САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ
ФАКУЛЬТЕТ ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Отчет по лабораторной работе №6
по курсу «Алгоритмы и структуры данных»
Тема: Деревья. Пирамида, пирамидальная сортировка. Очередь с приоритетами
Вариант 27

Выполнил:
Филиппов А.Э.
К3139

Проверила:
Артамонова В.Е.

Санкт-Петербург 2022 г.

Содержание отчета

Задачи по варианту

Задача №1. Куча ли?

Структуру данных «куча», или, более конкретно, «неубывающая пирамида», можно реализовать на основе массива.

Для этого должно выполнятся основное свойство неубывающей пирамиды, которое заключается в том, что для каждого $1 \le i \le n$ выполняются условия:

1. если $2i \le n$, то $ai \le a2i$,
2. если $2i + 1 \le n$, то $ai \le a2i+1$.

Дан массив целых чисел. Определите, является ли он неубывающей пирамидой.

- **Формат входного файла (input.txt).** Первая строка входного файла содер жит целое число n ($1 \le n \le 106$). Вторая строка содержит n целых чисел, по модулю не превосходящих $2 \cdot 109$.
- **Формат выходного файла (output.txt).** Выведите «YES», если массив яв ляется неубывающей пирамидой, и «NO» в противном случае.
  - Ограничение по времени. 2 сек.
  - Ограничение по памяти. 256 мб.
  - Примеры:

№	input.txt	output.txt
1	5 1 0 1 2 0	NO
2	5 1 3 2 5 4	YES

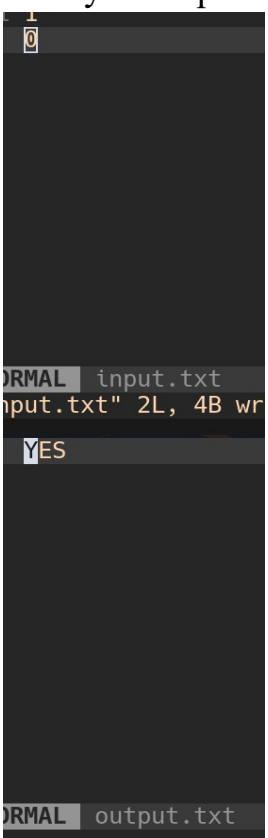
Код:

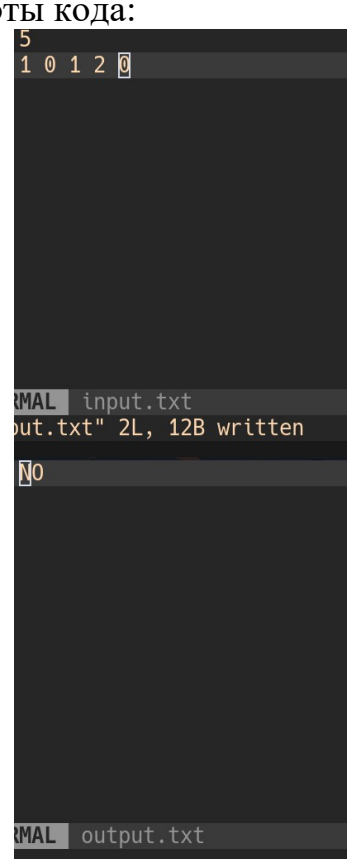
```
import time
import tracemalloc
```

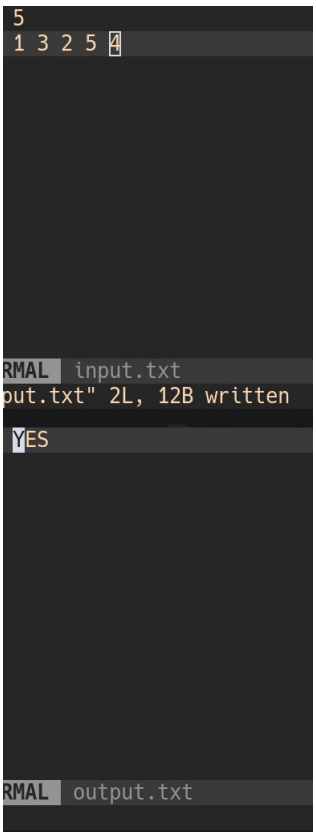
```
tracemalloc.start()
t_start = time.perf_counter()
file = open('input.txt')
lines = file.readlines()

n = int(lines[0])
a = [-1] + list(map(int, lines[1].split()))
out = open("output.txt", "w")

for i in range(1, n+1):
    if i % 2 == 0:
        parent = a[i//2]
    else:
        parent = a[(i-1)//2]
    if a[i] <= parent:
        out.write("NO")
        print("Время выполнения: " + str(time.perf_counter() - t_start) + "
секунд")
        print("Использование памяти: " +
              str(tracemalloc.get_traced_memory()[1]) + " байт")
        tracemalloc.stop()
        exit()

out.write("YES")
print("Время выполнения: " + str(time.perf_counter() - t_start) + "
секунд")
print("Использование памяти: " +
      str(tracemalloc.get_traced_memory()[1]) + " байт")
tracemalloc.stop()
```

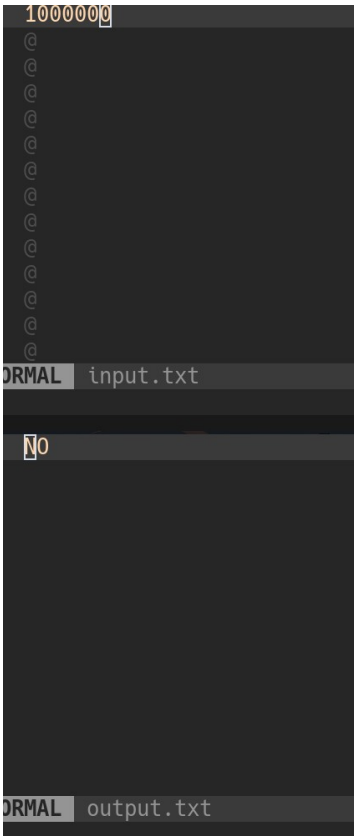
Для каждого элемента кроме корневого проверяется условие, что элемент меньше родителя. Таким образом это можно сделать одним циклом.

Результат работы кода:









	Время выполнения (с)	Затраты памяти (байт)
Нижняя граница диапазона значений входных данных из текста задачи	0.00014038600011190283	13939
Пример из задачи	0.00015002100008132402	13947
Пример из задачи	0.00015819300006114645	13947
Верхняя граница диапазона значений входных данных из текста задачи	0.7735960230002092	104621340

Вывод по задаче: Проверка массива на кучу — простая задача. Ведь ее сложность всего лишь O(n).

Задача №5. Планировщик Заданий

в этой задаче вы создадите программу, которая параллельно обрабатывает список заданий. Во всех операционных системах, таких как Linux, MacOS или Windows, есть специальные программы, называемые планировщиками, которые делают именно это с программами на вашем компьютере.

У вас есть программа, которая распараллеливается и использует *n* независи мых потоков для обработки заданного списка *m* заданий. Потоки берут задания в том порядке, в котором они указаны во входных данных. Если есть свобод ный поток, он немедленно берет следующее задание из списка. Если поток начал обработку задания, он не прерывается и не останавливается, пока не завершит обработку задания. Если несколько потоков одновременно пытаются взять зада ния из списка, поток с меньшим индексом берет задание. Для каждого задания вы точно знаете, сколько времени потребуется любому потоку, чтобы обработать это задание, и это время одинаково для всех потоков.

Вам необходимо определить для каждого задания, какой поток будет его об рабатывать и когда он начнет обработку.

- **Формат ввода или входного файла (input.txt).** Первая строка содержит целые числа n и m ($1 \le n \le 105$, $1 \le m \le 105$). Вторая строка содержит m целых чисел ti - время в секундах, которое требуется для выполнения i-ой задания любым потоком ($0 \le ti \le 109$). Все эти значения даны в том порядке, в котором они подаются на выполнение. **Индексы потоков начинаются с 0.**
- **Формат выходного файла (output.txt).** Выведите в точности m строк, при чем i-ая строка (начиная с 0) должна содержатьдва целочисленных значения: индекс потока, который выполняет i-ое задание, и время в секундах, когда этот поток начал выполнять задание.
- Ограничение по времени. 6 сек.
- Ограничение по памяти. 512 мб.
- Пример 1:

input.txt	output.txt
2 5 1 2 3 4 5	0 0 1 0 0 1 1 2 0 4

1. Два потока пытаются одновременно взять задания из списка, поэто му поток с индексом 0 фактически берет первое задание и начинает работать над ним в момент 0.
2. Поток с индексом 1 берет второе задание и начинает работать над ним также в момент 0.
3. Через 1 секунду поток 0 завершает первое задание, берет третье за дание из списка и сразу же начинает его выполнять в момент времени 1.

4. Через секунду поток 1 завершает второе задание, берет четвертое за дание из списка и сразу же начинает его выполнять в момент времени 2.
5. Наконец, еще через 2 секунды поток 0 завершает третье задание, берет пятое задание из списка и сразу же начинает его выполнять в момент времени 4.

• Пример 2:

input.txt
4 20 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1

output.txt
0 0 1 0 2 0 3 0 0 1 1 1 2 1 3 1 0 2 1 2 2 2 3 2 0 3 1 3 2 3 3 3 0 4 1 4

2 4 3 4

Задания берутся 4 потоками по 4 штуки за раз, обрабатываются за 1 секунду, а затем приходит следующий набор из 4 заданий. Это происходит 5 раз, начиная с моментов 0, 1, 2, 3 и 4. После этого обрабатываются все $5 \times 4 = 20$ заданий.

- Что делать? Подумайте о последовательности событий, когда один из по токов становится свободным (в самом начале и позже, после завершения некоторого задания). Как применить очередь с приоритетами, чтобы имити ровать обработку этих заданий в нужном порядке? Не забудьте рассмотреть случай, когда одновременно освобождаются несколько потоков.

Код:

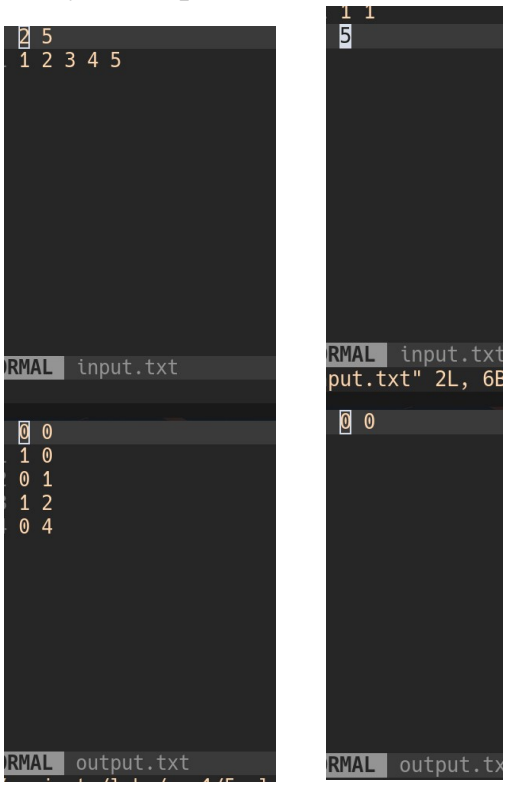
```
import time
import tracemalloc

tracemalloc.start()
t_start = time.perf_counter()
file = open('input.txt')
lines = file.readlines()
out = open("output.txt", "w")


class Heap:
    memory = []
    key = 0
    val = 1

    def __init__(self, key=0, val=1):
        self.key = key
        self.val = val

    @property
    def size(self):
        return len(self.memory) - 1

    def push(self, num):
        key = self.key
        val = self.val
```

```
        self.memory.append(num)
        parent = (self.size - 1) // 2
        index = self.size
        while index > 0:
            if self.memory[parent][key] > self.memory[index][key]:
                self.memory[parent], self.memory[index] = self.memory[
                    index], self.memory[parent]
                index = parent
                parent = (index - 1) // 2
            elif self.memory[parent][key] == self.memory[index][key]:
                if self.memory[parent][val] > self.memory[index][val]:
                    self.memory[parent], self.memory[index] = self.memory[
                        index], self.memory[parent]
                    index = parent
                    parent = (index - 1) // 2
                else:
                    break
            else:
                break

    @property
    def min(self):
        if self.memory:
            return self.memory[0]
        else:
            return None

    def heapify(self):
        key = self.key
        val = self.val
        index = 0
        while 2 * index + 2 <= self.size:
            root = self.memory[index][key]
            root_val = self.memory[index][val]
            if self.memory[2 * index + 1][key] < self.memory[2 * index + 2]
[key]:
                minimum = 2 * index + 1
            elif self.memory[2 * index + 1][key] == self.memory[2 * index +
2][key]:
                 if self.memory[2 * index + 1][val] < self.memory[2 * index
+ 2][val]:
                    minimum = 2 * index + 1
                else:
                    minimum = 2 * index + 2
            else:
                minimum = 2 * index + 2
            if self.memory[minimum][key] < root:
                self.memory[minimum], self.memory[index] = self.memory[
                    index], self.memory[minimum]
                index = minimum
            elif self.memory[minimum][key] == root:
                if self.memory[minimum][val] < root_val:
                    self.memory[minimum], self.memory[index] = self.memory[
```

```
                        index], self.memory[minimum]
                    index = minimum
                else:
                    break
            else:
                break
        if 2 * index + 1 <= self.size:
            root = self.memory[index][key]
            if self.memory[2 * index + 1][key] < root:
                self.memory[
                    2 * index +
                            1], self.memory[index] = self.memory[index],
self.memory[
                        2 * index + 1]
            elif self.memory[2 * index + 1][key] == root:
                if self.memory[2 * index + 1][val] < root_val:
                    self.memory[
                        2 * index +
                              1], self.memory[index] = self.memory[index],
self.memory[
                            2 * index + 1]

    def del_min(self):
        self.memory[0], self.memory[self.size] = self.memory[
            self.size], self.memory[0]
        self.memory.pop()
        self.heapify()


n, m = map(int, lines[0].split())
tasks = list(map(int, lines[1].split()))

threads = Heap(key="time", val="index")

for i in range(n):
    threads.push({
        "time": 0,
        "index": i
    })
count = 0
for task_time in tasks:
    thread = threads.min  # minimal available thread
    count += 1
    out.write(f"{thread['index']} {thread['time']}"+"\n")
    threads.del_min()

    # current thread will be available after completing the task
    threads.push({
        "time": thread["time"]+task_time,
        "index": thread["index"]
    })
```

```
print("Время выполнения: " + str(time.perf_counter() - t_start) + "
секунд")
print("Использование памяти: " +
      str(tracemalloc.get_traced_memory()[1]) + " байт")
tracemalloc.stop()
```

Для решеня данной задачи использовалась структура данных «Куча». Куча использует в качестве ключа время доступности потока.
Результат работы кода:



	Время выполнения (с)	Затраты памяти (байт)
Нижняя граница диапазона значений входных данных из текста задачи	0.0001967490006791195	16875
Пример из задачи	0.000195082000573165 71	17425
Верхняя граница диапазона значений входных данных из текста задачи	5.819984706000014	34267843

Вывод по задаче: С помощью структуры данных heap, можно сделать оптимизацию. Куча сводит сложность алгоритма нахождения минимального элемента к log n

Вывод

Деревья, пирамида и очередь с приоритетами широко используются в прикладных задачах. Без этих структур нельзя представить современные операционные системы и сервисы. Ведь на больщих массивах данных оптимизация играет большую роль.