> **#Кохан Артём Игоревич - гр.353503**
> **#Лабараторная работа 1(Вариант 4)**

> **#Задание 1**
> **#Упростить выражение**

> $f := \dfrac{\dfrac{x^5 + 5\cdot x^4 - 16\cdot x - 80}{x^3 + 2\cdot x^2 + 4\cdot x + 8}}{\dfrac{3\cdot x^4 + 10\cdot x^3 - 16\cdot x - 80}{x^2 + 2\cdot x + 4}}$:
> $simplify(f)$

$$\frac{(x^2 + 2x + 4)\ (x + 5)\ (x - 2)}{3x^4 + 10x^3 - 16x - 80} \quad (1)$$

> *restart* :

> **#Задание 2**
> **#Приведите выражение к многочлену стандартного вида**

> $f := (4\cdot x - 3)\cdot(3\cdot x^2 + 2)\cdot(2\cdot x + 1)$:
> $expand((4\cdot x - 3)\cdot(3\cdot x^2 + 2)\cdot(2\cdot x + 1))$

$$24x^4 - 6x^3 + 7x^2 - 4x - 6 \quad (2)$$

> *restart* :

> **#Задание 3**
> **#Разложите многочлен на множители**

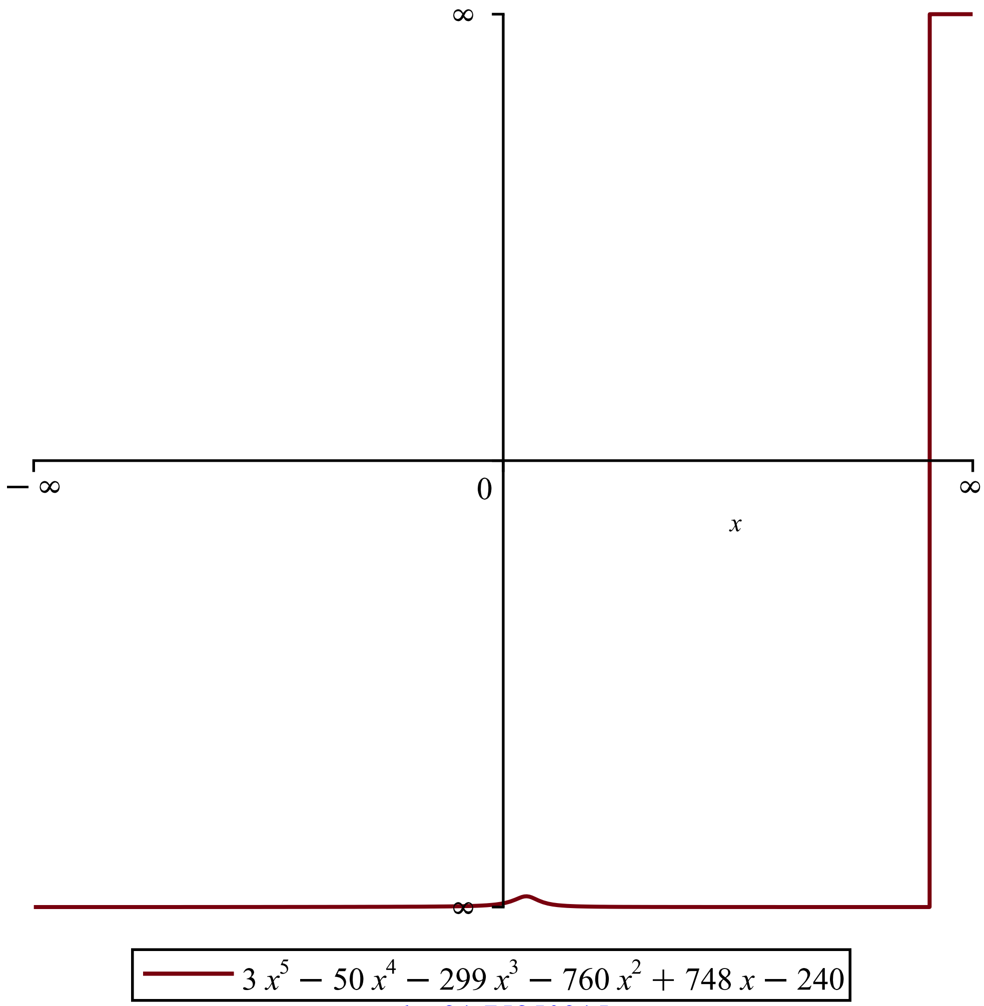
> $f := 16\cdot x^4 + 76\cdot x^3 + 68\cdot x^2 - 76\cdot x - 84$:
> $factor(f)$

$$4\ (x - 1)\ (4x + 7)\ (x + 3)\ (x + 1) \quad (3)$$

> *restart* :

> **#Задание 4**
> **#Постройте график многочлена и найдите все его корни**

> $f := 3\cdot x^5 - 50\cdot x^4 - 299\cdot x^3 - 760\cdot x^2 + 748\cdot x - 240$:
> $plot(f, x = -\text{infinity}..\text{infinity}, legend = f)$;
> $x1 = fsolve(f, x = 0..25)$



$x1 = 21.75850315$ **(4)**

> $restart:$

> ***#Задание 5***
> ***#Разложите рациональную дробь на сумму простейших дробей***

> $f := \dfrac{3\cdot x^4 + 2\cdot x^3 + 4\cdot x - 3}{(x^2+2)\cdot(x-3)^2\cdot(x^2-1)}:$
> $convert(f, parfrac)$

$$-\frac{317}{1936\,(x-3)} + \frac{1}{16\,(x+1)} + \frac{1}{4\,(x-1)} + \frac{153}{44\,(x-3)^2} + \frac{-18\,x-21}{121\,(x^2+2)} \qquad \textbf{(5)}$$

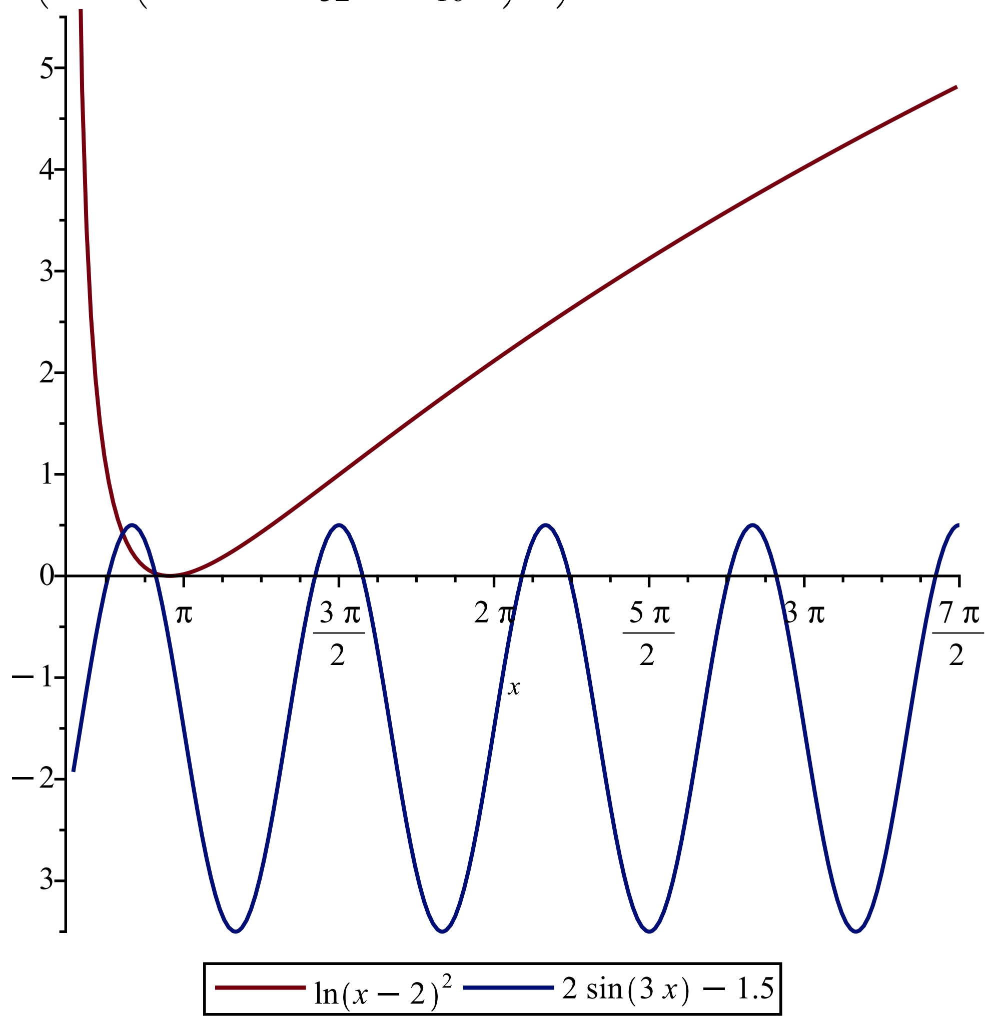
> $restart:$

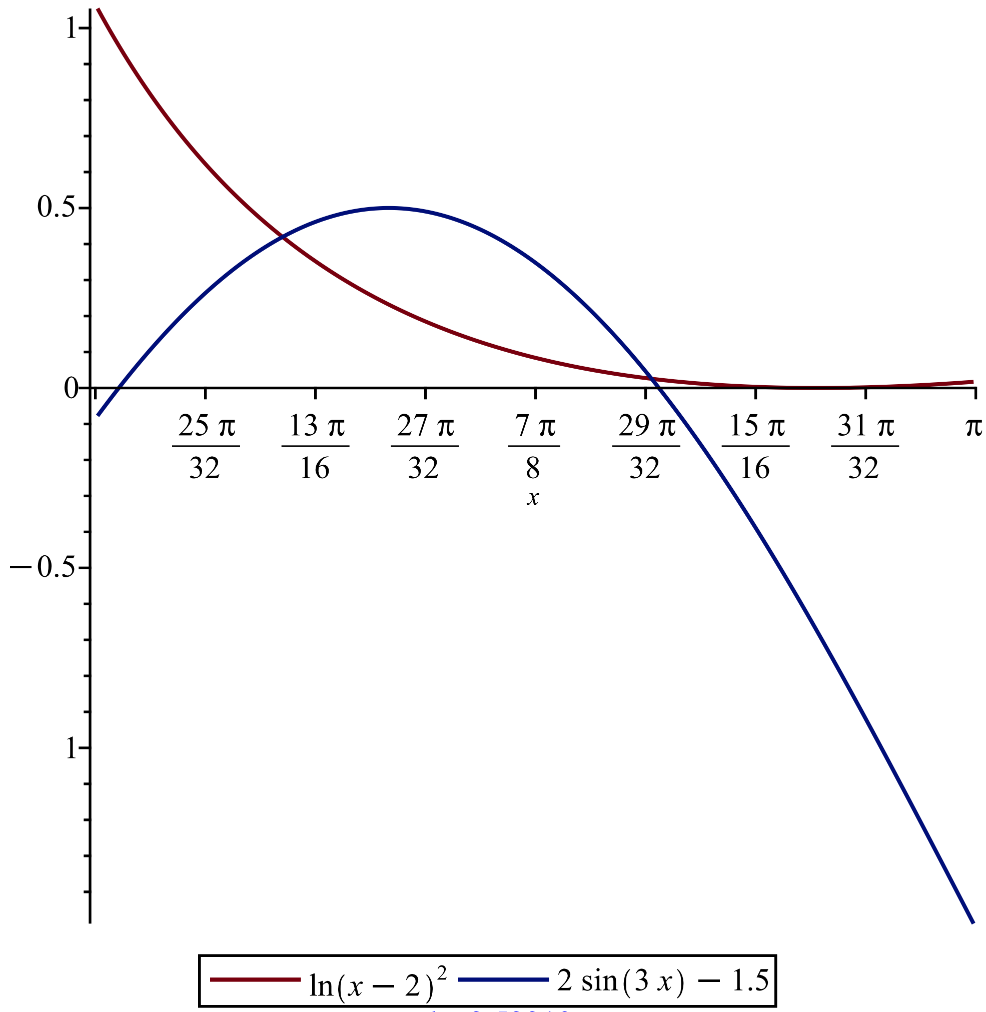
> ***#Задание 6***
> ***#Графически решите уравнение и найти его приближенные корни с точностью до 10***
> **−5**

> $f := \ln^2(x-2):$
> $g := 2\cdot\sin(3\cdot x) - 1.5:$
> $plot([f, g],\ legend = [f, g]);$
> $plot\left([f, g],\ x = \dfrac{3\,\mathrm{Pi}}{4}..\mathrm{Pi},\ legend = [f, g]\right);$

$$x1 = evalf\left(fsolve\left(f - g, x = \frac{25\cdot \text{Pi}}{32} .. \frac{13\cdot \text{Pi}}{16} \right), 6 \right);$$

$$x2 = evalf\left(fsolve\left(f - g, x = \frac{29\cdot \text{Pi}}{32} .. \frac{15\cdot \text{Pi}}{16} \right), 6 \right);$$





$x1 = 2.52319$

$x2 = 2.85241$ **(6)**

> *restart* :

> ***#Задание 7***

***#Докажите, что lim an = a, n->inf определив номер n , начиная с которого все члены последовательности (an) попадут* в**

#e −окрестность точки a. Проиллюстрируйте полученный результат с помощью чертежа в Maple, положив e = 0,1

> $an := \frac{3 \cdot n - 2}{2 \cdot n + 1}$:

$a := \frac{3}{2}$:

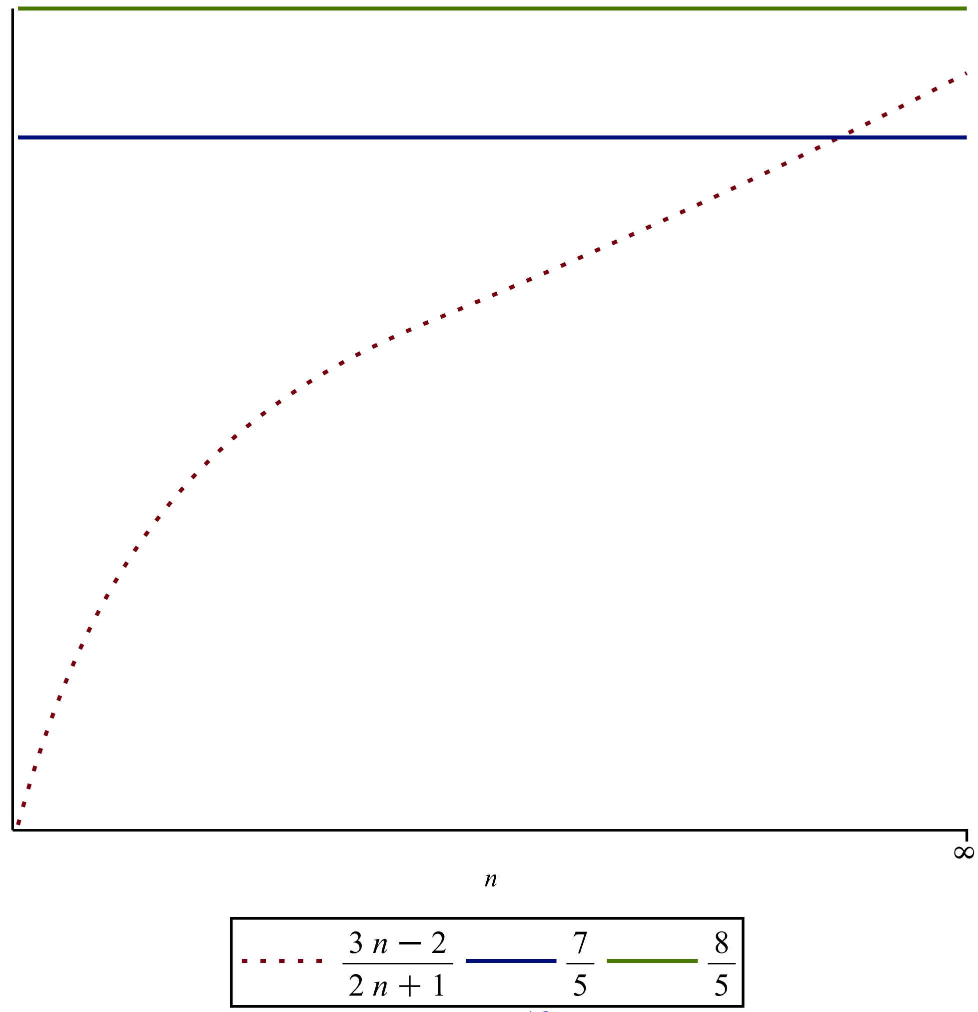
$e := \frac{1}{10}$:

solve(abs(*an* − *a*) < *e*);

plot([*an*, *a* − *e*, *a* + *e*] , *n* = 1 ..infinity, *legend* = [*an*, *a* − *e*, *a* + *e*], *linestyle* = [*dot*, *solid*, *solid*]) ;

n_e := 18

$(-\infty, -18), (17, \infty)$



$$n\_e := 18 \quad (7)$$

> *restart* :

> ***#Задание 8***
#Вычислите пределы числовых последовательностей

> $lim\_1 := \sqrt{(n+2)\cdot(n+1)} - \sqrt{(n-1)\cdot(n+3)}$:

$lim\_2 := \left(\frac{n^2 - 3\cdot n + 6}{n^2 + 5\cdot n + 1}\right)^{\frac{n}{2}}$:

$Limit(lim\_1, n = \text{infinity}) = limit(lim\_1, n = \text{infinity})$;
$Limit(lim\_2, n = \text{infinity}) = limit(lim\_2, n = \text{infinity})$

$$\lim_{n \to \infty} \left(\sqrt{(n+2)\ (n+1)} - \sqrt{(n-1)\ (n+3)}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{n \to \infty} \left(\frac{n^2 - 3\,n + 6}{n^2 + 5\,n + 1}\right)^{\frac{n}{2}} = e^{-4} \quad (8)$$

> *restart* :

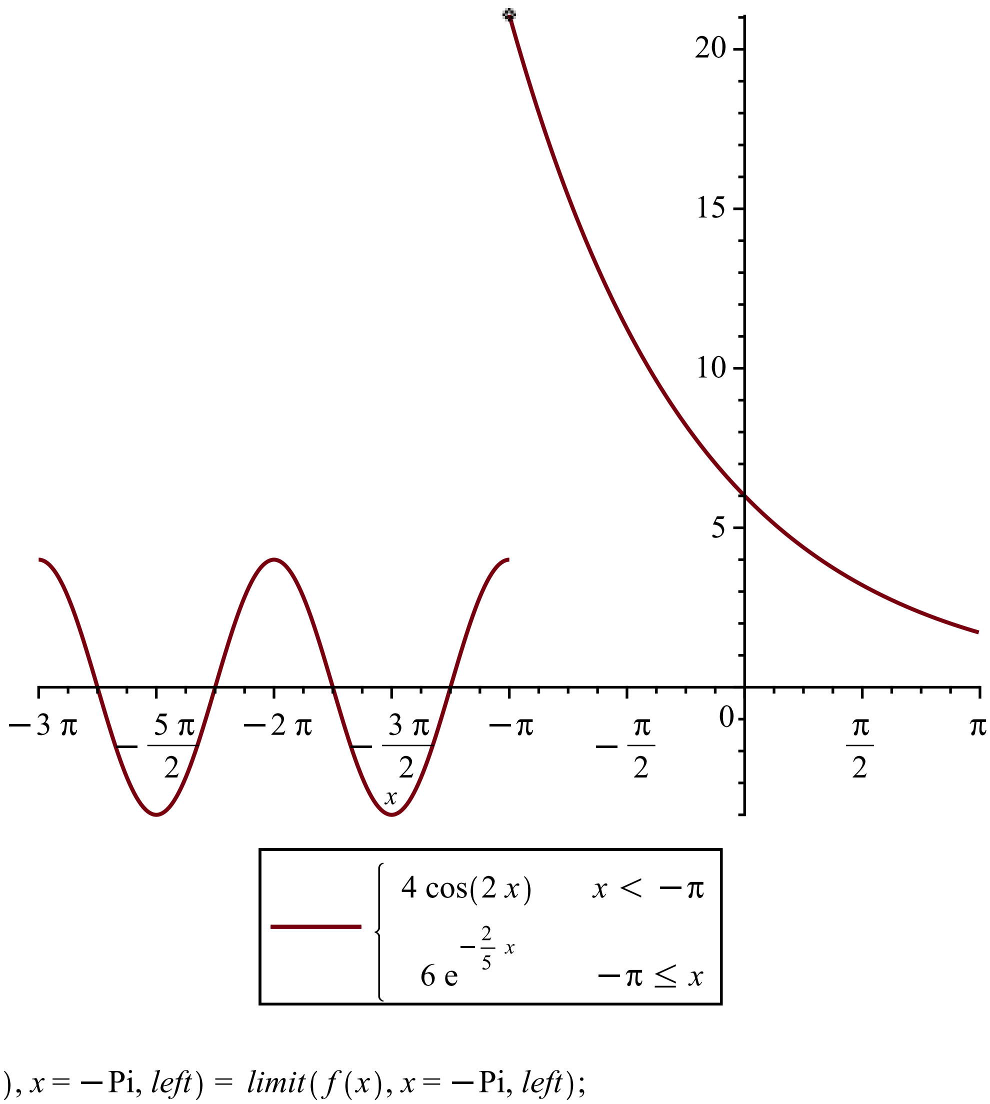
> ***#Задание 9***
#Для функции : (*1*) ***построить график,***

(2) в точке разрыва и на бесконечности найти односторонние пределы,
#(3) найти производную и неопределенный интеграл на каждом из промежутков непрерывности,
#(4) построить в одной системе координат графики функции, производной и какой − нибудь первообразной,
#(5) найти площадь криволинейной трапеции, ограниченной графиком функции и прямыми x = 1, x = 5, y = 0, сделать чертеж

> ***#1:***

> $f := x \rightarrow piecewise\left(x < -\mathrm{Pi}, 4\cdot\cos(2\,x), x \geq -\mathrm{Pi}, 6\cdot\exp\left(-\frac{2}{5}\cdot x\right)\right);$
$plot(f(x), discont = true, legend = f(x))$

$$f := x \mapsto \begin{cases} 4\cdot\cos(2\cdot x) & x < -\pi \\ 6\cdot e^{-\frac{2\cdot x}{5}} & -\pi \leq x \end{cases}$$



> ***#2:***

> $Limit(f(x), x = -\mathrm{Pi}, left) = limit(f(x), x = -\mathrm{Pi}, left);$
$Limit(f(x), x = -\mathrm{Pi}, right) = limit(f(x), x = -\mathrm{Pi}, right);$
$Limit(f(x), x = -\mathrm{infinity}) = limit(f(x), x = -\mathrm{infinity});$
$Limit(f(x), x = \mathrm{infinity}) = limit(f(x), x = \mathrm{infinity})$

$$\lim_{x \to (-\pi)-} \begin{cases} 4\cos(2x) & x < -\pi \\ 6\,e^{-\frac{2x}{5}} & -\pi \le x \end{cases} = 4$$

$$\lim_{x \to (-\pi)+} \begin{cases} 4\cos(2x) & x < -\pi \\ 6\,e^{-\frac{2x}{5}} & -\pi \le x \end{cases} = 6\,e^{\frac{2\pi}{5}}$$

$$\lim_{x \to -\infty} \begin{cases} 4\cos(2x) & x < -\pi \\ 6\,e^{-\frac{2x}{5}} & -\pi \le x \end{cases} = -4\,..4$$

$$\lim_{x \to \infty} \begin{cases} 4\cos(2x) & x < -\pi \\ 6\,e^{-\frac{2x}{5}} & -\pi \le x \end{cases} = 0 \qquad \textbf{(9)}$$

> ***#3:***

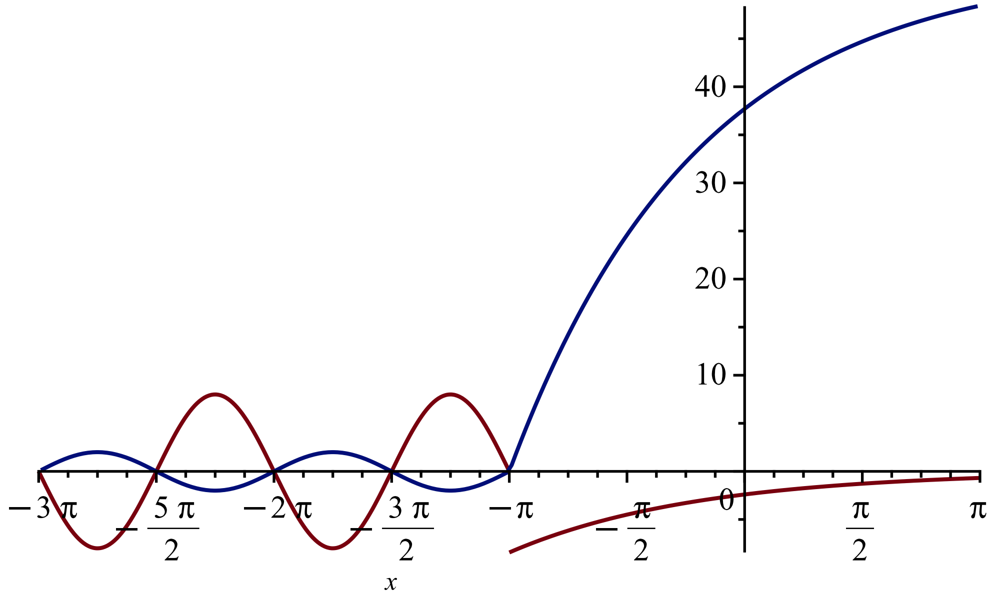
> *Diff*$(f(x), x) =$ *diff*$(f(x), x)$;
> *Int*$(f(x), x) =$ *int*$(f(x), x)$

$$\frac{d}{dx} \begin{cases} 4\cos(2x) & x < -\pi \\ 6\,e^{-\frac{2x}{5}} & -\pi \le x \end{cases} = \begin{cases} -8\sin(2x) & x < -\pi \\ \mathit{undefined} & x = -\pi \\ -\dfrac{12\,e^{-\frac{2x}{5}}}{5} & -\pi < x \end{cases}$$

$$\int \left(\begin{cases} 4\cos(2x) & x < -\pi \\ 6\,e^{-\frac{2x}{5}} & -\pi \le x \end{cases} \right) dx = \begin{cases} 2\sin(2x) & x \le -\pi \\ -15\,e^{-\frac{2x}{5}} + 15\,e^{\frac{2\pi}{5}} & -\pi < x \end{cases} \qquad \textbf{(10)}$$

> ***#4:***

> *plot*$([$*diff*$(f(x), x)$, *int*$(f(x), x)]$, *discont* = *true*, *legend* = $[$ *diff*$(f(x), x)$, *int*$(f(x), x)$ $]$)

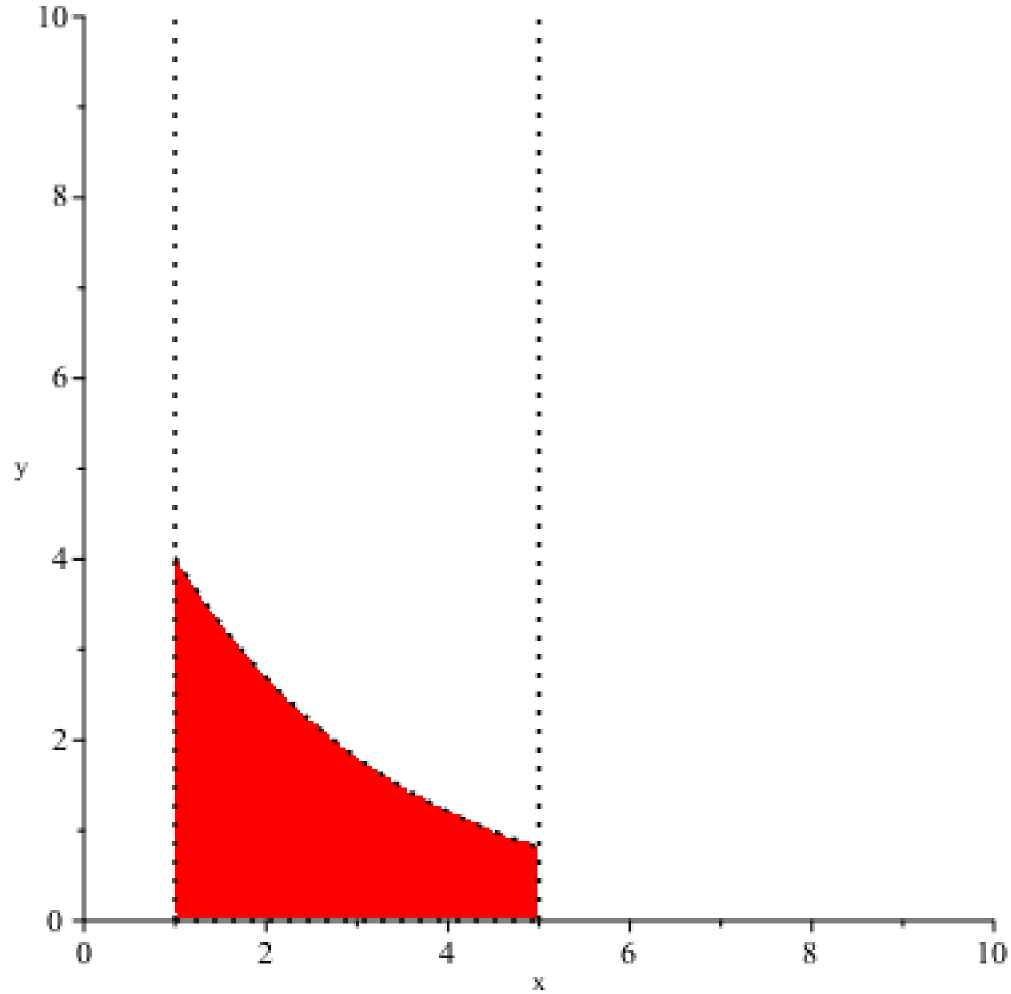


$$\begin{cases} 8\sin(2x) & x < -\pi \\ \textit{undefined} & x = -\pi \\ -\frac{12}{5}\,\mathrm{e}^{-\frac{2}{5}x} & -\pi < x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2\sin(2x) & x \le -\pi \\ -15\,\mathrm{e}^{-\frac{2}{5}x} + 15\,\mathrm{e}^{\frac{2}{5}\pi} & -\pi < x \end{cases}$$

> ***#5:***

> $plots[inequal](\{y < f(x), y > 0, x > 1, x < 5\}, x=0..10, y=0..10, optionsfeasible=[color=red]);$
> $S=int(f(x), x=1..5)$



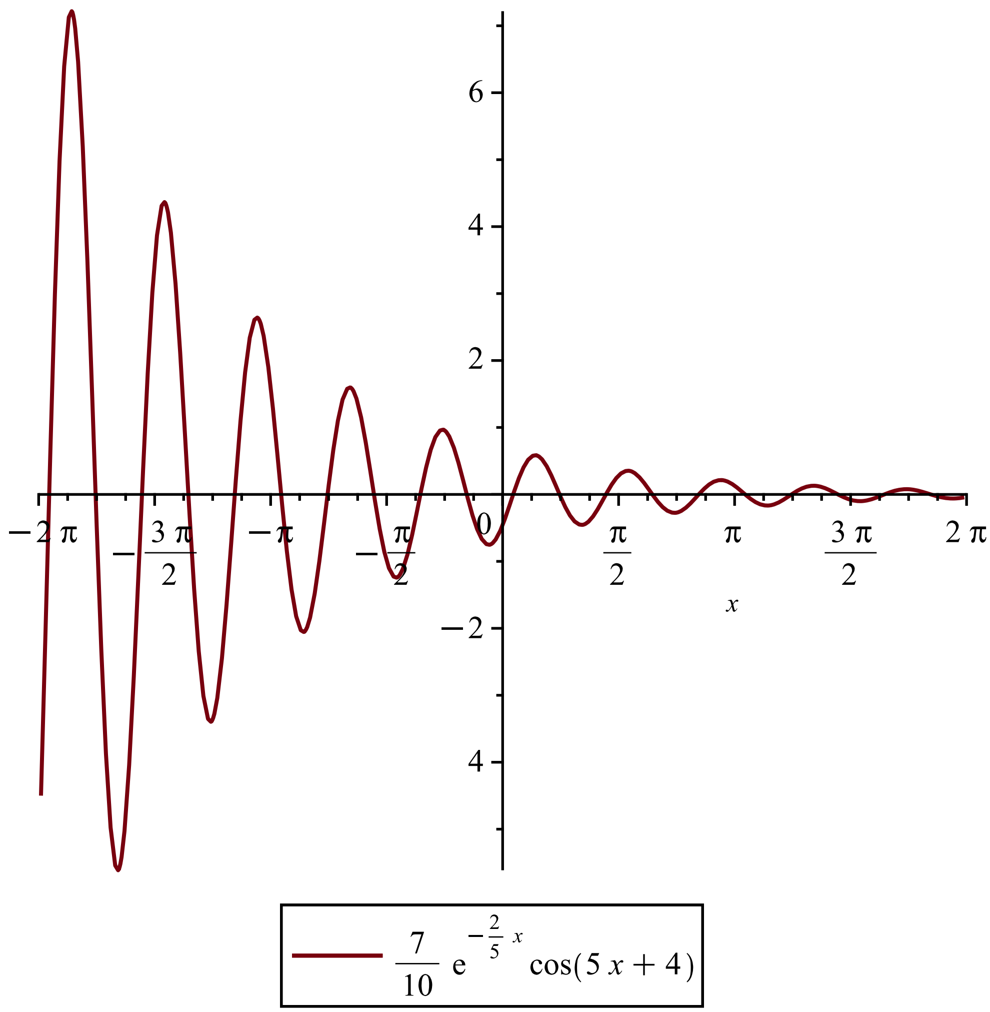
$$S = 15\,e^{-\frac{2}{5}} - 15\,e^{-2} \qquad (11)$$

> *restart* :

> ***#Задание 10***
#Построить кривые на плоскости. Для кривой 2 − го порядка(пункт 2) найти каноническое уравнение с помощью ортогонального преобразования

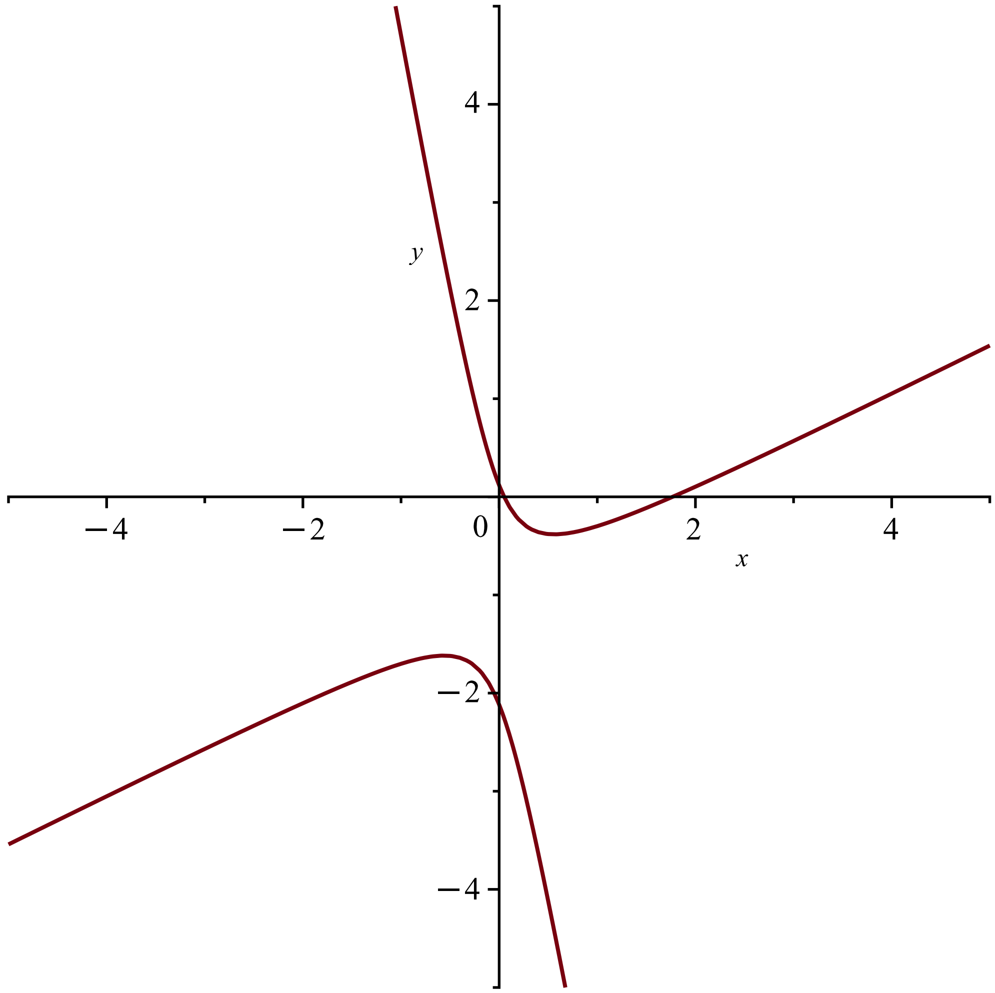
> ***#1:***

> $f\_1 := \frac{7}{10} \cdot \exp\left(-\frac{2}{5} \cdot x\right) \cdot \cos(5 \cdot x + 4)$:
plot(*f_1*, *legend*=*f_1*)



> ***#2:***

> $with(plots)$:
$plots[implicitplot](11\cdot x^2 - 20\cdot x\cdot y - 4\cdot y^2 - 20\cdot x - 8\cdot y + 1 = 0, x = -5..5, y = -5..5)$



> $with(LinearAlgebra):$
> $M := Matrix([[11,-10],[-10,-4]]):$ **#построим матрицу квадратичной формы**
> $v := Eigenvectors(M)$ **#найдём собственные вектора**

$$v := \begin{bmatrix} 16 \\ -9 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -2 & \frac{1}{2} \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \textbf{(12)}$$

> $e1 := Normalize(Column(v[2],[1]), Euclidean);$ **#Найдём нормированные вектора**
> $e2 := Normalize(Column(v[2],[2]), Euclidean);$
> $subs(x = e1[1]\cdot x1 + e2[1]\cdot y1, y = e1[2]\cdot x1 + e2[2]\cdot y1, 11\cdot x^2 - 20\cdot x\cdot y - 4\cdot y^2 - 20\cdot x - 8\cdot y + 1) : expr := simplify(\%)$

$$e1 := \begin{bmatrix} -\frac{2\sqrt{5}}{5} \\ \frac{\sqrt{5}}{5} \end{bmatrix}$$

$$e2 := \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{5}}{5} \\ \frac{2\sqrt{5}}{5} \end{bmatrix}$$

$$expr := 1 + \frac{4\,(8\,x1 - 9\,y1)\,\sqrt{5}}{5} + 16\,x1^2 - 9\,y1^2 \qquad \textbf{(13)}$$

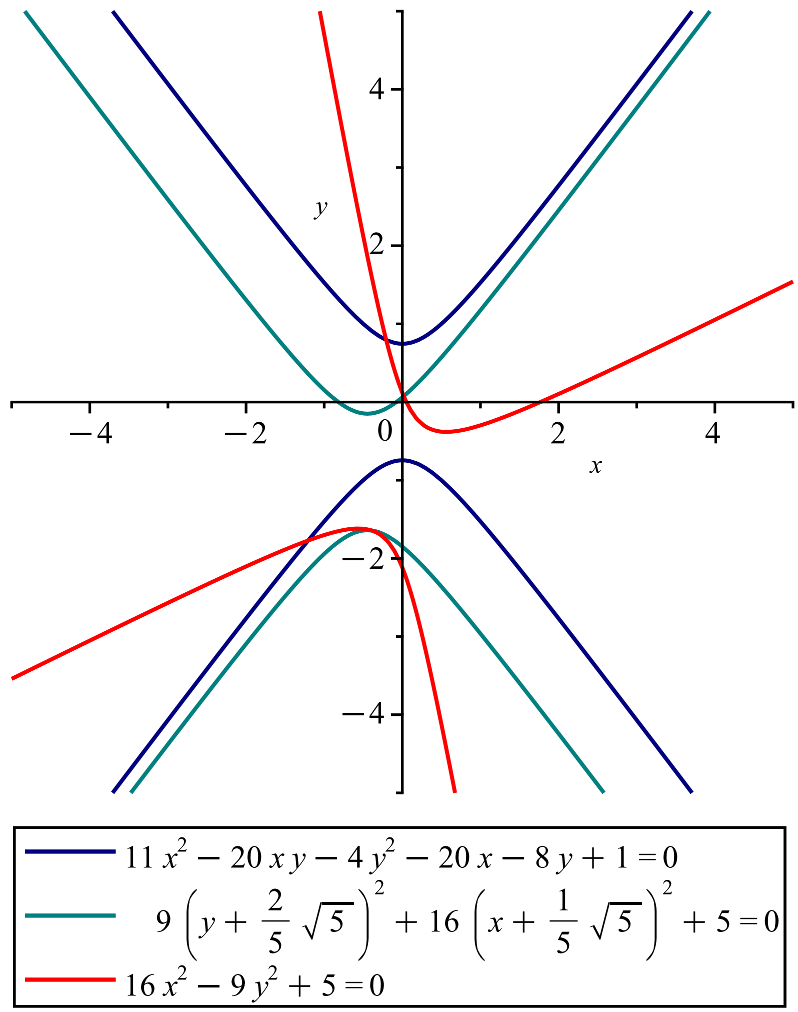
> $expr\_pseudocanon := Student[Precalculus][CompleteSquare](expr)$

$$expr\_pseudocanon := -9\left(y1 + \frac{2\sqrt{5}}{5}\right)^2 + 16\left(x1 + \frac{\sqrt{5}}{5}\right)^2 + 5 \qquad \textbf{(14)}$$

> $expr\_canon := subs\left(y1 = y2 - \frac{2\cdot\sqrt{5}}{5}, x1 = x2 - \frac{\sqrt{5}}{5}, expr\_pseudocanon\right)$

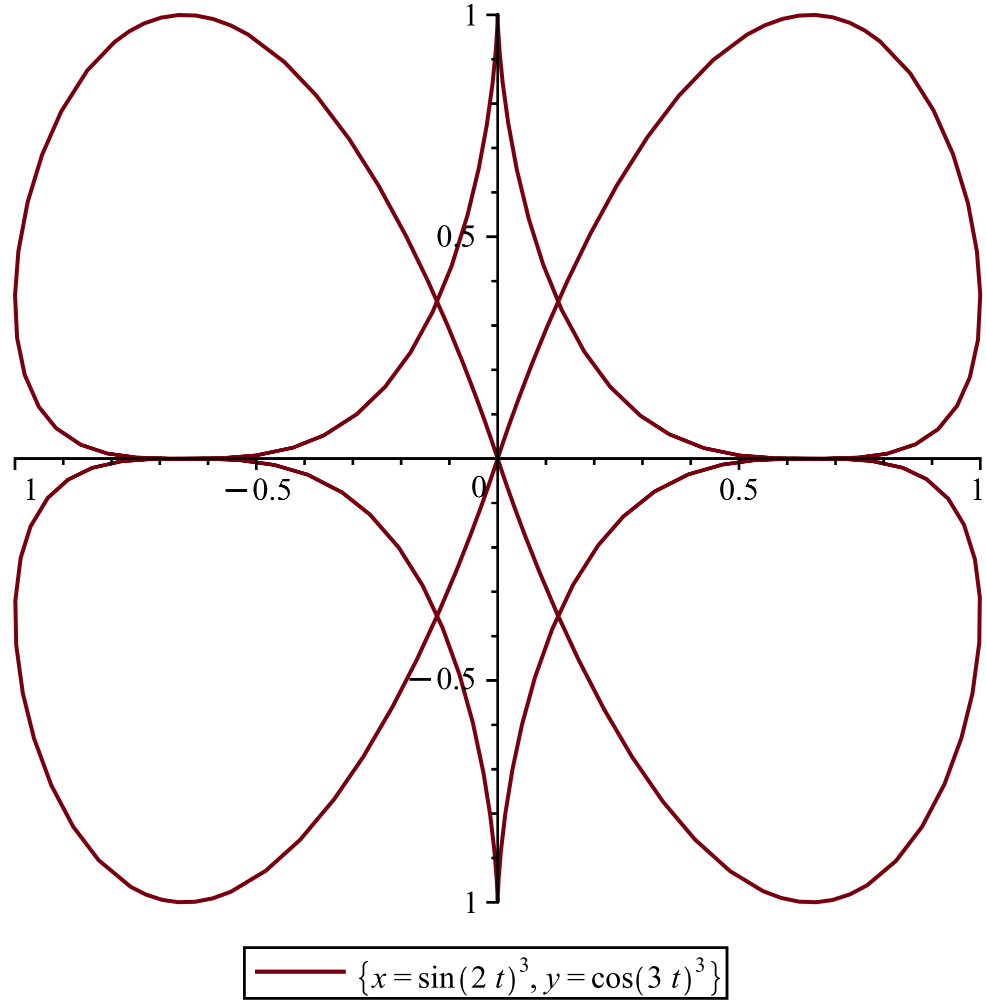
$$expr\_canon := 16\,x2^2 - 9\,y2^2 + 5 \qquad \textbf{(15)}$$

> $implicitplot\left(\left[16\,x^2 - 9\,y^2 + 5 = 0, -9\left(y + \frac{2\sqrt{5}}{5}\right)^2 + 16\left(x + \frac{\sqrt{5}}{5}\right)^2 + 5 = 0, 11\cdot x^2 - 20\cdot x\cdot y - 4\cdot y^2 - 20\cdot x - 8\cdot y + 1 = 0\right], x = -5..5, y = -5..5, scaling = constrained, color = [\text{"NavyBlue"}, \text{"Teal"}, \text{"Red"}], legend = \left[11\cdot x^2 - 20\cdot x\cdot y - 4\cdot y^2 - 20\cdot x - 8\cdot y + 1 = 0, -9\left(y + \frac{2\sqrt{5}}{5}\right)^2 + 16\left(x + \frac{\sqrt{5}}{5}\right)^2 + 5 = 0, 16\,x^2 - 9\,y^2 + 5 = 0\right]\right)$



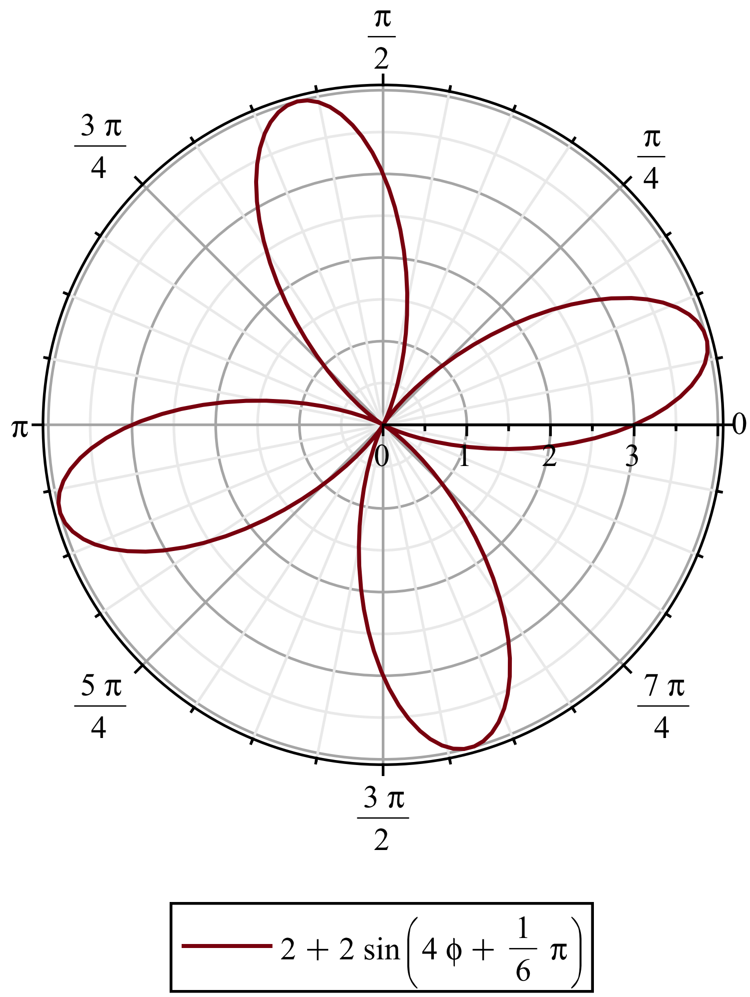
> ***#3:***

> $f\_x := \sin^3(2 \cdot t)$:
$f\_y := \cos^3(3 \cdot t)$:
$plot([f\_x, f\_y, t = -\mathrm{Pi}\,..\mathrm{Pi}], legend = \{x = f\_x, y = f\_y\})$



> ***#4:***

> $f\_4 := 2 + 2 \cdot \cos\left(4 \cdot \phi - \frac{\mathrm{Pi}}{3}\right) :$
> *plots*[*polarplot*](*f_4*, *legend* = *f_4*)



$\frac{\pi}{2}$
$\frac{3\pi}{4}$
$\frac{\pi}{4}$
π
0
0
1
2
3
$\frac{5\pi}{4}$
$\frac{7\pi}{4}$
$\frac{3\pi}{2}$
$2 + 2\sin\left(4\phi + \frac{1}{6}\pi\right)$

> *restart* :