

Рис.1 - исходная схема

$R_1=170 \text{ Ом}$      $R_2=530 \text{ Ом}$      $R_3=720 \text{ Ом}$      $R_4=410 \text{ Ом}$      $R_5=220 \text{ Ом}$      $R_6=360 \text{ Ом}$      $R_7=930 \text{ Ом}$      $R_8=380 \text{ Ом}$   
 $E_3=200 \text{ В}$      $E_4=500 \text{ В}$      $E_8=400 \text{ В}$   
 $J_1=1 \text{ А}$      $J_4=3 \text{ А}$

*Расчёт токов методом преобразования*

На схеме рис.1 преобразуем источник тока  $J_4$  в источник напряжения  $E_{04}$ :

$$E_{04} = R_4 * J_4 = 3 * 410 = 1230 \text{ (В)}$$

Преобразуем источники напряжения  $E_3$ ,  $E_4$ ,  $E_{04}$  в источник тока  $J_{34}$ :

$$J_{34} = (E_3 + E_4 + E_{04}) / (R_3 + R_4) = (200 + 500 + 1230) / (720 + 410) = 1.708 \text{ (А)}$$

Преобразуем источник напряжения  $E_8$  в источник тока  $J_{08}$ :

$$J_{08} = E_8 / R_8 = 400 / 380 = 1.053 \text{ (А)}$$

Преобразуем треугольник  $R_2$ ,  $R_3$ ,  $R_4$ ,  $R_8$  в звезду:

$$R_{234} = R_2 * (R_3 + R_4) / (R_2 + R_3 + R_4 + R_8) = 530 * (720 + 410) / (530 + 720 + 410 + 380) = 293.578 \text{ (Ом)}$$

$$R_{348} = R_8 * (R_3 + R_4) / (R_2 + R_3 + R_4 + R_8) = 380 * (720 + 410) / (530 + 720 + 410 + 380) = 210.49 \text{ (Ом)}$$

$$R_{28} = R_2 * R_8 / (R_2 + R_3 + R_4 + R_8) = 530 * 380 / (530 + 720 + 410 + 380) = 98.725 \text{ (Ом)}$$

После преобразований получим схему в виде:

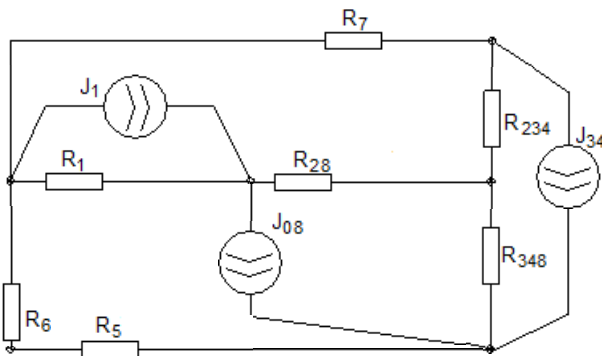


Рис.2

В схеме рис.2 преобразуем все источники тока в источники напряжения и получим двухконтурную схему:

$$E_{01} = J_1 * R_1 = 1 * 170 = 170 \text{ (В)}$$

$$E_{28} = J_{08} * R_{28} = 1.053 * 98.725 = 103.922 \text{ (В)}$$

$$E_{234} = J_{34} * R_{234} = 1.708 * 293.578 = 501.422 \text{ (В)}$$

$$E_{348} = J_{34} * R_{348} + J_{08} * R_{348} = 1.708 * 210 + 1.053 * 210 = 581.078 \text{ (В)}$$

После преобразований получим двухконтурную схему в виде:

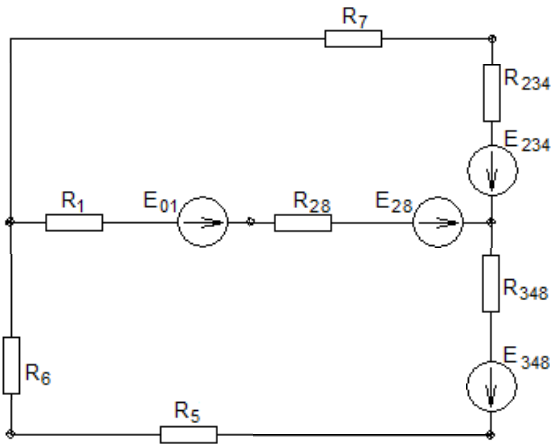


Рис.3

Далее целесообразно использовать метод узловых напряжений.

Для определения напряжения  $U_{03}$  необходимо составить одно уравнение:

$$U_{03} / g_{33} = J_{11} - J_{55} - J_{77}$$

Определим узловые токи для узла 0:

$$J_{11} = (E_{01} + E_{28}) / (R_1 + R_{28}) = (170 + 103.922) / (170 + 98.725) = 1.019 \text{ (A)}$$

$$J_{55} = (E_{348}) / (R_5 + R_6 + R_{348}) = (581.078) / (220 + 360 + 210.49) = 0.735 \text{ (A)}$$

$$J_{77} = (-E_{234}) / (R_7 + R_{234}) = (-501.422) / (930 + 293.578) = -0.41 \text{ (A)}$$

Определим собственную (узловую) проводимость узла 0:

$$g_{33} = 1 / (R_7 + R_{234}) + 1 / (R_1 + R_{28}) + 1 / (R_5 + R_6 + R_{348}) = 1 / (930 + 293.578) + 1 / (170 + 98.725) + 1 / (220 + 360 + 210.49) = 0.006 \text{ (Cм)}$$

Определим напряжение  $U_{03}$ :

$$U_{03} = (J_{11} - J_{55} - J_{77}) / g_{33} = (1.019 - 0.735 - (-0.41)) / 0.006 = 119.59 \text{ (B)}$$

Найдём токи в ветвях  $I_{01}$ ,  $I_5$  и  $I_7$  на основании закона Ома:

$$I_{01} = (E_{01} + E_{28} - U_{03}) / (R_1 + R_{28}) = (170 + 103.922 - 119.59) / (170 + 98.725) = 0.574 \text{ (A)}$$

$$I_5 = (E_{348} + U_{03}) / (R_5 + R_6 + R_{348}) = (581.078 + 119.59) / (220 + 360 + 210.49) = 0.886 \text{ (A)}$$

$$I_7 = (-E_{234} + U_{03}) / (R_7 + R_{234}) = (-501.422 + 119.59) / (930 + 293.578) = -0.312 \text{ (A)}$$

По схеме рис.3 определим напряжения между узлами 5, 1 и 5, 4

$$U_{51} = I_{01} * R_{28} + I_7 * R_{234} - E_{28} + E_{234} = 0.574 * 98.725 + (-0.312) * 293.578 - 103.922 + 501.422 = 362.585 \text{ (B)}$$

$$U_{54} = I_{01} * R_{28} + I_5 * R_{348} - E_{28} - E_{348} = 0.574 * 98.725 + 0.886 * 210.49 - 103.922 - 581.078 = -441.728 \text{ (B)}$$

Определим токи  $I_2$ ,  $I_8$  (см. рис.1):

$$I_2 = U_{51} / R_2 = 362.585 / 530 = 0.684 \text{ (A)}$$

$$I_8 = (U_{54} + E_8) / R_8 = (-441.728 + 400) / 380 = -0.11 \text{ (A)}$$

Для определения оставшихся неизвестных токов составим уравнения по первому закону Кирхгофа (см. рис.1):

$$I_1 = I_2 + I_8 - J_1 = 0.684 + (-0.11) - 1 = -0.426 \text{ (A)}$$

$$I_6 = I_5 = 0.886 \text{ (A)}$$

$$I_3 = I_2 - I_7 = 0.684 - (-0.312) = 0.996 \text{ (A)}$$

$$I_4 = I_3 - J_4 = 0.996 - 3 = -2.004 \text{ (A)}$$

Составление баланса мощностей:

Мощность, выделяемая в активных сопротивлениях всегда положительна и равна  $P = I^2 * R$ :

$$P_{\text{пр}} = I_1^2 * R_1 + I_2^2 * R_2 + I_3^2 * R_3 + I_4^2 * R_4 + I_5^2 * R_5 + I_6^2 * R_6 + I_7^2 * R_7 + I_8^2 * R_8 = -0.426^2 * 170 + 0.684^2 * 530 + 0.996^2 * 720 + (-2.004)^2 * 410 + 0.886^2 * 220 + 0.886^2 * 360 + (-0.312)^2 * 930 + (-0.11)^2 * 380 = 3190.466 \text{ (Вт)}$$

Общая мощность источников ЭДС и источников тока:

$$P_{\text{ист}} = -J_1 * I_1 * R_1 + E_3 * I_3 + E_4 * I_4 + J_4 * (E_4 - I_4 * R_4) + E_8 * I_8 = -1 * (-0.426) * 170 + 200 * 0.996 + 500 * (-2.004) + 3 * (500 - (-2.004) * 410) + 400 * (-0.11) = 3190.466 \text{ (Вт)}$$

Определим напряжение эквивалентного генератора напряжения, для чего исключим сопротивление  $R_3$  из исходной схемы и получим схему на рис.4. Методом контурных токов определим токи в ветвях схемы.

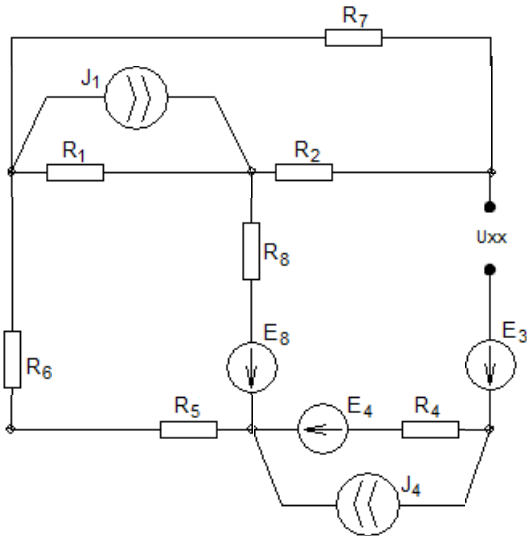


Рис.4

Уравнения имеют вид:

$$J_{11} * (R_1 + R_8 + R_5 + R_6) + J_{22} * R_1 = J_1 * R_1 + E_8$$

$$J_{22} * (R_1 + R_2 + R_7) + J_{11} * R_1 = J_1 * R_1$$

После подстановки численных значений получается система уравнений:

$$J_{11} * (170 + 380 + 220 + 360) + J_{22} * 170 = 1 * 170 + 400$$

$$J_{22} * (170 + 530 + 930) + J_{11} * 170 = 1 * 170$$

$$J_{11} * 1130 + J_{22} * 170 = 570$$

$$J_{22} * 1630 + J_{11} * 170 = 170$$

отсюда:

$$J_{11} = 0.497 \text{ (A)} \quad J_{22} = 0.053 \text{ (A)}$$

Значения этих токов дают возможность определить напряжение  $U_{xx}$ :

$$U_{xx} = J_{11} * R_8 - J_{22} * R_2 + E_3 + E_4 + J_4 * R_4 - E_8 =$$

$$= 0.497 * 380 - 0.053 * 530 + 200 + 500 + 3 * 410 - 400 = 1690.849 \text{ (В)}$$

Далее, закоротив источники ЭДС и разомкнув ветви с источниками тока, находим эквивалентное сопротивление схемы относительно зажимов:

$$R_{18} = R_1 * R_8 / (R_1 + R_5 + R_6 + R_8) = 170 * 380 / (170 + 220 + 360 + 380) = 57.168 \text{ (Ом)}$$

$$R_{156} = R_1 * (R_5 + R_6) / (R_1 + R_5 + R_6 + R_8) = 170 * (220 + 360) / (170 + 220 + 360 + 380) = 87.257 \text{ (Ом)}$$

$$R_{568} = R_8 * (R_5 + R_6) / (R_1 + R_5 + R_6 + R_8) = 380 * (220 + 360) / (170 + 220 + 360 + 380) = 195.044 \text{ (Ом)}$$

$$R_{ген} = (R_7 + R_{156}) * (R_{18} + R_2) / (R_7 + R_{156} + R_{18} + R_2) + R_{568} + R_4 =$$

$$= (930 + 87.257) * (57.168 + 530) / (930 + 87.257 + 57.168 + 530) + 195.044 + 410 = 977.328 \text{ (Ом)}$$

Определим ток в искомой ветви схемы (см. рис.4) по формуле:

$$I_3 = U_{xx} / (R_{ген} + R_3)$$

$$I_3 = 1690.849 / (977.328 + 720) = 0.996 \text{ (A)}$$

Определим напряжение между узлами 2 и 5:

$$U_{25} = I_6 * R_6 + I_1 * R_1 = 0.886 * 360 + -0.426 * 170 = 246.727 \text{ (В)}$$

Ответы:

$$I_1 = -0.426 \text{ (A)} \quad I_2 = 0.684 \text{ (A)} \quad I_3 = 0.996 \text{ (A)} \quad I_4 = -2.004 \text{ (A)} \quad I_5 = 0.886 \text{ (A)} \quad I_6 = 0.886 \text{ (A)} \quad I_7 = -0.312 \text{ (A)} \quad I_8 = -0.11 \text{ (A)}$$

$$U_{xx} = 1690.849 \text{ (В)} \quad R_{ген} = 977.328 \text{ (Ом)} \quad I_3 = 0.996 \text{ (A)}$$

$$U_{25} = 246.727 \text{ (В)}$$

Построение потенциальной диаграммы:

$$a = 0$$

$$R_2 = 530$$

$$b = a - I_2 * R_2 = -362.585$$

$$R_2 + R_3 = 1250$$

$$c = b - I_3 * R_3 = -1079.836$$

$$R_2 + R_3 + R_4 = 1660$$

$$d = c + E_3 = -879.836$$

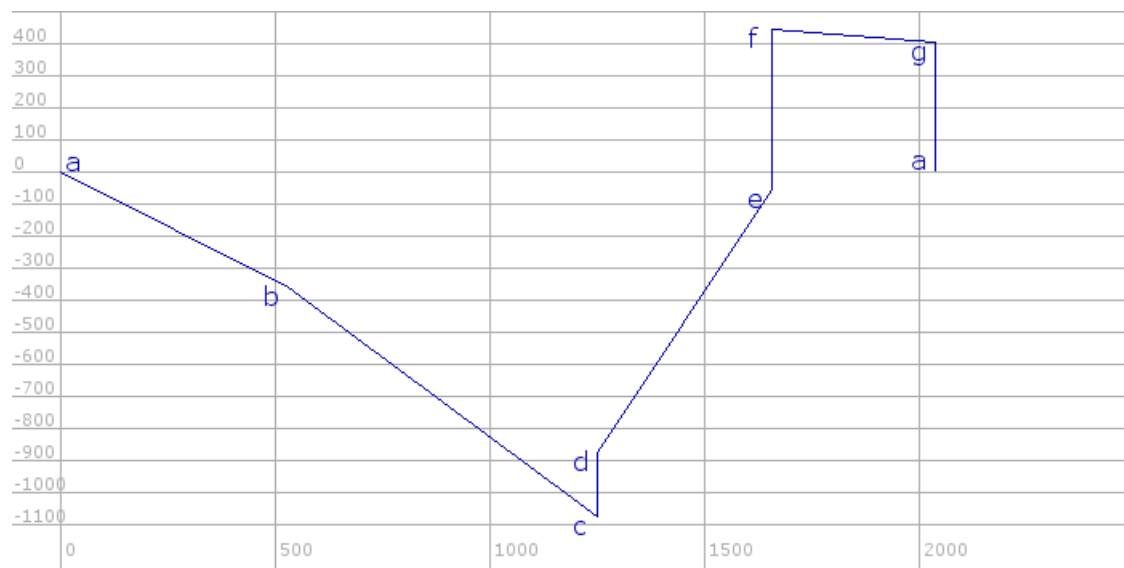
$$R_2 + R_3 + R_4 + R_8 = 2040$$

$$e = d - I_4 * R_4 = -58.272$$

$$f = e + E_4 = 441.728$$

$$g = f + I_8 * R_8 = 400$$

$$a = g - E_8 = 0$$



ORIGIN:=1    Задаём начало нумерации строк и столбцов с единицы.

Задаём численные значения параметров цепи:

$R_1=170 \text{ Ом}$      $R_2=530 \text{ Ом}$      $R_3=720 \text{ Ом}$      $R_4=410 \text{ Ом}$      $R_5=220 \text{ Ом}$      $R_6=360 \text{ Ом}$      $R_7=930 \text{ Ом}$      $R_8=380 \text{ Ом}$   
 $E_3=200 \text{ В}$      $E_4=500 \text{ В}$      $E_8=400 \text{ В}$   
 $J_1=1 \text{ А}$      $J_4=3 \text{ А}$      $J_8=0 \text{ А}$

Записываем уравнения, описывающие цепь в матричном виде  $Ax=B$ , где:

A- квадратная матрица 8x8,

B- матрица- столбец правых частей,

x- матрица- столбец искомых токов.

$$A := \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ R_1 & 0 & 0 & 0 & R_5 & R_6 & 0 & R_8 \\ 0 & R_2 & R_3 & R_4 & 0 & 0 & 0 & -R_8 \\ R_1 & R_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_7 & 0 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} J_1 \\ J_1 \\ 0 \\ J_4 \\ 0 \\ E_8 \\ E_3 + E_4 - E_8 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Выводим численные значения элементов матриц:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 170 & 0 & 0 & 0 & 220 & 360 & 0 & 380 \\ 0 & 530 & 720 & 410 & 0 & 0 & 0 & -380 \\ 170 & 530 & 0 & 0 & 0 & 0 & 930 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -3 \\ 0 \\ 400 \\ 300 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Находим неизвестные токи, умножая обратную матрицу A на матрицу B:

$x := A^{-1} * B$

Выводим численные значения найденных токов в виде вектора строки путём транспонирования x:

$x^T = (-0.426 \ 0.684 \ 0.996 \ -2.004 \ 0.886 \ 0.886 \ -0.312 \ -0.11)$

*Расчет цепи постоянного тока методом контурных токов в матричной форме:*

ORIGIN:=1    Задаём начало нумерации строк и столбцов с единицы.

Задаём численные значения параметров цепи:

$R_1=170 \text{ Ом}$      $R_2=530 \text{ Ом}$      $R_3=720 \text{ Ом}$      $R_4=410 \text{ Ом}$      $R_5=220 \text{ Ом}$      $R_6=360 \text{ Ом}$      $R_7=930 \text{ Ом}$      $R_8=380 \text{ Ом}$   
 $E_3=200 \text{ В}$      $E_4=500 \text{ В}$      $E_8=400 \text{ В}$   
 $J_1=1 \text{ А}$      $J_4=3 \text{ А}$      $J_8=0 \text{ А}$

$$E := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 200 \\ 500 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 400 \end{pmatrix} \quad J := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad R := \begin{pmatrix} 170 \\ 530 \\ 720 \\ 410 \\ 220 \\ 360 \\ 930 \\ 380 \end{pmatrix}$$

Выводим матрицы-столбцы исходных данных с целью проверки.

$RD := \text{diag}(R)$     Формируем диагональную матрицу RD из матрицы R:

$$RD := \begin{pmatrix} 170 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 530 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 720 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 410 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 220 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 360 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 930 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 380 \end{pmatrix}$$

Формируем узловую матрицу A и контурную матрицу B:

$$A := \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$B := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Находим контурные токи:

$$IK := (B * RD * B^T)^{-1} * (B * E + B * RD * J)$$

$$IK := \begin{pmatrix} 0.886 \\ 0.996 \\ -0.312 \end{pmatrix}$$

Определяем токи в сопротивлениях ветвей:

$$IR^T := B^T * IK - J \quad IR = (-0.426 \ 0.684 \ 0.996 \ -2.004 \ 0.886 \ 0.886 \ -0.312 \ -0.11)$$

*Расчет цепи постоянного тока методом узловых напряжений в матричной форме:*

ORIGIN:=1    Задаём начало нумерации строк и столбцов с единицы.

Задаём численные значения параметров цепи:

$R_1=170 \text{ Ом}$      $R_2=530 \text{ Ом}$      $R_3=720 \text{ Ом}$      $R_4=410 \text{ Ом}$      $R_5=220 \text{ Ом}$      $R_6=360 \text{ Ом}$      $R_7=930 \text{ Ом}$      $R_8=380 \text{ Ом}$

$E_3=200 \text{ В}$      $E_4=500 \text{ В}$      $E_8=400 \text{ В}$

$J_1=1 \text{ А}$      $J_4=3 \text{ А}$      $J_8=0 \text{ А}$

Формируем узловую матрицу A и контурную матрицу B:

$$A := \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$RD := \text{diag}(R)$     Формируем диагональную матрицу RD из матрицы R.

$G := RD^{-1}$     Формируем обратную матрицу G из матрицы RD.

$$\Phi := (A * G * A^T)^{-1} * (-A * G * E - A * J) \quad \Phi := \begin{pmatrix} 879.84 \\ 807.47 \\ 517.25 \\ 1321.56 \\ 1126.56 \end{pmatrix} \quad \text{Определяем потенциалы всех узлов цепи по отношению к базисному.}$$

Определяем напряжения на всех ветвях цепи:

$$U := A^T * \Phi \quad U^T = (-72.367 \quad 362.585 \quad 517.252 \quad -1321.565 \quad 195.002 \quad 195.002 \quad 319.094 \quad -290.217 \quad -441.728)$$

Определяем токи в сопротивлениях ветвей:

$$IR := G * (U + E) \quad IR^T = (-0.426 \quad 0.684 \quad 0.996 \quad -2.004 \quad 0.886 \quad 0.886 \quad -0.312 \quad -0.11)$$