Контекстно-свободные грамматики. Удаление ε-правил

Определение: Правила вида $A \to \varepsilon$, $A \in V_N$ называются **ε-правилами**.

1. $G = (V_T, V_N, P, S)$, $V_T=\{a, b\}$, $V_N=\{S\}$,
$P=\{1.S \to aSb, 2.S \to \varepsilon\}$.

2. $G = (V_T, V_N, P, S)$, $V_T=\{d,c,b\}$, $V_N=\{S\}$,
$P=\{1.A \to dBc, 2.A \to d, 3. B \to Ab, 4. B \to \varepsilon\}$.

Контекстно-свободные грамматики. Удаление ε-правил

Определение: Определим следующее множество

$$N_\varepsilon=\{A \in V_N \mid A \overset{*}{\Rightarrow} \varepsilon\}$$

все нетерминальные символы которые порождают нулевое слово через определенное количество шагов.

Контекстно-свободные грамматики. Удаление ε-правил

Алгоритм создания множества N_ε:

Шаг 1: $i=1$, $N_\varepsilon^1 = \{A \mid A \to \varepsilon\}$

Шаг 2: $i=i+1$, $N_\varepsilon^i = N_\varepsilon^{i-1} \cup \{A \mid A \to X_1X_2 \dots X_n$ и $X_1,X_2,\dots X_n \in N_\varepsilon^{i-1}\}$

Шаг 3: Если $N_\varepsilon^i \neq N_\varepsilon^{i-1}$ тогда повторяется шаг 2

Шаг 4: Если $N_\varepsilon^i = N_\varepsilon^{i-1}$ тогда стоп.

Пример. $G=(V_T, V_N, P, A)$, $V_T=\{a\}$, $V_N=\{A, B, C\}$,
$P=\{1.A \to BC, 2.B \to BC, 3.B \to \varepsilon, 4.C \to \varepsilon\}$. Создать множество $N\varepsilon$.

Контекстно-свободные грамматики. Удаление ε-правил

Теорема: Для любой контекстно свободной грамматики G можно построить эквивалентную грамматику G' без ε-продукций.

Контекстно-свободные грамматики. Удаление ε-правил

Алгоритм создания $G'=\{V_T,V_N', P', S\}$ без ε-правил

1. $P'=\{A \to \alpha \ / \ \alpha \neq \varepsilon\}$.
2. Для всех правил вида $A \to \alpha_1 B \alpha_2$, где $B \in N_\varepsilon$, а $\alpha_1\alpha_2 \neq \varepsilon$ определим множество правил
$P' = P' \cup \{A \to \alpha_1\alpha_2\}$.

3. Если $S \in N_\varepsilon$ тогда $P' = P' \cup \{S \to \varepsilon\}$
(dacă S nu apare in p. dr.)
În caz contrar
$S' \to \varepsilon$
$S' \to S$, S' neterminal nou

Sarcini

- $G = (V_T, V_N, P, S)$, $V_T=\{a, b\}$, $V_N=\{S, M, C, K, T\}$,

$P=\{1.S \to aaCM, 2.S \to aaaKT, 3.M \to aMb, 4.M \to bMa, 5.M \to \varepsilon, 6.C \to aCa, 7.C \to bCb, 8.K \to bT, 9.K \to aT, 10.T \to bKa, 11.T \to ab\}$.

- $G = (V_T, V_N, P, S)$, $V_T=\{a, b\}$, $V_N=\{S, T, U, V, W, X, Z\}$,

$P=\{1.S \to UX, 2.S \to VZ, 3.V \to aTb, 4.V \to bTa, 5.X \to Xa, 6.X \to Xb, 7.X \to \varepsilon, 8.Z \to a, 9.W \to ab, 10.U \to aUa, 11.U \to bUb, 12.T \to aa, 13.T \to bb\}$.

Sarcini

1.S→ε	1.S→AbA	1.S→ABC
2.S→BC	2.S→cAb	2. A→BB
3.S→Ab	3.S→Bb	3.A→ε
4.B→ε	4.A→aAb	4.B→CC
5.C→c	5.A→ε	5.B→ε
6.A→Aa	6.B→AA	6.C→AA
7.A→ε	7.B→a	7.C→b