Astfel în final vom obține următoarea diagramă care ilustrează o distribuție 2-D ciclică a unei matrici de dimensiunea  $9 \times 9$  cu blocuri de dimensiune  $2 \times 2$  pe o grilă de procesor  $2 \times 3$  (culorile reprezintă cele 6 procesoare diferite).

$A_{11}$	$A_{12}$	$A_{13}$	$A_{14}$	$A_{15}$	$A_{16}$	$A_{17}$	$A_{18}$	$A_{19}$
$A_{21}$	$A_{22}$	$A_{23}$	$A_{24}$	$A_{25}$	$A_{26}$	$A_{27}$	$A_{28}$	$A_{29}$
$A_{31}$	$A_{32}$	$A_{33}$	$A_{34}$	$A_{35}$	$A_{36}$	$A_{37}$	$A_{38}$	$A_{39}$
$A_{41}$	$A_{42}$	$A_{43}$	$A_{44}$	$A_{45}$	$A_{46}$	$A_{47}$	$A_{48}$	$A_{49}$
$A_{51}$	$A_{52}$	$A_{53}$	$A_{54}$	$A_{55}$	$A_{56}$	$A_{57}$	$A_{58}$	$A_{59}$
$A_{61}$	$A_{62}$	$A_{63}$	$A_{64}$	$A_{65}$	$A_{66}$	$A_{67}$	$A_{68}$	$A_{69}$
$A_{71}$	$A_{72}$	$A_{73}$	$A_{74}$	$A_{75}$	$A_{76}$	$A_{77}$	$A_{78}$	$A_{79}$
$A_{81}$	$A_{82}$	$A_{83}$	$A_{84}$	$A_{85}$	$A_{86}$	$A_{87}$	$A_{88}$	$A_{89}$
$A_{91}$	$A_{92}$	$A_{93}$	$A_{94}$	$A_{95}$	$A_{96}$	$A_{97}$	$A_{98}$	$A_{99}$

Astfel, utilizând etapele procedurii de distribuție a datelor descrise mai sus obținem următoarele submatrici locale distribuite pe procese.

	0				1			2	
0	$A_{11}$	$A_{12}$	$A_{17}$	$A_{18}$	$A_{13}$	$A_{14}$	$A_{19}$	$A_{15}$	$A_{16}$
	$A_{21}$	$A_{22}$	$A_{27}$	$A_{28}$	$A_{23}$	$A_{24}$	$A_{29}$	$A_{25}$	$A_{26}$
	$A_{51}$	$A_{52}$	$A_{57}$	$A_{58}$	$A_{53}$	$A_{54}$	$A_{59}$	$A_{55}$	$A_{56}$
	$A_{61}$	$A_{62}$	$A_{67}$	$A_{68}$	$A_{63}$	$A_{64}$	$A_{69}$	$A_{65}$	$A_{66}$
	$A_{91}$	$A_{92}$	$A_{97}$	$A_{98}$	$A_{93}$	$A_{94}$	$A_{99}$	$A_{95}$	$A_{96}$
1	$A_{31}$	$A_{32}$	$A_{37}$	$A_{38}$	$A_{33}$	$A_{34}$	$A_{39}$	$A_{35}$	$A_{36}$
	$A_{41}$	$A_{42}$	$A_{47}$	$A_{48}$	$A_{43}$	$A_{44}$	$A_{49}$	$A_{45}$	$A_{46}$
	$A_{71}$	$A_{72}$	$A_{77}$	$A_{78}$	$A_{73}$	$A_{74}$	$A_{79}$	$A_{75}$	$A_{76}$
	$A_{81}$	$A_{82}$	$A_{87}$	$A_{88}$	$A_{83}$	$A_{84}$	$A_{89}$	$A_{85}$	$A_{86}$

Această procedură de partiționare și distribuie a unei matrici pe procesele unui mediu de comunicare de tip grilă permite ca fiecare proces să obțină următoarele răspunsuri

- Câte rânduri ar trebui să fie în tabloul meu local?
- Câte coloane ar trebui să fie în tabloul meu local?
- Ce elemente globale sunt în tabloul meu local?

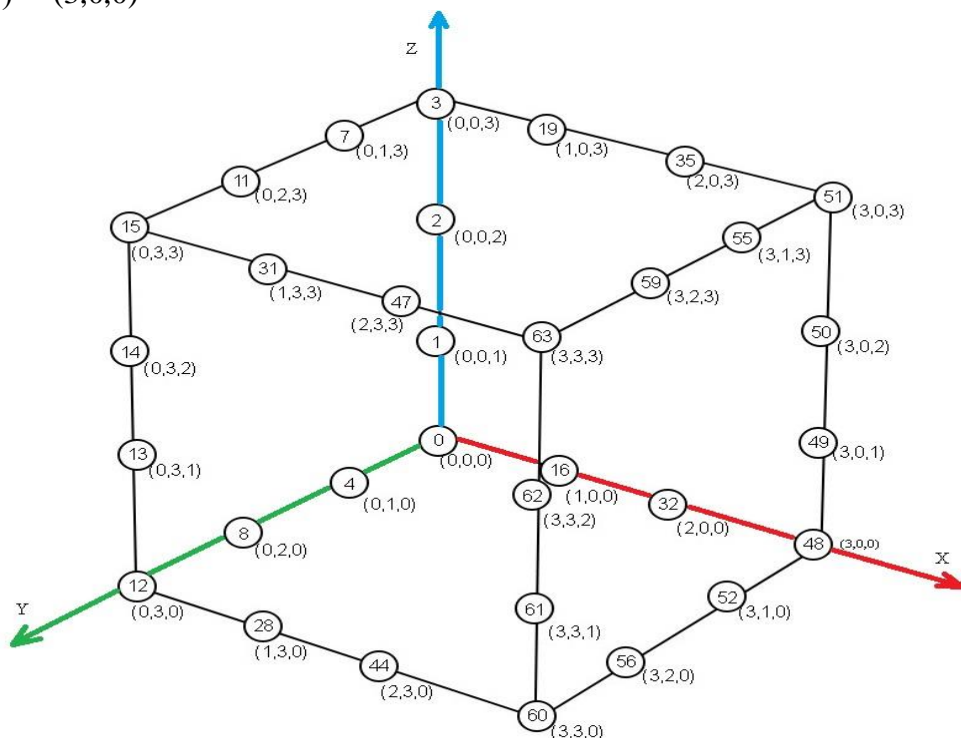
## 8.2 Lucrarea de laborator Nr. 2

**Titlul lucrării:** *Transmiterea de date între procese din mediu virtual cu topologie carteziana*

Să se elaboreze un program în limbajul C++ cu utilizarea funcțiilor MPI pentru gestionarea grupelor de procese și a comutatoarelor, care ar asigura transmiterea datelor de la un proces la altul (pe cerc) în direcția acelor de ceas. Procesele aparțin muchiilor unei fațete arbitrare a cubului.

De exemplu (a se vedea desenul de mai jos), dacă se fixează fațeta laterală a cubului pentru  $x=3$ , atunci transmiterea de date se va realiza astfel:

$(3,0,0) \rightarrow (3,1,0) \rightarrow (3,2,0) \rightarrow (3,3,0) \rightarrow (3,3,1) \rightarrow (3,3,2) \rightarrow (3,3,3) \rightarrow (3,2,3) \rightarrow (3,1,3) \rightarrow (3,0,3) \rightarrow (3,0,2) \rightarrow (3,0,1) \rightarrow (3,0,0)$



### **8.3. Lucrarea de laborator nr. 3**

**Titlul lucrării** *Divizarea și distribuirea matricelor pe grile de procese utilizând algoritmul 2D-ciclic.*

Să se elaboreze un program în limbajul C++ cu utilizarea funcțiilor MPI pentru gestionarea grupelor de procese și a comutatoarelor în care se realizează următoarele

- Se realizează un mediu de comunicare care corespunde unei grile doi dimensionale de procese.
- Procesul root initializează cu valori aleatoare o matrice și distribuie pe procesele din grila de procese această matrice în baza algoritmului 2D-ciclic