

计算气动声学作业：习题一

推导并优化 9 点（或者 11 点、13 点）中心差分格式，或者紧致格式，并采用该格式求解如下初值问题：

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} &= 0 \\ t &= 0, \quad u = 0.5 \exp\left[-\ln 2\left(\frac{x}{3}\right)^2\right] \end{aligned} \quad (1)$$

可以采用周期性边界条件。

给出 $t = 100, 200, 300, 400$ 时的波形图，并对结果进行分析。

基本要求包括

- 给出优化格式的详细性能分析（频散特性、群速度等）；
- 与解析解进行对比，并进行误差分析；
- 对所采用格式进行精度分析；
- 任选一种低阶格式求解该问题，并对比高阶格式和低阶格式结果，分析其差异及原因；
- 针对此问题写出一个完整、详细的报告；

解析解如下：

$$u(x, t) = 0.5 \exp\left[-\ln 2\left(\frac{x-t}{3}\right)^2\right] \quad (2)$$