

1 问题简介：

在下面三个问题中任选其一（问题二、三有加分），采用计算气动声学方法求解，并把数值结果与解析解进行对比，详细分析计算结果。主控方程采用二维线性化 Euler 方程，时间离散格式不限。
基本要求包括

- 采用自己推导优化的 9 点或者 11 点空间差分格式，或者紧致格式求解该问题；
- 采用自己推导优化的选择性人工粘性，或者高阶滤波方法；
- 至少采用两种不同类型无反射边界，并对比不同边界条件在边界处的反射；
- 与解析解进行详细对比，并进行误差分析；
- 针对此问题写出一个完整、详细的报告；

1.1 问题一：

计算域如图 1 所示，求解在 $M_x = 0.5, M_y = 0$ 的主流中， $t = 0$ 时有如下扰动的初值问题：

$$\begin{aligned} p &= \exp \left[-\ln(2) \left(\frac{x^2 + y^2}{9} \right) \right] \\ \rho &= \exp \left[-\ln(2) \left(\frac{x^2 + y^2}{9} \right) \right] + 0.1 \exp \left[-\ln(2) \left(\frac{(x - 67)^2 + y^2}{25} \right) \right] \\ u &= 0.04y \exp \left[-\ln(2) \left(\frac{(x - 67)^2 + y^2}{25} \right) \right] \\ v &= -0.04(x - 67) \exp \left[-\ln(2) \left(\frac{(x - 67)^2 + y^2}{25} \right) \right] \end{aligned}$$

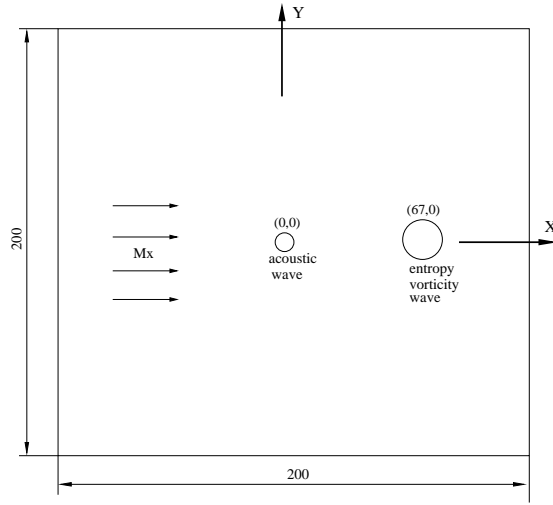


Figure 1: 计算域示意图

1.2 问题二:

计算域如图 2所示, 求解在 $M_x = 0.5, M_y = 0$ 的主流中, $t = 0$ 时有如下扰动的初值问题:

$$p = \rho = \exp \left[-\ln(2) \left(\frac{x^2 + (y - 25)^2}{25} \right) \right], \quad u = v = 0$$

1.3 问题三:

本问题是第二届 CAA workshop 的第一类的第二个标准问题。这个问题是为了模拟被机身散射的声场。机身模化为一个圆柱。背景平均流动速度为 0 ($u = 0, v = 0$)。该问题示意图如图 3所示, 求解在静止空气中, $t = 0$ 时有如下扰动的初值问题:

$$p' = 10^{-3} \exp \left[-\ln(2) \left(\frac{(x - 4)^2 + y^2}{0.2^2} \right) \right] \quad (1)$$

图中 A, B, C 三点为距离圆柱中心 5 倍直径的三个观测点, 三点与 x 轴的夹角分别为 90° , 135° 和 180° 。监测 A, B, C 三点的压力随时间变化, 与解析解进行对比。

2 附录

2.1 格式系数

- 7 点 DRP 格式系数:

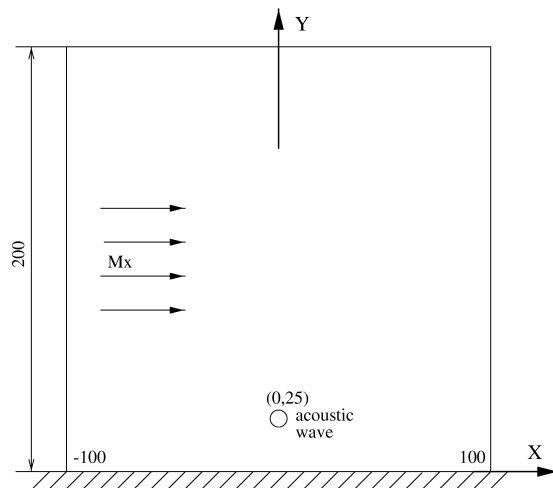


Figure 2: 计算域示意图

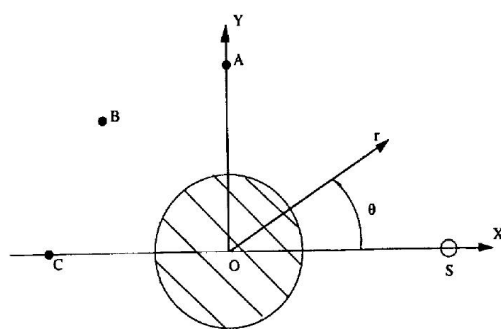


Figure 3: 计算域示意图

- N=0, M=6 侧偏:

$$\begin{aligned}
a_{06}^0 &= -2.192280339 \\
a_{06}^1 &= 4.748611401 \\
a_{06}^2 &= -5.108851915 \\
a_{06}^3 &= 4.461567104 \\
a_{06}^4 &= -2.833498741 \\
a_{06}^5 &= 1.128328861 \\
a_{06}^6 &= -0.203876371
\end{aligned} \tag{2}$$

$$a_{60}^N = -a_{06}^{-N}, \quad N = -6, 0 \tag{3}$$

- N=1, M=5 侧偏:

$$\begin{aligned}
a_{15}^{-1} &= -0.209337622 \\
a_{15}^0 &= -1.084875676 \\
a_{15}^1 &= 2.147776050 \\
a_{15}^2 &= -1.388928322 \\
a_{15}^3 &= 0.768949766 \\
a_{15}^4 &= -0.281814650 \\
a_{15}^5 &= 0.048230454
\end{aligned} \tag{4}$$

$$a_{51}^N = -a_{15}^{-N}, \quad N = -5, 1 \tag{5}$$

- N=2, M=4 侧偏:

$$\begin{aligned}
a_{24}^{-2} &= 0.049041958 \\
a_{24}^{-1} &= -0.468840357 \\
a_{24}^0 &= -0.474760914 \\
a_{24}^1 &= 1.273274737 \\
a_{24}^2 &= -0.518484526 \\
a_{24}^3 &= 0.166138533 \\
a_{24}^4 &= -0.026369431
\end{aligned} \tag{6}$$

$$a_{42}^N = -a_{24}^{-N}, \quad N = -4, 2 \tag{7}$$

- N=3, M=3 中心:

$$\begin{aligned}
a_{33}^{-3} &= -0.02084314277031176 \\
a_{33}^{-2} &= 0.166705904414580469 \\
a_{33}^{-1} &= -0.770882380518225552 \\
a_{33}^0 &= 0.0 \\
a_{33}^1 &= 0.770882380518225552 \\
a_{33}^2 &= -0.166705904414580469 \\
a_{33}^3 &= 0.02084314277031176
\end{aligned} \tag{8}$$

- Artificial Selective Damping (人工粘性) 系数:

- 7 点粘性系数:

$$\begin{aligned}
 d_{33}^{-3} &= -0.023853048191278 \\
 d_{33}^{-2} &= 0.10630357876989 \\
 d_{33}^{-1} &= -0.22614695180872 \\
 d_{33}^0 &= 0.287392842460216014 \\
 d_{33}^1 &= -0.22614695180872 \\
 d_{33}^2 &= 0.10630357876989 \\
 d_{33}^3 &= -0.023853048191278
 \end{aligned} \tag{9}$$

- 5 点粘性系数:

$$\begin{aligned}
 d_{22}^{-2} &= 0.0625 \\
 d_{22}^{-1} &= -0.25 \\
 d_{22}^0 &= 0.375 \\
 d_{22}^1 &= -0.25 \\
 d_{22}^2 &= 0.0625
 \end{aligned} \tag{10}$$

- 3 点粘性系数:

$$\begin{aligned}
 d_{11}^{-1} &= -0.25 \\
 d_{11}^0 &= 0.50 \\
 d_{11}^1 &= -0.25
 \end{aligned} \tag{11}$$

2.2 解析解

- 解析解将以附件发给大家
- 有任何问题，请发邮件给我