

Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Túlio Laux Kuhn

**Estudo do acoplamento quârtico anômalo na
produção $\gamma\gamma \rightarrow W^+W^-$ com prótons intactos no
CERN-LHC***

Brasil

2022

*Trabalho financiado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES).

Túlio Laux Kuhn

**Estudo do acoplamento quârtico anômalo na produção
 $\gamma\gamma \rightarrow W^+W^-$ com prótons intactos no CERN-LHC**

Dissertação de Mestrado Acadêmico apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Física.

Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS

Instituto de Física – IF

Programa de Pós-Graduação em Física – PPGFís

Orientador: Prof. Dr. Gustavo Gil da Silveira

Brasil

2022

Túlio Laux Kuhn

Estudo do acoplamento quârtico anômalo na produção $\gamma\gamma \rightarrow W^+W^-$ com prótons intactos no CERN-LHC/ Túlio Laux Kuhn. – Brasil, 2022-

165p. : il. (algumas color.) ; 30 cm.

Orientador: Prof. Dr. Gustavo Gil da Silveira

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS
Instituto de Física – IF

Programa de Pós-Graduação em Física – PPGFís, 2022.

1. Física de Altas Energias. 2. Fenomenologia de Partículas. 3. Acoplamentos Quârticos Anômalos. I. Prof. Dr. Gustavo Gil da Silveira. II. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. III. Instituto de Física. IV. Estudo do acoplamento quârtico anômalo na produção $\gamma\gamma \rightarrow W^+W^-$ com prótons intactos no CERN-LHC.

Túlio Laux Kuhn

**Estudo do acoplamento quârtico anômalo na produção
 $\gamma\gamma \rightarrow W^+W^-$ com prótons intactos no CERN-LHC**

Dissertação de Mestrado Acadêmico apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Física.

Trabalho a ser avaliado. Brasil, 14 de outubro de 2022:

Prof. Dr. Gustavo Gil da Silveira
Orientador

Prof. Dr. Walter Luiz Aldá Junior
Universidade do Estado do Rio de Janeiro

**Prof. Dr. Emerson Gustavo de Souza
Luna**
IF-UFRGS

**Prof. Dr. Magno Valerio Trindade
Machado**
IF-UFRGS

Brasil
2022

Agradecimentos

Agradeço especialmente ao meu pai, a quem dedico este trabalho, que muito me apoiou e que sempre poderei confiar. Agradeço também meu orientador, Gustavo, por toda a paciência e investimento realizado para que esta dissertação se tornasse realidade. E a todos os professores do Instituto de Física, sobretudo a Emerson Luna e Johnny Dias, cujas palavras de motivação há muito dadas tiveram uma importância imensurável na minha formação. Por fim, agradeço à CAPES, pelo financiamento a este trabalho.

Resumo

Este foi um estudo a respeito da busca por sinais de nova física no LHC. Em particular, a análise explorou a sensibilidade para acoplamentos quârticos anômalos na produção exclusiva e semiexclusiva de $\gamma\gamma \rightarrow W^+W^-$ em colisões próton-próton no LHC, usando o canal totalmente leptônico. Um fator de forma do tipo dipolo com $\Lambda_{\text{cutoff}} = 500$ GeV foi adotado para preservar a unitariedade. Limites para valores de acoplamentos anômalos foram obtidos assumindo-se que um excesso no número de eventos observados não se deva simplesmente a um desvio estatístico do valor esperado para o sinal do Modelo Padrão, dado um nível de confiança de 95%.

O objetivo era averiguar a viabilidade de observar este processo no CMS, considerando que este processo possui uma seção de choque muito baixa, ou seja, o número de eventos que espera-se observar nas condições de luminosidade típicas do LHC é muito baixo. Por outro lado, processos de *background* possuem seções de choque muito mais elevadas, o que é um fator que dificulta a observação de sinais de nova física. Neste contexto, diversos procedimentos podem ser adotados para suprimir o *background* e proporcionar melhores condições de investigar os sinais de nova física.

Primeiramente, se além dos eventos elásticos do processo $\gamma\gamma \rightarrow W^+W^-$ forem considerados também os eventos semielásticos, a seção de choque total aumenta por um fator de cerca de 3,5 com relação ao processo elástico apenas. Esta é uma consideração que ainda não foi utilizada na literatura, e propicia uma importante vantagem na busca por este sinal. Além disso, com aplicação de cortes cinemáticos, implementação de *proton tagging* utilizando o aparato do PPS e requerimentos de tempo de voo para identificação de vértices, o número de eventos de sinal que se espera observar fica na mesma ordem de grandeza que o *background*, com algumas dezenas para cada, considerando uma luminosidade integrada $\mathcal{L} = 140 \text{ fb}^{-1}$. Isto significa que o estudo da produção exclusiva e semiexclusiva de $\gamma\gamma \rightarrow W^+W^-$, utilizando o sistema de detectores do PPS, se configura como um excelente canal para a busca de sinais de nova física, neste caso caracterizados como acoplamentos quârticos anômalos.

Palavras-chave: Acoplamentos Quârticos Anômalos, PPS, CMS, Nova Física

Abstract

This is a study regarding the search for new physics signals in the LHC. In particular, this analysis explored the sensitivity to anomalous quartic gauge couplings in the exclusive and semi-exclusive production of $\gamma\gamma \rightarrow W^+W^-$ in proton-proton collisions in the LHC, using the purely leptonic channel. A dipole-like form factor with $\Lambda_{\text{cutoff}} = 500$ GeV was adopted in order to preserve unitarity. Limits for anomalous coupling values were obtained assuming that an excess in the number of observed events is not simply due to a statistical deviation from the expected value for the Standard Model signal, given a confidence level of 95%.

The objective was to investigate the feasibility of observing this process in the CMS, considering that this process has a very low cross-section, that is, the number of events expected to be observed under typical LHC luminosity conditions is very low. On the other hand, *background* processes have much higher cross-sections, which is a factor that makes it difficult to observe signs of new physics. In this context, several procedures can be adopted to suppress the *background* and provide better conditions to investigate the signs of new physics.

First, if the elastic events of the process $\gamma\gamma \rightarrow W^+W^-$ the semielastic events are also considered, the total cross section increases by a factor of about 3,5 with respect to the elastic process only. This is a consideration not yet been used in the literature, and provides an important edge in the search for this signal. Furthermore, with the application of kinematic cuts, the implementation of *proton tagging* using the PPS apparatus and time-of-flight requirements for vertex identification, the number of signal events expected to be observed is in the same order of magnitude as the *background*, with a few dozens each, considering an integrated luminosity of $\mathcal{L} = 140 \text{ fb}^{-1}$. This means that the study of the exclusive and semi-exclusive production of $\gamma\gamma \rightarrow W^+W^-$, using the PPS detector system, is an excellent channel for the search for signs of new physics signals, in this case characterized by anomalous quartic gauge couplings.

Keywords: Anomalous Quartic Gauge Couplings, PPS, CMS, New Physics

Lista de abreviaturas e siglas

CERN	Organizaçao Europeia para a Pesquisa Nuclear
CMS	<i>Compact Muon Solenoid</i>
CSC	<i>Cathode Strip Chambers</i>
CT	<i>CMS - TOTEM</i>
DT	<i>Drift Tubes</i>
ECAL	<i>Electromagnetic Calorimeter</i>
EPA	<i>Equivalent Photon Approximation</i>
EPI	Espalhamento Profundamente Inelástico
FPMC	<i>Forward Physics Monte Carlo</i>
HCAL	<i>Hadron Calorimeter</i>
HLT	<i>High Level Trigger</i>
LHE	<i>Les Houches Event</i>
LO	Ordem Dominante
MC	<i>Monte Carlo</i>
MP	Modelo Padrão da Física de Partículas
NC	Nível de Confiança
NLO	Ordem Além da Dominante
NNLO	Ordem Além da Além da Dominante
PDF	<i>Parton Distribution Functions</i>
PPS	<i>Precision Proton Spectrometer</i>
QCD	<i>Quantum Chromodynamics</i>
QED	Eletrodinâmica Quântica
RPC	<i>Resistive Plate Chambers</i>
TOTEM	<i>Total and Elastic Measurement</i>

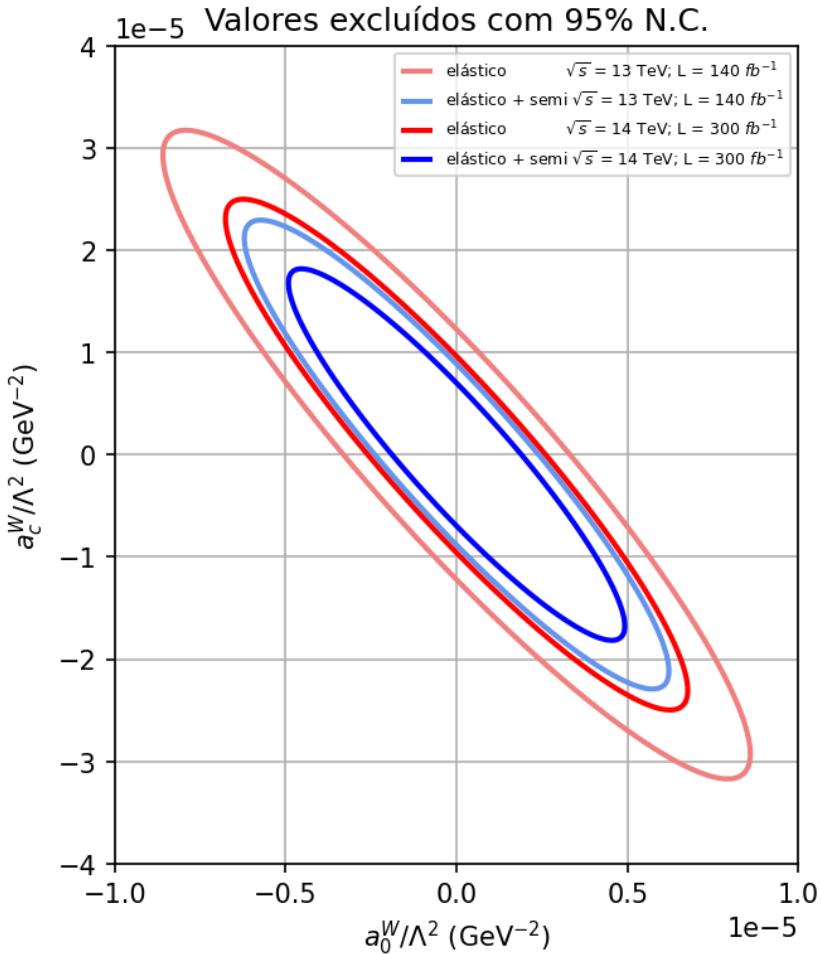
Nota de Imprensa

"Compreendendo as Interações dos Componentes Fundamentais da Matéria"

Desde a antiguidade, culturas como grega e a indiaia desenvolveram a ideia de que a matéria é composta por pequenas partículas indivisíveis. Inclusive, a palavra *átomo* possui origem no grego *ατομον*, *atomon*, que significa *indivisível*. No início do século XIX, o cientista britânico John Dalton propôs que cada elemento químico era composto por partículas descontínuas e com peso característico. Ele utilizou a palavra *átomo* para se referir a estas partículas, sob a suposição de elas que eram as componentes **fundamentais** da matéria. Cerca de um século mais tarde descobriu-se que o átomo de Dalton era na verdade divisível, mas o nome permaneceu inalterado.

Atualmente, as partículas realmente consideradas fundamentais são classificadas pelo Modelo Padrão, uma teoria que descreve como tais partículas interagem entre si. O Modelo Padrão provou-se tremendoamente bem-sucedido, tendo sido capaz de explicar três das quatro forças fundamentais (o eletromagnetismo, e as interações forte e fraca), restando apenas a gravidade. Por outro lado, existem muitas evidências experimentais que sugerem que este modelo não é uma descrição completa do nosso universo. Questões que permanecem em aberto incluem: *Qual a composição da matéria escura e da energia escura? Por que existe uma assimetria entre matéria e antimateria? ou por que a gravidade é uma força tão fraca?*

Muitos modelos teóricos preveem que a resposta a tais questões procede de uma *Nova Física*, que poderia se manifestar através de partículas pesadas ainda não descobertas. No entanto, ao invés analisar diferentes teorias individualmente, é possível utilizar uma abordagem baseada em teoria de campo efetivo. Neste caso, a busca por sinais de nova física está conceitualmente fundamentada na ideia de que, em escalas de energia muito elevadas, a física se dissociaria do Modelo Padrão, deixando traços através de operadores efetivos que precisam ser incluídos aos que já existem no Modelo Padrão. A vantagem deste tipo de abordagem é que ela é válida independentemente do tipo de modelo que seja proposto como extensão do Modelo Padrão. Em geral, diferentes teorias irão produzir os mesmos operadores, diferindo apenas em fatores numéricos e nos valores de *constantes de acoplamento* associados a cada operador. Estes valores precisam, então, ser medidos em experimentos de colisões de partículas. As constantes de acoplamento são de essencial importância, pois elas podem ou corroborar ainda mais o Modelo Padrão, caso sejam nulas, ou indicar existência de um *acoplamento anômalo*, caso sejam não-nulos, o que é sinal de *nova física*.



Neste estudo, analisou-se um dos possíveis acoplamentos anômalos, em que um par de fótons se acopla com um par de bósons W . As constantes de acoplamento neste caso são as variáveis a_C^W/Λ^2 e a_0^W/Λ^2 . Buscou-se determinar os limites com os quais pode-se medir tais acoplamentos no Grande Colisor de Hâdrons (LHC) do CERN usando colisões elásticas e semielásticas. A figura acima mostra os limites de exclusão obtidos para as configurações consideradas, onde cada contorno indica os valores máximos para os acoplamentos. A sensibilidade ao acoplamento anômalo melhora com o aumento da energia e luminosidade do feixe, o que provoca uma redução no tamanho dos contornos, com o centro das elipses coincidindo com o Modelo Padrão. Uma melhoria considerável ocorre na sensibilidade quando são consideradas colisões semielásticas e elásticas, ao invés de elásticas apenas.

Contatos para entrevistas:

Túlio Laux Kuhn, Aluno de Pós-Graduação em Física, Instituto de Física da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil, tulio.kuhn@gmail.com.

Gustavo Gil da Silveira, Professor Adjunto, Instituto de Física da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil, gustavo.silveira@ufrgs.br.

Neste trabalho foi utilizado $\hbar = c = 1$.

Sumário

1	INTRODUÇÃO	23
1.1	O que é Nova Física?	23
1.2	Busca Modelo-independente por Sinais de Nova Física	24
1.3	Interesse por Acoplamentos Quárticos de $\gamma\gamma W^+W^-$	24
1.4	Desafios Experimentais para a Observação do Sinal	25
2	PROCESSOS DE ESPALHAMENTO DE PARTÍCULAS E SUAS OBSERVAÇÕES	29
2.1	O Modelo Padrão e Suas Partículas	29
2.2	Espalhamento Profundamente Inelástico	32
2.2.1	Variáveis de Mandelstam	33
2.2.2	Seção de Choque Diferencial do EPI	34
2.3	As Funções de Distribuição Partônicas	36
2.4	Processos de Espalhamento Duro em Colisões de Hâdrons	39
2.5	Processos envolvendo o Modelo de Pártons	40
2.5.1	Produção de Par de Múons via processo de Drell-Yan	41
2.6	Estudo do processo Drell-Yan com ferramentas de integração	46
2.6.1	Seção de choque diferencial	47
2.6.2	Seção de Choque Total	49
2.6.3	Geradores de Eventos - e seu Uso para o Cálculo da Seção de Choque	50
2.6.4	Resultados Gerais para a Seção de Choque Total Do Processo de Drell-Yan	53
2.6.5	Teste de Escala	53
2.7	Produção Central Exclusiva	55
2.8	A Aproximação do Fóton Equivalente	57
3	TEORIA EFETIVA PARA ACOPLAMENTOS QUÁRTICOS ANÔMALOS	63
3.1	Princípios da Teoria Eletrofraca	63
3.1.1	Interações por correntes	64
3.1.2	Corrente Neutra	65
3.1.3	Corrente Eletromagnética	65
3.1.4	Lagrangiana do Modelo Padrão para as Interações Eletrofracas	66
3.2	Lagrangianas Efetivas	67
3.3	Acoplamentos Anômalos de Bósons de Calibre	69
3.4	Lagrangiana Efetiva de Acoplamentos Quárticos Anômalos e sua Implementação	71

3.4.1	Propriedades Esperadas dos Acoplamentos a_0^W e a_C^W	73
3.5	Conservação de Unitariedade e Fator de Forma	76
4	MEDIDA E FÍSICA DE ACELERADORES	81
4.1	O Grande Colisor de H��drons (LHC)	81
4.1.1	Fase 2 do LHC	83
4.2	O Solenoide Compacto de Múons	83
4.2.1	Sistema de Coordenadas e Convenções do Detector	86
4.2.2	Resultados de Experimentos no CMS	87
4.3	O detector PPS	89
4.3.1	A Física dos Processos Observados com o PPS	92
4.3.2	Produção Central Exclusiva de W^+W^-	93
4.4	Distribuições da Fração de Momentum Perdido	95
4.4.1	Modelando a distribuição da fração de momentum perdido ξ	95
4.4.2	Simulações e comparação com PYTHIA	97
4.4.3	Compar��o entre a medida direta e indireta da fração de momentum perdido ξ do próton	100
5	ESTIMATIVA DA SENSIBILIDADE AOS ACOPLAMENTOS QU��TICOS ANÔMALOS	105
5.1	Limite superior do número esperado de eventos	105
5.1.1	Número Esperado de Eventos em Observações	105
5.1.2	Métodos alternativos encontrados na literatura	108
5.1.3	Significânci��a	108
6	RESULTADOS E DISCUSSÃO	111
6.1	Limites para Eventos Anômalos	111
6.2	Resultados dos Cortes Cinemáticos	114
6.2.1	Considerações Sobre a Incerteza no <i>Cutflow</i>	122
6.2.2	Tabelas de <i>Cutflow</i> para o Caso Elástico e Elástico + Semielástico	125
6.2.3	Evolução da Razão Sinal/ <i>Background</i> com os Cortes	128
6.2.4	Caso do Δp_T	130
6.3	Impacto do Fator de Forma	132
7	CONCLUSÃO	135
	REFERÊNCIAS	137

APÊNDICES

155

	APÊNDICE A – SOBRE MÉTODOS DE MONTE CARLO	157
A.1	Métodos de Monte Carlo para Solução de Integrais	157
A.1.1	Região Retangular	158
A.1.2	Monte Carlo e o Valor Médio do Integrando	158
A.1.3	Amostragem Seletiva	159
A.1.4	Amostragem Estratificada	160
A.1.5	Estratégia Mista	163
A.1.6	VEGAS	164

1 Introdução

A vasta maioria dos fenômenos que podem ser observados na natureza derivam de interações que ocorrem entre partículas fundamentais, isto é, os constituintes últimos da matéria, na menor escala de tamanho e que não são compostos por outro tipo de partícula [1, 2]. Para que se possa compreender estas unidades básicas da matéria, é necessário estudar colisões de altas energias entre partículas. Isto é feito através de colisores de partículas, sendo que atualmente o colisor mais poderoso em operação é o Grande Colisor de Hádrons (LHC) [3, 4]. Os experimentos realizados neste e em outros colisores permitiu desenvolver e testar o Modelo Padrão (MP) da física de partículas, que classifica as partículas fundamentais e descreve suas interações [2, 5, 6]. No entanto, os experimentos no LHC também permitem buscar por sinais diferentes dos previstos pelo MP, denominados de *nova física*.

1.1 O que é Nova Física?

Se por um lado o MP se provou tremendamente bem-sucedido, por outro lado existem muitas evidências experimentais que sugerem que este modelo não é uma descrição completa do nosso universo. Questões que permanecem em aberto incluem: *Qual a composição da matéria escura e da energia escura? Por que existe uma assimetria entre matéria e antimateria? Existem mais dimensões espaciais [7]? por que a massa do bóson de Higgs é tão menor que o esperado?, ou por que a gravidade é uma força tão fraca?*

Muitos modelos teóricos preveem que a resposta a tais questões procede de uma *Nova Física*, que poderia se manifestar através de partículas pesadas ainda não descobertas. Isto inclui novas partículas pesadas que poderiam decair em bósons eletrofracos de massa muito menor, mas com momentum grande (W e Z). Estes, por sua vez, decaindo emitindo léptons ou formando jatos.

Portanto, a busca por *Nova Física*, no âmbito da física de partículas de altas energias, é composta por diferentes análises em busca de sinais de novas partículas pesadas que decaem em diferentes estados finais [8, 9]. Dentre os experimentos sendo atualmente conduzidos que permitem realizar esta busca, destaca-se o Grande Colisor de Hadrons (LHC) no CERN [4].

1.2 Busca Modelo-independente por Sinais de Nova Física

Conforme será explorado na Seção 2.1, o MP é uma teoria de calibre baseada no grupo $SU(3)_c \otimes SU(2)_I \otimes U(1)_Y$, que fixa completamente a estrutura dos acoplamentos eletrofracos trilineares e quárticos de bósons de calibre [10]. Portanto, a fim de avaliar possíveis desvios do MP, que seriam um indicativo da existência de nova física, é importante estabelecer até que ponto estes acoplamentos estão de fato de acordo com as suas previsões.

Muitos modelos de alta energia que visam descrever a física além do MP existem, incluindo Teoria de Grande Unificação [11, 12], modelos de Supersimetria [13, 14], dimensões extras [15, 16, 17], ou de Higgs compostos [17, 18, 19], entre outros. O grande número de possibilidades, e a perspectiva de que, dentre as conhecidas, não há uma garantia de que estejam corretas, serve de incentivo para a realização de uma análise modelo-independente. A abordagem para uma análise deste tipo é baseada em uma teoria de campo efetivo [20, 21, 22], que será abordada na Seção 3.2.

Conceptualmente, esta busca modelo-independente por sinais de nova física está fundamentada na ideia de que, em escalas de energia muito elevadas, a física se dissociaria do MP, deixando traços através de operadores efetivos que devem ser incluídos aos do MP. Em geral, diferentes teorias irão produzir os mesmos operadores, diferindo apenas em fatores numéricos e nos valores das constantes de acoplamento associados a cada operador [21]. Os valores das constantes de acoplamento efetivas deverão, então, ser determinados experimentalmente. Caso seja observado qualquer desvio das previsões, isto implica que alguma constante de acoplamento efetiva possui valor não-nulo, e o respectivo operador deve ser adicionado à Lagrangiana do MP.

Dentre as várias extensões propostas para o MP, acredita-se que partículas ou interações adicionais em altas energias possam impactar o setor eletrofraco [23, 17, 24]. Em particular, os modelos de extensão que tratam sobre Higgs compostos ou dimensões extras podem introduzir desvios das previsões do MP para o espalhamento $\gamma\gamma \rightarrow W^+W^-$ [25, 26]. Por este motivo, é importante avaliar atentamente os acoplamentos entre bósons de calibre responsáveis pelas interações fraca e eletromagnética no MP, uma vez que a observação precisa das suas interações permite não apenas corroborar ainda mais o MP, mas também buscar sinais de nova física.

1.3 Interesse por Acoplamentos Quárticos de $\gamma\gamma W^+W^-$

Interações entre fótons podem ser estudadas no LHC, uma vez que, apesar de ser um colisor de hadrons, os campos eletromagnéticos gerados pelos prótons relativísticos podem ser tratados como fótons quase-reais [27], algo que será abordado na Seção 2.8. E embora a interação entre fótons tenha sido extensivamente estudada nos colisores HERA

[28] e LEP [29], o LHC forneceu pela primeira vez a possibilidade de observar interações entre fótons quase-reais - isto é, com virtualidades muito baixas - em energias além da escala de energia eletrofraca [30], e com luminosidades integradas muito superiores às disponíveis anteriormente. Isto permite estudar o espalhamento de fótons no colisor, sendo o processo $\gamma\gamma \rightarrow W^+W^-$ particularmente apropriado para buscar física além do MP no LHC, beneficiando-se da alta luminosidade e das colisões colisões $\gamma\gamma$ com alta energia de centro de massa. Uma outra vantagem em analisar atentamente este processo é que a presença de acoplamentos anômalos entre os bósons resultaria em um espectro de $p_T(WW)$ mais pronunciado em regiões de grande momentum, quando comparado ao *background* [31], facilitando a identificação de sinais de nova física.

A natureza não-abeliana do MP prevê que os bósons γ e W possam interagir entre si através de acoplamentos trilineares γWW e quârticos $\gamma\gamma WW$ [32, 31]. No entanto, os acoplamentos trilineares de bósons de calibre foram amplamente analisados no LEP, Tevatron [33] e também no LHC. Atualmente, sabe-se que eles estão de acordo com o MP, dentro de uma margem de alguns pontos percentuais [10], de forma que possíveis melhorias na sensibilidade experimental aos acoplamentos anômalos são maiores no caso quârtico do que no trilinear [34].

Por conta disso, neste estudo buscou-se analisar as interações entre fótons e bósons W através dos acoplamentos quârticos $\gamma\gamma W^+W^-$, que estão presentes no MP a nível de árvore, mas que podem apresentar acoplamentos anômalos. O Capítulo 3 apresenta esta discussão, introduzindo os acoplamentos quârticos anômalos como parte de uma Lagrangiana efetiva. Este acoplamento pode ser observado na fusão de dois fótons $\gamma\gamma \rightarrow W^+W^-$ em colisões próton-próton, sendo este o *processo de sinal* que é o foco do estudo.

1.4 Desafios Experimentais para a Observação do Sinal

Este processo, no entanto, é relativamente raro. E em experimentos de colisores, especialmente quando há grande luminosidade, ocorre a geração de um grande número de eventos que não são o sinal que se está buscando. Estes processos, genericamente denominados de *background*, se manifestam como combinações aleatórias de partículas de estado final. Para simplificar a análise, e limitar o tamanho do *background*, optou-se por utilizar apenas os decaimentos leptônicos dos bósons W , isto é, $W^+W^- \rightarrow \ell^+\ell^-\nu\nu$. Isto oferece um sinal limpo, onde os léptons carregados são acompanhados apenas por neutrinos, que se manifestam na forma de momentum transverso perdido. A desvantagem desta abordagem é a pequena razão de ramificação leptônica para o par de bósons WW : apenas 4,6%, considerando decaimentos em elétrons e mûons, por exemplo, contra 29% no caso semi-leptônico ou 45% no caso hadrônico [35]. Por outro lado, ao considerar os decaimentos hadrônicos é preciso lidar com o elevado *background* provocado pelos

mecanismos de produção de jatos da cromodinâmica quântica [23].

Com o decaimento leptônico, processos inclusivos como o Drell-Yan [36, 37], ou a produção de diléptons [38, 39] por meio da interação fóton-fóton possuem seções de choque muito maiores que o sinal de $\gamma\gamma \rightarrow W^+W^-$ que se deseja estudar. Isto pode tornar a observação experimental deste processo uma tarefa bastante desafiadora, e por este motivo é importante estabelecer procedimentos que reduzam o nível do *background* sem que haja uma grande perda do sinal.

No caso do processo de sinal $pp \rightarrow \gamma\gamma \rightarrow pW^+W^-p$, esta rejeição do *background* pode ser auxiliada por meio da observação dos prótons de estado final que sobrevivem à colisão inicial. As Seções 2.7 e 4.3.2 apresentam uma discussão sobre Produção Central Exclusiva e como ela permite estudar o processo $\gamma\gamma \rightarrow W^+W^-$ com a fotoprodução de pares de bósons W . Neste caso, uma parte dos prótons espalhados nas trocas de fótons quase-reais sobrevivem à interação, sendo defletidos em ângulos pequenos em relação ao eixo do feixe. A detecção dos prótons espalhados elasticamente, com a sua associação ao vértice que originou o evento sendo denominada de *proton tagging*, permite determinar a energia de centro de massa do $\gamma\gamma$. Isto também auxilia na reconstrução geral do evento, e permite rejeitar parte importante do *background* de eventos de *pileup* de prótons [40, 41, 42], assuntos que serão tratados nas Seções 4.3 e 4.4. Estas seções descrevem o Espectrômetro Preciso de Prótons (PPS) [40], com seus detectores frontais que foram adicionados ao CMS para aumentar a precisão e auxiliar a reconstrução de eventos exclusivos de interesse.

No entanto, a alta luminosidade do LHC significa que até mesmo eventos inclusivos de *background* podem se passar por eventos exclusivos, caso prótons espúrios observados nos detectores frontais sejam incorretamente associados aos vértices desses processos. Portanto, como forma de compreender a relação entre o sistema central detectado no CMS e os prótons observados no PPS, um breve estudo foi efetuado para avaliar a cinemática de eventos de produção exclusiva de diléptons e de prótons oriundos de diversos processos dentro da aceitação do PPS. Este assunto é abordado na Seção 4.4, onde está descrito o desenvolvimento de um método para simular o *background* de prótons de *pileup* que chegam aos detectores frontais. Isto permite determinar quais eventos dos processos inclusivos de *background* podem ser removidos.

Como estratégia para aprimorar a seção de choque do sinal $\gamma\gamma \rightarrow W^+W^- \rightarrow \ell^+\ell^-\nu\nu$, optou-se por utilizar, além dos eventos em que ambos os prótons sobrevivem no estado final (o processo exclusivo), os eventos em que um dos prótons sofre dissociação (o processo não-exclusivo). Com a inclusão das contribuições por colisões semielásticas, a seção de choque dos eventos de sinal efetivamente sofre um aumento por um fator de aproximadamente 3,5 com relação ao apenas elástico [43, 44]. Com isso, não apenas ocorre um aumento no número de eventos de sinal que se espera observar, como também implica em uma melhora na sensibilidade aos acoplamentos anômalos, uma vez que isto implicaria

em um aumento por um fator de cerca de $\sqrt{3,5}$ no número de eventos anômalos, conforme será discutido na Seção 5.1.1. Esta abordagem é inédita na literatura, e propicia uma importante vantagem na busca por este sinal.

Além disso, parte considerável do *background* pode ser descartada utilizando seleções apropriadas de regiões cinemáticas, sem que isso se reflita em uma perda significativa do sinal. Amostras de eventos dos processos de sinal e *background* foram produzidos utilizando o gerador *MadGraph* [45], e salvas em arquivos para análise. Uma sequência de seleções cinemáticas foi então aplicada de forma cumulativa sobre as amostras, e organizada em um fluxo de cortes (ou *cutflow*). Isto foi realizado tanto para o caso em que o sinal continha o processo elástico apenas, quanto para o caso que incluía também a contribuição semielástica. Os resultados estão apresentados na seção 6.2, onde nota-se que os cortes cinemáticos sozinhos são capazes de melhorar a razão entre o número de eventos de sinal e de *background* por um fator da ordem de magnitude de 10^6 .

Discussões relevantes estão distribuídas ao longo dos diferentes capítulos. O Capítulo 2 apresenta um embasamento geral sobre partículas fundamentais do MP e suas interações, e como elas se relacionam com experimentos em colisores de partículas. Também está apresentado um estudo com o Processo de Drell-Yan, um dos processos de *background* mais intensos para o sinal que se deseja analisar, e que serviu para apresentar variáveis cinemáticas de interesse, e para demonstração do uso de métodos numéricos para o cálculo de seções de choque.

No Capítulo 3 é apresentada a estratégia modelo-independente para determinar possíveis desvios do MP no setor eletrofraco por meio de acoplamentos quârticos anômalos e suas propriedades, utilizando uma abordagem de teoria de campo efetivo. Também é dada atenção à necessidade da implementação de um fator de forma para preservação da unitariedade da Matriz S.

O Capítulo 4 discorre sobre a observação do processo $pp \rightarrow \gamma\gamma \rightarrow pW^+W^-p$ utilizando o detector PPS no CMS, bem como sobre a simulação da cinemática do *background* de prótons de *pileup*, desenvolvida para determinar quantos eventos de processos inclusivos podem ser efetivamente eliminados no *background*.

O Capítulo 5 apresenta a discussão sobre os limites esperados para os acoplamentos anômalos, tomando como base o número de eventos $\gamma\gamma \rightarrow W^+W^- \rightarrow \ell^+\ell^-\nu\nu$ que se espera observar para uma determinada luminosidade integrada, segundo as previsões do MP. Este número é uma variável aleatória, portanto pequenos desvios podem ser observados experimentalmente sem que isso signifique a presença de acoplamentos anômalos. Portanto, o capítulo discute os métodos estatísticos utilizados para delimitar os possíveis valores para os acoplamentos, dentro de um limite de confiança que leva em conta a distribuição do número de eventos pelo MP.

Por fim, no Capítulo 6 estão apresentados e discutidos os resultados que objetivou-se obter neste estudo, isto é, a sensibilidade e os limites estabelecidos para os valores dos acoplamentos quârticos anômalos de bósons de calibre, e os resultados dos *cutflows*, tanto para o caso apenas elástico quanto no caso que inclui o processo semielástico, demonstrando a viabilidade da observação deste sinal no CMS, conforme o *background* é reduzido com a aplicação de sucessivos cortes cinemáticos adequados, bem como com a utilização do PPS para a eliminação do *background* via *proton tagging*.

2 Processos de Espalhamento de Partículas e Suas Observações

A descoberta das partículas elementares foi uma conquista importante da ciência física, permitindo pela primeira vez adentrar com profundo detalhe no conhecimento sobre as interações fundamentais. Para investigar os diferentes aspectos de como as partículas interagem entre si, o uso de espalhamento de partículas em experimentos de colisões foi de suma importância, pois permitiu atingir os níveis de energias necessários para produzir partículas pesadas nunca antes vistas, ao mesmo tempo que forneceram um grande volume de dados para analisar com confiança os pormenores da física microscópica. O começo deste capítulo, portanto, aborda alguns processos de espalhamento largamente utilizados em aceleradores de partículas e as formas com as quais a matéria é estudada.

Também está apresentado um estudo com o Processo de Drell-Yan, um dos processos de *background* mais intensos para o sinal que se deseja analisar, e que serviu para apresentar variáveis cinemáticas de interesse, e para demonstração do uso de métodos numéricos para o cálculo de seções de choque. Ainda neste capítulo, a colisão fóton-fóton será estudada com mais detalhes como parte dos processos denominados *Produção Central Exclusiva*. Parte dos fótons produzidos nas colisões próton-próton produzem pares de bóson W^+W^- , sendo a partir deste processo que o acoplamento quântico $\gamma\gamma WW$, que é o foco deste estudo, será observado.

2.1 O Modelo Padrão e Suas Partículas

O MP é a teoria que classifica todas as partículas fundamentais conhecidas e que descreve as suas interações. Este modelo compreende os blocos fundamentais da matéria visível - os férmions (quarks e léptons), o bóson de Higgs e os bósons de calibre (fótons, bósons W e Z, e glúons) que mediam três das quatro interações fundamentais entre esses férmions que constituem a matéria que conhecemos [2, 5, 6]. Cada força fundamental está associada a bósons específicos: a força forte forte é mediada pelos glúons, a força eletromagnética pelos fótons, e os bósons W e Z são responsáveis pela força fraca. A força gravitacional é atribuída a um bóson que ainda não foi detectado, chamado de *gráviton*.

Historicamente, importantes sucessos iniciais para a descrição das interações entre partículas fundamentais foram obtidos no âmbito da Eletrodinâmica Quântica (QED), a primeira teoria de campos renormalizável que foi proposta como descrição da interação fundamental do eletromagnetismo. Apesar deste êxito, o arcabouço desenvolvido para modelos da QED apresentou dificuldades ao tentar descrever todas as quatro forças

fundamentais da natureza, que são: a força forte, a força fraca, a força eletromagnética, e a força gravitacional [5]. Cada uma dessas forças opera a distâncias e intensidades diferentes.

Essas forças, responsáveis pelas interações entre partículas fundamentais e descritas por uma teoria de calibre, são portadas pelos chamados *bósons de calibre*, que muitas vezes atuam como partículas virtuais. Todos os bósons de calibre possuem spin 1, enquanto o bóson de Higgs possui spin 0. Portanto, todos os bósons de calibre conhecidos são bósons vetoriais. Estes bósons são também denominados *vetoriais* por ser possível construir um espaço de spin que consiste um grau de liberdade discretizado de 3 estados (-1, 0, 1), o mesmo número de componentes de um vetor no espaço tridimensional, isto é, uma representação do grupo de rotações SU(2) [6, 5]. Se o bóson vetorial é utilizado como o *quantum* de um campo, então o campo é um campo vetorial, por isso o seu nome.

A dinâmica dos campos eletromagnéticos, contendo a descrição da interação do fóton com a matéria, é governada pela teoria do grupo de calibre abeliano $U(1)_{\text{EM}}$ da QED [6, 5]. Esta teoria considera que a carga elétrica Q é uma quantidade conservada, e a invariância local sob o grupo $U(1)_{\text{EM}}$ leva a um bóson vetorial sem massa que é o fóton.

Pelo modelo de Weinberg-Salam [46, 47, 48], que descreve as interações fracas, os léptons foram arranjados de acordo com dbletos $SU(2)$ em três gerações distintas:

$$\begin{pmatrix} e \\ \nu_e \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} \mu \\ \nu_\mu \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} \tau \\ \nu_\tau \end{pmatrix} \quad (2.1.1)$$

Com a interação entre esses léptons sendo mediada por dois bósons vetoriais W^\pm e Z^0 . A teoria de interações eletrofracas advém da unificação de duas das quatro forças fundamentais conhecidas: QED e a teoria das interações fracas de Weinberg-Salam. Ela é baseada no modelo de Yang-Mills com o grupo de calibre não-abeliano $SU(2)_I \otimes U(1)_Y$, onde $SU(2)_I$ é o grupo de isospin fraco I e $U(1)_Y$ é o grupo gerado pela hipercarga Y .

Já no caso dos quarks, a interação se dá pela força forte, que é descrita pela Cromodinâmica Quântica (QCD) [6, 5]. Esta teoria é baseada no modelo de Yang-Mills e considera uma simetria de cor do grupo de calibre não-abeliano $SU(3)_c$, possuindo dois tipos de campo: campos de quark e o campo de glúons. Todo quark possui uma carga de cor, podendo ser vermelha, verde ou azul. Os glúons, por sua vez, possuem uma carga de cor-anticor. Os quarks possuem cargas elétricas que são uma fração da carga do próton, que possui a carga elementar $e = 0,303$ (ou $e = 1,602 \times 10^{-19}$ C no SI). Assim, como no caso dos léptons, os quarks também são arranjados em dbletos com três gerações distintas, sendo elas:

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix} \quad (2.1.2)$$

Os quarks não são encontrados livremente na natureza, apenas em estados confinados devido a uma características da QCD chamado de confinamento [5], formando partículas compostas onde os quarks são mantidos unidos pelos glúons. Estas partículas são chamadas

de *hádrons*. Os hádrons podem ser mésons (como os mésons π e ρ), bárions, (como prótons, nêutrons e as partículas Σ), bem como ressonâncias diversas. Os mésons são formados por um par quark-antiquark, enquanto que bárions são partículas mais pesadas formadas por três quarks.

No entendimento atual, portanto, toda a matéria e suas interações são descritas pela união do Modelo Eletrofraco e pela QCD, formando um grupo de calibre local $SU(3)_c \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ [5, 6]. As partículas elementares são divididas em quatro grupos, sendo eles: os léptons, quarks, bósons vetoriais de calibre (responsáveis pela mediação das interações entre os férmions), e o bóson escalar de Higgs H [49], responsável por fornecer a massa não-nula para os férmions e bosons W^\pm e Z . Elas estão esquematizadas na Figura 2.1.1, separadas nas três gerações descobertas, e com a indicação da massa, carga elétrica e spin de cada partícula.

Modelo Padrão das Partículas Elementares

três gerações da matéria (férmions)			interações / partículas mensageiras (bósons)	
	I	II	III	
QUARKS	massa $\approx 2.2 \text{ MeV}/c^2$ carga $\frac{2}{3}$ spin $\frac{1}{2}$	massa $\approx 1.28 \text{ GeV}/c^2$ carga $\frac{2}{3}$ spin $\frac{1}{2}$	massa $\approx 173.1 \text{ GeV}/c^2$ carga $\frac{2}{3}$ spin $\frac{1}{2}$	massa 0 carga 0 spin 1
	u up	c charm	t top	g glúon
	massa $\approx 4.7 \text{ MeV}/c^2$ carga $-\frac{1}{3}$ spin $\frac{1}{2}$	massa $\approx 96 \text{ MeV}/c^2$ carga $-\frac{1}{3}$ spin $\frac{1}{2}$	massa $\approx 4.18 \text{ GeV}/c^2$ carga $-\frac{1}{3}$ spin $\frac{1}{2}$	massa 0 carga 0 spin 1
	d down	s strange	b bottom	γ fóton
	massa $\approx 0.511 \text{ MeV}/c^2$ carga -1 spin $\frac{1}{2}$	massa $\approx 105.66 \text{ MeV}/c^2$ carga -1 spin $\frac{1}{2}$	massa $\approx 1.7768 \text{ GeV}/c^2$ carga -1 spin $\frac{1}{2}$	massa $\approx 91.19 \text{ GeV}/c^2$ carga 0 spin 1
	e elétron	μ múon	τ tau	Z bóson Z
	massa $<1.0 \text{ eV}/c^2$ carga 0 spin $\frac{1}{2}$	massa $<0.17 \text{ MeV}/c^2$ carga 0 spin $\frac{1}{2}$	massa $<18.2 \text{ MeV}/c^2$ carga 0 spin $\frac{1}{2}$	massa $\approx 80.39 \text{ GeV}/c^2$ carga ± 1 spin 1
	ν_e neutrino do elétron	ν_μ neutrino do múon	ν_τ neutrino do tau	W bóson W
BÓSONS DE GAUGE BÓSONS VETORIAIS				

Figura 2.1.1 – Modelo Padrão de partículas elementares: os 12 férmions e os 5 bósons fundamentais (sem contar suas antipartículas) [50]

2.2 Espalhamento Profundamente Inelástico

Um dos processos mais importantes utilizados para observar o interior de hadrons é o Espalhamento Profundamente Inelástico (EPI), no qual ocorre o espalhamento eletromagnético de um lepton (em geral, um elétron) com um quark no interior de um hadron (em geral, um próton). O diagrama da Figura 2.2.1 ilustra esta situação.

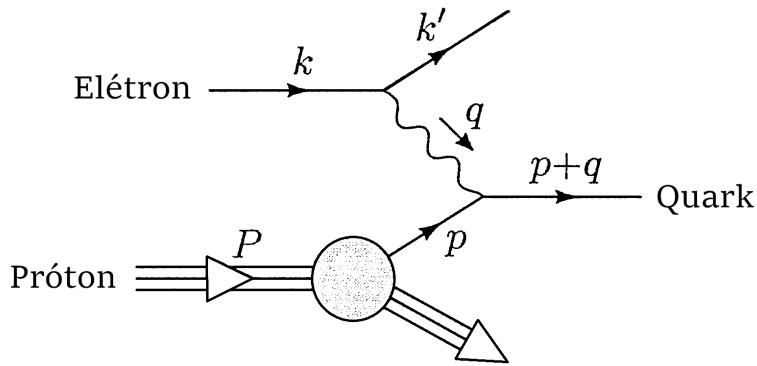


Figura 2.2.1 – Processo de Espalhamento Profundamente Inelástico da QCD. O diagrama ilustra o fluxo do momentum quando um elétron de alta energia sofre um espalhamento sobre um quark que pertence à função de onda do próton [6].

Consideramos um cenário onde o lepton e o próton movem-se a grandes velocidades em direção um ao outro, com uma energia de centro de massa grande suficiente para que se possa desprezar a massa de repouso do próton. Tanto o próton quanto os quarks que o constituem possuem grande momentum na direção do eixo de colisão, com os momenta dos quarks sendo tratados como colineares com o momentum do próton. Os pártons que constituem o próton não possuem grande momentum transverso p_T porque, para que isso ocorra, seria necessária a troca de um gluon muito energético, mas este é um processo que é suprimido devido ao valor baixo de α_s em grandes escalas de momentum [6]. Esta relação entre a energia do gluon e o valor do acoplamento α_s é discutida na Seção 2.4 e ilustrado na Figura 2.6.1b. Na teoria da QCD perturbativa em ordem dominante, portanto, o momentum de um párton na direção do eixo de colisão é dada por

$$p = xP \quad (2.2.1)$$

onde P é o valor do momentum do próton na direção do eixo de colisão e x é um número entre 0 e 1, chamado de *fração longitudinal* do momentum do párton.

A seção de choque de espalhamento lepton-próton será, então, função da distribuição de probabilidade de encontrar um dado párton com fração longitudinal x . No entanto, a probabilidade de que o próton contenha um certo párton com uma certa fração longitudinal não pode ser determinada utilizando a QCD perturbativa, pois ela depende de processos

macios que determinam a estrutura do próton como um estado ligado de quarks e glúons. Tais distribuições de probabilidade devem então ser determinadas experimentalmente.

A probabilidade \mathcal{P} de encontrar um párton de tipo i com fração longitudinal entre x e $x + dx$ é dada por:

$$\mathcal{P} = f_i(x)dx, \quad (2.2.2)$$

onde as funções $f_i(x)$ são densidades de probabilidade chamadas *Funções de Distribuição Partônica* (PDF). Com esta notação, a seção de choque para o espalhamento inelástico lépton-próton em ordem dominante em α_s é dada por

$$\sigma(\ell^-(k)p(P) \rightarrow \ell^-(k') + X) = \int_0^1 dx \sum_i f_i(x) \sigma(\ell^-(k)q_i(xP) \rightarrow \ell^-(k') + q_i(p')), \quad (2.2.3)$$

onde X denota qualquer estado final hadrônico, k e k' são, respectivamente, os momenta inicial e final do lépton ℓ e p' é o momentum final do quark q_i .

2.2.1 Variáveis de Mandelstam

Antes de prosseguir com a descrição da seção de choque diferencial do processo de espalhamento profundamente inelástico, é importante analisar a definição de três variáveis muito utilizadas no âmbito da física de partículas de altas energias, denominadas *Variáveis de Mandelstam* [51]. As variáveis de Mandelstam, s, t, u , utilizadas em processos de espalhamento são definidas em termos dos quadri-momenta das partículas de estado inicial e final como:

$$s = (p_1 + p_2)^2 = (p_3 + p_4)^2 \quad (2.2.4)$$

$$t = (p_1 - p_3)^2 = (p_4 - p_2)^2 \quad (2.2.5)$$

$$u = (p_1 - p_4)^2 = (p_3 - p_2)^2 \quad (2.2.6)$$

As letras s, t, u também são empregadas na descrição dos processos nos canais S (*space channel*), T (*time channel*), e U . Estes canais representam diferentes processos de espalhamento onde a interação envolve a troca de uma partícula intermediária cujo quadri-momentum ao quadrado é igual a s, t, u , respectivamente.

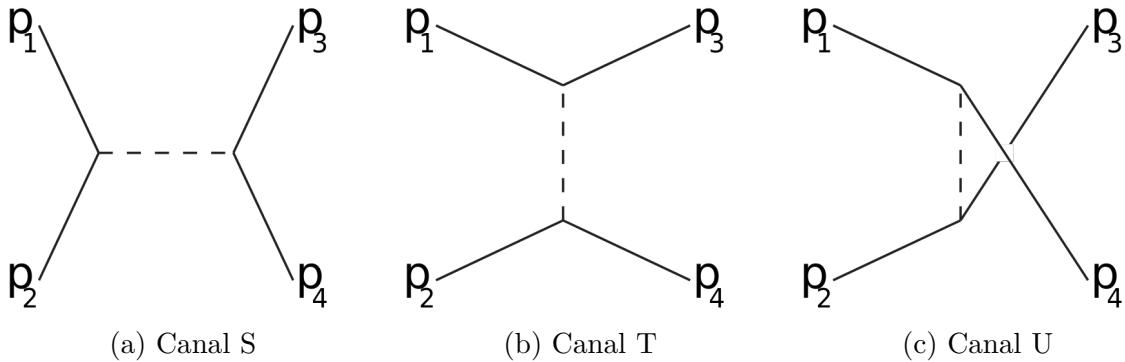


Figura 2.2.2 – Diagramas esquematizando processos de colisão em diferentes canais. Nestas figuras, o tempo evolui horizontalmente, de forma que p_1 e p_2 são partículas incidentes enquanto p_3 e p_4 são partículas de estado final. A linha tracejada indica uma partícula intermediária entre as demais partículas.

Por exemplo, o canal S corresponde às partículas 1,2 se aniquilando, resultando em uma partícula intermediária que, então, sofre um decaimento e flutua em 3,4. O canal S é a única maneira com que ressonâncias e novas partículas instáveis podem ser descobertas, caso seus tempos de vida sejam longos suficiente para que sejam diretamente detectadas. O canal T representa o processo no qual a partícula 1 emite uma partícula intermediária e transforma-se na partícula final 3, enquanto que a partícula 2 absorve a partícula intermediária e se torna a 4. O canal U é o canal T com o papel das partículas 3,4 invertidos, e é necessário incluir nos cálculos sempre que as partículas envolvidas são indistinguíveis.

2.2.2 Seção de Choque Diferencial do EPI

Considere o espalhamento profundamente inelástico entre um elétron e um próton mediado por um fóton virtual, como ilustrado na Figura 2.2.1. A transferência de momentum do fóton é dada por $q = k - k'$, e defini-se a virtualidade Q do fóton como

$$Q^2 = -q^2. \quad (2.2.7)$$

A virtualidade pode ser interpretada como uma medida da resolução com a qual o fóton sonda o alvo. A virtualidade do fóton deve ser superior à massa dos núcleons para que ele possa interagir de maneira individual com os seus componentes. A seção de choque diferencial do EPI pode ser escrita como

$$\frac{d\sigma}{dQ^2} = \int_0^1 dx \sum_i f_i(x) Q_i^2 \frac{2\pi\alpha^2}{Q^4} \left[1 + \left(1 - \frac{Q^2}{xs} \right)^2 \right] \theta(xs - Q^2). \quad (2.2.8)$$

A medida do momentum k' do lépton espalhado, e, por consequência, do seu momentum transferido q , determina de maneira única um valor permitido de fração longitudinal x para o espalhamento lépton-quark:

$$x \equiv \frac{Q^2}{2P \cdot q}. \quad (2.2.9)$$

É conveniente expressarmos a seção de choque em termos de grandezas adimensionais formadas por combinações de variáveis cinemáticas, tal como

$$y \equiv \frac{2P \cdot q}{2P \cdot k} = \frac{2P \cdot q}{s}. \quad (2.2.10)$$

No referencial de repouso do próton,

$$y = \frac{q^0}{k^0}, \quad (2.2.11)$$

isto é, y corresponde à fração de energia do lepton incidente que é transferida ao sistema hadrônico. Por outro lado, como $p = xP$, y pode ser expresso em termos das variáveis dos pártons:

$$y = \frac{2p \cdot (k - k')}{2p \cdot k} = \frac{\hat{s} + \hat{u}}{\hat{s}}, \quad (2.2.12)$$

tal que

$$\frac{\hat{u}}{\hat{s}} = -(1 - y). \quad (2.2.13)$$

Utilizando as Equações (2.2.9) e (2.2.10) para realizar a mudança de variáveis

$$dx dQ^2 = \frac{dQ^2}{dy} dx dy = xs dx dy, \quad (2.2.14)$$

tal que

$$Q^2 = xys, \quad (2.2.15)$$

a seção de choque diferencial em termos de x e y se torna

$$\frac{d^2\sigma}{dxdy} (\ell^- p \rightarrow \ell^- X) = \left(\sum_i x f_i(x) Q_i^2 \right) \frac{2\pi\alpha^2 s}{Q^4} [1 + (1 - y)^2]. \quad (2.2.16)$$

A dependência em y da seção de choque advém da seção de choque partônica adjacente. O comportamento $[1 + (1 - y)^2]$ é chamado de relação de Callan-Gross [52, 6] e serviu de evidência de que os pártons envolvidos no EPI eram de fato fermions, elucidando a relação entre os constituintes dos prótons e os quarks. As PDFs dependem apenas de x e são independentes de Q^2 , o que está de acordo com a propriedade de escalamento de Bjorken [53].

Também é interessante notar que, em um nível mais fundamental, a seção de choque diferencial do EPI pode ser escrita em termos dos tensores hadrônico $W^{\mu\nu}$ leptônico $L_{\mu\nu}$ [54], sem a implementação das PDFs, como:

$$\frac{d\sigma}{dE'd\Omega} = \frac{\alpha^2}{2m_p Q^4} \frac{E'}{E} L_{\mu\nu} W^{\mu\nu}, \quad (2.2.17)$$

onde E e E' denotam as energias inicial e final do lepton, respectivamente. O tensor leptônico $L_{\mu\nu}$ é definido como

$$\begin{aligned} L_{\mu\nu} &\equiv \frac{1}{2} \sum_{s_l, s'_l} [\bar{u}_{l'}(\ell', s'_l) \gamma_\mu u_l(\ell, s_l)]^* [\bar{u}_{l'}(\ell', s'_l) \gamma_\nu u_l(\ell, s_l)] \\ &= \frac{1}{2} Tr[\ell' \gamma_\mu \ell' \gamma_\nu] \\ &= 2(\ell_\mu \ell'_\nu + \ell_\nu \ell'_\mu - g_{\mu\nu} \ell \cdot \ell'), \end{aligned} \quad (2.2.18)$$

onde a soma ocorre sobre o spin do estado inicial e final do lépton. Já o tensor hadrônico $W_{\mu\nu}$ pode ser parametrizado como

$$\frac{1}{2m_p} W_{\mu\nu} = \left(-g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right) W_1(P \cdot q, q^2) + \frac{1}{m_p^2} \left[\left(P_\mu - \frac{P \cdot q}{q^2} q_\mu \right) \left(P_\nu - \frac{P \cdot q}{q^2} q_\nu \right) \right] W_2(P \cdot q, q^2), \quad (2.2.19)$$

de forma que a seção de choque (não polarizada) do EPI fique expressa em termos de duas funções de estrutura, W_1 e W_2 :

$$\frac{d\sigma}{dE' d\Omega} = \frac{4\alpha^2 E'^2}{Q^2} \left[2W_1 \sin^2 \frac{\theta}{2} + W_2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \right]. \quad (2.2.20)$$

Neste caso, a seção de choque é função apenas do ângulo de espalhamento θ , sendo simétrica em torno no ângulo azimutal ϕ . Uma vez que $d\Omega = d\cos\theta d\phi$, o ângulo ϕ pode ser removido da seção de choque diferencial por integração.

As funções W_1 e W_2 estão relacionadas às funções de estrutura adimensionais F_1 e F_2 , comumente empregadas:

$$\begin{aligned} F_1(x, Q^2) &\equiv m_p W_1(\nu, Q^2), \\ F_2(x, Q^2) &\equiv \nu W_2(\nu, Q^2). \end{aligned} \quad (2.2.21)$$

Utilizando tais funções, a seção de choque do EPI, em função de x e y , é:

$$\frac{d\sigma}{dxdy} = \frac{4\pi\alpha^2 s}{Q^4} \left[xy^2 F_1(x, Q^2) + \left(1 - y - \frac{xy m_p^2}{s} \right) F_2(x, Q^2) \right], \quad (2.2.22)$$

que é uma maneira compacta de escrever a seção de choque deste tipo de espalhamento em termos das funções de estrutura.

2.3 As Funções de Distribuição Partônicas

As PDFs possuem um papel crucial nos cálculos de seção de choque em colisões de hadrons: elas carregam a informação da estrutura - independente de processo - do momentum dos pártons contidos em hadrons, com a qual as seções de choque partônicas devem ser convoluídas para se obter resultados físicos que possam ser comparados com os dados experimentais. Embora uma forma analítica das funções de distribuição não possa ser determinada utilizando a QCD perturbativa, é possível utilizar uma solução fenomenológica, na qual tais funções são parametrizadas a partir dos resultados obtidos de diversos experimentos.

Essas funções devem ser normalizadas de tal maneira que reflitam os números quânticos do próton, que é constituído por um estado ligado de dois quarks u e um quark d . Além destes quarks de valência, o próton possui um *mar de quarks* de diversos sabores,

incluindo antiquarks. No entanto, o próton deve possuir um excesso de dois quarks u e um quark d sobre os antiquarks correspondentes (\bar{u} e \bar{d}), ou seja [6],

$$\int_0^1 [u(x) - \bar{u}(x)]dx = 2, \quad \int_0^1 [d(x) - \bar{d}(x)]dx = 1 \quad (2.3.1)$$

Com relação aos quarks de mar, deve-se respeitar as relações que tornem nulo qualquer excesso de quarks de sabor s , c , b ou t sobre seus respectivos antiquarks. Isto é, valem relações do tipo:

$$\int_0^1 [s(x) - \bar{s}(x)]dx = 0, \quad \int_0^1 [c(x) - \bar{c}(x)]dx = 0. \quad (2.3.2)$$

Considerações similares são feitas sobre as distribuições de outros hadrons, como o nêutron. Em geral, as integrais de distribuições partônicas do próton e do nêutron assumem uma simetria de carga (Simetria de Isospin) [55],

$$\int_0^1 u_p(x)dx = \int_0^1 d_n(x)dx.$$

Por fim, a soma total de momentum carregado pelo conjunto de todos os pártons precisa corresponder ao momentum total do hadron. Isto implica em

$$\int_0^1 dx x \left[f_g(x) + \sum_i (f_i(x) + f_{\bar{i}}(x)) \right] = 1, \quad (2.3.3)$$

onde $f_g(x)$ é a distribuição partônica dos glúons, que contribuem com cerca da metade do valor de momentum-energia exigido por esta integral [6].

Atualmente existem diversas parametrizações para PDFs que podem ser utilizadas ao trabalhar com este tipo de equação. O grupo MMHT [56], por exemplo, da *University College London*, no Reino Unido, possui PDFs em ordem dominante (*leading order* - LO), ordem além da dominante (*next-to-leading order* - NLO), e além da além da dominante (*next-to-next-to-leading order* - NNLO) para o próton, produzidos utilizando conjuntos de dados obtidos do LHC, bem como dos aceleradores Tevatron [33] e HERA [28], com seus experimentos H1 e ZEUS.

A colaboração CTEQ-TEA [57] utiliza uma combinação de dados de alta precisão do LHC, além de dados de EPI do HERA, bem como conjuntos de dados presentes na análise global de QCD CT14 [58]. Dados recentes de medidas no LHC de produção de jatos, produção de pares de Drell-Yan, de pares de quark top e de bósons Z com grande p_T foram incluídos para garantir maior sensibilidade às PDFs.

A colaboração NNPDF [59], por sua vez, utiliza métodos de inteligência artificial para determinar as PDFs, parametrizando-as por meio de redes neurais. A vantagem deste tipo de abordagem está em remover possíveis vieses introduzidos ao escolher formas funcionais sobre as quais parâmetros devem ser ajustados sobre os dados experimentais.

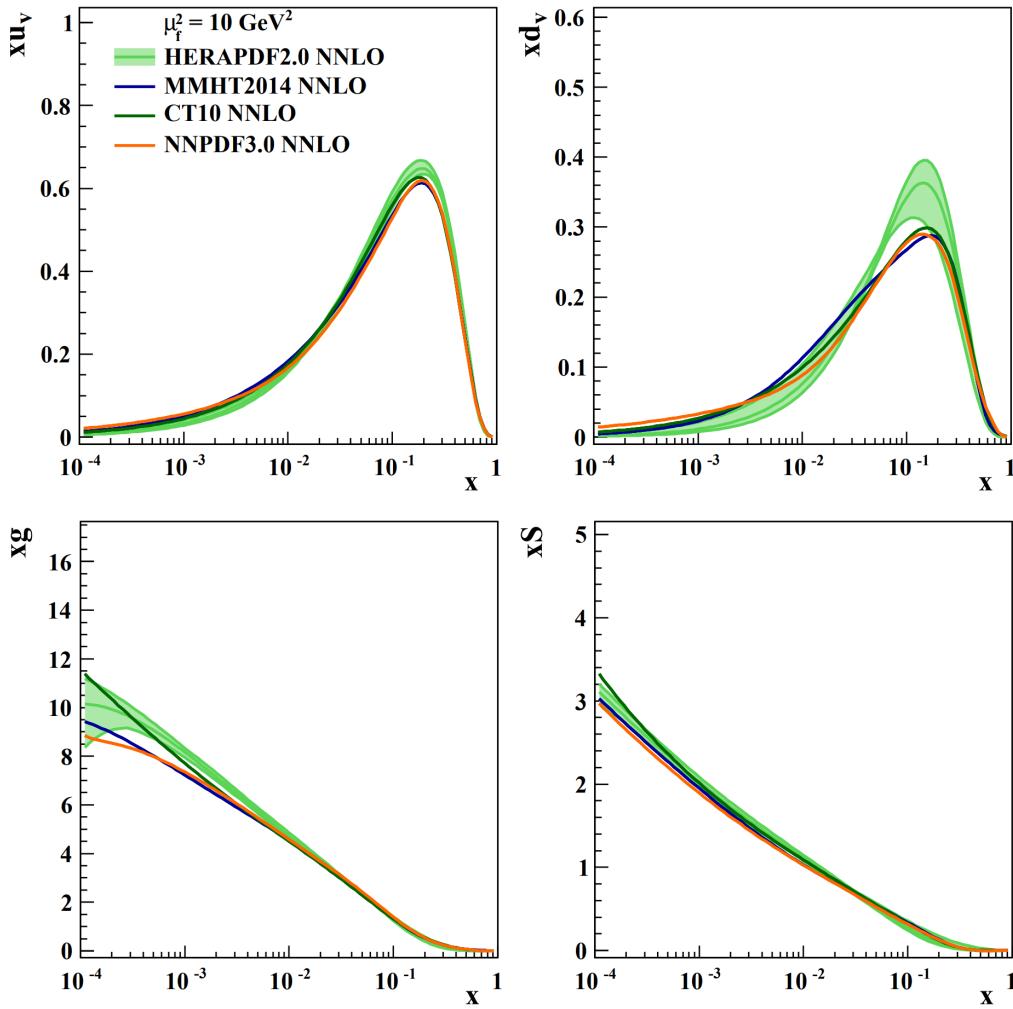


Figura 2.3.1 – Comparação das PDFs HERAPDF2.0 em NNLO com ajustes de QCD realizados por outros grupos, mostrando em sentido horário, começando do canto superior esquerdo, as funções de densidade dos quarks de valência u e d , do glúon e dos quarks de mar [69].

Os conjuntos de dados utilizados [60] incluem aqueles obtidos nos experimentos NMC [61], BCDMS [62], HERA, CHORUS [63], NuTeV [64], E605 [65], E866 [66], CDF [67] e D0 [68]. A Figura 2.3.1 mostra uma comparação de PDFs obtidas por diferentes grupos, que, de maneira geral, apresentam boa concordância entre si [56, 69, 70, 71].

As PDFs do HERAPDF2.0 foram construídas a partir de dados de seções de choque de espalhamentos inclusivos profundamente inelásticos publicados pelas colaborações H1 e ZEUS no HERA. As PDFs do MMHT2014 e CT10 utilizaram além dos dados do HERA, aqueles obtidos em experimentos do LHC e Tevatron, enquanto que as PDFs NNPDF3.0 utilizam vários conjuntos de dados já citados. A PDF HERAPDF2.0 ajustada aos dados está exibida no gráfico da Figura 2.3.2, onde as seções de choque de espalhamentos ep em corrente neutra medidas em diferentes Q^2 são comparadas com as funções ajustadas, com diversos valores de x sendo utilizados.

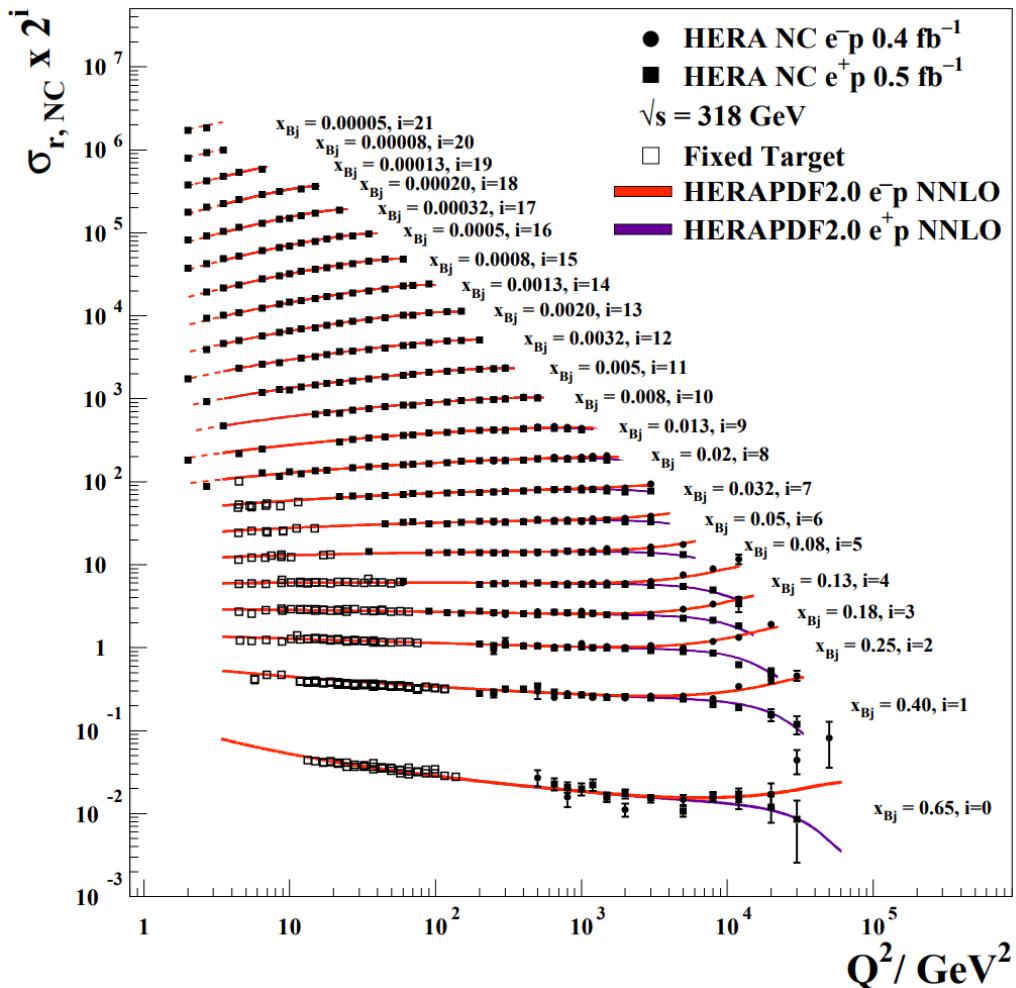


Figura 2.3.2 – Funções de densidade partônica HERAPDF2.0 ajustadas às seções de choque de espalhamentos ep em corrente neutra medidas no HERA em função de Q^2 , com diferentes valores de x de Bjorken. A fim de auxiliar a visualização, para cada valor de x as seções de choque foram multiplicadas por uma determinada potência de 2 [72].

2.4 Processos de Espalhamento Duro em Colisões de Hâdrons

Em discussões que envolvam processos de espalhamento de partículas, é comum que se utilizem os termos *espalhamento macio* e *espalhamento duro*. Estes termos estão diretamente relacionados com a escala de energia em que ocorre o processo, sendo o espalhamento macio menos energético, e o espalhamento duro aqueles que ocorrem em escalas superiores a alguns GeV [73].

A maior parte das colisões hâdron-hâdron realizadas em altas energias resultam apenas em interações macias entre os quarks e glúons. Como α_s possui um alto valor quando a transferência de momentum é pequena, tais interações não podem ser tratadas por meio da QCD perturbativa. No entanto, nas colisões em que ocorrem uma grande troca de momentum perpendicular p_\perp ao eixo de colisão, o processo pode ser descrito

pela QCD de mais baixa ordem. Para um processo duro no nível partônico envolvendo espalhamento quark-antiquark para um estado final Y , a QCD em ordem dominante prevê uma seção de choque da forma

$$\sigma(p(P_1) + p(p_2) \rightarrow Y + X) = \int_0^1 dx_1 \int_0^1 dx_2 \sum_i f_i(x_1) f_{\bar{i}}(x_2) \cdot \sigma(q_i(x_1 P) + \bar{q}_i(x_2 P) \rightarrow Y), \quad (2.4.1)$$

onde X denota o estado final hadrônico e a soma ocorre sobre todos os sabores de quarks e antiquarks.

A Equação (2.4.1) envolve a convolução das funções de distribuição partônicas com um termo correspondente à seção de choque do espalhamento quark-antiquark produzindo um estado Y . Esta é uma abordagem de fatorização colinear [74, 75], onde os feixes de prótons são tratados como coleções de pártons, cujas densidades são conhecidas de experimentos anteriores, e que podem ser utilizadas para novos estudos através das equações de evolução perturbativas de Dokshitzer, Gribov, Lipatov, Altarelli, e Parisi (DGLAP) [76, 77, 78, 79]. As seções de choque de colisões dos pártons são calculadas perturbativamente dados os seus acoplamentos esperados. Desta forma, a fatorização colinear permite que a QCD perturbativa seja sistematicamente aplicada inclusive a fenômenos que não envolvam apenas QCD.

Na fatorização, os pártons em si sofrem uma colisão, com uma seção de choque efetiva denotada pelo termo $\sigma(q_i(x_1 P) + \bar{q}_i(x_2 P) \rightarrow Y)$, que é denominado *coeficiente de espalhamento duro*, ou de *seção de choque de curta distância*. Ele pode ser calculado em potências do acoplamento $\alpha_s(Q)$, que é pequeno para valores altos de Q devido à liberdade assintótica da QCD [80, 81]. A liberdade assintótica é uma das principais características da QCD, segundo a qual o acoplamento efetivo da QCD diminui logaritmicamente, tendendo a zero conforme a escala de energia aumenta e a escala de distância correspondente diminui.

Existem muitas expressões similares à Equação (2.4.1), onde a seção de choque de uma grande variedade de processos é descrita utilizando fatorização, especialmente quando envolve a produção de sistemas eletrofracos de alta massa, como pares de mísions, de bósons W ou Z , ou o bóson de Higgs, ou pela produção de partículas com grande momentum transverso.

2.5 Processos envolvendo o Modelo de Pártons

O comportamento de um **hádron** depende da escala com a qual ele é observado. No nível atômico, um hádron não aparenta possuir qualquer estrutura interna. Já na escala de interação da ordem de magnitude de ≈ 1 GeV, os **hádrons** são compostos por quarks e glúons, os chamados **pártons**. Em experimentos com aceleradores de partículas, lidamos com hádrons movendo-se a altas velocidades, o que difere de uma abordagem com hádrons

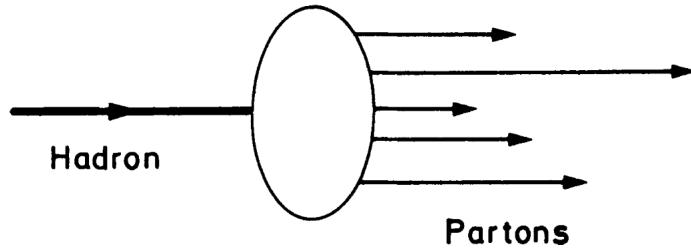


Figura 2.5.1 – Pártons como constituintes de um hádron movendo-se rapidamente [82].

em repouso.

O modelo de pártons foi introduzido a partir do final dos anos 1960 por diversos autores [82], com destaque para: Feynmann (1969 [83], 1972 [84]), Bjorken (1969 [53]), Drell (1971 [85]) e Landshoff (1971 [86, 87]). Em muitas aplicações da QCD, é necessário assumir a validade da descrição dos pártons dos hádrons para fazer a conexão entre teoria e experimento. Duas suposições sobre o modelo de pártons são feitas:

1. Um hádron, movendo-se rapidamente, apresenta o comportamento de um jato de pártons, os quais se movem aproximadamente na mesma direção do hádron que constituem. O 3-momentum do hádron fica distribuído entre seus pártons (Fig. 2.5.1).
2. A seção de choque inelástica lépton-hádron é a soma incoerente da seção de choque elástica individual lépton-párton, sendo estes pártons tratados como livres.

2.5.1 Produção de Par de Múons via processo de Drell-Yan

Neste modelo, pares de múons de grande massa são criados em colisões próton-próton através do subprocesso [88, 89]

$$q + \bar{q} \rightarrow \gamma^* \rightarrow \mu^+ + \mu^-.$$

A seção de choque experimental é expressa em termos dos subprocessos dos pártons (assinalados com acento circunflexo) como

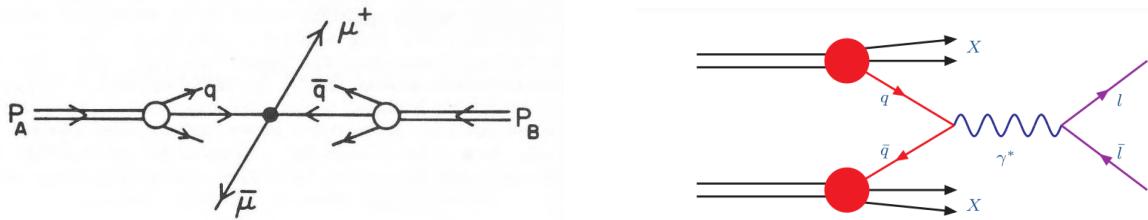
$$d\sigma = G_{p \rightarrow q}(x_a)dx_a G_{p \rightarrow \bar{q}}(x_b)dx_b \hat{\sigma}(q + \bar{q} \rightarrow \gamma^* \rightarrow \mu^+ + \mu^-) \quad (2.5.1)$$

onde $G_{p \rightarrow q}(x_a)dx_a$ é a probabilidade de encontrar um quark com momentum

$$p_q = x_a P_A, \quad (2.5.2)$$

(isto é, o momentum do quark é colinear com o do próton) e $G_{p \rightarrow \bar{q}}(x_b)dx_b$ é a probabilidade de encontrar um antiquark com momentum

$$p_{\bar{q}} = x_b P_B, \quad (2.5.3)$$



(a) Ilustração da colisão do hadrôn A (com momento P_A) com o hadrôn B (com momento P_B) produzindo um par $\mu^+\mu^-$ via aniquilação de quark-antiquark [88].

(b) Ilustração do processo de Drell-Yan: a colisão entre hadrões leva à aniquilação de quark-antiquark e subsequente produção de léptons, através de um fóton virtual.

Figura 2.5.2 – Diagramas ilustrando a produção de pares de léptons em processos de colisão que envolvem interação de quarks.

$(G_{p \rightarrow q}(x_a), G_{p \rightarrow \bar{q}}(x_b)$ estão relacionadas às *Funções de Distribuição Partônica*, ou PDFs, como veremos mais adiante) e P_A, P_B são os momenta dos dois prótons iniciais que colidem, como ilustra a Figura 2.5.2a.

Este é um subprocesso do (mais geral) processo de Drell-Yan, no qual uma colisão de hadrôn permite que seus partos se combinem, havendo produção de léptons, como proposto por S.D. Drell e T.M. Yan em 1970 [36].

Por conveniência, definimos as variáveis adimensionais

$$\tau = \frac{M^2}{s}, \quad \hat{\tau} = \frac{M^2}{\hat{s}} \quad (2.5.4)$$

onde $M^2 = (p_q + p_{\bar{q}})^2$, por conservação de energia, é o quadrado da massa invariante do tanto do par quark-antiquark, quanto do par de múons, e s , uma variável de Mandelstam, é o quadrado da energia externa do centro de massa do próton-próton

$$s = (P_A + P_B)^2 = 2P_{CM}^2 \approx 2P_A \cdot P_B, \quad (2.5.5)$$

onde estamos usando as unidades naturais ($c = \hbar = 1$), e \hat{s} é a energia interna do centro de massa do párton-párton:

$$\hat{s} = (p_q + p_{\bar{q}})^2 \approx 2p_q \cdot p_{\bar{q}} = 2x_a P_A x_b P_B = x_a x_b s, \quad (2.5.6)$$

e utilizamos a aproximação do referencial de momentum infinito, onde assumimos que a energia da massa invariante do próton (ou do párton) é muito pequena perante o produto interno do quadrivector de momentum de um próton (ou párton) com o do outro: $P_A^2 = P_B^2 = 0 \ll P_A \cdot P_B$, e $p_q^2 = p_{\bar{q}}^2 = 0 \ll p_q \cdot p_{\bar{q}}$. De acordo com as Equações (2.5.4), isso equivale a

$$\tau = x_a x_b \hat{\tau}. \quad (2.5.7)$$

Por hipótese, os pártons interagentes movem-se paralelamente aos prótons incidentes, de modo que é desprezível qualquer momento transverso inicial. Isto se insere na consideração

da aproximação do referencial de momentum infinito. O momento longitudinal do par de múons fica

$$P_L = p_q - p_{\bar{q}} \quad (2.5.8)$$

e, por conservação do momento, o par de muon também não possui momento transverso, de forma que sua energia se dá por $E^2 = P_L^2 + M^2$. Além disso, a Equação (2.5.8) sugere que

$$x_L = p_q - p_{\bar{q}}, \quad (2.5.9)$$

onde x_L é o momentum longitudinal, e valem as equivalências

$$x_L \equiv 2P_L/\sqrt{s}, \quad x_E \equiv 2E/\sqrt{s}. \quad (2.5.10)$$

Dadas estas variáveis, a energia do par de muons pode ser escrita como

$$x_L^2 = x_E^2 + 4\tau, \quad (2.5.11)$$

o que será conveniente para calcular a seção de choque para a produção de um par de muons no processo de Drell-Yan, como na seção 2.5.1.2.

2.5.1.1 Diagrama de Feynmann do decaimento de um fóton em um par de muons

Com o objetivo de obter a seção de choque do processo de Drell-Yan, devemos, primeiramente, calcular a amplitude do decaimento de um fóton virtual no par de muons, como no diagrama da Figura 2.5.3. Para esta finalidade, utilizamos as Regras de Feynman e temos que a amplitude \mathcal{M} para este decaimento vale

$$\mathcal{M} = -ig_e \bar{u}(p_2, s_2) \gamma_\mu v(p_1, s_1), \quad (2.5.12)$$

onde p e s são os momenta e os spins dos fermions resultantes, respectivamente, g_e é uma constante de acoplamento relacionada com a carga ($g_e = e$, no caso do elétron, por exemplo), que advém do fator de vértice $-ig_e \gamma_\mu$.

2.5.1.2 Seção de choque para produção de um par de muons

A seção de choque total para a aniquilação de um quark e um anti-quark em um par de muons, $q + \bar{q} \rightarrow \mu^+ + \mu^-$ é dada por

$$\hat{\sigma}(q + \bar{q} \rightarrow \mu^+ \mu^-) \equiv \sigma_0 = \frac{1}{3} \frac{4\pi\alpha^2 e_q^2}{3M^2}, \quad (2.5.13)$$

que é a mesma seção de choque de $e^+e^- \rightarrow \mu^+ \mu^-$, exceto por um fator de cor de $1/3$, e a troca $Q^2 \rightarrow M^2$, onde M é a massa invariante do fóton virtual (mesma do par de muons, e do par quark-antiquark),

$$\hat{s} = M^2, \quad (2.5.14)$$

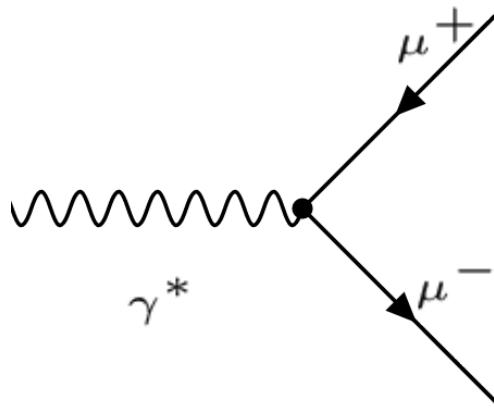


Figura 2.5.3 – Diagrama de Feynman para o decaimento de um fóton virtual em um par de múons.

o que, pela equação (2.5.4), implica em

$$\hat{\tau} = 1 \quad (2.5.15)$$

Como $\hat{\tau} = 1$, x_a e x_b ficam completamente determinados em termos de τ e x_L , tal que:

$$\tau = x_a x_b, \quad \text{e} \quad x_L = x_a - x_b \quad (2.5.16)$$

A Equação (2.5.1) fornece

$$\frac{d\sigma_{DY}}{d\tau dx_L}(s, M^2, x_L) = \frac{4\pi\alpha^2}{9M^2} \frac{1}{(x_a + x_b)} P_{q\bar{q}}(x_a, x_b), \quad (2.5.17)$$

com a função de probabilidade $q\bar{q}$ conjunta dada por

$$P_{q\bar{q}}(x_a, x_b) = \sum_{i=1}^{n_f} e_{qi}^2 [G_{p \rightarrow q_i}(x_a) G_{p \rightarrow \bar{q}_i}(x_b) + G_{p \rightarrow \bar{q}_i}(x_a) G_{p \rightarrow q_i}(x_b)], \quad (2.5.18)$$

onde somamos sobre n_f sabores de quarks. Definimos a rapidez y do par de múons como

$$y \equiv \frac{1}{2} \ln \left(\frac{E + p_L}{E - p_L} \right). \quad (2.5.19)$$

As Equações (2.5.16) implicam em

$$x_a = \frac{1}{2}(x_E + x_L) = \sqrt{\tau} e^y, \quad (2.5.20)$$

$$x_b = \frac{1}{2}(x_E - x_L) = \sqrt{\tau} e^{-y}, \quad (2.5.21)$$

com x_E dado pelas Equações (2.5.10). Dividindo, então, a Equação (2.5.20) pela Equação (2.5.21), obtemos a rapidez do par de múons em função de x_a e x_b :

$$y = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{x_a}{x_b} \right). \quad (2.5.22)$$

Além disso, valem as relações entre as seções de choque diferenciais:

$$\frac{d\sigma}{dy} = x_E \frac{d\sigma}{dx_E} = (x_a + x_b) \frac{d\sigma}{dx_L}, \quad (2.5.23)$$

tal que a seção de choque da Equação (2.5.17) pode ser escrita em termos da rapidez y como:

$$\frac{d\sigma_{DY}}{d\tau dy}(s, M^2, y) = \frac{4\pi\alpha^2}{9M^2} P_{q\bar{q}}(x_a, x_b). \quad (2.5.24)$$

Integrando a Equação (2.5.17) sobre x_L ou a Equação (2.5.24) sobre y fornece

$$\frac{d\sigma_{DY}}{d\tau}(s, M^2) = \frac{4\pi\alpha^2}{9M^2} \int_\tau^1 \frac{dx_a}{x_a} P_{q\bar{q}}(x_a, x_b), \quad (2.5.25)$$

onde a distribuição $P_{q\bar{q}}(x_a, x_b)$ é dada pela Equação (2.5.18). A propósito, como $\tau = x_a x_b$, podemos escrever $x_b = \tau/x_a$, $dy = \ln(x_a^2/\tau)/2 = dx_a/x_a$. Deixando o integrando apenas em função de x_a e de um parâmetro τ :

$$\frac{d\sigma_{DY}}{d\tau} = \frac{4\pi\alpha^2}{9M^2} \int_\tau^1 \frac{dx_a}{x_a} \sum_{i=1}^{n_f} e_{q_i}^2 [G_{p \rightarrow q_i}(x_a) G_{p \rightarrow \bar{q}_i}(\tau/x_a) + G_{p \rightarrow \bar{q}_i}(x_a) G_{p \rightarrow q_i}(\tau/x_a)]. \quad (2.5.26)$$

Se considerarmos que o valor máximo para as frações de momentum x_a e x_b é 1, então, para um dado τ , como $\tau = x_a x_b$, x_a terá seu valor mínimo quando $x_b = 1$; neste caso, $x_a = \tau$. Neste modelo simplificado de párt ons, portanto,

$$M^2 \frac{d\sigma_{DY}}{d\tau}(s, M^2) = F(\tau), \quad (2.5.27)$$

isto é, a seção de choque diferencial depende apenas da variável adimensional $\tau = M^2/s$.

A primeira observação experimental do processo de Drell-Yan foi realizada no ano de 1970 [90] no acelerador *Alternating Gradient Synchrotron* (AGS) localizado no Laboratório Nacional de Brookhaven [91], utilizando colisões próton-urâno. Mais recentemente, a Colaboração ATLAS publicou resultados de medidas da seção de choque diferencial $d\sigma/dm_{\ell\ell}$ da produção de diléptons por este processo, utilizando colisões próton-próton com $\sqrt{s} = 7$ TeV no LHC [37]. As seções de choque medidas foram comparadas com predições teóricas obtidas utilizando as ferramentas Fewz [92] e Powheg [93]. As predições da QCD em NNLO forneceram uma descrição significativamente melhor dos resultados que os cálculos em NLO, exceto quando a última era combinada com um cálculo de *parton shower*. A Figura 2.5.4 mostra uma comparação entre as predições teóricas e os dados medidos. Duas análises são feitas: a primeira, denominada de análise *nominal*, é realizada na região $26 < m_{\ell\ell} < 66$ GeV, utilizando $1,6 \text{ fb}^{-1}$ de dados coletados em 2011, e com o requerimento de momento transverso mínimo do mísion p_T^μ e energia transversa mínima do elétron E_T^e de 12 GeV. Uma segunda medida, denominada análise *estendida*, foi realizada utilizando apenas o canal do mísion, com 35 fb^{-1} de dados coletados em 2011, uma região cinemática maior com $12 < m_{\ell\ell} < 66$ GeV, e com requerimento de momento transverso mínimo do mísion p_T^μ reduzido para 6 GeV.

Claramente o ajuste em NNLO descreve os dados de maneira significativamente melhor que o ajuste em NLO.

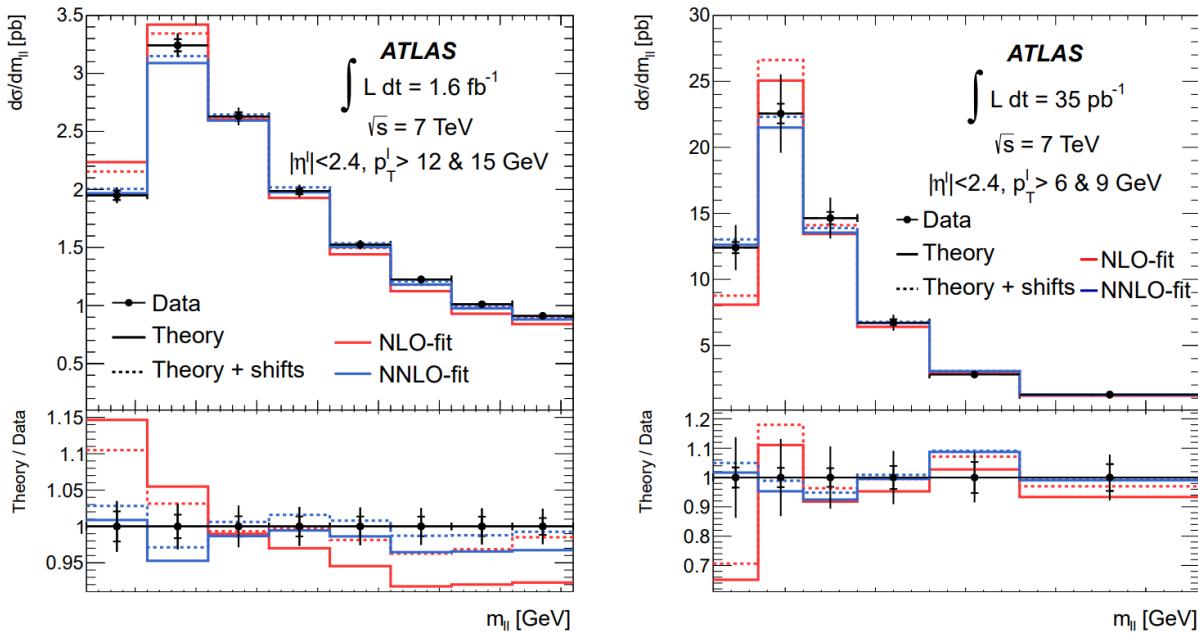


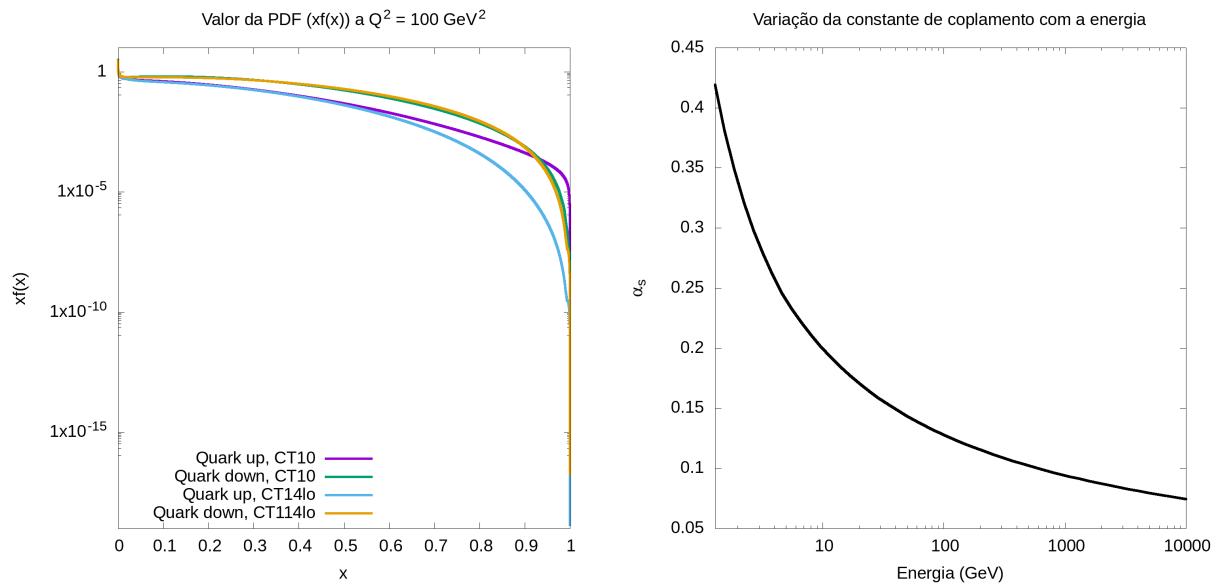
Figura 2.5.4 – Seção de choque diferencial $d\sigma/dm_{\ell\ell}$ do processo $Z/\gamma^* \rightarrow \ell\ell$ ($\ell = e, \mu$) na análise da região nominal (esquerda) e estendida (direita) em função da massa invariante $m_{\ell\ell}$ comparada com os ajustes da QCD em NLO e NNLO [37].

2.6 Estudo do processo Drell-Yan com ferramentas de integração

Para que se possa obter a distribuição da seção de choque diferencial do processo de Drell-Yan a partir da equação (2.5.26), é necessário primeiro conhecer as distribuições de momentum, dadas pelas funções $G_{p \rightarrow q}(x_a)$ e $G_{p \rightarrow \bar{q}}(x_b)$. Embora ainda não se conheça uma forma analítica das distribuições partônicas, podemos usar uma solução fenomenológica, na qual tais funções são parametrizadas a partir dos resultados obtidos de diversos experimentos. Para fazer uso das parametrizações de distribuições partônicas, utilizamos o **LHAPDF**, um interpolador de uso geral escrito em C++, que permite determinar as PDFs a partir de conjuntos de dados discretizados [94].

No sistema do LHAPDF, esses dados são gravados como colunas de números em arquivos *.dat*, contendo valores referentes a fração de momento x carregada pelo párton, valores de energia (em GeV), bem como os números de identificação do párton, seguindo a convenção do Particle Data Group [35]. O LHAPDF denomina como *valor da PDF* a quantidade $x f(x; Q^2)$, que depende tanto da fração de momentum x carregada pelo párton, quanto da escala de energia Q^2 da colisão. A Figura 2.6.1a ilustra alguns valores de PDFs obtidos a partir de diferentes parametrizações.

Também podemos encontrar nos arquivos a relação do acoplamento α_s com a energia, que possui um comportamento logaritmicamente decrescente conforme a energia aumenta, como mostra a Figura 2.6.1b, ilustrando o fenômeno da liberdade assintótica, discutida na seção 2.4.



- (a) Valores de $xf(x)$ para os quarks Up e Down obtidos utilizando a ferramenta LHAPDF a partir de duas parametrizações diferentes: CT10, e CT14lo.
- (b) Valores do acoplamento α_s em função da energia obtidos a partir dos arquivos PDF. O valor do acoplamento aumenta para energias pequenas.

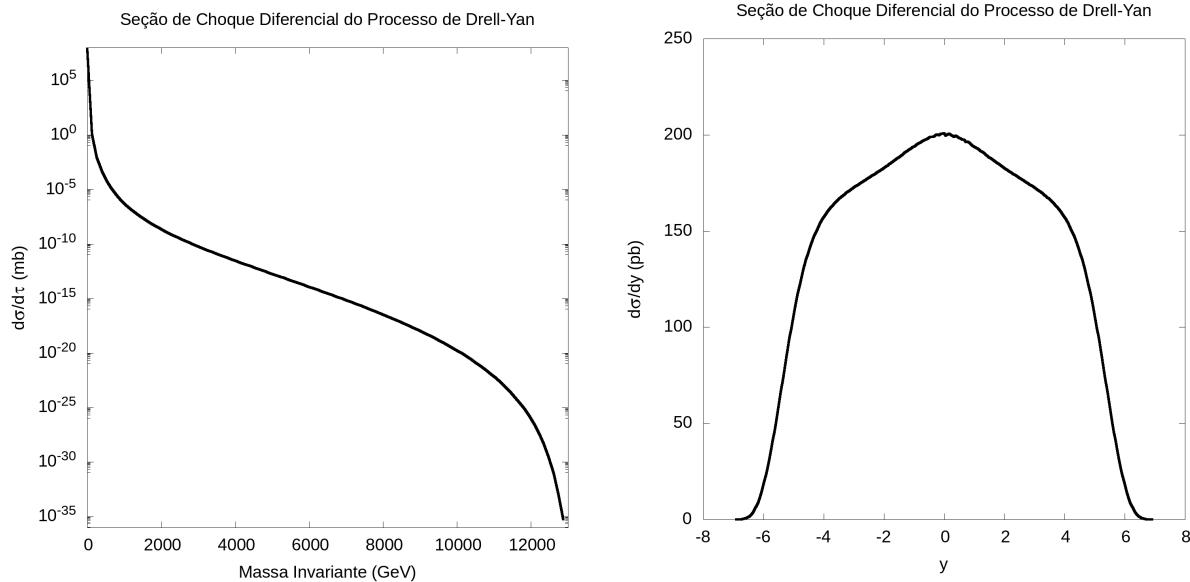
Figura 2.6.1 – Distribuições relevantes para cálculos envolvendo QCD, obtidas utilizando o LHAPDF. À esquerda, distribuições de densidade partônica para os quarks Up e Down, obtida com diferentes parametrizações. À direita, a variação da constante de acoplamento α_s da QCD em função da energia.

Com as informações obtidas através da ferramenta LHAPDF, portanto, torna-se possível realizar cálculos que demandam informação sobre a distribuição das densidades partônicas.

2.6.1 Seção de choque diferencial

Utilizando o LHAPDF para obter as funções partônicas dadas pela parametrização CT14lo [58], a distribuição da seção de choque diferencial de produção de pares de mísulas pelo processo de Drell-Yan em função da variável τ dada pela Equação (2.5.26) foi obtida com a realização de um cálculo numérico utilizando o algoritmo de Monte Carlo VEGAS (descrito no Anexo A.1.6), que otimiza o tempo de computação. A Figura 2.6.2a mostra que a seção de choque decresce rapidamente conforme a massa invariante do par de mísulas $M = \sqrt{\tau/s}$ aumenta.

Outras distribuições da seção de choque deste processo podem ser obtidas a partir da Equação (2.5.26). Em algumas situações, pode ser desejável expressar a seção de choque diferencial em termos da rapidez (Equação (2.5.19)) do par de mísulas. Neste caso, integrando a Equação (2.5.24) em função de M (explicitando a massa $d\tau = dM^2/s =$



(a) Seção de choque diferencial do processo de Drell-Yan $d\sigma(M)/d\tau$ (Eq. (2.5.26)) calculada utilizando o algoritmo VEGAS (Anexo A.1.6), com a parametrização de PDFs CT14lo, $\sqrt{s} = 13$ TeV, e em massas variantes entre 1,3 GeV e 13 TeV.

(b) Seção de choque diferencial do processo de Drell-Yan $d\sigma/dy$ (Eq.(2.6.1)) calculada via algoritmo VEGAS, utilizando a parametrização *NNPDF31_lo_as_0130* [59], com $M_0 = 13$ GeV e $\sqrt{s} = 13$ TeV.

Figura 2.6.2 – Distribuições das seções de choque diferenciais $d\sigma/d\tau$ (à esquerda) e $d\sigma/dy$ (à direita) para o Processo de Drell-Yan.

$2M dM/s$), e usando $x_a = \sqrt{\tau}e^y$ e $x_b = \sqrt{\tau}e^{-y}$, temos:

$$\frac{d\sigma_{DY}}{dy} = \int_{M_0}^{\sqrt{s}} \frac{8\pi\alpha^2}{9Ms} \sum_{i=1}^{n_f} e_{qi}^2 [G_{p \rightarrow q_i}(\sqrt{\tau}e^y)G_{p \rightarrow \bar{q}_i}(\sqrt{\tau}e^{-y}) + G_{p \rightarrow \bar{q}_i}(\sqrt{\tau}e^y)G_{p \rightarrow q_i}(\sqrt{\tau}e^{-y})] dM, \quad (2.6.1)$$

onde M_0 é a massa invariante mínima do par de múons, ou seja, pelo menos $2m_\mu$.

Para calcular a integral numericamente, inicialmente o valor de y deve ser fixado. Este valor deve respeitar os limites da fração de momentum que um párton pode carregar. Assim, $0 \leq \sqrt{\tau}e^y \leq 1$ e $0 \leq \sqrt{\tau}e^{-y} \leq 1$. No caso de $\sqrt{\tau}e^y = 1$, temos $y = -\ln(\sqrt{\tau})$. Este valor é tão maior quanto menor for o valor de τ , mas o valor mínimo de τ é $\tau = (2m_\mu)^2/s$, então $y_{max} = -\ln(2m_\mu/\sqrt{s})$ (ou, então, alguma massa de corte $M_0 > 2m_\mu$, se desejado). Para satisfazer $\sqrt{\tau}e^{-y} \leq 1$, fazemos $y_{min} = -y_{max}$. Além disso, o intervalo de integração deve ter um limite máximo de massa invariante para cada y para que o fator τ multiplicado por e^y ou e^{-y} não exceda 1. Assim, temos a restrição $M \leq \sqrt{s}e^{-|y|}$. Variando o valor de y no intervalo entre y_{min} e y_{max} e integrando em M em cada ponto, obtemos os valores de $d\sigma_{DY}(y)/dy$ exibidos na Figura 2.6.2b.

Também a partir da Equação (2.5.24), pode-se fazer $d\tau = \frac{2M}{s} dM$ e integrar em função da rapidez, de maneira similar à integral da Equação (2.5.26), mas com um termo

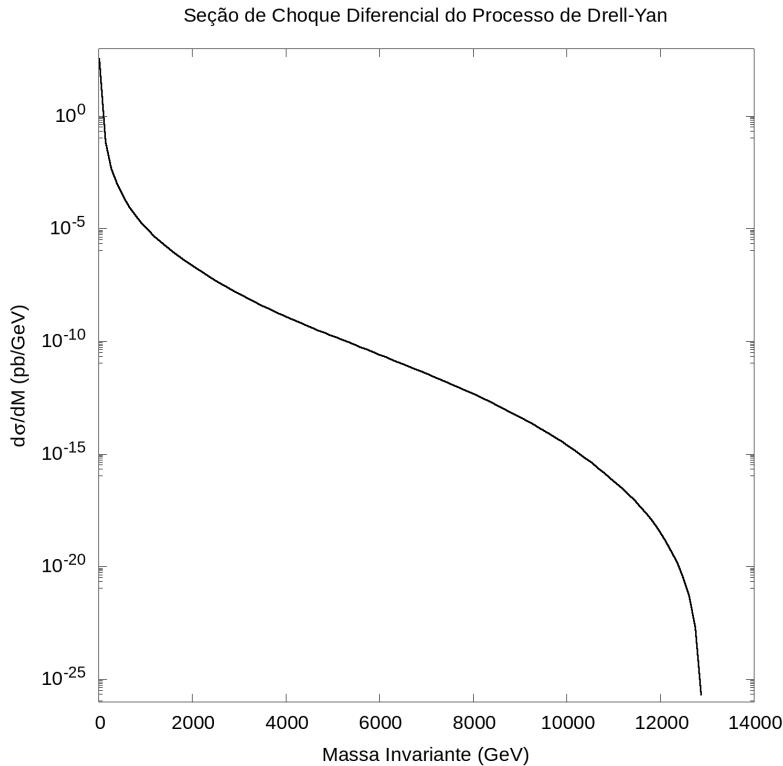


Figura 2.6.3 – Seção de choque diferencial do processo de Drell-Yan $d\sigma/dM$ (Eq. (2.6.3)) calculada via algoritmo VEGAS, utilizando a parametrização CT14lo, com $\sqrt{s} = 13 \text{ TeV}$.

multiplicativo de massa e de s :

$$\frac{d\sigma_{DY}}{d\tau dy}(s, M^2, y) = \frac{4\pi\alpha^2}{9M^2} P_{q\bar{q}}(x_a, x_b) \quad \longrightarrow \quad \frac{d\sigma_{DY}}{dM dy}(s, M, y) = \frac{8\pi\alpha^2}{9Ms} P_{q\bar{q}}(x_a, x_b) \quad (2.6.2)$$

Desta maneira, obtém-se a seção de choque diferencial em termos da massa invariante do par de múons:

$$\frac{d\sigma_{DY}}{dM} = \frac{8\pi\alpha^2}{9sM} \int_\tau^1 \frac{dx_a}{x_a} \sum_{i=1}^{n_f} e_{q_i}^2 [G_{p \rightarrow q_i}(x_a) G_{p \rightarrow \bar{q}_i}(\tau/x_a) + G_{p \rightarrow \bar{q}_i}(x_a) G_{p \rightarrow q_i}(\tau/x_a)]. \quad (2.6.3)$$

Calculando a integral numericamente, obtemos os valores de $\frac{d\sigma_{DY}(M)}{dM}$ exibidos na Figura 2.6.3.

2.6.2 Seção de Choque Total

Ao calcular o valor da seção de choque diferencial pela Equação (2.5.26) para diferentes valores de variáveis como M ou y , podemos utilizar os resultados obtidos para fazer uma estimativa da seção de choque total do processo. Isto pode ser feito de maneira confiável, reproduzindo a ideia empregada nas integrações por Monte Carlo ao calcular o valor médio da função e multiplicar pelo intervalo da função.

Por exemplo, tomando os pontos da seção de choque diferencial em função da rapidez que vemos na Figura 2.6.2b, a seção de choque total resultante vale

$$\sigma_y = 1854 \pm 60 \text{ pb}.$$

Os valores da seção de choque total também podem ser calculados utilizando um método mais refinado, de modo que a variância do resultado, inerente a um método que utiliza números sorteados, seja minimizada. Aplicando, portanto, o algoritmo VEGAS para integrar em y , e em seguida em M , de acordo com a Equação (2.6.3), podemos obter o valor de σ no intervalo desejado. Alternativamente, poderíamos utilizar a integral da Equação (2.5.26).

2.6.3 Geradores de Eventos - e seu Uso para o Cálculo da Seção de Choque

O sucesso desejado em experimentos de colisões de partículas de altas energias, caracterizado pela correta interpretação dos dados e do seu uso para extrair medidas de parâmetros físicos fundamentais, ou para inferir a existência de nova física e estudar as suas propriedades, depende primeiramente da correta modelagem teórica do efeito dessas colisões [95]. As previsões teóricas, que constituem uma parte integral dos experimentos de física de partículas, auxiliam no projeto de detectores e na definição de estratégias experimentais. Para servir a este propósito, qualquer previsão deve ser tão fidedigna quanto possível aos processos que ocorrem em detectores reais.

Uma excelente maneira de se atingir este objetivo é através do uso de algoritmos geradores de eventos, que são empregados para produzir eventos hipotéticos cujas distribuições de grandezas cinemáticas como momento transverso ou pseudo-rapidez seguem a previsão da teoria, isto é, as distribuições nos eventos possuem a frequência que se espera observar na natureza [96]. Além disso, os geradores podem integrar os eventos sobre o espaço de fase para obter a seção de choque total. Para entender como isto é feito, deve-se primeiramente considerar a expressão para a seção de choque diferencial para uma colisão geral hadrôn-hadrôn, dada por

$$\frac{d\sigma}{d\Omega dx_1 dx_2} = \frac{1}{\text{Fluxo}} \sum_{i,j,\dots,n} f_i(x_1, \mu_F) f_j(x_2, \mu_F) \times \overline{\sum} |\mathcal{M}(i, j \rightarrow k, l, \dots, n)|^2. \quad (2.6.4)$$

As funções $f_i(x, \mu_f)$ são as PDFs, que representam a densidade de um párton i com fração de momentum x em uma escala de fatorização μ_F . A primeira soma é sobre todos os pártons contidos nos prótons, enquanto que a segunda soma representa a média e a soma sobre a helicidade e cores. $|\mathcal{M}|^2$ é o quadrado do módulo do elemento de matriz do processo.

O elemento de matriz \mathcal{M} (também chamado de Amplitude, Amplitude de Feynman ou Amplitude de espalhamento invariante) é útil porque permite separar a parte dinâmica

da física que depende dos detalhes da Lagrangiana de interação da parte cinemática, que não possui esta dependência. A partir do elemento de matriz é possível obter a seção de choque do processo correspondente, uma vez que a interpretação do elemento de matriz é que a soma de $|\mathcal{M}|^2$ sobre todos os possíveis estados finais equivale à probabilidade de ocorrência daquele evento de espalhamento. Um gerador de evento a nível partônico deve, portanto, calcular o elemento de matriz para obter a amplitude do espalhamento $|\mathcal{M}|^2$ e convoluir com as distribuições partônicas $f_i(x, \mu_f)$ adequadas. Também deve ser capaz de integrar esta função sobre todo o espaço de fase para obter a seção de choque total, bem como fornecer eventos não-ponderados (*unweighted events*) de acordo com a distribuição diferencial.

Os elementos de matriz para processos de espalhamento duro podem apenas ser calculados utilizando uma expansão perturbativa em potências da constante de acoplamento forte $\alpha_s(\mu_R)$, que é pequena em escalas de altas energias, em uma escala de renormalização μ_R . A expansão é organizada em termos de diagramas de Feynman, o que permite obter resultados consistentes e invariantes de calibre. No entanto, para que se possa utilizar um número finito de termos, a expansão perturbativa precisa ser truncada em alguma ordem de $\alpha_s(\mu_R)$, o que acaba introduzindo uma incerteza intrínseca nas previsões de seção de choque.

Apesar de que a princípio o método para calcular o elemento de matriz a nível de árvore já seja conhecido há muito tempo, a tarefa é dificultada pela necessidade de somar grandes números de diagramas de Feynman, bem como pela enorme variedade de processos distintos, incluindo processos além do MP. Por conta disso, historicamente diversas ferramentas foram desenvolvidas para lidar com essas complexidades.

Para poder modularizar a geração de eventos, diversos programas de Monte Carlo utilizados em física de altas energias e programas para o cálculo do elemento matriz mantém os dados relevantes em arquivos LHE (*Les Houches Event*), um formato geral utilizado para armazenar informações sobre processos e eventos, principalmente os resultados de geradores de eventos em nível partônico para que sejam então utilizados em geradores de propósito geral [97, 98].

2.6.3.1 MadGraph 5

Dentre os geradores de eventos mais empregados para o estudo da física de partículas de altas energias, e que, em particular, foi amplamente empregado ao longo deste trabalho, está o MadGraph 5. Este é um *software* de código aberto escrito na linguagem Python que possui uma estrutura de desenvolvimento colaborativa [45]. O programa é uma ferramenta capaz de gerar elementos de matrizes para processos de Física de Altas Energias ao nível de árvore para qualquer modelo baseado em uma Lagrangiana - seja renormalizável, ou efetiva - implementado utilizando *FeynRules* através da interface *UFO*, através do pacote

ALOHA [99].

O usuário deve inicialmente selecionar um processo em termos das partículas dos estados final e inicial, podendo também especificar critérios como as cadeias de decaimentos que levam às partículas finais, ressonâncias do canal S forçadas ou proibidas, ou partículas internas excluídas. O MadGraph, então, gera todos os diagramas de Feynman para aquele processo e fornece ao computador o código necessário para determinar o elemento de matriz em um dado ponto do espaço de fase. O cálculo do elemento de matriz é realizado utilizando chamadas para as amplitudes e funções de onda de helicidade, como implementado primeiramente no pacote HELAS [100]. O MadGraph também produz gravuras dos diagramas de Feynman do processo em questão. O código produzido pelo MadGraph pode então ser utilizado para calcular a seção de choque ou larguras de decaimento, bem como geração de eventos.

2.6.3.1.1 HELAS

HELAS (*HELicity Amplitudes Subroutines*) é um conjunto de sub-rotinas em **FORTRAN77** que permitem calcular as amplitudes de helicidade de um diagrama de Feynman arbitrário utilizando sequências simples de chamadas [100]. As seções de choque correspondentes podem, então, ser calculadas ao vincular as amplitudes calculadas pelo HELAS a algum programa que gere o quadri-momentum e helicidades das partículas externas. Para cada ponto do espaço de fase e para cada combinação de helicidade, o programa deve calcular a amplitude de helicidade utilizando chamadas para o pacote HELAS. Em seguida, deve tomar o quadrado das amplitudes e somar sobre o espaço de fase e todas as possibilidades de amplitude.

2.6.3.1.2 ALOHA

O ALOHA é um programa que automaticamente escreve a biblioteca HELAS correspondente às regras de Feynman de qualquer Lagrangiana em teoria quântica de campos [99]. O seu código é escrito em **Python** e produz, para um dado modelo fornecido através do *Universal FeynRules Output (UFO)*, o conjunto completo de rotinas, funções de onda e amplitudes que são necessárias para obter os diagramas de Feynman em LO bem como em ordens maiores.

A habilidade do ALOHA de criar automaticamente as rotinas necessárias para calcular os elementos de matriz associados a qualquer modelo é muito útil para trabalhar com geradores de eventos. Em particular, o pacote ALOHA representou um grande benefício para o MadGraph 5, que até sua implementação ficava limitado à geração de amplitudes que possuíam as mesmas estruturas de Lorentz que o MP, o que dificultava o seu uso para o estudo de processos envolvendo novas partículas ou interações. A habilidade de gerar

todas as rotinas de helicidade necessárias facilita para o usuário explorar novos modelos utilizando o MadGraph 5.

2.6.4 Resultados Gerais para a Seção de Choque Total Do Processo de Drell-Yan

Os valores da seção de choque total, calculados integrando em M a Equação (2.6.3), encontram-se na Tabela abaixo, onde os resultados estão divididos em diferentes regiões de massa invariante para que se possa melhor comparar com aqueles obtidos pelo MadGraph 5:

Região	VEGAS (pb)	MadGraph (pb)
13 - 30 GeV	1620 ± 5	2356 ± 1
30 - 800 GeV	$240,9 \pm 0,6$	$327,0 \pm 0,2$
800 - 2000 GeV	$(6380 \pm 2) \times 10^{-6}$	$(7521 \pm 4) \times 10^{-6}$
2000 - 13000 GeV	$(7386 \pm 5) \times 10^{-8}$	$(8977 \pm 5) \times 10^{-8}$
13 - 13000 GeV	1837 ± 44	2683 ± 1

As diferenças entre as seções de choque obtidas a partir da integração da Equação (2.6.3) e as obtidas pelo MadGraph 5 devem-se à simplicidade do modelo utilizado, que não considera, por exemplo, diferenças entre escalas de energia.

2.6.5 Teste de Escala

Segundo a Equação (2.5.27), a seção de choque não possui dependência com a escala de energia com que o ocorre o processo. Isto pode ser visto mais facilmente utilizando uma simplificação cinemática, que ocorre quando o par de mísseis possui momentum longitudinal nulo, isto é, $x_L = x_a - x_b = 0$:

$$x_a = x_b = \sqrt{\tau} \quad (2.6.5)$$

$$y = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{x_a}{x_b} \right) = 0 = x_L. \quad (2.6.6)$$

A partir da Equação (2.5.17), fazendo $d\tau = 2MdM/s$, obtém-se

$$\frac{d^2\sigma}{dMdx_L} = \frac{8\pi\alpha^2}{9Ms} \frac{1}{(x_a + x_b)} P_{q\bar{q}}(x_a, x_b), \quad (2.6.7)$$

e impondo $x_L = y = 0$:

$$\left. \frac{d^2\sigma}{dMdx_L} \right|_{y=0} = \frac{8\pi\alpha^2}{9Ms} \frac{1}{2\sqrt{\tau}} P_{q\bar{q}}(\sqrt{\tau}, \sqrt{\tau}), \quad (2.6.8)$$

então,

$$M^3 \left. \frac{d^2\sigma}{dMdx_L} \right|_{y=0} = \frac{4}{9}\pi\alpha^2 \sqrt{\tau} P_{q\bar{q}}(\sqrt{\tau}, \sqrt{\tau}) = \mathcal{F}(\sqrt{\tau}). \quad (2.6.9)$$

Por um lado, as parametrizações de distribuições partônicas costumam variar em função da escala de energia com que ocorrem as colisões. Por outro lado, claramente a expressão para a seção de choque diferencial dada pela Equação (2.6.9) depende apenas de $\sqrt{\tau}$. Isto permite verificar se as seções de choque variam com a energia \sqrt{s} utilizada, isto é, permite que se realize um teste de escala.

Um teste deste tipo foi realizado por I.R. Kenyon [89], onde diferentes dados referentes à produção de dimúons devido a colisões de prótons foram utilizados para obter a distribuição de $M^3 \frac{d^2\sigma}{dMdx_L} \Big|_{y=0}$ em função de $\sqrt{\tau}$. O teste comparou as seções de choque obtidas experimentalmente por Antreasyan [101] com as obtidas pela Colaboração CFS [102]. As energias dos experimentos utilizados ficavam entre $\sqrt{s} = 23,8$ GeV e $\sqrt{s} = 62$ GeV. Naquele caso, a evidência sugeria que a hipótese da escala estava satisfeita, dentro dos limites de incerteza experimental. Ao tentar reproduzir as distribuições deste teste utilizando a Equação (2.6.9) com $x_L = 0$ e a parametrização CT14lo (que possui dependência em Q^2), obtemos as curvas exibidas na Figura 2.6.4a, onde os extremos de energia $\sqrt{s} = 23,8$ GeV e $\sqrt{s} = 62$ GeV foram utilizados.

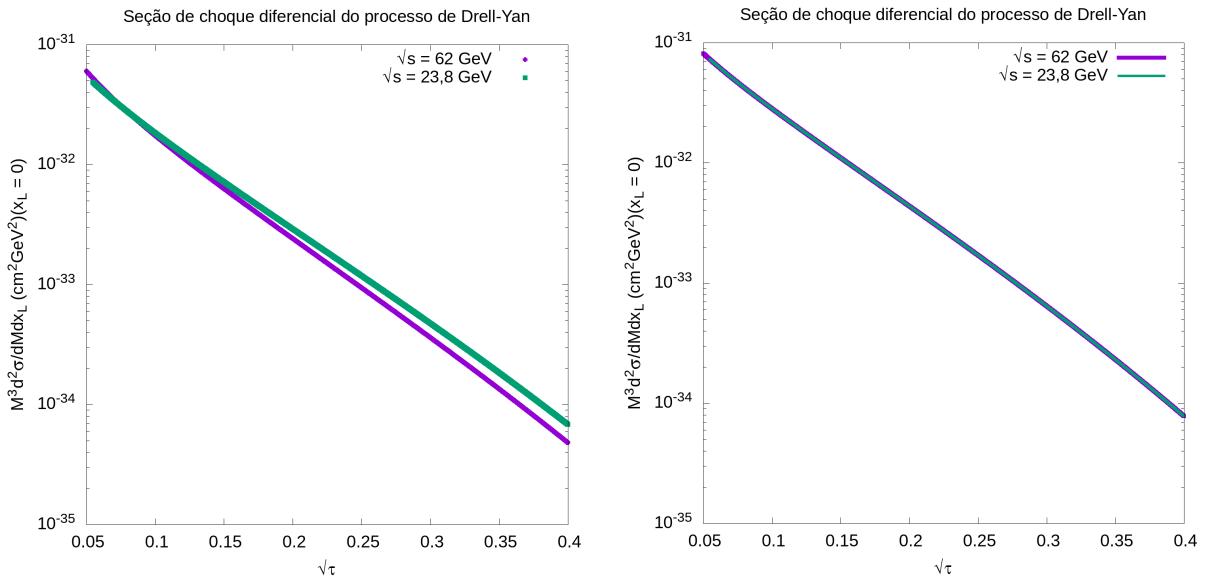
Observa-se uma pequena, porém não desprezível diferença entre as distribuições, demonstrando que as seções de choque possuem, na verdade, uma dependência em Q^2 . Este resultado era esperado, uma vez que a própria parametrização CT14lo utilizada possui esta dependência. No entanto, este não era o caso com as funções partônicas utilizadas na época do teste de escala original. As PDFs eram mais simples e possuíam dependência apenas em x .

As funções de densidade de pártons do próton, obtidas usando dados de experimentos com produção de pares de múons da Colaboração CFS [102] e EPI de neutrinos da Colaboração CDHS [103], compiladas por Matthiae [104] são as seguintes:

$$\begin{aligned} u(x) &= 2,200(1-x)^{2,8}x^{-0,49} \\ d(x) &= 1,247(1-x)^{3,8}x^{-0,49} \\ \bar{u}(x) &= 0,536 \frac{(1-x)^{10,28}}{x} \\ \bar{d}(x) &= 0,536 \frac{(1-x)^{7,77}}{x} \\ s(x) = \bar{s}(x) &= [\bar{u}(x) + \bar{d}(x)] / 4 = 0,134 \frac{(1-x)^{7,77} [1 + (1-x)^{2,51}]}{x} \end{aligned} \quad (2.6.10)$$

Estas funções variam apenas com x , respeitando a escala de Bjorken [53]. Utilizando-as para calcular a distribuição de $M^3 d^2\sigma/dMdx_L|_{y=0}$ e com as mesmas energias empregadas na Figura 2.6.4a obtemos os resultados apresentados na Figura 2.6.4b, onde a concordância desejada é alcançada, reproduzindo os resultados de Kenyon.

Por fim, foi realizado um teste de escala mais amplo, utilizando a parametrização



- (a) Utilizando a parametrização CT14lo, vemos uma pequena variação em \sqrt{s} com as energias selecionadas.
- (b) Utilizando a parametrização que se baseia nos dados das colaborações CFS e CDHS, não há variação desta distribuição em função de \sqrt{s} . As linhas correspondentes às energias $\sqrt{s} = 23,8 \text{ GeV}$ e $\sqrt{s} = 62 \text{ GeV}$ se sobrepõem.

Figura 2.6.4 – Testes de escala ilustrando que a seção de choque dada pela Equação (2.5.27) não possui dependência com a escala de energia do processo apenas quando supomos que as distribuições partônicas também não possuem esta dependência.

CT14lo para obter a distribuição dada pela Equação (2.6.9), com valores de energia de centro de massa \sqrt{s} entre 7 e 100 TeV. Nas distribuições obtidas desta maneira é possível observar uma clara variação à medida em que a escala de energia aumenta, conforme exibido na Figura 2.6.5, mostrando que a hipótese da escala não é satisfeita.

2.7 Produção Central Exclusiva

De maneira geral, os processos envolvendo colisões de hadrons podem ser divididos em dois tipos: exclusivo e inclusivo. Na produção exclusiva, a cinemática de todas as partículas de estado final é completamente reconstruída. Por outro lado, na produção inclusiva apenas uma ou até duas das partículas produzidas são detectadas, e então realiza-se uma soma sobre todos os possíveis estados finais das partículas espalhadas [105, 54]. A *produção central exclusiva* é um processo onde os hadrons incidentes interagem entre si dando origem a um objeto massivo X na região central da distribuição de rapidez. Este é um processo de troca no canal t e o valor absoluto do quadri-momentum transferido, $|t|$, segue uma distribuição aproximadamente exponencialmente decrescente. O portador desta troca no canal t deve ser neutro em carga, cor e sabor. No MP, as únicas trocas no canal t

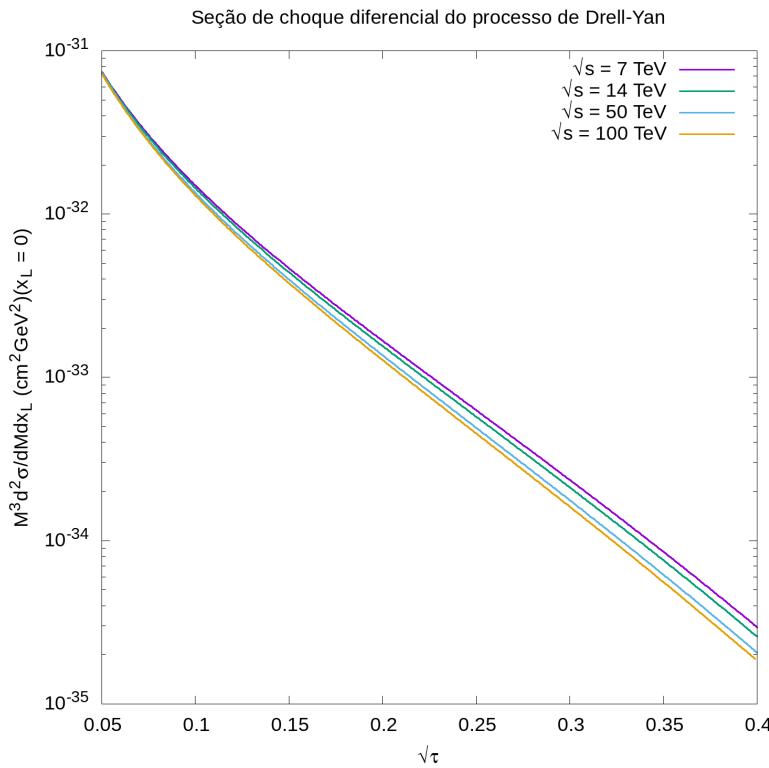


Figura 2.6.5 – Teste de escala utilizando a parametrização CT14lo com energias de centro de massa \sqrt{s} entre 7 e 100 TeV. A dependência com a escala de energia se torna clara.

permitidas são realizadas por fótons γ , bósons Z ou glúons g (considerando que a cor seja neutralizada na troca).

Em eventos exclusivos, ocorrem regiões vazias na distribuição de pseudo-rapidez chamadas de lacunas de rapidez, separando o próton muito frontal (*forward*) intacto do objeto massivo central (por exemplo, dijatos) [54]. Nestas lacunas, há uma ausência de produção de partículas primárias. Tais processos são representados por:

$$p + p \rightarrow p \oplus X \oplus p, \quad (2.7.1)$$

onde \oplus indica lacunas de rapidez adjacentes ao estado X .

A ocorrência de processos exclusivos se deve à interação subjacente entre glúons ou entre dois fótons, que são denominadas como *QCD* e *QED*, respectivamente. O nome "exclusivo" ocorre devido à ausência de partículas produzidas além dos *leading* prótons e do objeto central. Se um ou ambos os prótons se dissociam em sistemas difrativos frontais, o processo é chamado de produção semiexclusiva [106]. No caso dos eventos inclusivos, as lacunas de rapidez também ocorrem. Neste caso, no entanto, também ocorrem partículas macias acompanhando a produção de um objeto difrativo duro, e as lacunas de rapidez são, portanto, menores em geral que no caso exclusivo. Processos deste tipo envolvem a troca de um ou mais pomerons perturbativos [107], cujas estruturas são descritas pelas

PDFs.

Nos eventos (semi)exclusivos centrais, a cinemática do sistema do dilépton pode ser utilizada para determinar o momentum do próton após a colisão e, por consequência, a fração de momentum perdida ξ [108]:

$$\xi \equiv \Delta p/p. \quad (2.7.2)$$

No caso em que a colisão dá origem a um par de léptons apenas, o valor da fração de momentum perdida ξ pelo próton espalhado pode ser estimado a partir dos léptons como:

$$\xi(\ell^+ \ell^-) = \frac{1}{\sqrt{s}} \left[p_T(\ell^+) e^{\pm \eta(\ell^+)} + p_T(\ell^-) e^{\pm \eta(\ell^-)} \right], \quad (2.7.3)$$

onde as duas soluções para $\pm \eta$ correspondem aos prótons movendo-se nas direções $\pm z$. A medida direta da fração de momentum perdida em detectores frontais permite a sua comparação com as medidas indiretas de ξ , permitindo o uso desta informação para a eliminação de parte do *background*. Um aspecto importante dos processos de produção exclusiva central é que a massa invariante do estado X , denotada por M_X , pode ser obtida a partir da fração de momentum perdida ξ_1, ξ_2 dos prótons espalhados através de

$$M_X = M_{WW} \sim \sqrt{\xi_1 \xi_2 s}. \quad (2.7.4)$$

Conforme a discussão da seção 4.4.1, a seção de choque dos processos difrativos que dão origem aos prótons de *background* possuem uma dependência em $1/M^2$. Comparando com a Equação (2.7.4), isto significa que a seção de choque é inversamente proporcional à fração de momentum perdido ξ dos prótons, o que é um fator importante a se considerar no tratamento e eliminação do *background*.

A produção central exclusiva oferece uma oportunidade única de estudar diversos aspectos da física de partículas, como sinais de nova física por meio da produção anômala de pares de bósons W e Z , produção de jatos de alto momentum transverso p_T e a possibilidade de produção de novas ressonâncias [40], que podem ser observados em condições experimentais límpidas, graça à ausência de resíduos de prótons. A detecção dos prótons no estado final permite determinar por completo a cinemática do sistema central, de forma que os estados finais no detector central nos quais a cinemática corresponde a dos prótons podem ser selecionados e precisamente reconstruídos.

2.8 A Aproximação do Fóton Equivalente

Como trataremos de produção central exclusiva envolvendo interações via QED, cabe introduzir a abordagem usual da literatura para este tipo de processo. O campo produzido por uma partícula carregada movendo-se rapidamente é similar a uma radiação eletromagnética [27]. Esta ideia é atribuída a Fermi [109], que relacionou a energia perdida

via ionização com a absorção de raios X por átomos. Esta similaridade entre os campos da partícula relativística carregada e campos de um pulso de radiação é o conceito que embasa a Aproximação do Fóton Equivalente, ou *Equivalent Photon Approximation* (EPA), também conhecida como *método de Weizsäcker-Williams* [110, 111, 112], ou ainda *método dos quanta virtuais* [113]. Este tipo de radiação pode ser interpretado como um fluxo de fótons virtuais distribuído com uma densidade $n(\omega)$ em um espectro de frequências.

É comum em discussões semi-clássicas sobre o método de Weizsäcker-Williams utilizar a linguagem de parâmetros de impactos ao invés de transferências de momentum, embora as duas abordagens estejam interligadas devido ao princípio de incerteza pela relação

$$b \sim \frac{\hbar}{Q} \quad (2.8.1)$$

Com o limite superior de transferência de momentum dado pelo *bremssstrahlung*, o parâmetro de impacto mínimo para a produção de radiação é

$$b_{\min} \approx \frac{\hbar}{Q_{\max}} \approx \frac{\hbar}{2Mv}, \quad (2.8.2)$$

onde M é a massa da partícula carregada movendo-se com velocidade v . Os campos elétricos e magnéticos produzidos por uma partícula de carga q movendo-se com velocidade $v \approx c$, ao passar por um sistema perturbado S com parâmetro de impacto b são dados por [113, 114]:

$$\begin{aligned} E_2(t) &= q \frac{\gamma b}{(b^2 + \gamma^2 v^2 t^2)^{3/2}} \\ B_3(t) &= \beta E_2(t) \\ E_1(t) &= -q \frac{\gamma v t}{(b^2 + \gamma^2 v^2 t^2)^{3/2}}, \end{aligned} \quad (2.8.3)$$

onde $\beta = v/c$ e $\gamma = 1/\sqrt{1 - \beta^2}$. Para $\beta \approx 1$ os campos $E_2(t)$ e $B_3(t)$ comportam-se de maneira completamente equivalente a um pulso de radiação polarizada P_1 incidente em S na direção x_1 , conforme a Figura 2.8.1. Um outro pulso de radiação P_2 é emitido na direção x_2 pelo campo elétrico $E_1(t)$, que não está acompanhado por um campo magnético. A intensidade do pulso P_2 , no entanto, decresce com um fator γ^{-2} e, portanto, é de pouca importância para partículas ultrarrelativísticas.

O conhecimento do espectro de radiação equivalente permite o cálculo dos efeitos de interação entre um determinado alvo com os fótons virtuais. Desta maneira, por exemplo, a seção de choque $\sigma(pp \xrightarrow{\gamma} pXp)$ de um dado processo onde dois fótons quase-reais (com baixa virtualidade $Q^2 = -q^2$) em uma colisão elástica próton-próton produzem um objeto X (como ilustra a Figura 2.8.2), pode ser obtida a partir da seção de choque de fotoprodução por fótons livres σ_γ utilizando o método de Weizsäcker-Williams. Assim, a relação entre processos de colisão de partículas relativísticas carregadas e os efeitos de radiação ficam estabelecidos por meio da integração da seção de choque de fotoprodução sobre o espectro

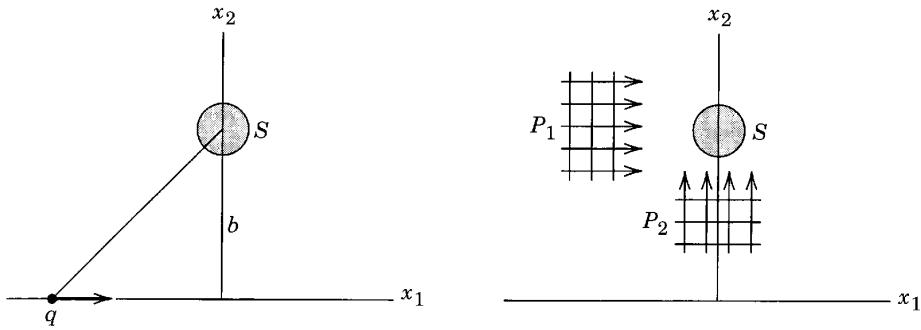


Figura 2.8.1 – Uma partícula relativística de carga q move-se na direção x_1 , passando pelo sistema perturbado S com parâmetro de impacto b . Os campos $E_2(t)$ e $B_3(t)$ (Equação (2.8.3)) produzidos podem ser representados por um pulso de radiação P_1 [113].

de fótons virtuais. No caso de $\sigma(pp \xrightarrow{\gamma\gamma} pXp)$, isto implica em uma fatorização convoluindo a seção de choque $\sigma(\gamma\gamma \rightarrow X)$ com os espectros de fótons equivalentes oriundos dos dois prótons:

$$\sigma(pp \xrightarrow{\gamma\gamma} pXp) = \int d\omega_1 d\omega_2 \frac{f_\gamma(\omega_1)}{\omega_1} \frac{f_\gamma(\omega_2)}{\omega_2} \sigma(\gamma\gamma \rightarrow X), \quad (2.8.4)$$

onde ω_1 e ω_2 são as energias dos dois fótons e $f_\gamma(\omega)$ representa o fluxo de fótons com energia ω emitido pelos prótons.

Este processo, portanto, está relacionado com a fotoabsorção do próton. No entanto, como o fóton que interage com o sistema perturbado é virtual, a sua massa não está na casca de massa, bem como não está transversalmente polarizado. A aproximação do fóton equivalente consiste em ignorar estas duas divergências com relação à fotoabsorção real [27]. A principal vantagem da EPA consiste, portanto, do fato de que basta conhecer a seção de choque de fotoabsorção apenas na casca de massa.

A EPA fornece uma abordagem adequada para descrever processos envolvendo troca de fótons com feixes de prótons, como ocorre no LHC [112]. Por este motivo, é comum encontrar na literatura expressões para o espectro de fótons escritas em termos dos fatores de forma do próton, e que são funções tanto da energia do fóton ω quanto da sua virtualidade Q^2 . Os fótons quase-reais (com baixa virtualidade $Q^2 = -q^2$) são emitidos pelos prótons incidentes da colisão, produzindo um objeto X no processo $pp \rightarrow pXp$ através da interação de dois fótons $\gamma\gamma \rightarrow X$ [112, 115]. No referencial de laboratório, a versão da mecânica quântica do espectro do fluxo de fótons equivalentes com virtualidade Q^2 e energia ω produzido por um próton é proporcional à constante de estrutura fina α é dado por [27]:

$$dn = \frac{\alpha}{\pi} \frac{d\omega}{E} \frac{dQ^2}{Q^2} \left[\left(1 - \frac{\omega}{E}\right) \left(1 - \frac{Q_{\min}^2}{Q^2}\right) F_E + \frac{\omega^2}{2E^2} F_M \right], \quad (2.8.5)$$

onde E é a energia do próton incidente de massa m_p incidente, $Q_{\min}^2 \equiv m_p^2 \omega^2 / [E(E - \omega)]$

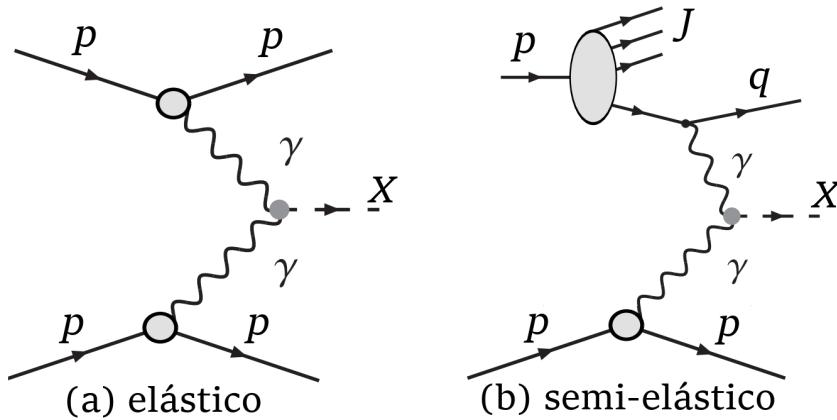


Figura 2.8.2 – Diagramas de Feynman para a colisão de dois fótons provenientes de feixes de prótons produzindo um objeto X . No caso elástico (a), os dois fótons são emitidos coerentemente e ambos os prótons sobrevivem à colisão. Já no caso semielástico (b), o fóton de um dos prótons é emitido por um quark, com este próton rompendo-se subsequentemente. Adaptado de [116].

é a virtualidade mínima do próton permitida pela cinemática e F_E e F_M são funções dos fatores de forma elétrico G_E e magnético G_M , que na aproximação de dipolo valem

$$F_M = G_M^2, \quad F_E = (4m_p^2 G_E^2 + Q^2 G_M^2) / (4m_p^2 + Q^2), \quad G_E^2 = G_M^2 / \mu_p^2 = (1 + Q^2/Q_0^2)^{-4}, \quad (2.8.6)$$

O momentum magnético do próton é $\mu_p^2 = 7,78$ e $Q_0^2 = 0,71$ GeV² é um parâmetro de ajuste de escala. Conforme a virtualidade Q^2 aumenta, o valor dos fatores de forma eletromagnéticos diminuem rapidamente. Por este motivo, a seção de choque de dois fótons pode ser fatorizada em um subelemento de matriz e dois fluxos de fótons.

A Equação (2.8.5) pode ser integrada em Q^2 para obter uma expressão de espectro de fótons que dependa apenas de ω . Neste caso, o espectro do fluxo de fóton equivalente produzido é dado por:

$$f_\gamma(\omega) = E \frac{dn(\omega)}{d\omega} = \frac{\alpha}{\pi\omega} (E - \omega) \left[\varphi \left(\frac{Q_{\max}^2}{Q_0^2} \right) - \varphi \left(\frac{Q_{\min}^2}{Q_0^2} \right) \right], \quad (2.8.7)$$

onde

$$\begin{aligned} \varphi(x) = & (1 + ay) \left[-\ln(1 + x^{-1}) + \sum_{k=1}^3 \frac{1}{k(1+x)^k} \right] - \frac{(1-b)y}{4x(1+x)^3} \\ & + c \left(1 + \frac{1}{4}y \right) \left[\ln \left(\frac{1+x-b}{1+x} \right) + \sum_{k=1}^3 \frac{b^k}{k(1+x)^k} \right], \end{aligned} \quad (2.8.8)$$

e os valores de y_i , a , b e c são

$$\begin{aligned} y &= \frac{\omega^2}{E(E - \omega)}; & a &= \frac{1}{4}(1 + \mu_p^2) + \frac{4m_p^2}{q_0^2} \approx 7,16; \\ b &= 1 - \frac{4m_p^2}{q_0^2} \approx -3,96; & c &= \frac{\mu_p^2 - 1}{b^4} \approx 0,028 \end{aligned} \quad (2.8.9)$$

Esta expressão de fluxo de fótons é utilizada por padrão pelo MadGraph 5 em sua geração de eventos envolvendo colisão fóton-fóton provenientes de prótons com alta energia [116].

A abordagem teórica do EPA está bem estabelecido e os processos de colisão de dois fótons podem ser descritos com alto grau de acurácia. Com o conhecimento preciso do estado inicial dos dois fótons, tais processos se tornam excelentes candidatos para estudos de física além do MP. Em particular, isto permite um estudo rigoroso de acoplamentos anômalos triplos e quârticos de bósons de calibre, além de fornecer uma medida complementar da produção de bósons de calibre do MP [115].

3 Teoria Efetiva para Acoplamentos Quânticos Anômalos

Neste capítulo serão abordados brevemente os mecanismos de interação e produção de partículas no setor eletrofraco, para em seguida apresentar a estratégia modelo-independente baseada em teoria de campo efetivo para determinar possíveis desvios do MP neste setor com ênfase nos acoplamentos quânticos anômalos e suas propriedades. Ao final, também é dada atenção à necessidade da implementação de um fator de forma para garantir a preservação da unitariedade da Matriz S. Caso contrário, a Lagrangiana efetiva poderia levar a resultados não-físicos.

3.1 Princípios da Teoria Eletrofraca

Glashow propôs a unificação eletrofraca em 1961 [117], retratando as interações fracas como mediadas por partículas muito massivas. No entanto, ainda restava explicar o motivo que levava aos bósons massivos enquanto o fóton não possui massa. Weinberg e Salam [46, 118] solucionaram esta questão em 1967 através do Mecanismo de Higgs, que unifica interações entre as forças fraca e eletromagnética ao mesmo tempo que concede massa para os mediadores da força fraca, os bósons W e Z , enquanto o portador da força eletromagnética, o fóton, não possui massa. Portanto, embora este trabalho não irá se aprofundar neste assunto, por não ser o seu foco, este mecanismo possui um papel importante na teoria eletrofraca.

A unificação da teoria eletrofraca foi realizada por meio da introdução de dois campos vetoriais: um consistindo de um triplete de isospin A_μ^i , ($i = 1, 2, 3$), e um outro singuleto B_μ . Através do Mecanismo de Higgs, estes campos vetoriais levarão aos bósons W^+ , W^- , Z^0 e γ :

$$W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} (A_\mu^1 \mp i A_\mu^2), \quad (3.1.1)$$

O campo W_μ descreve um bóson W de carga negativa se aproximando, ou um bóson de carga positiva se afastando. Os acoplamentos g e g' valem, em termos do ângulo de mistura, também chamada *ângulo de Weinberg* θ_W :

$$e = g \sin \theta_W = g' \cos \theta_W, \quad (3.1.2)$$

tal que

$$\tan \theta_W = \frac{g'}{g}. \quad (3.1.3)$$

Também é comum expressar:

$$\operatorname{sen} \theta_W = \frac{g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}}, \quad \cos \theta_W = \frac{g}{\sqrt{g^2 + g'^2}}, \quad (3.1.4)$$

Assim, a carga elétrica elementar está ligada aos acoplamentos g e g' por

$$e = \frac{gg'}{\sqrt{g^2 + g'^2}}, \quad \text{ou} \quad \frac{1}{e^2} = \frac{1}{g^2} + \frac{1}{g'^2}. \quad (3.1.5)$$

Já a constante de acoplamento de Fermi G , por sua vez, é dada por

$$\frac{G}{\sqrt{2}} = \frac{g^2}{8M_W^2} = \frac{e^2}{8M_W^2 \operatorname{sen}^2 \theta_W}. \quad (3.1.6)$$

A Teoria Eletrofraca utilizou uma analogia à teoria de Yukawa, que descrevia a interação forte no interior de um nucleon que consistia em um doubleto (p, n). Nesta teoria, o campo do nucleon é dado por um isospinor Ψ , enquanto que um campo de píons é descrito em termos do isovetor Φ :

$$\Psi = \begin{pmatrix} \psi_p \\ \psi_n \end{pmatrix}, \quad \Phi = \begin{pmatrix} \phi_{\pi^+} \\ \phi_{\pi^0} \\ \phi_{\pi^-} \end{pmatrix} \quad (3.1.7)$$

3.1.1 Interações por correntes

Uma característica importante da teoria eletrofraca é que os fatores de vértice são comumente dados por espinores quirais das partículas, denominados corrente fraca. Os espinores quirais absorvem a matriz $(1 - \gamma_5)$ no espinor da partícula [2]:

$$u_L(p) \equiv \frac{(1 - \gamma_5)}{2} u(p). \quad (3.1.8)$$

Os processos fracos são descritos pelas correntes neutras e carregadas compostas por um tripleto de correntes de isospin fraco $\mathbf{j}_\mu = (j_\mu^1, j_\mu^2, j_\mu^3)$, tal que:

$$\mathbf{j}_\mu^i = \frac{1}{2} \bar{\chi}_L \gamma_\mu \tau \chi_L, \quad (3.1.9)$$

onde τ denota as matrizes de Pauli e χ_L são doubletos de mão esquerda:

$$\chi_L \equiv \begin{pmatrix} \psi_{\nu_e} \\ \psi_e \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \psi_{\nu_\mu} \\ \psi_\mu \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \psi_{\nu_\tau} \\ \psi_\tau \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \psi_u \\ \psi'_d \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \psi_c \\ \psi'_s \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \psi_t \\ \psi'_b \end{pmatrix}_L. \quad (3.1.10)$$

Assim, temos as seguintes correntes de isospin fraco:

$$j_\mu^1 = \frac{1}{2} \bar{\chi}_L \gamma_\mu \tau^1 \chi_L = \frac{1}{2} \bar{\chi}_L \gamma_\mu \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \chi_L \quad (3.1.11)$$

$$j_\mu^2 = \frac{1}{2} \bar{\chi}_L \gamma_\mu \tau^2 \chi_L = \frac{1}{2} \bar{\chi}_L \gamma_\mu \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ i & 0 \end{pmatrix} \chi_L \quad (3.1.12)$$

$$j_\mu^3 = \frac{1}{2} \bar{\chi}_L \gamma_\mu \tau^3 \chi_L = \frac{1}{2} \bar{\chi}_L \gamma_\mu \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \chi_L \quad (3.1.13)$$

A partir deste triplete de correntes de isospin fraco, temos as correntes carregadas

$$j_\mu^\pm = j_\mu^1 \pm i j_\mu^2 \quad (3.1.14)$$

enquanto j_μ^3 corresponde a uma corrente neutra. Além disso, temos a corrente de hipercarga fraca, dada por

$$j_\mu^Y = 2j_\mu^{\text{em}} - 2j_\mu^3, \quad (3.1.15)$$

com

$$j_\mu^{\text{em}} = \sum_{i=1}^2 Q_i (\bar{u}_L \gamma_\mu u_{iL} + \bar{u}_{iR} \gamma_\mu u_{iR}), \quad (3.1.16)$$

onde a soma ocorre sobre as partículas no doubleto, com a carga elétrica Q_i .

3.1.2 Corrente Neutra

No caso do elétron e , a corrente neutra é dada por

$$\begin{aligned} J_0^{(e)\alpha} &= 2\sqrt{2} \left[\cos \theta_W \bar{L}_e \gamma^\alpha \hat{T}_3 L_e + \frac{g'}{g} \sin \theta_W \left(\frac{1}{2} \bar{L}_e \gamma^\alpha L_e + \bar{R}_e \gamma^\alpha R_e \right) \right] \\ &= (\sqrt{2} \cos \theta_W)^{-1} [\bar{\psi}_{\nu_e} \gamma^\alpha (1 - \gamma_5) \psi_{\nu_e} - \bar{\psi}_e \gamma^\alpha (g'_V - g'_A \gamma_5) \psi_e], \end{aligned} \quad (3.1.17)$$

onde $g'_A = 1$ e $g'_V = 1 - 4 \sin^2 \theta_W$ e L_e denota um doubleto de léptons de mão esquerda:

$$L_e = \frac{1 - \gamma_5}{2} \begin{pmatrix} \psi_{\nu_e} \\ \psi_e \end{pmatrix}, \quad (3.1.18)$$

enquanto que R_e denota um singlet de léptons carregados de mão direita, onde não ocorrem os neutrinos:

$$R_e = \frac{1 + \gamma_5}{2} \psi_e. \quad (3.1.19)$$

3.1.3 Corrente Eletromagnética

A corrente eletromagnética existe apenas para os léptons carregados ($e, \mu\tau$). Em particular, para o elétron escrevemos:

$$\begin{aligned} J_{\text{EM}(e)\alpha} &= \bar{\psi}_e \gamma^\alpha \psi_e = \frac{1}{2} \bar{\psi}_e \gamma^\alpha (1 - \gamma_5) \psi_e + \frac{1}{2} \bar{\psi}_e \gamma^\alpha (1 + \gamma_5) \psi_e \\ &= \bar{\psi}_e \frac{1 + \gamma_5}{2} \gamma^\alpha \frac{1 - \gamma_5}{2} \psi_e + \bar{\psi}_e \frac{1 - \gamma_5}{2} \gamma^\alpha \frac{1 + \gamma_5}{2} \psi_e \\ &= \bar{L}_e \gamma^\alpha \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} L_e + \bar{R}_e \gamma^\alpha R_e \\ &= \bar{L}_e \gamma^\alpha \frac{1}{2} L_e + \bar{R}_e \gamma^\alpha R_e - \bar{L}_e \gamma^\alpha \hat{T}_3 L_e, \end{aligned} \quad (3.1.20)$$

Os dois primeiros termos da equação acima são correntes associadas ao isosingleto B_μ , enquanto que o último termo corresponde a uma corrente associada ao isotripleto \mathbf{A}_μ . O fóton físico real não acopla com a corrente eletromagnética e, por este motivo, o campo de fótons A_μ é representado por uma mistura dos campos B_μ e A_μ^3 :

$$A_\mu = \cos \theta_W B_\mu + \sin \theta_W A_\mu^3, \quad (3.1.21)$$

onde θ_W é o ângulo de mistura, denominado de Weinberg. A combinação ortogonal a A_μ fornece o bóson Z^0 :

$$Z_\mu = -\sin \theta_W B_\mu + \cos \theta_W A_\mu^3. \quad (3.1.22)$$

3.1.4 Lagrangiana do Modelo Padrão para as Interações Eletrofracas

A Lagrangiana de Glashow-Salam-Weinberg que descreve as interações eletromagnética e fraca dos léptons (omitindo a constante $\frac{1}{4}h\Lambda^4$ do setor de Higgs) é dada por [119]:

$$L_{SW} = L_{SW}^{(2)} + \sum_\ell L_{SW,\ell}^{(3L)} + L_{SW}^{(3B)} + L_{SW}^{(4B)} + L_{SW}^{(H)}, \quad (3.1.23)$$

onde $L_{SW}^{(2)}$ descreve a parte dos campos de bóson livre e de léptons; $L_{SW,\ell}^{(3L)}$ representa o acoplamento entre léptons da geração $\ell = e, \mu, \tau$ e os bósons W^\pm e Z^0 ; $L_{SW}^{(3B)}$ e $L_{SW}^{(4B)}$ são os termos de terceira e quarta ordem dos campos bosônicos descrevendo seus auto acoplamentos; e $L_{SW}^{(H)}$ contém todos os termos do campo de Higgs que não estão contidos nos termos de massa.

Especificamente, o termo de campos livres para os bósons vetoriais, fótons e léptons é dado por:

$$\begin{aligned} L_{SW}^{(2)} = & -\frac{1}{2} (\partial_\mu W_\nu^+ - \partial_\nu W_\mu^+) (\partial^\mu W^{(-)\nu} - \partial^\nu W^{(-)\mu}) + M_W^2 W_\mu^+ W^{(-)\mu} \\ & -\frac{1}{4} (\partial_\mu Z_\nu - \partial_\nu Z_\mu) (\partial^\mu Z^\nu - \partial^\nu Z^\mu) + \frac{1}{2} M_Z^2 Z_\mu Z^\mu \\ & -\frac{1}{4} (\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu) (\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu) \\ & + \sum_{\ell=e,\mu,\tau} \left[\bar{\psi}_{\nu_\ell} i\gamma^\mu \partial_\mu \frac{1-\gamma_5}{2} \psi_{\nu_\ell} + \bar{\psi}_\ell (i\gamma^\mu \partial_\mu - m_\ell) \psi_\ell \right]. \end{aligned} \quad (3.1.24)$$

O termo de interação entre lépton e bóson é dado por:

$$\begin{aligned} L_{SW,\ell}^{(3L)} = & \frac{g}{2\sqrt{2}} [\bar{\psi}_\ell \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \psi_{\nu_\ell} W_\mu^- + \bar{\psi}_{\nu_\ell} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \psi_\ell W_\mu^+] \\ & + \frac{g}{4 \cos \theta} [\bar{\psi}_{\nu_\ell} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \psi_{\nu_\ell} - \bar{\psi}_\ell \gamma^\mu (1 - 4 \sin^2 \theta - \gamma_5) \psi_\ell] Z_\mu \\ & - e \bar{\psi}_\ell \gamma^\mu \psi_\ell A_\mu. \end{aligned} \quad (3.1.25)$$

O termo de terceira ordem de interações dos campos dos bósons vetoriais é dado por:

$$\begin{aligned} L_{SW}^{(3B)} = & ig \cos \theta [(\partial_\mu W_\nu^- - \partial_\nu W_\mu^-) W^{(+)\mu} Z^\nu - (\partial_\mu W_\nu^+ - \partial_\nu W_\mu^+) W^{(-)\mu} Z^\nu] \\ & - ie (\partial_\mu W_\nu^- - \partial_\nu W_\mu^-) W^{(+)\mu} A^\nu + ie (\partial_\mu W_\nu^+ - \partial_\nu W_\mu^+) W^{(-)\mu} A^\nu \\ & + ig \cos \theta (\partial_\mu Z_\nu - \partial_\nu Z_\mu) W^{(+)\mu} W^{(-)\nu} \\ & - ie (\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu) W^{(+)\mu} W^{(-)\nu}. \end{aligned} \quad (3.1.26)$$

O termo de quarta ordem de interações dos campos dos bósons vetoriais é dado por:

$$\begin{aligned} L_{SW}^{(4B)} = & -g^2 \cos^2 \theta (W_\mu^+ W^{(-)\mu} Z_\nu Z^\nu - W_\mu^+ W_\nu^- Z^\mu Z^\nu) \\ & - e^2 (W_\mu^+ W^{(-)\mu} A_\nu A^\nu - W_\mu^{(+)} W_\nu^{(-)} A^\mu A^\nu) \\ & + eg \cos \theta (2W_\mu^+ W^{(-)\mu} Z_\nu A^\nu - W_\mu^{(+)} W_\nu^{(-)} Z^\mu A^\nu - W_\mu^+ W_\nu^- Z^\nu A^\mu) \\ & g^2 (W_\mu^+ W^{(-)\mu} W_\nu^+ W^{(-)\nu} - W_\mu^- W^{(-)\mu} W_\nu^+ W^{(+)\nu}) \end{aligned} \quad (3.1.27)$$

E o termo do setor de Higgs, por sua vez, é dado por:

$$\begin{aligned} L_{SW}^{(H)} = & \frac{1}{2} (\partial_\mu \chi) (\partial^\mu \chi) - h \lambda^2 \chi^2 \\ & + \frac{1}{4} g^2 [W_\mu^+ W^{(-)\mu} + (2 \cos \theta)^{-1} Z_\mu Z^\mu] (2\lambda \chi + \chi^2) - h \chi^2 \left(\lambda \chi + \frac{1}{4} \chi^2 \right) \\ & - \sum_\ell f_\ell \bar{\psi}_\ell \psi_\ell \chi. \end{aligned} \quad (3.1.28)$$

As constantes de acoplamento seguem as seguintes relações:

$$e = g \sin \theta, \quad \frac{G}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2\lambda^2} = \frac{g^2}{8M_W^2}, \quad (3.1.29)$$

e as seguintes relações são válidas para as massas:

$$M_W = \frac{g\lambda}{2} = \frac{e}{\sqrt{G}\sqrt{2} \cdot 2 \sin \theta}, \quad M_Z = \frac{M_W}{\cos \theta}, \quad m_\ell = f_\ell \lambda. \quad (3.1.30)$$

A teoria eletrofraca obteve sua confirmação experimental com a descoberta dos bósons W e Z em 1983, pelas colaborações UA1 e UA2, utilizando o Super Síncrotron próton-antiproton $SppS$ no CERN, resultando no Prêmio Nobel de Física de 1984 [120], bem como a descoberta do bóson de Higgs em 2012 no LHC [121], quase 50 anos após ter sua existência postulada.

3.2 Lagrangianas Efetivas

Para explorar possíveis desvios do MP, este estudo optou por uma abordagem modelo-independente, baseada em Lagrangianas efetivas [21, 22, 24]. Este é um tratamento de teoria de campo efetivo, onde uma teoria completa para todos os fenômenos físicos subjacentes pode ser substituída, em uma primeira aproximação, por uma que se aproveita

das diferentes escalas de energia com que diferentes fenômenos ocorrem para desconsiderar as contribuições acima de uma determinada escala Λ , podendo ser reintroduzidas por teoria de perturbação [20].

Neste caso, a Lagrangiana que descreve os processos físicos observados nos experimentos em colisões de partículas é dada por uma generalização da Lagrangiana do MP - que possui dimensão 4 em massa, com uma série construída com operadores de dimensão cada vez maior, suprimidos por potências cada vez maiores de uma determinada massa elevada Λ , que podem representar a massa de uma partícula ou um limiar semelhante a partir do qual a nova física irá se manifestar [122]. Neste tipo de teoria efetiva, assume-se que as extensões para o MP envolvam partículas massivas, com massas superiores ao valor esperado do vácuo que configura a escala dos estados do MP [123]. No caso de novas interações quânticas de bósons de calibre a nível de árvore, por exemplo, isto poderia ocorrer por meio da troca de um bóson massivo entre pares de bósons vetoriais [124, 34]. No caso de acoplamentos trilineares, este efeito ocorre apenas a nível de laço [21], sendo portanto suprimido com relação ao quântico.

$$\mathcal{L}_{eff} = \mathcal{L}_{MP} + \mathcal{L}_{NR} \quad (3.2.1)$$

$$\mathcal{L}_{NR} = \frac{1}{\Lambda} \sum_i \alpha_i^{(5)} O^{(5)} + \frac{1}{\Lambda^2} \sum_i \alpha_i^{(6)} O^{(6)} + \dots \quad (3.2.2)$$

onde Λ é a escala de massa na qual a *nova física* poderia se manifestar, O^n são operadores locais de dimensão n , $\alpha_i^{(n)}$ são os acoplamentos (ou coeficientes de Wilson) e \mathcal{L}_{NR} são os termos não-renormalizáveis.

Cada termo na série é um operador efetivo construído a partir dos campos do MP e simétrico com relação ao grupo $SU(3)_c \otimes SU(2)_I \otimes U(1)_Y$. Ou seja, pressupõe-se que o MP é uma descrição completa para física em baixas energias. Caso houvesse qualquer outro campo de baixa massa (próximas ao do MP), elas precisariam ser incluídas no conjunto de campos do qual os operadores efetivos são construídos. Em geral, diferentes teorias irão produzir os mesmos operadores, diferindo apenas em fatores numéricos e nos valores das constantes de acoplamento (também chamadas de coeficientes de Wilson) associados a cada operador [21].

Os valores das constantes de acoplamento efetivas deverão, então, ser determinados experimentalmente. A física em altas energias que destoa das previsões do MP se manifesta como parte dos operadores efetivos de dimensões maiores. Caso seja observado qualquer desvio das previsões, isto implica que alguma constante de acoplamento efetiva possui valor não-nulo, e o respectivo operador deve ser adicionado à Lagrangiana do MP. Denotando a soma do produto dos operadores de dimensão k com seus respectivos acoplamentos por $\sum_i \alpha_i^{(k)} O^{(k)} = \mathcal{L}_k$, temos $\mathcal{L}_{NR} = \frac{1}{\Lambda} \mathcal{L}_5 + \frac{1}{\Lambda^2} \mathcal{L}_6 + \dots$. O termo \mathcal{L}_5 não pode ser construído utilizando apenas férnions ou apenas campos escalares devido a questões dimensionais, e

porque escalares são dubletos [22]. Uma consequência disso é que operadores de dimensão ímpar não contribuem para interações entre bósons vetoriais.

Ao impor a conservação dos números bariônico e leptônico, o próximo termo a ser considerado é o \mathcal{L}_6 . Portanto, qualquer interação entre bósons vetoriais que não esteja contida no MP aparecerá como um operador de dimensão-6 ou maior. Consideram-se inicialmente os operadores de dimensão-6 e, tipicamente, desprezam-se os operadores de dimensão-8 ou maior. Uma lista geral dos operadores é apresentada nas Referências [22, 24] com os operadores relevantes para o caso dos acoplamentos quârticos anômalos listados na Referência [10].

3.3 Acoplamentos Anômalos de Bósons de Calibre

Além dos acoplamentos trilineares WWZ e $WW\gamma$, a natureza não-abeliana do MP prevê que os bósons de calibre (γ , W e Z) possam interagir entre si através de acoplamentos quârticos. Quatro de tais interações são permitidas pelo MP: $WWWW$, $WWZZ$, $WWZ\gamma$ e $WW\gamma\gamma$. As outras combinações de bósons não são permitidas por questões de simetria [32]. Os casos envolvendo os bósons W e γ , como nos diagramas da Figura 3.3.2, são representados na Lagrangiana do MP pelos seguintes termos para o acoplamento quârtico $WW\gamma\gamma$ e trilinear $WW\gamma$ [125, 31]:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}^{WW\gamma} &= -ie(\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu) W^{+\mu} W^{-\nu} \\ \mathcal{L}^{WW\gamma\gamma} &= -e^2 (W_\mu^+ W^{-\mu} A_\nu A^\nu - W_\mu^+ W_\nu^- A^\mu A^\nu),\end{aligned}\tag{3.3.1}$$

onde A^μ é o campo do fóton e W^μ é o campo do bóson W .

É importante que se analise de maneira independente os acoplamentos trilineares e quârticos dos bósons de calibre, uma vez que diferentes extensões do MP possuem diferentes impactos em cada vértice [124], de forma que os acoplamentos quârticos podem desviar dos valores do MP, enquanto que os acoplamentos trilineares permanecem os mesmos. Além disso, conceitualmente os acoplamentos trilineares e quârticos permitem testar aspectos diferentes do setor eletrofraco. Historicamente, o interesse em acoplamentos trilineares deveu-se à possibilidade de testar a estrutura de calibre não-abeliano, onde desvios do MP podem ser resultados de partículas pesadas em laços nos diagramas de Feynman [32, 126]. Por outro lado, antes da descoberta do bóson de Higgs, a busca por acoplamentos quârticos anômalos era também motivada como forma de testar o setor eletrofraco e a quebra espontânea de simetria, o que, tendo em vista modelos sem o bóson de Higgs, poderia sinalizar nova física neste setor do MP [124, 34].

Os acoplamentos trilineares de bósons de calibre foram amplamente analisados no LEP, Tevatron e também no LHC. Atualmente, sabe-se que eles estão de acordo com o MP, dentro de uma margem de alguns pontos percentuais [10], de forma que possíveis

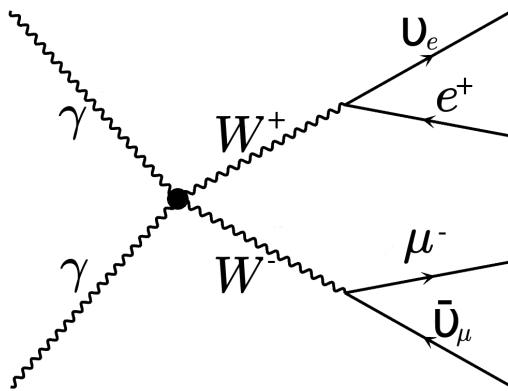


Figura 3.3.1 – Diagrama de Feynman do acoplamento anômalo $\gamma\gamma WW$. Adaptado de MadGraph [45].

melhorias na sensibilidade experimental aos acoplamentos anômalos são maiores no caso quârtico do que no trilinear [34].

Do ponto de vista fenomenológico, acoplamentos quârticos anômalos são interações de contato que podem ser a manifestação de uma troca de partículas pesadas [124, 34]. No MP, existem ao menos 3 acoplamentos quârticos, que envolvem necessariamente pelo menos um par de bósons carregados W : $W^+W^-W^+W^-$, W^+W^-ZZ e $W^+W^-\gamma\gamma$. Com relação aos demais bósons de calibre, os vértices quârticos $\gamma\gamma ZZ$ e $\gamma\gamma\gamma Z$ só são produzidos a nível de laço no MP [127, 128], enquanto que o $ZZZZ$ não está presente no MP, mas aparece a nível de árvore via troca com bóson de Higgs [32].

O processo $\gamma\gamma \rightarrow W^+W^-$, ocorrendo em ordem dominante, é particularmente apropriado para buscar física além do MP. Isto porque o LHC permite produzir colisões $\gamma\gamma$ com alta energia de centro de massa. Além disso, a presença de acoplamentos anômalos entre os bósons resultaria em um espectro de $p_T(WW)$ mais pronunciado em regiões de grande momentum quando comparado ao *background* [31]. Tais desvios do que se espera pelo MP podem ser quantificados através de acoplamentos de calibre quârticos anômalos (aQGC) de operadores de dimensão 6 ou 8. Este acoplamento é ilustrado pelo diagrama da Figura 3.3.1. No caso do MP, o processo $\gamma\gamma \rightarrow WW \rightarrow \mu^\pm e^\mp$ possui os diagramas ilustrados na Figura 3.3.2. O diagrama à esquerda fornece o acoplamento quârtico $\gamma\gamma WW$, enquanto que os demais diagramas apresentam o acoplamento trilinear γW^+W^- .

Em 2021 a colaboração ATLAS analisou 139 fb^{-1} de dados obtidos em colisões próton-próton no LHC, com energia de centro de massa $\sqrt{s} = 13 \text{ TeV}$, coletados durante os anos de 2015 a 2018 [129]. O objetivo era observar a produção de pares de bósons W por meio da colisão de fótons, $\gamma\gamma \rightarrow W^+W^-$, em que o processo do sinal ocorria através de $pp(\gamma\gamma) \rightarrow p^{(*)}W^+W^-p^{(*)}$, onde $p^{(*)}$ indica que o próton no estado final permaneceu intacto ou fragmentou-se emitindo um fóton. Considerou-se o decaimento leptônico em que os léptons possuem sabores distintos, $W^+W^- \rightarrow e^\pm \nu \mu^\mp \nu$, a fim de descartar o *background*

de demais processos induzidos por fótons, como o $\gamma\gamma\ell^+\ell^-$. Isto corresponde aos diagramas da Figura 3.3.2. A seção de choque do processo foi medida em um espaço de fase fiducial próximo da aceitação experimental, obtendo-se $\sigma_{\text{medida}} = 3,13 \pm 0,31$ (estat.) $\pm 0,28$ (sist.) fb. Isto permite rejeitar a hipótese de apenas *background* com uma significância de 8,4 desvios padrão e o resultado está de acordo com as previsões teóricas do MP, que resultam em $\sigma_{\text{teórico}} = 2,34 \pm 0,27$ fb. Nesta análise não foi utilizada *proton tagging* para reduzir o *background* e a seção de choque obtida pode ser utilizada em estudos de teorias de campos efetivos.

3.4 Lagrangiana Efetiva de Acoplamentos Quárticos Anômalos e sua Implementação

Operadores quârticos podem ser associados a acoplamentos trilineares ou podem ser genuinamente quârticos. Os operadores de menor dimensão que modificam as interações quârticas de bósons, sem exibir vértices com dois ou três bósons de calibre fraco, são de dimensão 8 [130]. Estes são denominados *acoplamentos quârticos genuínos*, pois não possuem nenhum acoplamento trilinear associado a eles. No entanto, a maioria das análises realizadas pelas colaborações LEP, D0 e LHC que buscam por sinais de acoplamentos quârticos de bósons de calibre envolvendo vértices com dois fótons utilizam o seguinte termo de Lagrangiana efetiva [10, 126], que possui dimensão 6:

$$\mathcal{L}_6^{\text{eff}} = -\frac{\alpha_{\text{em}}\pi}{2} \frac{a_0^W}{\Lambda^2} \mathcal{Q}_{\gamma W,1}^{\partial=2} - \frac{\alpha_{\text{em}}\pi}{2} \frac{a_c^W}{\Lambda^2} \mathcal{Q}_{\gamma W,2}^{\partial=2} - \frac{\alpha_{\text{em}}\pi}{2c_w^2} \frac{a_0^Z}{\Lambda^2} \mathcal{Q}_{\gamma Z,1}^{\partial=2} - \frac{\alpha_{\text{em}}\pi}{2c_w^2} \frac{a_c^Z}{\Lambda^2} \mathcal{Q}_{\gamma Z,2}^{\partial=2}, \quad (3.4.1)$$

onde

$$\begin{aligned} \mathcal{Q}_{\gamma W,1}^{\partial=2} &= F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} W^{+\alpha} W_\alpha^-, & \mathcal{Q}_{\gamma W,2}^{\partial=2} &= F_{\mu\nu} F^{\mu\alpha} W^{+\nu} W_\alpha^-, \\ \mathcal{Q}_{\gamma Z,1}^{\partial=2} &= F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} Z^\alpha Z_\alpha, & \mathcal{Q}_{\gamma Z,2}^{\partial=2} &= F_{\mu\nu} F^{\mu\alpha} Z^\nu Z_\alpha. \end{aligned} \quad (3.4.2)$$

No *framework* de invariância de calibre eletrofraco linearmente realizado, temos acoplamentos quârticos de calibre contendo dois fótons em que, na notação da Equação (3.4.1),

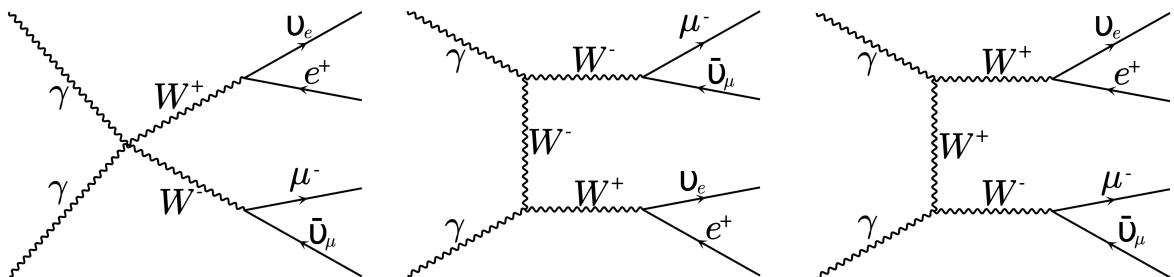


Figura 3.3.2 – Diagramas de Feynman do processo $\gamma\gamma \rightarrow WW \rightarrow \mu^\pm e^\mp$ no MP. Adaptado de MadGraph [45].

ocorrem as seguintes relações de operadores:

$$\begin{aligned} a_0^W &= -\frac{M_W^2}{\pi\alpha_{\text{em}}} \left[s_w^2 \frac{f_{M,0}}{\Lambda^2} + 2c_w^2 \frac{f_{M,2}}{\Lambda^2} + s_w c_w \frac{f_{M,4}}{\Lambda^2} \right], \\ a_c^W &= -\frac{M_W^2}{\pi\alpha_{\text{em}}} \left[-s_w^2 \frac{f_{M,1}}{\Lambda^2} - c_w^2 \frac{f_{M,3}}{\Lambda^2} + 2s_w c_w \frac{f_{M,5}}{\Lambda^2} + \frac{s_w^2}{2} \frac{f_{M,7}}{\Lambda^2} \right], \\ a_0^Z &= -\frac{M_W^2 c_w^2}{\pi\alpha_{\text{em}}} \left[\frac{s_w^2}{2c_w^2} \frac{f_{M,0}}{\Lambda^2} + \frac{f_{M,2}}{\Lambda^2} - \frac{s_w}{2c_w} \frac{f_{M,4}}{\Lambda^2} \right], \\ a_c^Z &= -\frac{M_W^2 c_w^2}{\pi\alpha_{\text{em}}} \left[-\frac{s_w^2}{2c_w^2} \frac{f_{M,1}}{\Lambda^2} - \frac{1}{2} \frac{f_{M,3}}{\Lambda^2} - \frac{s_w}{c_w} \frac{f_{M,5}}{\Lambda^2} + \frac{s_w^2}{4c_w^2} \frac{f_{M,7}}{\Lambda^2} \right], \end{aligned} \quad (3.4.3)$$

onde s_w e c_w correspondem, respectivamente, ao seno e cosseno do ângulo de mistura fraco (ângulo de Weinberg), θ_w , dado que $\tan(\theta_w) = g'/g$.

No *MadGraph* a implementação de modelos baseados em lagrangianas efetivas, como o da Equação (3.4.1), ocorre através do *FeynRules*, um pacote baseado em *Mathematica* que se dedica à elaboração de modelos de física de partículas, dados na forma de uma lista de campos, parâmetros e uma Lagrangiana para ferramentas utilizadas na física de altas energias [131]. É empregado para calcular as regras de Feynman subjacentes, com o resultado sendo utilizado por vários programas como *CalcHep*, *FeynArts*, *Sherpa* e *Whizard*, além do *MadGraph*. O algoritmo do *FeynRules*, baseado no formalismo de quantização canônico, é adequado não apenas para teorias renormalizáveis, como também para a determinação das regras de Feynman em teorias efetivas envolvendo operadores de dimensões maiores, o que torna o pacote uma ferramenta muito útil para desenvolver modelos que contenham o MP como uma teoria efetiva de baixa energia [132].

O *FeynRules* 2.0 utiliza a interface *Universal FeynRules Output (UFO)* [133]. O propósito desta interface é criar um modelo de formato que seja independente de qualquer calculadora de diagramas de Feynmann individual e que contenha toda a informação presente no modelo dado pelo *FeynRules*. Esta é uma forma de lidar com possíveis limitações devidas ao uso de geradores de elemento de matriz específicos, uma vez que o *FeynRules* traduz toda a informação de um dado modelo de física de partículas para um módulo em *Python* que pode ser facilmente vinculado a qualquer código existente. No *MadGraph*, uma vez que a informação sobre um modelo fica disponibilizada em um *UFO*, ela pode ser utilizada pelo ALOHA para escrever automaticamente a biblioteca HELAS para as regras de Feynman correspondentes [45].

O modelo que este estudo utilizou no *MadGraph* era baseado em operadores de dimensão 8, e recebia como entrada os parâmetros de dimensão 8 que aparecem na Equação 3.4.3. Por simplicidade, optou-se por modificar apenas os coeficientes $\frac{f_{M,0}}{\Lambda^2}$ e $\frac{f_{M,1}}{\Lambda^2}$, mantendo todos os demais zerados, como prevê o MP. Este é o mesmo procedimento utilizado na Referência [31], onde está assumido que o vértice $WWZ\gamma$ desaparece, levando à relação direta entre os acoplamentos de dimensão 6 e 8.

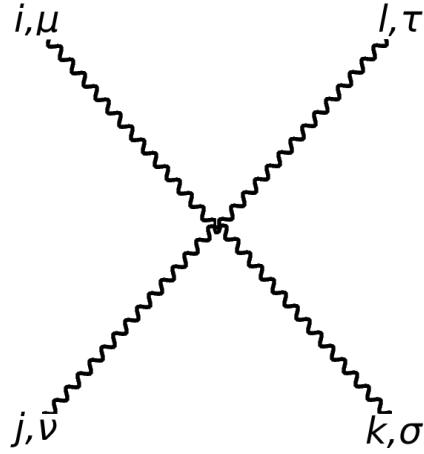


Figura 3.4.1 – Vértice quârtico previsto pelo MP, com o fator de vértice dado pela Equação (3.4.6). Adaptado de [119, 45].

3.4.1 Propriedades Esperadas dos Acoplamentos a_0^W e a_C^W

A Lagrangiana efetiva da Equação (3.4.1) permite identificar propriedades importantes do modelo em questão. Por exemplo, a seção de choque será proporcional ao módulo quadrado da amplitude de Feynman, $|\mathcal{M}|^2$, e pode-se obter $-i\mathcal{M}$ a partir da Lagrangiana utilizando as regras de Feynman [2]. Tipicamente, as Lagrangiandas efetivas com acoplamentos quârticos anômalos $\gamma\gamma WW$ adicionam dois termos na Lagrangiana do MP [125, 134, 135]:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_6^0 &= \frac{e^2}{8} \frac{a_0^W}{\Lambda^2} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} W^{+\alpha} W_\alpha^+, \\ \mathcal{L}_6^C &= \frac{e^2}{16} \frac{a_0^W}{\Lambda^2} F_{\mu\alpha} F^{\mu\beta} (W^{+\alpha} W_\beta^+ + W^{-\alpha} W_\beta^+),\end{aligned}\tag{3.4.4}$$

onde o índice c indica *carregado*, enquanto 0 denota *neutro*. Estes termos são independentes do termo da Lagrangiana do MP que prevê um acoplamento quârtico $WW\gamma\gamma$:

$$L_{\text{MP}}^{WW\gamma\gamma} = -e^2 (W_\mu^+ W^{-\mu} A_\nu A^\nu - W_\mu^+ W_\nu^- A^\mu A^\nu).\tag{3.4.5}$$

Utilizando as regras de Feynmann no MP, o vértice quadruplo da teoria de Yang-Mills no calibre de Landau covariante é dado por

$$\begin{aligned}(\Gamma^{\mu\sigma\nu\tau})_{ijkl} &= -ig^2 [\varepsilon_{ijm}\varepsilon_{klm}(g_{\mu\sigma}g_{\nu\tau} - g_{\mu\tau}g_{\nu\sigma}) \\ &\quad + \varepsilon_{ikm}\varepsilon_{jlm}(g_{\mu\nu}g_{\sigma\tau} - g_{\mu\tau}g_{\nu\sigma}) \\ &\quad + \varepsilon_{ilm}\varepsilon_{jkm}(g_{\mu\sigma}g_{\nu\tau} - g_{\mu\nu}g_{\sigma\tau})],\end{aligned}\tag{3.4.6}$$

onde os índices i, j, k, l denotam o isospin do bóson vetorial correspondente e os índices μ, ν, σ, τ denotam as componentes do espaço-tempo [119]. Este vértice é ilustrado pela Figura 3.4.1.

Por outro lado, as regras de Feynman para os operadores quárticos fornecem [136], para as seguintes estruturas de Lorentz:

$$\mathcal{W}_0^\gamma = -\frac{e^2 g^2}{2\Lambda^2} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} W^{+\alpha} W_\alpha^- \rightarrow 2i \frac{e^2 g^2}{\Lambda^2} g_{\alpha\beta} (g_{\mu\nu} k_1 \cdot k_2 - k_{1\nu} k_{2\mu}), \quad (3.4.7)$$

onde k_i denota o momentum da partícula e μ, ν, α, β denota os índices de Lorentz. Por fim,

$$\begin{aligned} \mathcal{W}_c^\gamma = -\frac{e^2 g^2}{4\Lambda^2} F_{\mu\nu} F^{\mu\alpha} (W^{+\nu} W_\alpha^- + W^{-\nu} W_\alpha^+) \rightarrow & i \frac{e^2 g^2}{2\Lambda^2} ((g_{\mu\alpha} g_{\nu\beta} + g_{\nu\alpha} g_{\mu\beta}) k_1 \cdot k_2 \\ & + g_{\mu\nu} (k_{2\beta} k_{1\alpha} + k_{1\beta} k_{2\alpha})) \\ & - k_{2\mu} k_{1\alpha} g_{\nu\beta} - k_{2\beta} k_{1\nu} g_{\mu\alpha} \\ & - k_{2\alpha} k_{1\nu} g_{\mu\beta} - k_{2\mu} k_{1\beta} g_{\nu\alpha}). \end{aligned} \quad (3.4.8)$$

Estes vértices são ilustrados pela Figura 3.3.1, onde a região escura onde os fótons produzem um par de bósons W indica a presença de acoplamento anômalo. Comparando as Equações (3.4.7) e (3.4.8) com a Equação (3.4.6), fica claro que as contribuições para os valores dos acoplamentos a_c^W e a_0^W não são iguais entre si, ou ao acoplamento do MP. Como tanto a_c^W e a_0^W aparecem linearmente na Lagrangiana, esperamos que haja uma dependência quadrática na seção de choque para cada acoplamento, mantendo o outro constante. Considerando as contribuições de ambos os vértices simultaneamente, devemos obter uma amplitude proporcional à combinação linear dos acoplamentos:

$$-i\mathcal{M} \propto \left[\Omega_{\text{MP}} + n_0 \frac{a_0^W}{\Lambda^2} + n_c \frac{a_c^W}{\Lambda^2} \right], \quad (3.4.9)$$

onde Ω_{MP} denota o acoplamento já incluso no MP, n_0 e n_c são constantes de proporcionalidade e a seção de choque efetiva é, portanto, proporcional à soma

$$\sigma_{\text{eff}} \propto |\mathcal{M}|^2 \propto \left[\left(n_0 \frac{a_0^W}{\Lambda^2} \right)^2 + \left(n_c \frac{a_c^W}{\Lambda^2} \right)^2 + 2n_0 n_c \frac{a_0^W}{\Lambda^2} \frac{a_c^W}{\Lambda^2} + 2n_0 \frac{a_0^W}{\Lambda^2} \Omega_{\text{MP}} + 2n_c \frac{a_c^W}{\Lambda^2} \Omega_{\text{MP}} + (\Omega_{\text{MP}})^2 \right]. \quad (3.4.10)$$

Desta maneira, a seção de choque efetiva, que inclui tanto contribuições do MP quanto dos acoplamentos anômalos, pode ser escrita como

$$\sigma_{\text{eff}} = \sigma_{\text{MP}} + A' \left(\frac{a_0^W}{\Lambda^2} \right)^2 + B' \frac{a_0^W}{\Lambda^2} \frac{a_c^W}{\Lambda^2} + C' \left(\frac{a_c^W}{\Lambda^2} \right)^2 + D' \frac{a_0^W}{\Lambda^2} + E' \frac{a_c^W}{\Lambda^2}, \quad (3.4.11)$$

onde os parâmetros A', B', C', D', E' podem ser obtidos uma vez que se conhece os valores das seções de choque efetiva e do MP para diferentes valores dos acoplamentos a_0^W e a_c^W . Esta relação geral é a mesma utilizada por T. Pierzchała e K. Piotrzkowski [137]. Esta expressão corresponde à forma geral de uma seção cônica no sistema de coordenadas cartesianas $(a_0^W/\Lambda^2, a_c^W/\Lambda^2)$, onde pode-se obter a figura de:

- Uma elipse, caso $B'^2 - 4A'C' < 0$.

- A elipse será um círculo se $A' = C'$ e $B' = 0$, um caso especial.
- Uma parábola, caso $B'^2 - 4A'C' = 0$.
 - A parábola será um par de retas paralelas, caso $D' = E'$, um caso especial.
- Uma hipérbole, caso $B'^2 - 4A'C' > 0$.
 - A hipérbole será retangular, caso $A + C = 0$.

Fenomenologicamente, o esperado é que a seção de choque efetiva σ_{eff} possua um valor finito e próximo de σ_{MP} . Assim, os valores dos acoplamentos anômalos não podem ser muito elevados. Conclui-se que o formato esperado de σ_{eff} no plano $(a_0^W/\Lambda^2, a_C^W/\Lambda^2)$ corresponde a uma elipse, pois nos demais casos os valores dos acoplamentos poderiam crescer indefinidamente para uma dada seção de choque efetiva, o que não corresponde a uma situação física.

Como exemplo de elipse obtida ao analisar a dependência da seção de choque efetiva com os parâmetros anômalos a_0^W/Λ^2 e a_C^W/Λ^2 , a Figura 3.4.2 exibe os contornos obtidos pelo CMS [31] para os valores excluídos destes acoplamentos, com 95% de nível de confiança (NC) no limite superior, utilizando dados de buscas por produção exclusiva ou quase-exclusiva de $\gamma\gamma \rightarrow W^+W^-$, por meio do processo com prótons difrativos $p^{(*)} \rightarrow p^{(*)}W^+W^-p^{(*)}$. Foram utilizados dados com energia $\sqrt{s} = 7$ TeV e luminosidade integrada de $5,05 \text{ fb}^{-1}$, com energia $\sqrt{s} = 8$ TeV e luminosidade integrada de $19,7 \text{ fb}^{-1}$, bem como a combinação desses dois dados, e foi assumida uma escala de corte de $\Lambda_{\text{cutoff}} = 500$ GeV.

No caso da Lagrangiana efetiva da Equação (3.4.1), por outro lado, o termo com acoplamento do MP não é considerado e a amplitude fica apenas

$$-i\mathcal{M} \propto \left[n'_0 \frac{a_0^W}{\Lambda^2} + n'_c \frac{a_c^W}{\Lambda^2} \right], \quad (3.4.12)$$

onde, para simplificar, os termos de acoplamento envolvendo o bóson Z foram considerados nulos, já que apenas acoplamentos com bóson W foram considerados:

$$\frac{a_0^Z}{\Lambda^2} = \frac{a_C^Z}{\Lambda^2} = 0. \quad (3.4.13)$$

A seção de choque efetiva σ_{eff} deverá, por sua vez, seguir a seguinte proporcionalidade:

$$\sigma_{\text{eff}} \propto |\mathcal{M}|^2 \propto \left[\left(n'_0 \frac{a_0^W}{\Lambda^2} \right)^2 + n'_c \left(\frac{a_c^W}{\Lambda^2} \right)^2 + 2n'_0 n'_c \frac{a_0^W}{\Lambda^2} \frac{a_c^W}{\Lambda^2} \right]. \quad (3.4.14)$$

Desta maneira, a seção de choque efetiva para a Lagrangiana, que inclui tanto contribuições do MP quanto dos acoplamentos anômalos, pode ser escrita como

$$\sigma_{\text{eff}} = \sigma_{MP} + A'' \left(\frac{a_0^W}{\Lambda^2} \right)^2 + B'' \frac{a_0^W}{\Lambda^2} \frac{a_c^W}{\Lambda^2} + C'' \left(\frac{a_c^W}{\Lambda^2} \right)^2. \quad (3.4.15)$$

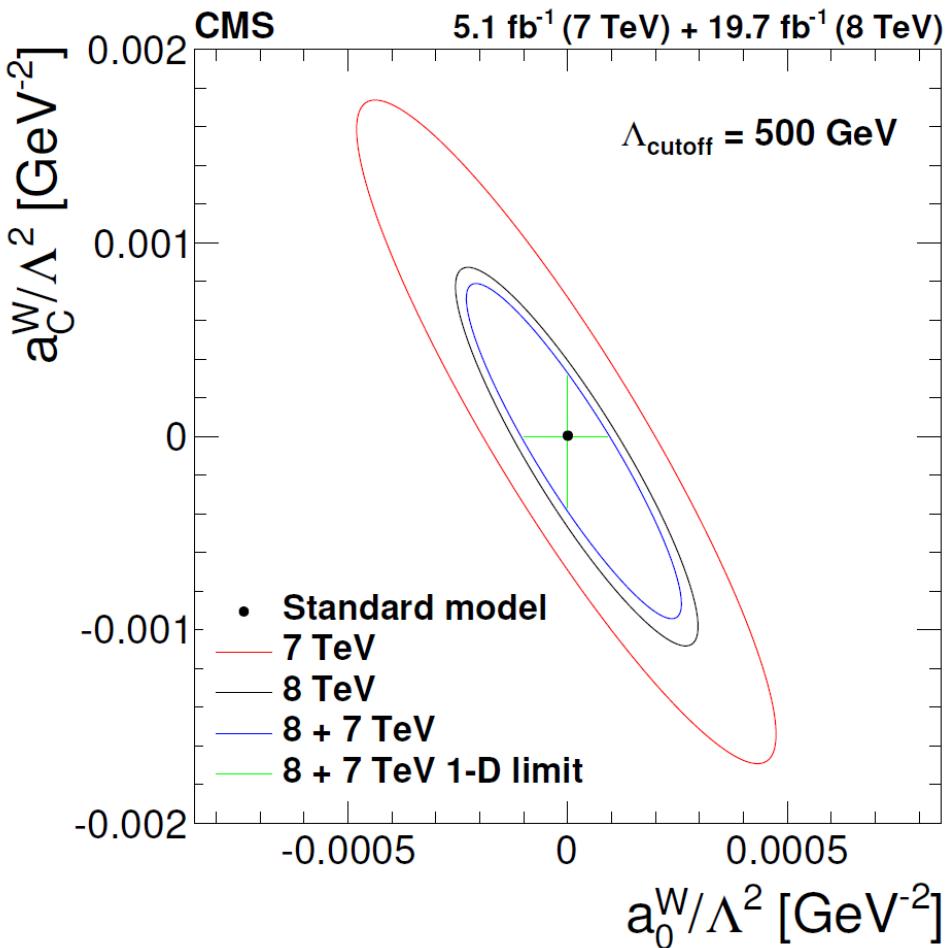


Figura 3.4.2 – Resultados obtidos pela Colaboração CMS [31] para os valores excluídos, com 95% de NC, dos parâmetros de acoplamento anômalo a_0^W/Λ^2 e a_C^W/Λ^2 utilizando uma escala de corte $\Lambda_{\text{cutoff}} = 500$ GeV. As regiões de exclusão exibidas correspondem às medidas do CMS de $\gamma\gamma \rightarrow W^+W^-$ com energia $\sqrt{s} = 7$ TeV (contorno externo, em vermelho), $\sqrt{s} = 8$ TeV (contorno do meio, em preto) e a combinação das medidas em 7 e 8 TeV (contorno interior, em azul). A cruz em verde indica os limites unidimensionais obtidos para cada parâmetro na combinação de 7 e 8 TeV, com o outro parâmetro fixado em zero.

As mesmas considerações sobre o formato da seção cônica na Equação (3.4.11) cabem aqui. A diferença sendo que neste caso esperamos obter uma elipse simétrica em relação à origem.

3.5 Conservação de Unitariedade e Fator de Forma

Conforme discutido na subseção 3.4.1 e mostrado na Equação (3.4.11), a seção de choque de $\gamma\gamma \rightarrow W^+W^-$ aumenta com o quadrado da intensidade do acoplamento anômalo. Uma consequência disso é que a unitariedade da Matriz S é violada em interações $\gamma\gamma$ de altas energias [125]. Esta, por sua vez, é uma consequência dos termos da Lagrangiana

da Equação (3.4.1) não preservarem a simetria local $SU(2)_L$ [137]. Uma violação da unitariedade da Matriz S corresponde a uma violação da corrente de probabilidade das funções de onda. Consequentemente, qualquer processo que cause esta violação é considerado não-físico.

Para conter o aumento da seção de choque e preservar a unitariedade, os valores dos parâmetros a_0^W/Λ^2 e a_C^W/Λ^2 devem ser regulados por um fator de forma que se anula no limite de altas energias [34],

$$a_{0,C}^W(W_{\gamma\gamma}^2) \rightarrow \frac{a_{0,C}^W}{\left(1 + \frac{W_{\gamma\gamma}^2}{\Lambda_{\text{cutoff}}^2}\right)^p}, \quad (3.5.1)$$

onde $W_{\gamma\gamma}$ denota a energia de centro de massa do sistema de difótons, Λ_{cutoff} denota a escala de energia na qual o novo fenômeno responsável pelos acoplamentos anômalos poderia ser observado diretamente e p é um parâmetro livre, sendo frequentemente selecionado $p = 2$. Neste caso, o fator de forma é do tipo *dipolo*.

No *MadGraph*, a inclusão de um fator de forma é feita através da modificação de funções e parâmetros em arquivos **Python** atribuídos a um determinado modelo físico que se deseja modificar, conforme as instruções na referência [138].

A unitariedade da matriz S impõe uma condição nas amplitudes de ondas parciais definidas como

$$a_J(\sqrt{s}) = \frac{1}{32} \int_{-1}^1 d(\cos \theta) \mathcal{M}(\sqrt{s}, \cos \theta, a_0, a_C) P_J(\cos \theta), \quad (3.5.2)$$

onde $P_J(\cos \theta)$ são os polinômios de Legendre em função do ângulo polar do bóson W no referencial de centro de massa do sistema $\gamma\gamma$ e \mathcal{M} é a amplitude do processo $\gamma\gamma \rightarrow W^+W^-$. A condição de unitariedade é então dada por

$$\beta \sum_{\lambda_1, \lambda_2} |a_J(\sqrt{s})|^2 \leq \left(\frac{1}{2}\right)^2, \quad (3.5.3)$$

onde $\beta = \sqrt{1 - 4m_W^2/s^2}$ é a velocidade do bóson W de estado final no referencial de centro de massa e os índices λ_1, λ_2 denotam os estados de polarização do bóson W . A condição de unitariedade mais restritiva corresponde à onda parcial com $J = 0$, que vale [124]:

$$\frac{1}{N} \left(\frac{\alpha a s}{16}\right)^2 \left(1 - \frac{4M_W^2}{s}\right)^{1/2} \left(3 - \frac{s}{M_W^2} + \frac{s^2}{4M_W^4}\right) \leq 1, \quad (3.5.4)$$

onde a variável de Mandelstam s denota o quadrado da energia de centro de massa do par de fótons, M_W a massa do bóson W e $a = a_0/\Lambda^2, a_C/\Lambda^2$, com $N = 1/4$ para a_0/Λ^2 e $N = 4$ para a_C/Λ^2 .

Os fatores de forma retém as amplitudes anômalas para energias próximas da escala de nova física, Λ_{cutoff} . A supressão da seção de choque provocada pelo fator de forma

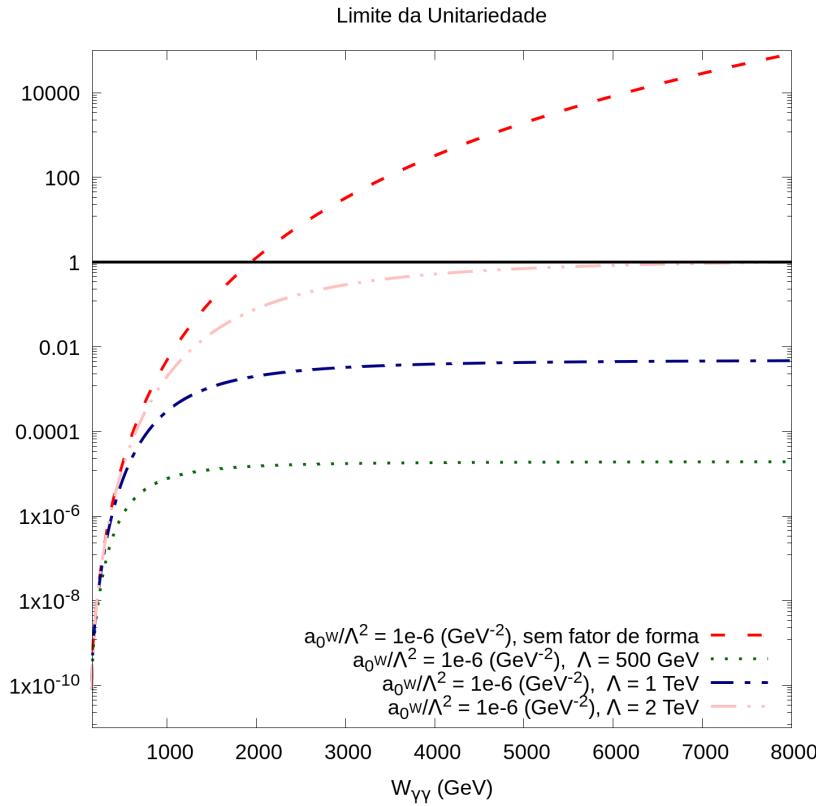


Figura 3.5.1 – Condição de unitariedade [Equação (3.5.4)] para o acoplamento quârtico $a_0^W/\Lambda^2 = 1 \times 10^{-6}$ sem fator de forma (em vermelho), bem como utilizando um fator de forma de dipolo [Equação (3.5.1)] com $\Lambda = 500$ GeV (em verde), $\Lambda = 1$ TeV (em azul) e $\Lambda = 2$ TeV (em rosa).

deve ser forte suficiente para manter a unitariedade preservada mesmo em energias $W_{\gamma\gamma}$ maiores que a do limite de unitariedade [137]. A Figura 3.5.1 exibe distribuições obtidas da condição de unitariedade para as amplitudes de ondas parciais [Equação (3.5.4)] com e sem fator de forma, para um valor de acoplamento quârtico $a_0^W/\Lambda^2 = 1 \times 10^{-6}$. Como será discutido nas seções 6.1 e 6.3, os limites esperados para os valores de acoplamentos quârticos são desta ordem de magnitude. Por convenção da notação na literatura, aqui foi utilizado $s = W_{\gamma\gamma}^2$.

O valor máximo permitido para os parâmetros de acoplamento quârtico sobem rapidamente conforme a energia de centro de massa do par de fôtons aumenta. Sem a utilização de um fator de forma, a unitariedade é violada já em energias de centro de massa $W_{\gamma\gamma}$ menores que 2 TeV. Por exemplo, para $\frac{a_0^W}{\Lambda^2} = 1 \times 10^{-6}$, a unitariedade é violada em $W_{\gamma\gamma} \geq 1942,53$ GeV. Introduzir um fator de forma permite que valores de acoplamentos maiores sejam utilizados sem que isso resulte necessariamente em um grande aumento da seção de choque. Quanto maior o valor de Λ_{cutoff} utilizado, menor será o valor da seção de choque para um mesmo valor de parâmetro anômalo a^W . O valor máximo permitido para o acoplamento a_0^W/Λ^2 em função da energia de centro de massa do difóton $W_{\gamma\gamma}$, calculado

a partir da Equação (3.5.4), é exibido na Figura 3.5.2.

Apenas valores abaixo das curvas são válidos. Por exemplo, conforme a discussão na seção 6.3, calculou-se que o parâmetro de acoplamento anômalo a_0^W/Λ^2 no caso elástico sem fator de forma vale $a_0^W/\Lambda^2 \leq 1,14 \times 10^{-6} \text{ GeV}^{-2}$, com 95% de NC. Neste caso, a unitariedade é violada para $W_{\gamma\gamma} \geq 1880,09 \text{ GeV}$. Com um fator de forma do tipo dipolo com $\Lambda_{\text{cutoff}} = 500 \text{ GeV}$, foi calculado o limite $a_0^W/\Lambda^2 = 3,3143 \text{ GeV}^{-2}$. Com estes valores de Λ_{cutoff} e a_0^W/Λ^2 , a unitariedade é preservada para qualquer valor de $W_{\gamma\gamma}$. As curvas para os valores de $\Lambda_{\text{cutoff}} = 1 \text{ TeV}$ e $\Lambda_{\text{cutoff}} = 2 \text{ TeV}$ também são exibidas, para ilustrar a influência da escolha deste parâmetro.

Um processo alternativo ao uso de fatores de forma consiste em eliminar a parte do sinal que esteja acima do limite de $W_{\gamma\gamma}$ em que a unitariedade é violada. Em um sinal simulado, isto pode ser realizado por meio de um procedimento de *clipping* [139]. Por outro lado, um experimento real poderia utilizar os detectores frontais do LHC para selecionar o sinal por meio de duplo *tagging*, o que limitaria a energia de centro de massa $W_{\gamma\gamma}$ a um máximo de 1,8 TeV [137, 140].

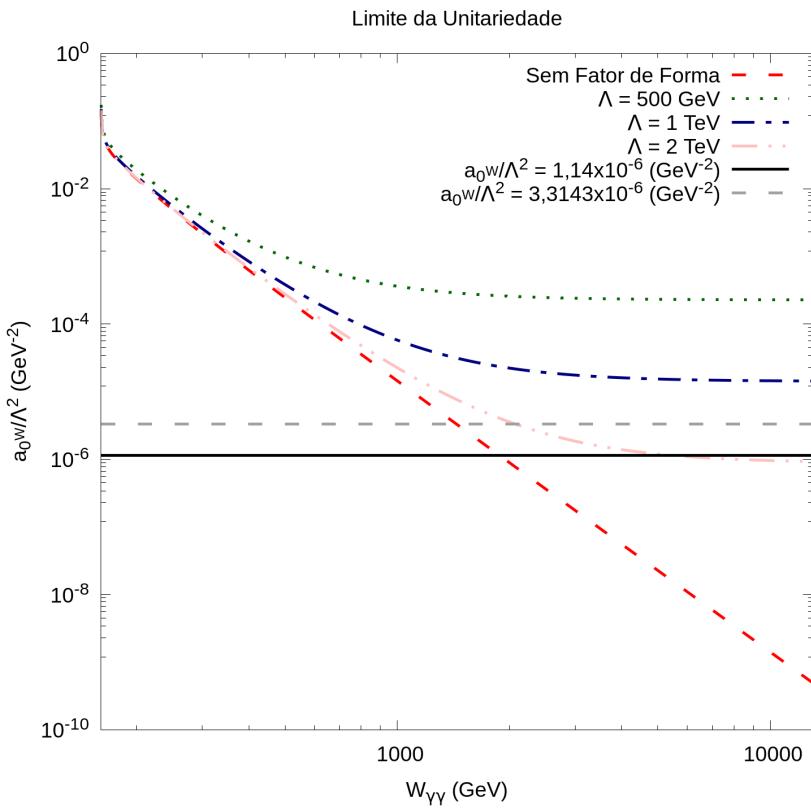


Figura 3.5.2 – Valores máximos do acoplamento anômalo a_0^W/Λ^2 em função da energia de centro de massa $W_{\gamma\gamma}$ do difóton calculados utizando a Equação (3.5.4). A linha reta preta indica o limite de a_0^W/Λ^2 calculado para o caso elástico com fator de forma de dipolo com $\Lambda_{\text{cutoff}} = 500$ GeV, enquanto que a linha cinza mostra o valor obtido sem nenhum fator de forma.

4 Medida e Física de Aceleradores

Em seguida, será discutido como as partículas que resultantes de processos de produção central exclusiva podem ser relacionadas com os prótons intactos que deram origem ao processo por meio da fração de momentum perdido, que pode ser medida diretamente com os prótons sobreviventes, ou indiretamente por meio da detecção das demais partículas de estado final. A comparação entre a medida direta e indireta da fração de momentum perdido é muito importante, pois permite remover parte considerável do *background* de partículas, auxiliando na medida dos processos de acoplamento quântico.

4.1 O Grande Colisor de H  drons (LHC)

O Grande Colisor de H  drons (*Large Hadron Collider - LHC*)    atualmente o colisor de partículas com maior energia de colisão operando no mundo [35]. Trata-se de um acelerador e colisor de hádrons com dois anéis supercondutores, instalado em um túnel preexistente de 26,7 km de comprimento, que fora constru  ido entre 1984 e 1989 para o *Large Electron-Positron Collider - LEP* do CERN [3].

O túnel do LEP possui oito seções retas e oito arcos, estando situado entre 45 e 170 m abaixo da superfície em um plano inclinado de 1,41% na direção do Lago L  man. Possui ainda dois túneis de transfer  cia, cada um com 2,5 km de comprimento, unindo o LHC ao complexo acelerador do CERN, que atua como um injetor. Os hádrons são acelerados em cada anel em grupos denominados *bunches* contendo cerca de $1,15 \times 10^{11}$ partículas [4]. Os *bunches* de um anel colidem com os *bunches* do outro em pontos de interação, onde os feixes se cruzam, formando o que    chamado de *bunch crossing*. O objetivo do LHC    revelar a física além do MP com energias de colisão de até 14 TeV no referencial de centro de massa. O número de eventos por segundo gerados pelas colisões no LHC    dado por

$$N_{\text{evento}} = L\sigma_{\text{evento}}, \quad (4.1.1)$$

onde σ_{evento}    a seção de choque para o evento que está    sendo observado e L    a luminosidade integrada da máquina. A escala de luminosidade    calibrada de maneira absoluta pelo "método de van der Meer" [141] e    observada por múltiplos monitores de luminosidade redundantes. As primeiras operações para experimentos em física de altas energias em 2011 utilizavam energias de 3,5 TeV por próton, sofrendo um aumento para 4 TeV no ano seguinte. Em 2015 esta energia foi aumentada para 6,5 TeV. Em 2017, luminosidades de pico superiores a $L = 2 \times 10^{34} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1} = 2 \times 10^{-4} \text{ pb}^{-1}\text{s}^{-1}$ foram atingidas, mais do que o dobro do valor projetado inicialmente para o LHC.

O LHC possui dois experimentos de alta luminosidade: o ATLAS e o CMS, que operam seus feixes de prótons com luminosidades de pico da ordem de magnitude de $L = 10^{34} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1} = 10^{-4} \text{ pb}^{-1}\text{s}^{-1}$. Além disso, existem dois experimentos de baixa luminosidade: o LHCb para o estudo dedicado de sabores pesados de quarks [142], que utiliza uma luminosidade $L = 10^{32} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1} = 10^{-6} \text{ pb}^{-1}\text{s}^{-1}$ e o TOTEM (*Total and Elastic Measurement*)^a [143, 145], utilizado para o estudo de dissociação difrativa e para a detecção de prótons que sofreram espalhamento elástico em ângulos pequenos, e que visa uma luminosidade de pico de $L = 10^{29} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1} = 10^{-11} \text{ pb}^{-1}\text{s}^{-1}$ com 156 *bunches*. Além dos feixes de prótons, o LHC também opera feixe de íons, com o ALICE sendo um experimento dedicado a íons mais pesados, utilizando uma luminosidade de pico de $L = 10^{27} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1} = 10^{-13} \text{ pb}^{-1}\text{s}^{-1}$ quando operando íons Chumbo-Chumbo.

Os outros experimentos executados no LHC são: o LHCf, que mede partículas que saem da colisão na direção frontal (*forward*), formando ângulos muito pequenos em relação à linha do feixe e que carregam grande porção da energia da colisão; o MoEDAL *Monopole and Exotics Detector at the Large Hadron Collider* que busca monopólos magnéticos utilizando o mecanismo de Schwinger; e os experimentos FASER (*ForwArd Search ExpeRiment*): FASER ν e SND (*Scattering and Neutrino Detector*), ambos responsáveis por realizar as primeiras medidas em neutrinos produzidos em um acelerador de partículas.

Para obter a luminosidade necessária, o LHC opera com uma corrente de feixe alta de 0,5 A, de forma que a energia armazenada em cada feixe é da ordem de centenas de MJ. Com energias entre 5 e 7 TeV, a radiação síncrotron começa a se tornar um desafio, conforme o sistema criogênico recebe 7kW devido à radiação síncrotron quando o feixe opera em condições normais. A interação dos fôtons emitidos nesta radiação com as paredes da câmara de vácuo pode produzir um acúmulo de elétrons livres que formam uma "nuvem de elétrons", o que requiriu cuidado especial no projeto da câmara.

Os dois feixes de prótons ficam contidos em tubos separados ao redor da maior parte da circunferência, e se unem em um único tubo nos pontos de interação. O grande número de *bunches* – e o consequente pequeno espaçamento entre cada *bunch* – levariam a cerca de 30 colisões frontais através de 120 m de tubo em cada ponto de interação. Por conta disso, um pequeno ângulo de cruzamento é utilizado, o que reduz a luminosidade em cerca de 15%. Mesmo assim, os *bunches* se movendo em uma direção sofrem múltiplas interações de longa distância com os *bunches* vindos da outra direção, causando uma perturbação no seu movimento, o que continua a ser um desafio na operação do LHC.

^a De acordo com a carta de intenção para o desenvolvimento do TOTEM de 1997 [143], o nome do experimento é um acrônimo para *Total and Elastic Measurement*. No entanto, a página oficial do TOTEM no CERN define este acrônimo como sendo *TOTal cross section, Elastic scattering and diffraction dissociation Measurement at the LHC* [144].

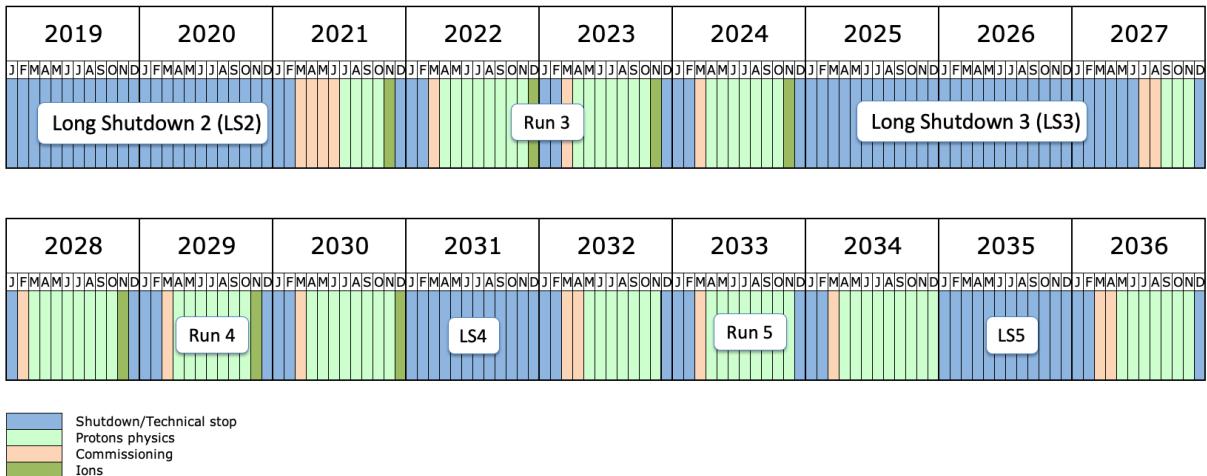


Figura 4.1.1 – Projeção das diferentes fases do calendário do LHC, com ênfase à Fase 2 de alta luminosidade a operar a partir de 2027 [147].

4.1.1 Fase 2 do LHC

Nos próximos anos o LHC deverá passar por um aprimoramento ambicioso para aumentar em uma ordem de magnitude a sua luminosidade integrada. Para isso, o *High Luminosity - Large Hadron Collider* - (HL-LHC) deverá utilizar magnetos supercondutores de Nb₃Sn, "cavidades crab"supercondutoras e nivelamento de luminosidade para o ATLAS e CMS.

Seguindo o calendário de fases, ou *runs*, do LHC, como mostra a Figura Figura 4.1.1, o colisor que se encontra ativo ao reiniciar a chamada Run-3, que deverá durar até o final de 2024. Assim que esta fase terminar, todo o equipamento necessário para o *High-Luminosity LHC*, o sucessor do LHC atual, bem como seus experimentos serão instalados durante o Long Shutdown 3, entre 2025 e meados de 2027. Desta forma, o LHC de alta luminosidade deverá entrar em operação ao final de 2027 [146, 147].

4.2 O Solenoide Compacto de Múons

O experimento localizado no ponto de interação número 5 do túnel do LHC é conhecido como Solenoide Compacto de Múons (*Compact Muon Solenoid* - CMS), um detector de propósito geral operando em conjunto com os outros três experimentos do LHC. A física abordada nos estudos com este detector é ampla e envolve desde o MP (incluindo o bóson de Higgs) até a busca por dimensões extras ou partículas que poderiam constituir a matéria escura [148]. O detector do CMS se situa ao redor de um enorme solenoide constituído por uma bobina cilíndrica de cabo supercondutor, gerando um campo magnético de 3,8 T. O campo é confinado por um "yoke" (ou culatra) de ferro, que constitui a maior parte do peso de catorze mil toneladas do detector [149].

O experimento do CMS compõe uma das maiores colaborações científicas interna-

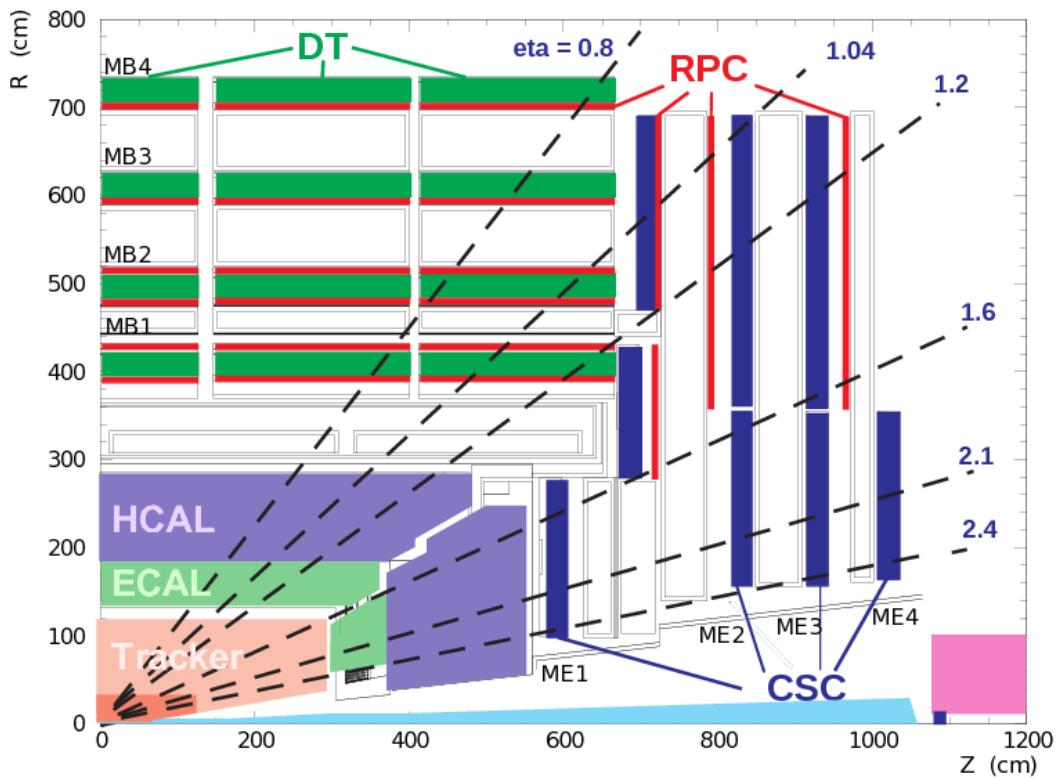


Figura 4.2.1 – Diagrama esquemático dos sistemas de subdetectores que compõem o CMS [150]. A região efetivamente coberta pelos detectores fica entre os limites de pseudorapidez $-2,4 \leq \eta \leq 2,4$.

cionais da história, envolvendo cinco mil físicos de partículas, engenheiros, estudantes e funcionários de apoio de duzentos institutos espalhados em cinquenta países. O detector possui grandes dimensões, com 21 metros de comprimento, 15 metros de largura e 15 metros de altura. Sua construção ocorreu ao nível do solo e foi dividida em 15 seções antes de serem baixadas e remontadas em uma caverna subterrânea próxima de Cessy na França. O detector é composto por vários sistemas de subdetectores, conforme ilustra a Figura 4.2.2.

O Traçador (ou *tracker*) de Silício consiste em diversas camadas de detectores de Silício que gravam a posição atravessada por partículas carregadas em cada camada, de forma que a trajetória das partículas possa ser reconstruída com o auxílio de *software*.

Após passar pelo *tracker*, as partículas atingem o Calorímetro Eletromagnético (ou *Electromagnetic Calorimeter - ECAL*), onde elétrons e fôtons interagem com cristais de Tungstato de Chumbo, produzindo radiação de freamento (ou *bremssstrahlung*). Isto dá origem a um chuveiro eletromagnético, que continua até que as partículas não tenham energia suficiente para manter a produção de radiação. A energia depositada no ECAL é, então, utilizada para reconstruir os elétrons e fôtons do evento original.

Após o ECAL, há um outro tipo de detector para medir a energia das partículas. O Calorímetro Hadrônico (ou *Hadron Calorimeter - HCAL*) opera de maneira similar ao

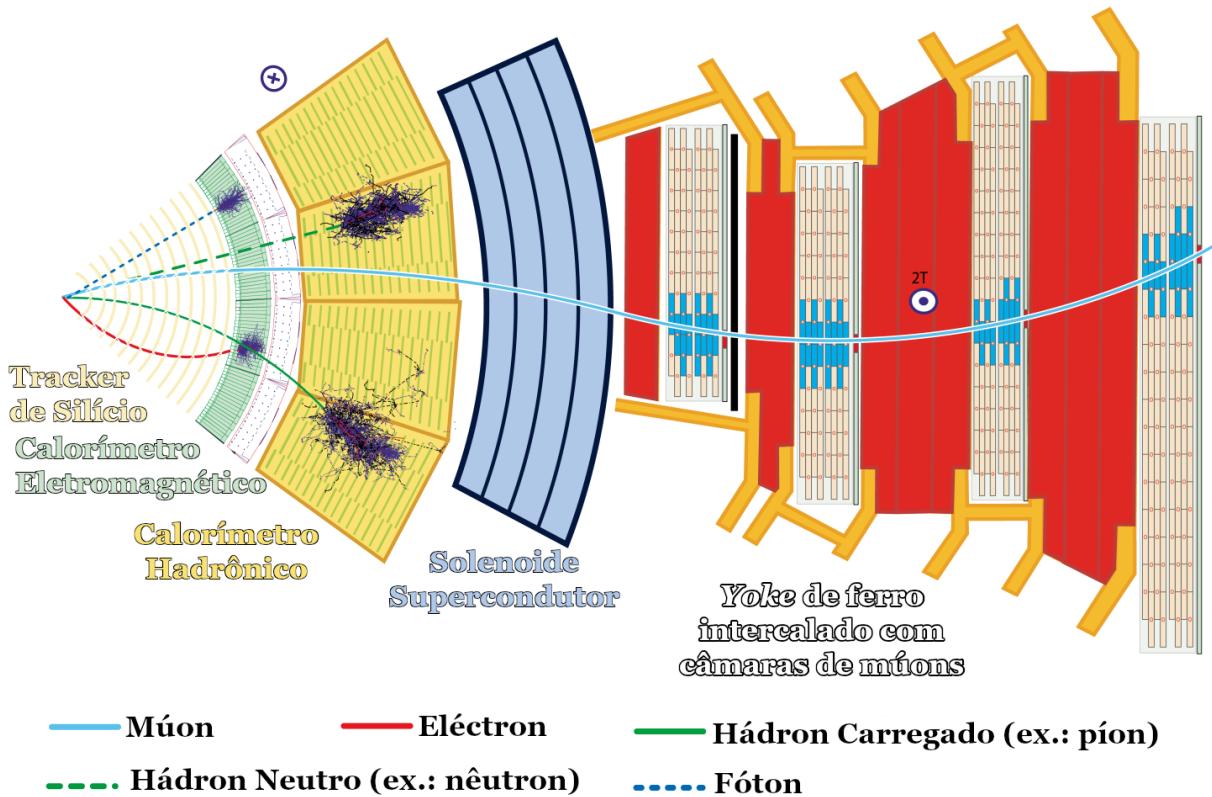
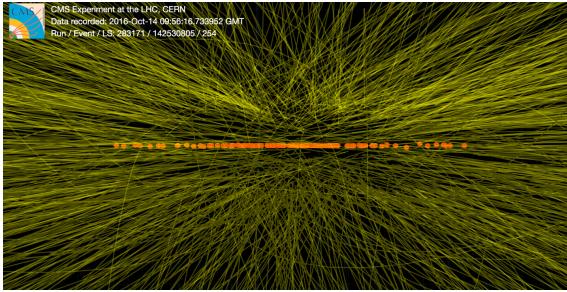


Figura 4.2.2 – Diagrama esquemático exibindo os diferentes subdetektos que compõem o CMS, bem como a trajetória percorrida por diferentes tipos de partículas. Adaptado de [151].

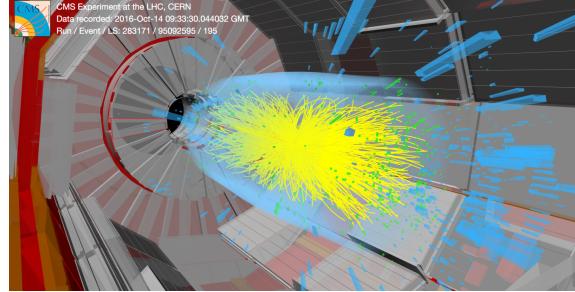
ECAL, com a diferença que inicialmente o hidrônio cuja energia deve ser medida interage com o núcleo atômico do material do HCAL pela interação forte. Os elétrons e fôtons que foram emitidos na colisão original ficam efetivamente contidos no ECAL, mas a interação dos hidrônios no HCAL dá origem a novos chuveiros eletromagnéticos, que são detectados em cintiladores no HCAL e, então, utilizados para determinar a energia da partícula inicial.

Intercalado com o *yoke* de ferro, o sistema de mísseis compõe o último subdetector do CMS. As únicas partículas que normalmente ultrapassam o HCAL, além dos neutrinos, são os mísseis. Isto facilita a identificação dos mísseis, uma vez que esta é a única partícula que pode interagir com o sistema de mísseis. Este sistema incorpora uma variedade de detectores em diferentes posições, como ilustra a Figura 4.2.1. A seção cilíndrica do sistema de mísseis utiliza tubos de deriva (ou *Drift Tubes - DT*) entremeados com placas resistivas (ou *Resistive Plate Chambers - RPC*). A região mais frontal utiliza câmaras de tiras catódicas (ou *cathode strip chambers - CSC*) entremeadas com RPCs porque o campo magnético residual nesta região é intenso demais para o uso de DTs.

Cada evento gerado pelo CMS consiste em cerca de 1 MB de dados [152]. Com um *bunch crossing* a uma taxa nominal de 40 MHz, e considerando um número médio de interações de 30 por *bunch crossing*, equivalente à média operacional do LHC no período de



(a) Um *bunch* de prótons sofre colisão com grande *pileup*, resultando em uma miríade de partículas.



(b) Traços reconstruídos das partículas, com detalhes de diferentes componentes do detector ao fundo.

Figura 4.2.3 – Registro de colisões próton-próton no CMS com energia de centro de massa de 13 TeV, obtidas durante o *fill* de alto *pileup* na *Run 2*. Os *bunches* produzidos nesta operação possuem um *pileup* bastante elevado, de aproximadamente 100 eventos [156].

2016 a 2018 [153], o número médio de interações por segundo é da ordem de 10^9 . A tentativa de gravar os dados de todos os eventos resultaria em cerca de 1 Petabyte de dados por segundo, o que é uma quantidade muito elevada para manejá-la com a tecnologia disponível [154]. Para contornar este problema, um sistema de gatilhos (*triggers*) foi desenvolvido para selecionar apenas um pequeno subconjunto de eventos para posterior processamento e análise. Este sistema é composto por um gatilho primário a nível de *hardware*, denominado *L1*, responsável por reduzir a taxa de eventos para 100 kHz, passando posteriormente por um gatilho de alto nível (*High Level Trigger - HLT*) baseado em *software* que seleciona eventos a uma taxa média de 400 Hz para armazenamento [155]. Valores limiares de p_T ou E_T para os gatilhos são ajustados para a luminosidade instantânea do LHC durante a etapa de aquisição de dados, para restringir a taxa de eventos ao limite de leitura da eletrônica do CMS de 100 kHz.

A alta frequência de eventos no LHC também significa que, a cada *bunch crossing*, múltiplos prótons sofrem colisões. Cada uma dessas colisões pode produzir novas partículas de estado final, como ilustra a Figura 4.2.3a. Esta simultaneidade de múltiplas colisões próton-próton é denominada de *pileup* e pode levar a reconstrução incorreta de determinados processos que ocorreram no colisor. Para minimizar os efeitos negativos provocados pelo *pileup* na operação do LHC, principalmente no caso de prótons oriundos de eventos difrativos, o CMS emprega um espectrômetro preciso de prótons (ou *Precision Proton Spectrometer - PPS*, como será discutido na Seção 4.3).

4.2.1 Sistema de Coordenadas e Convenções do Detector

O referencial comumente utilizado em física de altas energias para a descrição geométrica de qualquer objeto nos detectores é cilíndrico, dado pelas coordenadas η , ϕ , e z , como ilustra a Figura 4.2.4. A posição angular de uma partícula é descrita pela

pseudorapidez η , que é definida como

$$\eta = -\ln \left(\tan \frac{\theta}{2} \right), \quad (4.2.1)$$

com θ sendo o ângulo polar com relação ao eixo por onde passa o feixe. Esta quantidade é nula em qualquer direção perpendicular ao feixe, assumindo valores $\pm\infty$ ao apontar nas direções da linha de feixe. As regiões em que η possui valor elevado costumam ser chamadas de direção frontal.

Na convenção adotada pelo CMS, o sistema de coordenadas é dextrogiro e com a origem centrada no ponto nominal de interação [157]. O ângulo azimutal ϕ é definido com relação ao eixo x , que aponta radialmente para o centro geométrico do anel do LHC, enquanto que o eixo y aponta para cima na direção perpendicular ao plano formado pelo LHC e o eixo longitudinal z aponta na direção do feixe, no sentido anti-horário. O plano xy forma o chamado *plano transverso*, onde o ângulo azimutal ϕ é definido, enquanto que o ângulo polar θ é medido no plano yz a partir do eixo y .

O plano transverso é particularmente relevante porque as projeções dos observáveis nesse plano são invariantes de Lorentz ao longo do eixo z . Este é o caso para o momentum transverso p_T , energia transversa E_T e massa transversa m_T , muito utilizadas para descrever a cinemática de uma partículas, que são definidas a partir das componentes x e y como [157, 158]:

$$\begin{aligned} p_T &= \sqrt{p_x^2 + p_y^2}, \\ E_T &= \sqrt{E_x^2 + E_y^2}, \\ m_T &= \sqrt{m^2 + p_x^2 + p_y^2} = \sqrt{E^2 - p_z^2}. \end{aligned} \quad (4.2.2)$$

4.2.2 Resultados de Experimentos no CMS

Em janeiro de 2011, a colaboração CMS reportou [160] resultados de medidas de produção exclusiva de pares de múons via dois fôtons (*exclusive two-photon production of muon pairs*) em colisões próton-próton tomadas durante 2010 no LHC. Com uma energia de centro de massa $\sqrt{s} = 7$ TeV e luminosidade integrada de 40 pb^{-1} , a seção de choque medida $\sigma(p \rightarrow p\mu^+\mu^-p) = 3,38^{+0,58}_{-0,55}$ (estat.) $\pm 0,16$ (sist.) $\pm 0,14$ (lumi.) pb é consistente com o valor predito. Além disso, as distribuições cinemáticas dos pares de múons produzidos via fusão $\gamma\gamma$, como a acoplanaridade e momentum transverso, condizem com a simulação realizada pelo gerador de eventos de elemento de matriz LPAIR [161].

No ano seguinte, a colaboração CMS reportou [162] resultados de uma busca por produção exclusiva ou semi-exclusiva de $\gamma\gamma$, $pp \rightarrow p^{(*)} + \gamma\gamma + p^{(*)}$, onde $p^{(*)}$ denota um próton dissociado difrativamente, bem como da observação da produção exclusiva e semi-exclusiva de e^+e^- , $pp \rightarrow p^{(*)} + \gamma\gamma + p^{(*)}$ em colisões próton-próton a $\sqrt{s} = 7$ TeV. A análise

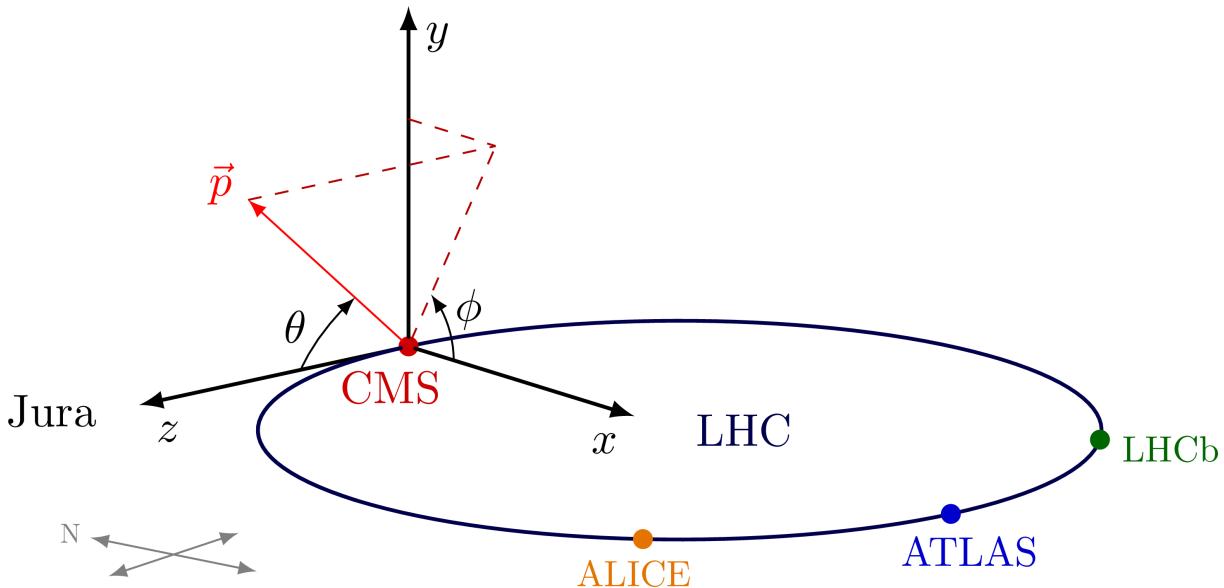


Figura 4.2.4 – Ilustração do sistema de Coordenadas do CMS, incluindo o anel do LHC com diferentes experimentos. O eixo z aponta para a Cordilheira do Jura, que fica situada próxima ao colisor [159].

utilizou uma amostra de dados coletada pelo CMS utilizando luminosidades instantâneas baixas, correspondendo a uma luminosidade integrada de 36 pb^{-1} . Neste caso, nenhum evento de produção exclusiva ou semi-exclusiva de difótons foi encontrado, tendo sido estabelecido um limite superior para a seção de choque de $\sigma(pp \rightarrow p^{(*)} + \gamma\gamma + p^{(*)}) = 1,18 \text{ pb}$ com 95% de NC dentro das seleções cinemáticas utilizadas no estudo. Já no caso da produção de dielétrons, foram encontrados dezessete candidatos exclusivos ou semi-exclusivos, o que está de acordo com a predição da QED de $16,3 \pm 1,3$ (sist.) eventos.

Já no ano de 2013, a colaboração CMS reportou [125] os resultados de uma busca por produção exclusiva ou quase exclusiva dos pares de bóson W^+W^- por interações fóton-fóton $pp \rightarrow p^{(*)}W^+W^-p^{(*)}$, a $\sqrt{s} = 7 \text{ TeV}$, utilizando dados coletados no detector CMS com luminosidade integrada de $5,05 \text{ fb}^{-1}$. Os eventos foram selecionados com o requerimento de um vértice de $\mu^\pm e^\mp$ sem outros traços carregados associados e com momentum transverso $p_T(\mu^\pm e^\mp) > 30 \text{ GeV}$. Foram observados dois eventos nos dados que atendiam todos os requerimentos, comparado com o esperado pelo MP que era de $2,2 \pm 0,4$ eventos com um *background* de $0,84 \pm 0,15$. Além disso, a cauda da distribuição de p_T do dilépton foi analisada em busca de possíveis desvios do MP. Limites superiores foram calculados de maneira modelo-independente e comparadas com previsões envolvendo acoplamentos quârticos anômalos. Foram obtidos limites para os parâmetros $a_{0,c}^W/\Lambda^2$, utilizando um fator de forma de dipolo com escala de energia de corte $\Lambda_{\text{corte}} = 500 \text{ GeV}$, da ordem de 10^{-4} GeV^{-2} .

Ainda, no ano de 2016 a colaboração CMS reportou [31] os resultados de uma busca por produção exclusiva ou quase exclusiva de $\gamma\gamma \rightarrow W^+W^-$, via $pp \rightarrow p^{(*)}W^+W^-p^{(*)} \rightarrow$

$p^{(*)}\mu^\pm e^\mp p^{(*)}$ a $\sqrt{s} = 8$ TeV, com uma luminosidade integrada de $19,7 \text{ fb}^{-1}$. Da mesma maneira que o estudo de 2013, os eventos foram selecionados com o requerimento de haver um vértice de $\mu^\pm e^\mp$ sem outros traços carregados associados e com grande momentum transverso $p_T(\mu^\pm e^\mp) > 30$ GeV. Como resultado, 13 eventos foram observados acima de um background de $3,9 \pm 0,6$. Os novos resultados foram combinados com aqueles obtidos anteriormente, resultando em um excesso combinado de $3,4\sigma$ acima da hipótese de apenas *background*. O número de eventos observados e as distribuições cinemáticas são compatíveis com as previsões do MP para a produção exclusiva ou quase exclusiva de $\gamma\gamma \rightarrow W^+W^-$. Por fim, limites superiores para os operadores de acoplamentos quânticos anômalos tanto de dimensão 6 ($a_{0,c}^W/\Lambda^2$), quanto de dimensão 8 ($f_{M0,1,2,3}/\Lambda^4$) foram calculados sobre o espectro medido do momentum transverso do dilépton, resultando em valores da ordem de 10^{-4} GeV^{-2} para os operadores $a_{0,c}^W/\Lambda^2$ e $10^{-10} \text{ GeV}^{-4}$ para os operadores $f_{M0,1,2,3}/\Lambda^4$, considerando um fator de forma de dipolo com escala de energia de corte $\Lambda_{\text{corte}} = 500$ GeV.

4.3 O detector PPS

Apesar dos quatro resultados apresentados pela Colaboração CMS para a produção central exclusiva durante o Run-1 do LHC, a seleção de eventos com prótons elásticos significava uma grande dificuldade para ampliar a estatística de tais medida com o incremento em luminosidade. A luminosidade esperada para o Run-2 demonstrava que a observação de eventos exclusivas seria fortemente prejudicada. Como feito em aceleradores anteriores, fazia-se necessário o uso de detectores frontais para observação destes prótons e aumentar a precisão da reconstrução dos eventos de interesse.

O Espectrômetro Preciso de Prótons *Precision Proton Spectrometer* (PPS) do experimento CMS é um espectrômetro magnético que utiliza os magnetos do LHC entre o Ponto de Interação (IP) e as estações detectoras a cerca de 210 m do IP em ambos os lados, para dobrar prótons que tenham perdido uma pequena fração do seu momentum para longe do envelope do feixe, de forma que suas trajetórias possam ser medidas [40]. O subdetector frontal PPS é capaz de medir prótons espalhados em ângulos pequenos (cerca de $\eta \sim 12$) e que carregam cerca de 84 até 97% do momentum do feixe [108]. Tais prótons permanecem no interior do tubo e suas trajetórias são medidas por um sistema de detectores sensíveis à posição instalados a uma distância de 210 metros do ponto de interação, em ambos os lados do CMS. Estes detectores são complementados por *timers* que medem o tempo de chegada do próton. Os planos dos detectores são inseridos horizontalmente no interior do tubo do feixe por meio de “*Roman Pots*”.

Os *Roman Pots* são dispositivos móveis próximos ao feixe, utilizados para a detecção de prótons muito frontais. Os recipientes dos *Roman Pots* mantêm os detectores sob vácuo, o que permite que eles sejam levados para perto do feixe (até cerca de alguns milímetros)

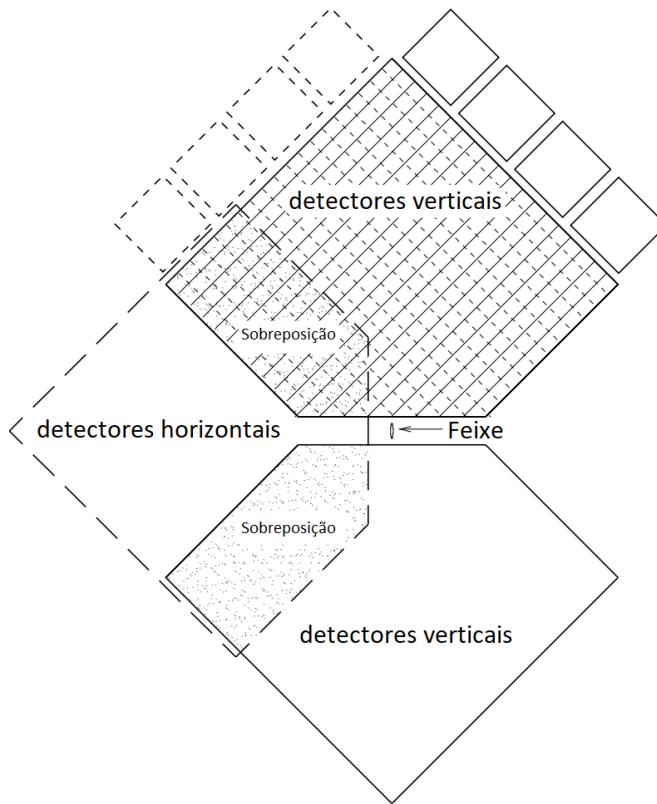


Figura 4.3.1 – Diagrama esquemático dos detectores de microfitas em uma unidade de *Roman Pot*, mostrando os recipientes verticais e horizontal. A região de sobreposição dos detectores é utilizada na fase de calibração para o alinhamento dos *Roman Pots* [108, 164].

sem que isso afete o vácuo, a estabilidade do feixe, ou outros aspectos da operação do acelerador. Sistemas de *Roman Pots* deste tipo já foram implementados anteriormente nos experimentos do ISR, SPS, Tevatron, RHIC e DESY para física de partículas na região frontal de pseudorapidez com o objetivo de posicionar detectores muito próximos ao feixe sem interferir com o vácuo do colisor [163].

O sistema de *Roman Pots* do TOTEM é simétrico com relação ao ponto de interação IP5 (conforme mostra a Figura 4.3.2, o que permite a detecção de ambos os prótons sobreviventes em eventos elásticos e difrativos centrais. Cada *Roman Pot* consiste em três recipientes contendo detectores de microfitas de Silício, dois posicionados verticalmente próximo ao feixe e um horizontalmente, conforme mostra a Figura 4.3.1. Ao todo, oito unidades idênticas de *Roman Pots*, equivalente a 24 recipientes de detectores estão instaladas no experimento TOTEM do LHC [164].

Os *timers*, localizados em ambos os braços do PPS, determinam a diferença no tempo de chegada dos dois prótons. Uma resolução temporal de $\sigma(t) = 10$ ps corresponde a uma resolução do vértice de $\sigma(z_{pp}) = 2,1$ mm, o que permite uma rejeição do *pileup* por um fator de aproximadamente 25 quando não ocorre também a detecção de um próton espúrio de *pileup*.

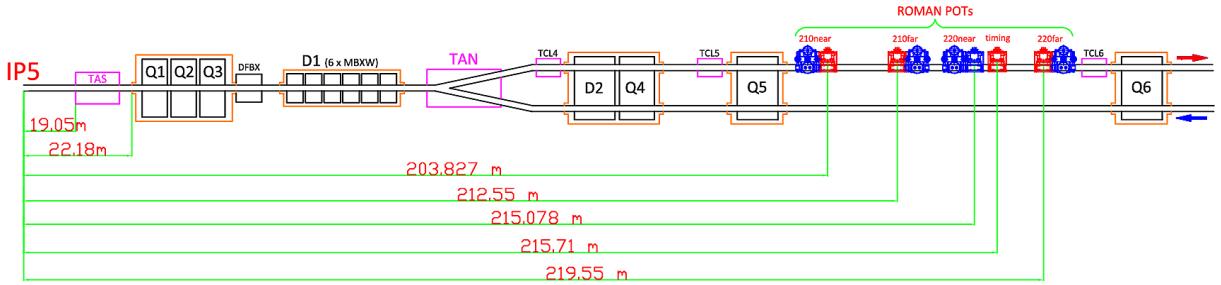


Figura 4.3.2 – Esquema da linha de feixe entre o ponto de interação (IP5) e a região onde estão localizados os *Roman Pots* no LHC. A seta vermelha indica o feixe de saída e o azul o de entrada. Os feixes passam pelos magnetos de dipolo (D1,D2), quadrupolo (Q1-Q6), pelos colimadores (TCL4-TCL6), bem como pelos absorvedores (TAS, TAN) [108].

Com este sistema, é possível observar colisões fóton-fóton no CMS com a simultânea detecção dos prótons espalhados no detector do PPS. A observação simultânea dos prótons e das partículas criadas na colisão é importante porque, além de auxiliar a determinação do vértice primário da interação por meio da medida do tempo de chegada dos prótons, também permite excluir parte do *background* de partículas que chegam ao detector concomitantemente às partículas do sinal e que dificultam a sua visualização, por meio da análise da cinemática das partículas envolvidas. Este é um aspecto fundamental do programa do PPS, devido ao *background* causado pelo elevado *pileup* de eventos na operação do LHC, principalmente devido a eventos inelásticos que se sobrepõem a um par de prótons oriundos de eventos difrativos em um mesmo *bunch crossing*.

A produção exclusiva de pares de fótons e bósons W e Z oferece uma janela para a realização de testes no setor eletrofraco dos bósons de calibre. Com as virtualidades dos fótons interagentes sendo em média muito baixas, o LHC se comporta como um colisor de fótons quase-reais com energia de centro de massa aproximando 1 TeV, uma região inalcançada em experimentos realizados em outros colisores. A detecção dos eventos de $\gamma\gamma \rightarrow W^+W^-$ permite medir o acoplamento quârtico $WW\gamma\gamma$ com grande precisão, podendo atingir uma sensibilidade 10^{3-4} vezes maior para acoplamentos quârticos anômalos que o LEP e o Tevatron [40, 136, 134]

O PPS teve sua primeira operação no ano de 2016 (então CT-PPS), fornecendo a primeira observação do processo $pp \rightarrow p\ell^+\ell^-p^*$ no LHC com colisões próton-próton com energia de centro de massa $\sqrt{s} = 13$ TeV, onde $\ell^+\ell^-$ denota um par de múons ou elétrons produzidos na região central de rapidez (*midrapidity*) com massa maior que 110 GeV [108]. Um dos prótons espalhados é medido pelo PPS, enquanto que o segundo próton pode permanecer intacto ou sofrer uma dissociação para um estado p^* de baixa massa, não sendo detectado. Esta constituiu a primeira observação de colisões *proton-tagged* de $\gamma\gamma$ na escala eletrofraca, provando a viabilidade de operar um espectrômetro de prótons próximo ao feixe em um colisor de hadrons de alta luminosidade, e demonstrando que o PPS é

capaz de cumprir sua função dentro das especificações para as quais foi concebido.

4.3.1 A Física dos Processos Observados com o PPS

O PPS foi adicionado ao LHC com capacidade de operar nas condições de alta luminosidade do colisor, abrindo a possibilidade de novos estudos em alta escala de Q^2 tanto no setor eletrofraco quanto na QCD com jatos de alta energia transversa, oferecendo uma sensibilidade única para a física além do MP [40, 165]. Os detectores posicionados a cerca de 210 m do ponto de interação permitem a realização de medidas de reações específicas, em especial eventos de produção central exclusiva. Conforme discutido na Seção 2.7, a massa do sistema X , M_X , pode ser obtida a partir da fração de momentum perdido dos prótons espalhados, ξ_1 e $\xi_2 s$, pela relação $M_X \sim \sqrt{\xi_1 \xi_2 s}$. Graças à grande energia de centro de massa do LHC, o alcance de massa M_X nos processos observados no PPS é consideravelmente maior do que seria possível em colisões anteriores, como o ISR e o Tevatron, permitindo pela primeira vez estudar a produção central exclusiva na escala eletrofraca.

Os prótons espalhados podem ser observados graças à perda de momentum, uma vez que o seu desvio com relação ao centro do feixe esteja dentro dos limites dos detectores do PPS. Isto corresponde a um limite inferior em ξ (e, portanto, na massa do sistema X), abaixo do qual não há aceitação para a detecção simultânea dos dois prótons em um evento de produção central exclusiva. O valor deste limiar depende da distância com que o detector é posicionado com relação ao ponto de interação, bem como da sua proximidade ao feixe. No LHC, considerando condições de alta luminosidade a $\sqrt{s} = 13$ TeV, com os detectores a 15σ de distância do feixe, valores de massa $M_X \gtrsim 300$ GeV são acessíveis. Os eventos de produção central exclusiva com valores tão altos de massa tipicamente possuem seção de choque da ordem de 1 fb, podendo apenas ser estudadas em condições de elevada luminosidade, com um valor esperado superior a 30 interações inelásticas por *bunch crossing* [40].

Além disso, conforme discutido na Seção 2.8, o LHC também atua como um colisor fóton-fóton. Nas colisões próton-próton com energia de centro de massa $\sqrt{s_{pp}} = 13$ TeV, isto equivale a um limite máximo na energia dos fótons de $\omega_{\max} = 1,8$ TeV [166], ou então a uma energia de centro de massa do par de fótons de $\sqrt{s_{\gamma\gamma}} \simeq 2\sqrt{\omega_1\omega_2} = 3,6$ TeV [167]. As energias dos fótons podem ser medidas pelos detectores de prótons do PPS para cada evento. Com valores elevados de $\sqrt{s_{\gamma\gamma}}$, o processo de dois fótons $\gamma\gamma \rightarrow W^+W^-$ possui uma seção de choque cerca de 20 vezes maior que o processo $\gamma\gamma \rightarrow \ell^+\ell^-$, que faz parte do *background*. Isto porque o spin na troca do canal t vale $J = 1$, ao invés de $J = \frac{1}{2}$. Desta maneira, o estudo do processo $\gamma\gamma \rightarrow W^+W^-$ nas condições de altas energias $\sqrt{s_{\gamma\gamma}}$ possibilita investigar a física além do MP, favorecendo a sensibilidade para acoplamentos triplos e quárticos de bósons de calibre.

4.3.2 Produção Central Exclusiva de W^+W^-

A produção de um par de bósons W é um processo caracterizado por um vértice primário de onde partem dois léptons carregados $\ell^\pm\ell^\mp$, onde $\ell = e, \mu$, que são produtos do decaimento do bóson W . Não há presença de outros traços no detector provenientes desta reação e o sistema de diléptons possui, tipicamente, um elevado momentum transverso $p_T(\ell^\pm\ell^\mp)$ e alta massa invariante $M(\ell^\pm\ell^\mp)$ [40].

Considerando os decaimentos do para W^+W^- em pares de léptons de mesmo sabor $\mu^+\mu^-$ ou e^+e^- , o *background* é mais de uma ordem de magnitude superior em comparação ao estado final com sabores misturados de lépton $\mu^\pm e^\mp$ [125]. Por este motivo, é muito vantajoso utilizar apenas o canal $\mu^\pm e^\mp$ na investigação do sinal de produção central exclusiva do par W^+W^- . Os *backgrounds* dominantes no canal $\mu^\pm e^\mp$ devem-se à produção inclusiva de pares W^+W^- e $\tau^+\tau^-$, o que pode ser controlado selecionando regiões em $p_T(\mu^\pm e^\mp)$ favoráveis ao sinal, ou então ao impor uma baixa multiplicidade de traços originando no vértice $\mu^\pm e^\mp$. O número de traços extras associados com o vértice do dilépton é significativamente maior em eventos inclusivos de W^+W^- , de forma que uma seleção impõe um número de traços $N_{\text{traços}} < 10$ consegue suprimir o **background** inclusivo em 90% enquanto mantém 90% dos eventos exclusivos [40].

Com relação a regiões cinemáticas favoráveis, por exemplo, no estudo da Referência [125], definiu-se que a região do sinal de MP no canal $\mu^\pm e^\mp$ não deveria possuir traços extras associados ao vértice de $\mu^\pm e^\mp$, tendo sido imposto um corte cinemático no momentum transverso do par de $p_T(\mu^\pm e^\mp) > 30$ GeV para remover quase completamente o *background* produzido pela produção via processo de Drell-Yan de pares $\tau^+\tau^-$ em que um dos τ decai em e e o outro em μ . A mesma seleção foi utilizada na busca efetuada na Referência [31]. Em ambos os casos, uma seleção foi aplicada na pseudorapidez de $|\eta| < 2,4$, pois é nesta região que o CMS consegue detectar múons. O sinal do MP possui uma contribuição baixa para valores elevados de $p_T(\mu^\pm e^\mp)$, de forma que a cauda desta distribuição é tipicamente investigada em busca de sinais de acoplamentos quânticos anômalos e o mesmo vale para a distribuição da massa invariante $M = \sqrt{s\xi_1\xi_2}$.

Os *timers* do PPS cumprem um papel essencial na eliminação do *background* porque sinais de eventos exclusivos de W^+W^- estão correlacionados no tempo com os prótons observados nos detectores do sistema, enquanto que eventos de *background*, como produção inclusiva de W^+W^- com a sobreposição de eventos adicionais de *pileup*, não possuem esta correlação. Desta maneira, a informação do tempo de voo do próton até o detector do PPS pode ser usada para aprimorar a rejeição do *background*.

A Figura 4.3.3 mostra a diferença no tempo de voo entre os dois prótons que chegam na posição do detector do PPS nos lados opostos do ponto de interação em função da posição no eixo z do vértice do lépton central, tanto para eventos de sinal, no painel

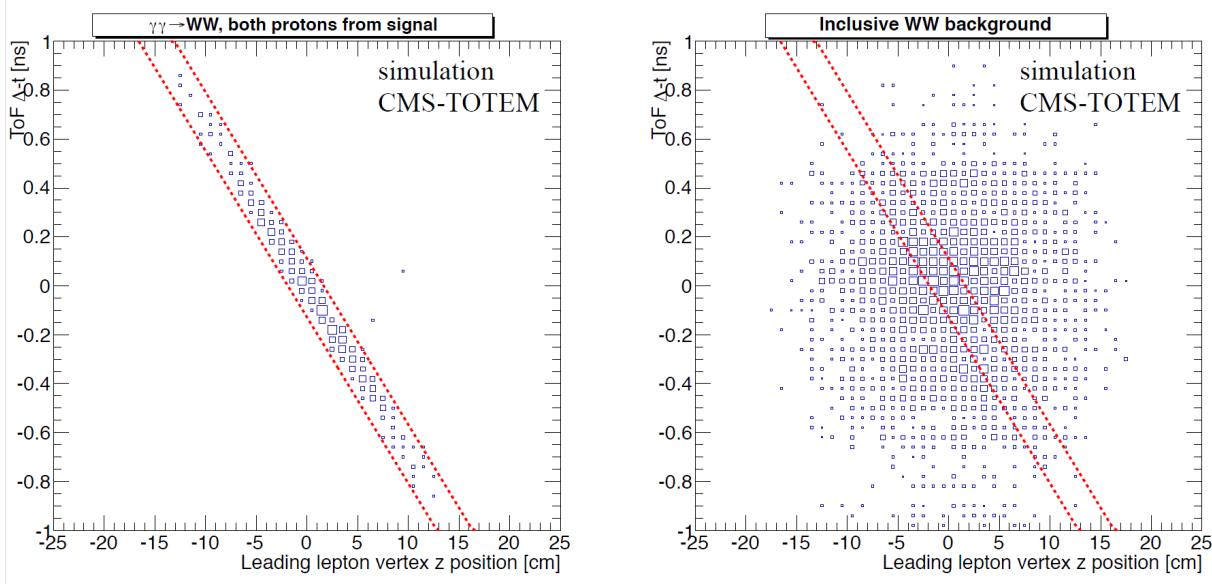


Figura 4.3.3 – Simulação da diferença no tempo de voo entre os *leading* (partícula com maior momentum transverso) prótons chegando na posição do detector do PPS em lados opostos do ponto de interação em função da posição do vértice ao longo do eixo z do *leading* lepton central para o sinal exclusivo (à esquerda) e *background* inclusivo de eventos W^+W^- (à direita) [40].

à esquerda, quanto no caso de eventos de *background*, no painel à direita. A correlação apenas é vista no caso dos eventos de sinal. Por este motivo, pode-se remover parte do *background* impondo-se que, para cada evento, caso exista mais de uma combinação de prótons no detector do PPS, apenas aquela que melhor coincide a posição do vértice com o tempo de voo é mantida. Requerimentos de tempo de voo deste tipo podem auxiliar na redução do *background* de eventos inclusivos de W^+W^- por um fator 10, considerando uma resolução temporal de $\sigma(t) = 10$ ps [40]. Por outro lado, a Referência [23] sugere uma supressão mais forte do *background* de *pileup*, por um fator de até 40 considerando uma média de 50 interações de *pileup* por *bunch crossing* com uma resolução temporal de $\sigma(t) = 20$ ps.

Recentemente, um estudo realizado pelo CMS e TOTEM realizou uma busca por sinais de produção central exclusiva de $\gamma\gamma \rightarrow W^+W^-$ e $\gamma\gamma \rightarrow ZZ$, utilizando $100,0 \text{ fb}^{-1}$ de dados coletados em colisões próton-próton e energia de centro de massa de 13 TeV [139]. Os prótons frontais intactos foram medidos nos *Roman Pots* com os bósons de calibre decaindo em jatos. No estudo não foi encontrado um excesso significativo de eventos além do previsto pelo MP, resultando em limites para acoplamentos quânticos anômalos que são cerca de 15-20x mais rigorosos que os obtidos na *Run 1* do LHC.

4.4 Distribuições da Fração de Momentum Perdido

Como forma de compreender a relação entre o sistema central detectado no CMS e os prótons observados no PPS, um breve estudo foi efetuado utilizando os geradores de eventos MadGraph [45], FPMC [168] e PYTHIA [169] para avaliar a cinemática de eventos de produção exclusiva de diléptons dentro da aceitação do PPS. Após a utilização do MadGraph para a geração dos eventos que compõem o *background*, havia ainda a necessidade de um método para simular o *background* de *pileups* de prótons que chegam aos detectores frontais, para ser possível determinar qual a porção do *background* que pode ser removida ou não.

A rejeição de eventos de *background* depende do *pileup* de prótons que chegam ao detector juntamente com o sinal de produção de léptons que é medida no detector central. A distribuição em função da fração de momentum perdido $\xi = (p_{z,i} - p_{z,f})/p_{z,i}$ dos prótons pode ser obtida por meio de um modelo simplificado que utiliza números aleatórios para atribuir ou não um ou mais prótons na região do detector para cada evento de *background*. Este modelo é similar ao que foi aplicado no estudo fenomenológico da Referência [23]. Os resultados obtidos nesta seção são utilizados para realizar o cálculo do número de eventos que sobrevivem após sucessivas aplicações de seleções e cortes cinemáticos, na Seção 6.2.

4.4.1 Modelando a distribuição da fração de momentum perdido ξ

Podemos obter uma distribuição em função do momentum perdido de forma analítica. Começamos notando a dependência com o inverso do quadrado da massa invariante $1/M^2$ da seção de choque diferencial em processos como a produção de pares de léptons por interação $\gamma\gamma$ em colisões próton-próton. A seção de choque diferencial para a produção de um par de léptons $\ell^+\ell^-$ com massa invariante $M_{\gamma\gamma}$ e rapidez Y é dada por [43]:

$$\frac{d\sigma^i}{dM_{\gamma\gamma}^2} = \int dY \frac{\partial^2 \mathcal{L}_{\text{eff}}^i}{\partial M_{\gamma\gamma}^2 \partial Y} \hat{\sigma}_{\gamma\gamma \rightarrow \ell^+\ell^-}(M_{\gamma\gamma}^2), \quad (4.4.1)$$

onde o índice i denota um processo elástico, semielástico ou inelástico e a luminosidade fóton-fóton diferencial efetiva é dada pelo produto das distribuições de fóton associadas determinadas para uma dada fração de momentum x_i , onde $x_{1,2} = e^{\pm Y} M_{\gamma\gamma} / \sqrt{s}$. A massa invariante do par de fótons está associada à fração de momentum x por $M_{\gamma\gamma}^2 = x_1 x_2 s$, e a seção de choque do subprocesso $\gamma\gamma \rightarrow \ell^+\ell^-$ é dada pela fórmula de Breit-Wheeler [170] para a produção de diléptons via fusão fóton-fóton:

$$\hat{\sigma}_{\gamma\gamma \rightarrow \ell^+\ell^-}(M_{\gamma\gamma}^2) = \frac{4\pi\alpha^2}{M_{\gamma\gamma}^2} \left(2 \ln \left[\frac{1}{\sqrt{\eta_\ell}} \left(1 + \sqrt{\frac{1}{\eta_\ell} - 1} \right) \right] \left[1 + \eta_\ell - \frac{\eta_\ell^2}{2} \right] - (1 + \eta_\ell) \sqrt{1 - \eta_\ell} \right), \quad (4.4.2)$$

onde $\eta_\ell = 4m_\ell^2/M_{\gamma\gamma}^2$ e m_ℓ é a massa do lépton. Como esta seção de choque possui dependência em $1/M_{\gamma\gamma}^2$, isto se reflete em uma seção de choque proporcional ao inverso

da fração de momentum x dos prótons vindos de um dado lado. Além disso, como o momentum final do próton p_f é relacionado ao momentum inicial p por $x = p_f/p$ e $\xi = (p_f - p)/p = p_f/p - 1 = x - 1$, vemos que ξ é proporcional a x . Assim, esperamos que a seção de choque seja inversamente proporcional à fração de momentum perdido ξ dos prótons, como na Equação (4.4.3). Ou seja, devemos ter uma função densidade de probabilidade $f(\xi)$ para a fração de momentum perdido ξ de um próton após a colisão tal que

$$f(\xi) \sim 1/\xi. \quad (4.4.3)$$

A função de densidade dada pela Equação (4.4.3) precisa estar normalizada no intervalo entre ξ_{\min} e ξ_{\max} , que podemos considerar como os limites que o detector do experimento é capaz de registrar os prótons que participaram da colisão elástica. No CMS, estes limites são $\xi_{\min} = 0,015$ e $\xi_{\max} = 0,2$. Seguindo a condição de normalização, temos

$$\int_{\xi_{\min}}^{\xi_{\max}} \frac{\lambda}{\xi} d\xi = 1, \quad (4.4.4)$$

em que λ é uma constante de normalização. O valor desta constante que obedece à condição de normalização é

$$\lambda = 1 / \ln \left(\frac{\xi_{\max}}{\xi_{\min}} \right). \quad (4.4.5)$$

Desta forma, partindo do pressuposto que $f(\xi) \sim 1/\xi$, obtemos a função densidade de probabilidade para o momentum perdido pelos prótons:

$$f(\xi) = \frac{1}{\ln \left(\frac{\xi_{\max}}{\xi_{\min}} \right) \xi}. \quad (4.4.6)$$

Com a finalidade de poder gerar amostras utilizando a função densidade obtida, devemos considerar a função distribuição acumulada:

$$F(x) = \int_{\xi_{\min}}^x \frac{\lambda}{\xi} d\xi = \lambda \ln \left(\frac{x}{\xi_{\min}} \right), \quad \xi_{\min} \leq x \leq \xi_{\max}. \quad (4.4.7)$$

Igualando a distribuição $F(x)$ a um número aleatório r distribuído uniformemente entre 0 e 1,

$$\lambda \ln \left(\frac{x}{\xi_{\min}} \right) = r, \quad (4.4.8)$$

e isolando x , obtém-se a função necessária para gerar uma distribuição de números aleatórios seguindo a função densidade de probabilidade $f(\xi)$:

$$x = \left(\frac{\xi_{\max}}{\xi_{\min}} \right)^r \xi_{\min}. \quad (4.4.9)$$

Desta forma, utilizando apenas uma distribuição uniforme r , podemos obter uma distribuição que segue o comportamento da fração de momentum perdido ξ . As amostras

geradas com esta distribuição ainda podem ser aprimoradas aplicando-se sobre elas uma incerteza de 2% [23], onde assume-se limites de resolução relacionados tanto ao feixe quanto ao alinhamento dos detectores, fornecendo um caráter mais próximo ao observado experimentalmente.

4.4.2 Simulações e comparação com PYTHIA

Com o objetivo de obter uma simulação que reproduzisse o comportamento dos prótons espalhados elasticamente a cada colisão no LHC, dentro dos limites cinemáticos de detecção do PPS, utilizou-se o *software* PYTHIA [169] para gerar amostras de eventos com *minimum bias*. Isto permite estudar as características gerais das interações próton-próton, pois são eventos genéricos, incluindo processos não-difrativos e duplo-difrativos. Os eventos gerados pelo PYTHIA e salvos em arquivos foram então reunidos em grupos simulando *bunches* com um *pileup* de 50 colisões próton-próton. Em um experimento realizado utilizando um número de 250 mil *bunch crossings* envolvendo um *pileup* de 50 eventos de colisões de prótons, foram obtidas os seguintes resultados:

- 78.795 (31,518%) *bunches* em que os detectores frontais não observam nenhum próton;
- 123.577 (49,43%) *bunches* em que um próton é detectado em apenas um dos lados, sendo 62223 (24,8892%) na esquerda ($p_z > 0$), e 61.354 (24,5416%) na direita ($p_z < 0$).
- 47.628 (19,0512%) *bunches* em que há pelo menos um próton detectado de cada lado do detector.

A fração de momentum perdido ξ pelos prótons nas amostras produzidas com o PYTHIA segue uma distribuição inversamente proporcional a ξ , conforme exibe o histograma da Figura 4.4.1, que também demonstra para comparação uma distribuição gerada aleatoriamente utilizando-se a Equação (4.4.9), que simula a distribuição de ξ . Neste histograma, a altura de cada barra foi dividida pelo número total de ocorrências, de forma que as duas distribuições estão normalizadas à unidade, fornecendo a frequência relativa de cada ocorrência. As duas distribuições estão sobrepostas, com suas cores sendo parcialmente opacas, ocorrendo um escurecimento das cores onde as distribuições se intersectam. Observa-se que as distribuições são quase idênticas, demonstrando que a Equação (4.4.9) é uma boa aproximação para as distribuições obtidas com o PYTHIA. A principal diferença ocorre nos extremos do histograma, onde no caso simulado se observa a incerteza de 2% introduzida utilizando uma distribuição normal. No entanto, para poder utilizar uma simulação baseada na Equação (4.4.9), é necessário conhecer não apenas a

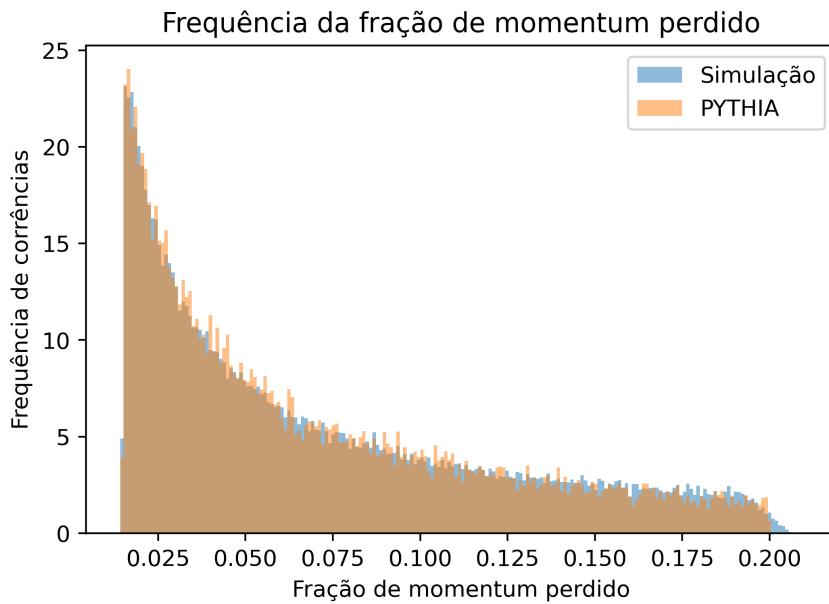


Figura 4.4.1 – Histograma da frequência da fração de momentum perdido ξ pelos prótons: nas amostras de *minimum bias* produzidas com o PYTHIA (em laranja) e na simulação obtida gerando números aleatórios (em azul) com a Equação (4.4.9).

distribuição $f(\xi)$, mas também a probabilidade por colisão de ocorrer uma detecção em um dos lados do detector PPS.

Analizando uma amostra de 1 milhão de eventos de colisão produzidos pelo PYTHIA, observou-se que na maioria dos eventos não ocorre a detecção de um próton intacto em qualquer dos lados do detector do PPS. Em uma minoria ocorre a detecção em um dos lados, e em nenhum caso observa-se a detecção simultânea nos dois lados. Para a amostra analisada, os números observados foram os seguintes:

- Nenhuma detecção = 976.861 (97,6861%)
- Detecção à direita = 11.488 (1,1488%)
- Detecção à esquerda = 11.651 (1,1651%)
- Detecção simultânea em ambos os lados = 0 (0%)

Após as colisões, alguns prótons permanecem intactos enquanto outros se dissociam. Na amostra de 1 milhão de eventos analisados, boa parte dos prótons sofriam dissociação, enquanto uma parcela pequena permanecia intacta. Os números observados após cada evento de colisão foram os seguintes:

- Nenhum próton intacto = 653.128 (65,3128%)

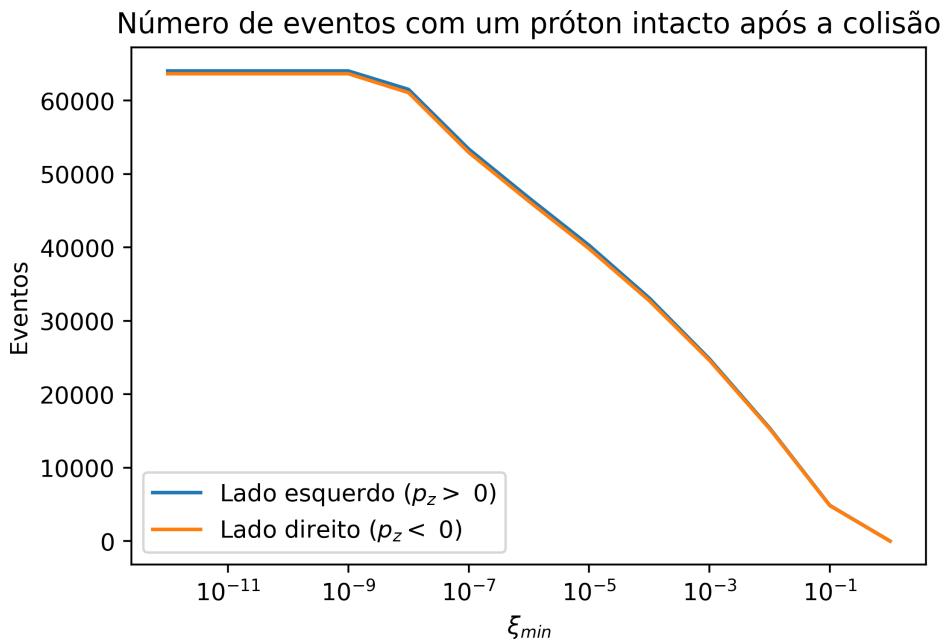


Figura 4.4.2 – Número de eventos contendo um próton intacto após a colisão em função da região de ξ observada: $\xi_{min} \leq \xi \leq 1$. A linha azul mostra o número de eventos em que sobreviveu o próton com $p_z > 0$, enquanto que a linha laranja mostra o número de eventos em que sobreviveu o próton com $p_z < 0$.

- Próton intacto apenas à direita = 63.658 (6,3658%)
- Próton intacto apenas à esquerda = 64.038 (6,4038%)
- Prótons intactos em ambos os lados = 219.176 (21,9176%)

A escala de ξ na qual ocorre a sobrevivência de ao menos um próton, no entanto, é em geral muito pequena. São os prótons muito frontais que possuem uma probabilidade maior de seguirem intactos após a colisão, sofrendo uma perda de momentum insignificante. Isto é ilustrado pelo gráfico da Figura 4.4.2, onde o número de eventos contendo um próton intacto após a colisão aparece como função de um ponto de corte mínimo em ξ , isto é, quantos eventos contendo um próton intacto ocorrem entre $\xi_{min} \leq \xi \leq 1$. Conforme ξ_{min} aumenta, menos eventos deste tipo são observados. As diferentes cores ilustram o sentido do movimento do próton sobrevivente, com a linha azul indicando os prótons movendo-se para a esquerda ($p_z > 0$) e a linha laranja indicando os prótons movendo-se para a direita ($p_z < 0$). As duas linhas ficam muito próximas uma da outra, pois a direção de movimento do próton não afeta a probabilidade de sua destruição.

Por outro lado, a escala de ξ na qual ocorre a sobrevivência de ambos os prótons é muito pequena, ou seja, após a colisão a fração de momentum perdida pelos dois prótons deve ser muito pequena. No gráfico da Figura 4.4.3 vemos claramente que as ocorrências de eventos duplo difrativos só ocorrem para ξ muito pequenos, da ordem de magnitude de 10^{-9} ou menor. Isto significa que, na região de ξ observada pelo PPS, situada entre

$0,015 \leq \xi \leq 0,2$, dificilmente ocorrerá a detecção de prótons decorrentes de espalhamentos elásticos em que ambos os prótons sobreviveram, mas há uma pequena chance de ocorrer a detecção de um próton de um evento em que apenas um dos prótons permaneceu intacto.

Considerando as distribuições observadas com os eventos gerados pelo PYTHIA, podemos assumir uma probabilidade de 1,16% de um evento conter um próton detectável pelo detector à esquerda ou à direita dentro do limite observado de $0,015 \leq \xi \leq 0,2$, enquanto que a chance de ocorrer aos dois lados simultaneamente nesta região é de 0%. No entanto, é possível a ocorrência da detecção de prótons nos dois lados do detector do PPS devido ao espalhamento elástico, causada pelo *pileup* de colisões que ocorre em um *bunch* de partículas, onde cada colisão pode contribuir com um próton espalhado elasticamente para algum lado. Este resultado será aproveitado na Seção 6.2, onde a presença de prótons espúrios de *pileup* serão utilizados como critério para não descartar eventos de *background*. Neste caso, cada *bunch crossing* possui um *pileup* com um número de colisões que segue a distribuição de Poisson, com média 50, e para cada colisão há uma chance de 1,16% de haver um próton sobrevivente no estado final com $0,015 \leq \xi \leq 0,2$.

4.4.3 Comparação entre a medida direta e indireta da fração de momentum perdido ξ do próton

Com o objetivo de comparar a relação entre a fração de momentum perdido $\xi(\ell^\pm\ell^\mp)$ dos léptons oriundos do evento de sinal com a ξ (próton) dos prótons intactos no estado final, empregou-se o *Forward Physics Monte Carlo* (FPMC) [168], um gerador de eventos

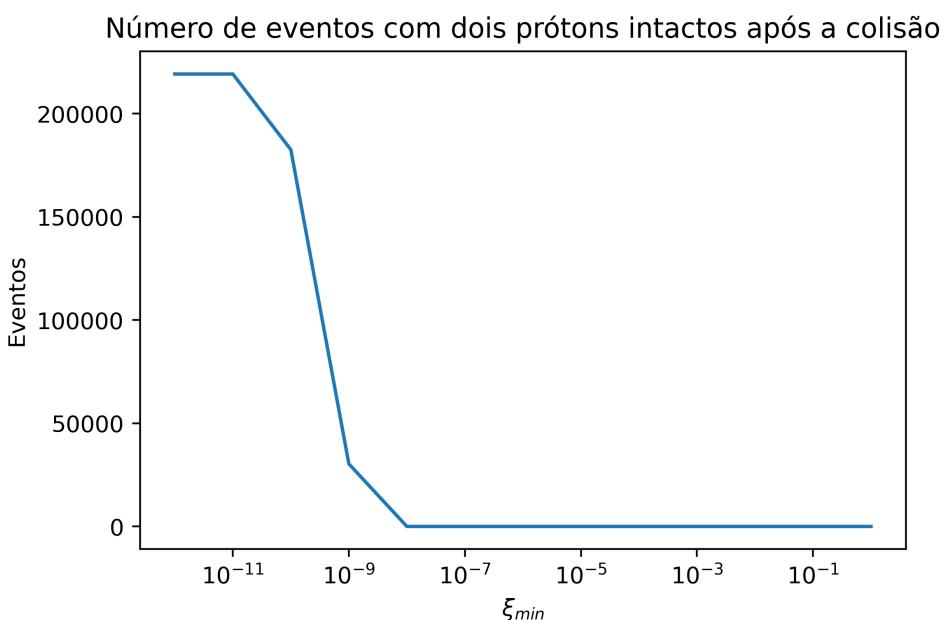


Figura 4.4.3 – Número de eventos contendo dois prótons intactos após a colisão em função da região de ξ observada: $\xi_{min} \leq \xi \leq 1$.

utilizado para simular processos elásticos e inelásticos ocorrendo em colisões hádron-hádron em que um ou ambos os hadrons permanecem intactos. O foco do FPMC é simular processos de grande massa produzidos em pseudorapidez central. Com isso, métodos perturbativos podem ser aplicados para obter previsões para as produções de di-jatos, bóson eletrofraco, bóson de Higgs, pares de diléptons, entre outros. Utilizando, então, o FPMC para obter as distribuições dos léptons e prótons do sinal $\gamma\gamma \rightarrow W^+W^- \rightarrow e^\pm\mu^\mp\nu\nu$, onde os fótons advém do feixe de prótons com $\sqrt{s} = 13$ TeV que sobrevivem no estado final, determinou-se a relação entre $\xi(\mu^\pm e^\mp)$ e $\xi(\text{próton})$, como mostra a Figura 4.4.4. Esta distribuição das frações de momentum perdido para o sinal sobrepõe uma distribuição aleatória que simula os prótons de *pileup*, onde utilizou-se a mesma distribuição de $\xi(\mu^\pm e^\mp)$ da amostra de eventos do FPMC, mas atribuiu-se um valor randômico para $\xi(\text{próton})$, seguindo a distribuição $f(\xi) \sim 1/\xi$.

A reta em diagonal que corta os gráficos na Figura 4.4.4 corresponde à solução exata da Equação (2.7.3). Este é o valor que seria obtido caso os léptons carregados tomassem inteiramente o momentum dos prótons incidentes. No entanto, a emissão de neutrinos resulta em que esta linha corresponda ao valor máximo do momento obtido pelos léptons carregados. As duas soluções da Equação (2.7.3) são devidas às duas possíveis direções que os prótons movem-se no eixo z do colisor. Caso a solução para cada lado seja comparada com prótons movendo-se para o lado oposto, obtém-se uma distribuição aleatória que se assemelha ao *background*, como mostram os gráficos embaixo na Figura 4.4.4. No caso em que não há emissão de neutrinos, a correlação entre ξ medida direta e indiretamente é perfeita. Por exemplo, utilizou-se o gerador de eventos LPAIR [161] com $\sqrt{s} = 13$ TeV para obter as distribuições do processo $\gamma\gamma \rightarrow \mu^+\mu^-$, que estão apresentadas na Figura 4.4.5.

Neste capítulo foram apresentados aspectos sobre a física e tomadas de medidas em experimentos de colisores, enfatizando o detector CMS e sistema do PPS no LHC. Também foi realizado um estudo sobre a relação da fração de momentum perdido dos prótons de estado final com a cinemática dos léptons no detector central, cujos resultados obtidos serão úteis para determinar quais eventos de *background* poderão ser removidos utilizando *proton tagging* em meio à sequência de cortes cinemáticos aplicados no Capítulo 6.

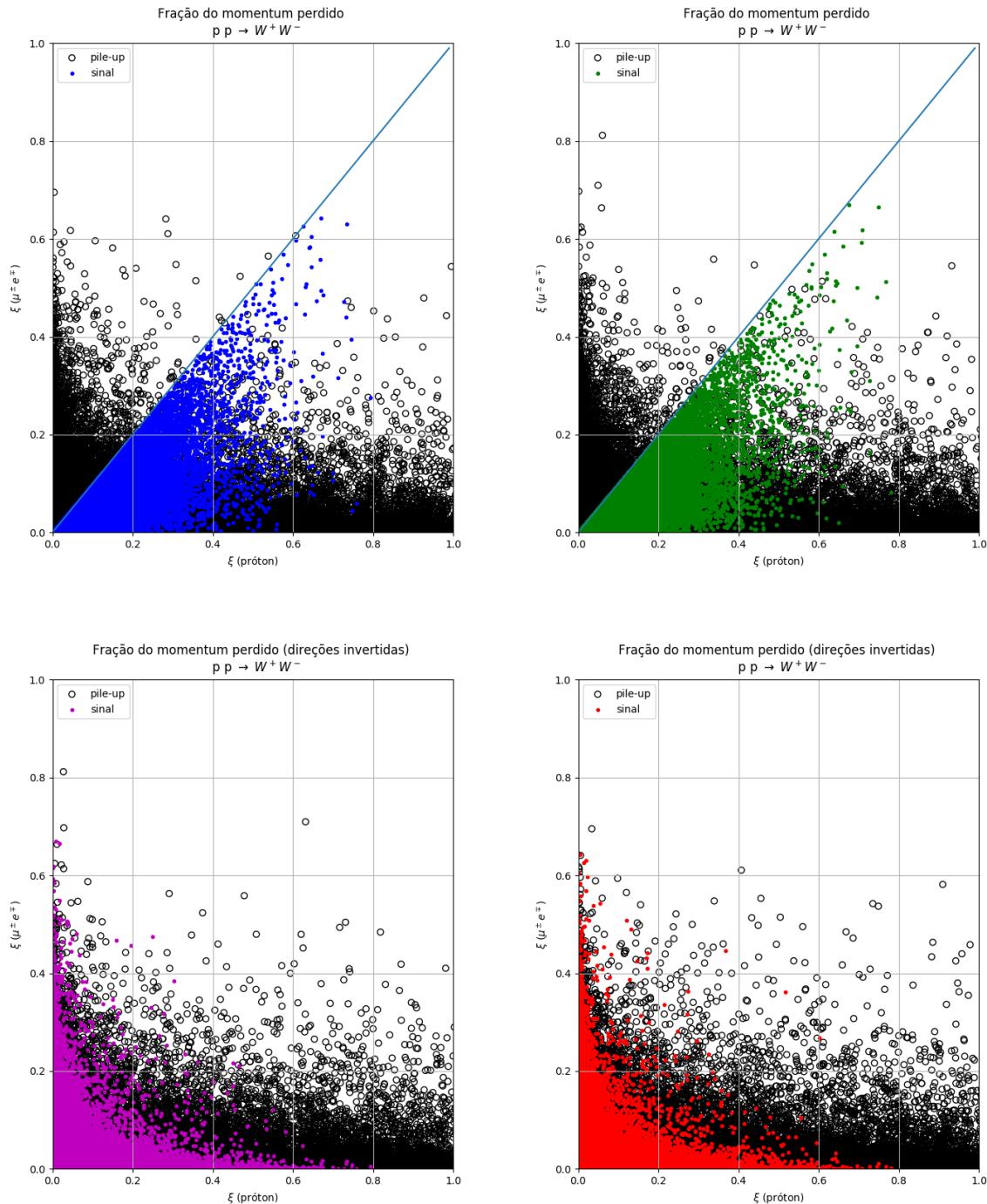


Figura 4.4.4 – Fração de momentum perdido $\xi(\mu^\pm e^\mp)$ medida indiretamente a partir do par de léptons, como solução da Equação (2.7.3), em função de $\xi(\text{próton})$ medida diretamente com os prótons. As distribuições para o sinal foram obtidas com o FPMC, enquanto os prótons de *pileup* seguiram uma distribuição aleatória $f(\xi) \sim 1/\xi$. O gráfico no topo à esquerda mostra o caso $p_z(\text{próton}) > 0$, e o da direita, $p_z(\text{próton}) < 0$. Idem para os gráficos abaixo, onde soluções da Equação (2.7.3) foram propositalmente trocadas para demonstrar que neste caso obtém-se uma distribuição aleatória similar ao *background*.

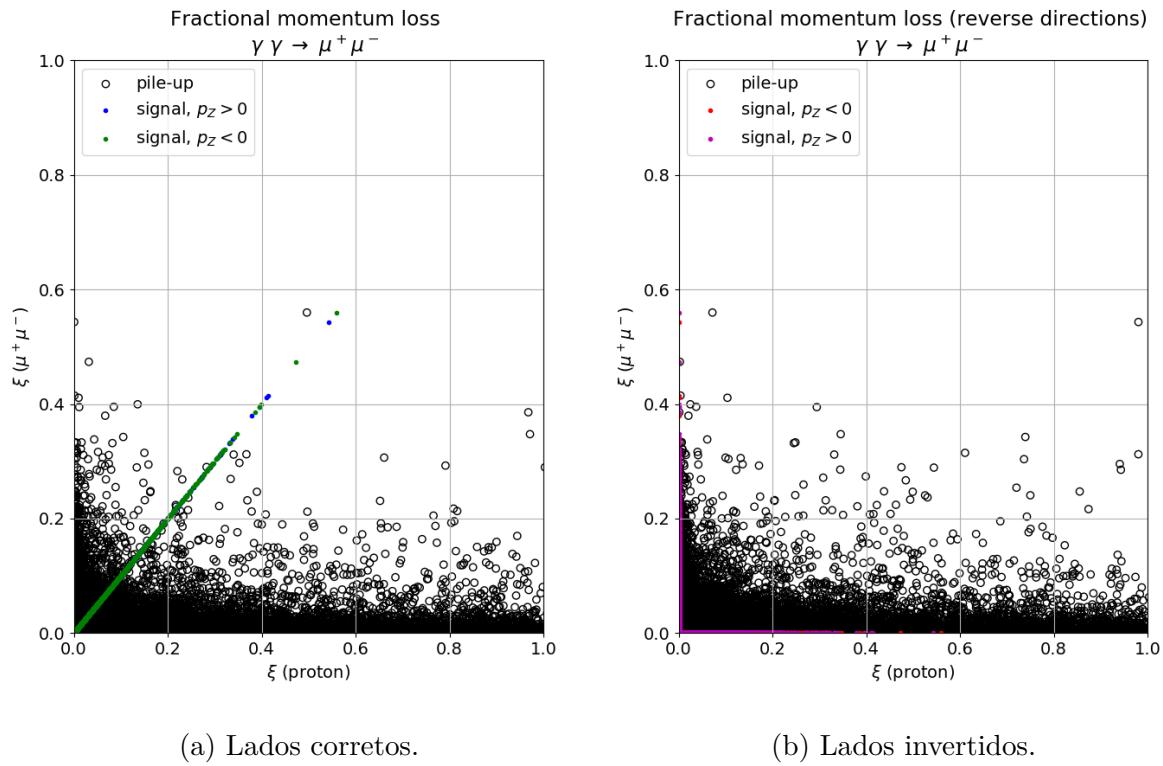


Figura 4.4.5 – Fração de momentum perdido ξ medida indiretamente a partir do par de léltons em função de ξ medida diretamente com os prótons. Na ausência de neutrinos, a correlação entre as duas medidas é perfeita. As distribuições para o sinal foram obtidas com o LPAIR, com os prótons de *pileup* seguindo uma distribuição aleatória $f(\xi) \sim 1/\xi$.

5 Estimativa da Sensibilidade aos Acoplamentos Quárticos Anômalos

5.1 Limite superior do número esperado de eventos

Podemos obter um limite superior de número esperado de eventos com um NC igual a 95% utilizando o mesmo procedimento que Pierzchała e Piotrzkowski [137] :

$$\sum_{k=0}^{N_{\text{obs}}} P_{\text{Poisson}}(\lambda^{\text{sup}} = \sigma^{\text{sup}} L; k) = 1 - \text{NC}, \quad (5.1.1)$$

onde N_{obs} é o numero de eventos observados, assumindo que seja igual ao número previsto pelo MP, $N_{\text{obs}} = \sigma_{mp} L$, para uma certa luminosidade integrada L . Esta forma de calcular o limite se deve a G. Zech [171], com pequenas modificações. A expressão original para o NC $c = 1 - \epsilon$ é

$$\epsilon = \sum_{n=0}^N P(n; s + b) / \sum_{n_b=0}^N P(n_b; b), \quad (5.1.2)$$

onde N é o número de eventos observados experimentalmente, b é o valor esperado de eventos de *background*, s é o valor esperado de sinal, com ϵ sendo a probabilidade de se observar N eventos ou menos. O denominador desta equação é utilizado para normalizar a distribuição de eventos de *background*. Diferentemente de G. Zech, Pierzchała e Piotrzkowski utilizam como N o número de eventos obtidos pelo MP e não impõem nenhuma normalização.

O valor da seção de choque do processo no MP obtido com o MadGraph foi $\sigma = 4,4882 \times 10^{-3}$ pb. Assumindo uma luminosidade integrada $\mathcal{L} = 140 \text{ fb}^{-1}$, isto equivale a $N_{\text{obs}} = 628,348$ eventos. Substituindo este valor na Equação (5.1.1), obtemos $\lambda^{\text{sup}} = 671$ para um NC de 95%. Para obter este valor, um código foi implementado, onde o valor de λ^{sup} era variado até obter o NC desejado. A distribuição obtida para esta equação em função de λ^{sup} é exibida na Figura 5.1.1, onde os pontos correspondentes a $N_{\text{obs}} = 628$ e $\lambda^{\text{sup}} = 671$ estão indicados.

Nota-se que o NC mantém-se baixo até que o número de eventos observados se aproxima de $N_{\text{obs}} = 628$, aumentando abruptamente e, em seguida, aproximando-se assintoticamente de 100% conforme os valores aumentam.

5.1.1 Número Esperado de Eventos em Observações

O número de eventos que esperamos obter em um experimento de colisor de partículas segue uma distribuição de Poisson, onde a probabilidade $P(\lambda, k)$ de obtermos k

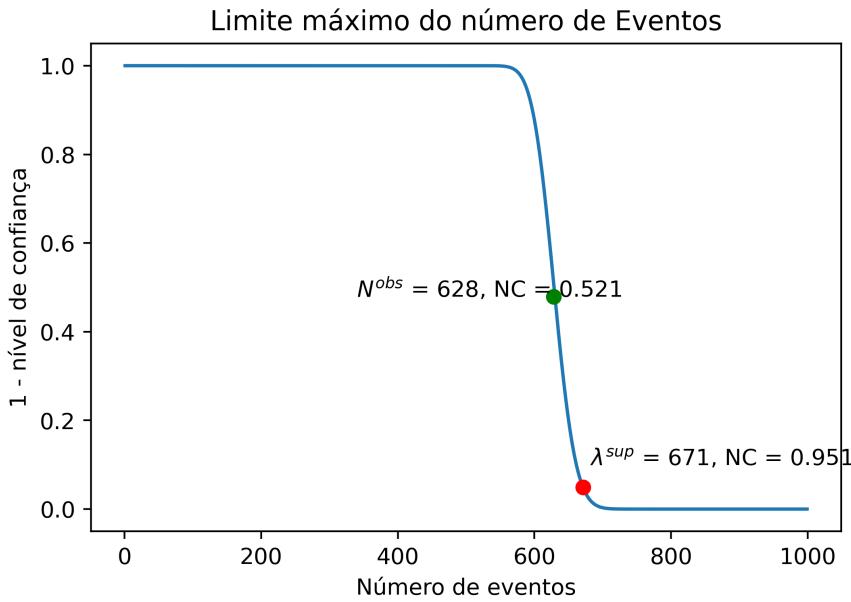


Figura 5.1.1 – Distribuição obtida ao variar o parâmetro λ^{sup} na Equação (5.1.1), mantendo o valor de eventos observados $N_{obs} = 628$ fixo. O valor que se obtém para um NC de 95% equivale a $\lambda^{sup} = 671$.

eventos, é dada por

$$P(\lambda, k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!} \quad (5.1.3)$$

Uma distribuição de Poisson com média λ possui variância $\sigma^2 = \lambda$. Para valores grandes de λ , esta distribuição pode ser aproximada por uma distribuição normal, embora sem a parte de ser contínua.

Esta aproximação é justificada pelo Teorema do Limite Central. Se X_1 e X_2 são duas variáveis aleatórias independentes seguindo a distribuição de Poisson, com médias λ_1 e λ_2 , respectivamente, então a soma $X_1 + X_2$ possui uma distribuição de Poisson com média $\lambda_1 + \lambda_2$. Desta maneira, uma variável aleatória X com distribuição de Poisson de média λ possui a mesma distribuição que a soma de N distribuições X_i independentes de Poisson com média λ/N . Pelo Teorema do Limite Central, esta soma segue aproximadamente a mesma distribuição que uma variável aleatória normal Y cuja média é λ e variância λ , assim como X .

Em uma distribuição normal, o 5º percentil se encontra no ponto

$$\mu - \sqrt{2}\text{erfc}^{-1}\left(\frac{1}{10}\right)\sigma, \quad (5.1.4)$$

onde $\text{erfc}^{-1}(x)$ é o inverso da função erro complementar e μ é o valor médio. No caso da aproximação da distribuição de Poisson, com valor esperado de λ , para uma distribuição normal, o 5º percentil fica então no ponto

$$\lambda - \sqrt{2}\text{erfc}^{-1}\left(\frac{1}{10}\right)\sqrt{\lambda}, \quad (5.1.5)$$

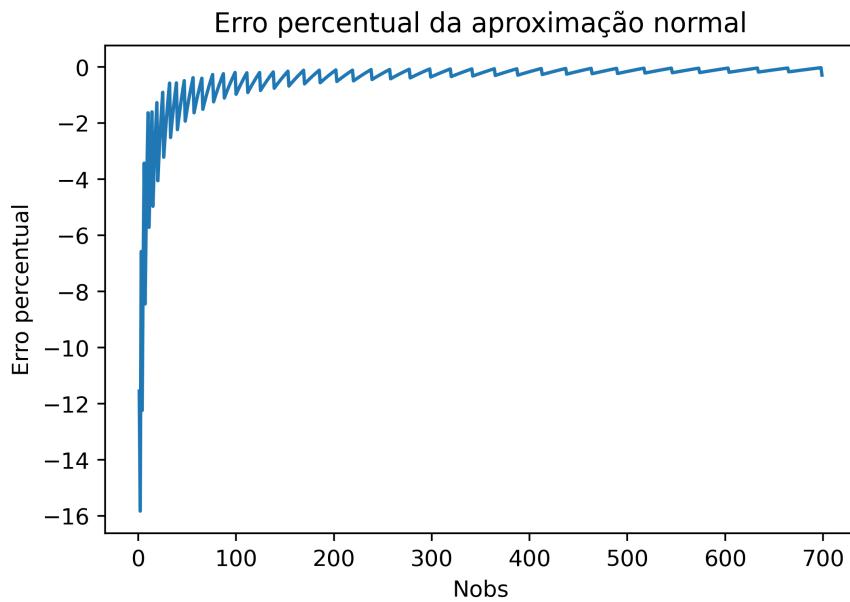


Figura 5.1.2 – Erro percentual em função de N_{obs} ao utilizar a Equação (5.1.6) como aproximação da Equação (5.1.1). O erro tende a zero conforme N_{obs} aumenta, e o zigue-zague deve-se à natureza discreta dos valores da distribuição de Poisson, que diferem da natureza contínua da distribuição normal.

onde $\text{erfc}^{-1}(x)$ é o inverso da função erro complementar. Isto permite utilizar um método similar de Pierzchała e Piotrzkowski [137] (Equação (5.1.1)) para obter o limite superior, que consiste em utilizar uma aproximação em distribuição normal para obter uma relação entre N_{obs} e λ^{sup} , tal que:

$$N_{\text{obs}} = \lambda^{\text{sup}} - \sqrt{2}\text{erfc}^{-1}\left(\frac{1}{10}\right)\sqrt{\lambda^{\text{sup}}} \quad (5.1.6)$$

onde N_{obs} cresce mais lentamente que λ^{sup} , o que significa que quanto maior N_{obs} , mais sensível fica λ^{sup} . Esta sensibilidade é proporcional à raiz quadrada de λ^{sup} . Portanto, aumentar o número de eventos (através de um aumento na luminosidade, por exemplo), resultará em um aumento da sensibilidade do parâmetro anômalo proporcional à raiz quadrada deste aumento. Por outro lado, em termos da seção de choque e luminosidade integrada, temos

$$\sigma^{\text{MP}}L = \sigma^{\text{sup}}L - \sqrt{2}\text{erfc}^{-1}\left(\frac{1}{10}\right)\sqrt{\sigma^{\text{sup}}L}. \quad (5.1.7)$$

Esta é uma aproximação está de acordo com o método de Pierzchała e Piotrzkowski (com erro menor que 1%) quando são utilizados valores altos de N_{obs} (> 200). A vantagem de utilizar este método é não depender do cálculo de fatoriais de números muito grandes, algo necessário ao utilizar o método baseado na distribuição de Poisson e que pode demandar elevados tempos computacionais. A Figura 5.1.2 ilustra a dependência do erro com N_{obs} .

Dividindo a Equação (5.1.7) pela luminosidade L , obtemos

$$\sigma^{\text{MP}} = \sigma^{\text{sup}} - \sqrt{2} \operatorname{erfc}^{-1} \left(\frac{1}{10} \right) \sqrt{\frac{\sigma^{\text{sup}}}{L}}. \quad (5.1.8)$$

Isto demonstra claramente como a luminosidade afeta a seção de choque superior, com a dependência com a raiz quadrada esperada. No limite de luminosidade infinita, as duas seções de choque devem ser as mesmas.

5.1.2 Métodos alternativos encontrados na literatura

Na literatura é comum utilizar diferentes métodos para obter os limites. Em muitos casos utiliza-se uma definição em χ^2 para o limite em NC de 95%. A. Yilmaz [172] utiliza uma distribuição em histogramas que compara MP com anômalos e calcula o χ^2 a partir dos *bins* dos histogramas:

$$\chi^2 = \sum_i^{n_{\text{bins}}} \left(\frac{N_i^{\text{NP}} - N_i^B}{N_i^B \Delta_i} \right)^2. \quad (5.1.9)$$

Por outro lado, S.C. İnan e A.V. Kisseelev [173] utilizam uma outra expressão para excluir regiões com NC de 95%:

$$S_{\text{excl}} = \sqrt{2 \left[s - b \ln \left(\frac{b+s+x}{2b} \right) - \frac{1}{\delta^2} \ln \left(\frac{b-s+x}{2b} \right) - (b+s-x) \left(1 + \frac{1}{\delta^2 b} \right) \right]}, \quad (5.1.10)$$

onde

$$x = \sqrt{(s+b)^2 - 4\delta^2 sb^2/(1+\delta^2 b)}, \quad (5.1.11)$$

e as regiões onde $S_{\text{excl}} \leq 1,645$ são definidas como as regiões que podem ser excluídas com NC de 95%. Aqui, o MP é tratado como *background* (b) e δ é o erro sistemático percentual, onde três cenários são considerados: $\delta = 0\%$, $\delta = 5\%$, e $\delta = 10\%$.

Em um estudo da Colaboração CMS [125], os limites são obtidos usando métodos diversos: método de *profile likelihood*, método Bayesiano com *flat prior*, método de Feldman-Cousins [174], método de Cousins e Highland [175] ou o método *CLS* [176].

5.1.3 Significância

Ao obter os resultados de uma medida, podemos estar interessados em quantificar se um determinado desvio em relação ao valor esperado se deve ao acaso ou se há um fator interessante subjacente, como nova física. Para isto, podemos utilizar a Significância Estatística Z . Quando adotamos uma razão de verossimilhança (*likelihood ratio*), $Q = \frac{L_{\text{SB}}}{L_B}$, como estatística de teste, e assumindo que ela segue uma distribuição normal, a significância Z pode ser estimada como [177]:

$$Z = \sqrt{-2 \log Q}. \quad (5.1.12)$$

Em experimentos de contagem que seguem uma estatística de Poisson, a significância é por vezes aproximada por

$$Z = S/\sqrt{S+B}, \quad (5.1.13)$$

ou seja, a razão da força do sinal pela incerteza do número total de eventos. Nesta equação, S e B são os níveis do sinal observado ou esperado e do *background*, dependendo se o desejado é a significância observada ou a esperada. No entanto, uma abordagem mais precisa envolve introduzir os termos de verosimilhança de Poisson na Equação (5.1.12) para obter:

$$Z = \sqrt{2(S+B) \ln(1+S/B) - 2S}. \quad (5.1.14)$$

Uma vez determinada a significância da medida, podemos obter o seu p-valor, uma medida estatística utilizada para validar uma hipótese com base nos dados observados. No caso questão, temos a hipótese de que não há de fato nenhum sinal anômalo, mas que por acaso foram medidos sinais do MP acima do valor esperado. O p-valor em função da significância Z é dado por:

$$p = \frac{1 - \text{erf}(Z/\sqrt{2})}{2}, \quad (5.1.15)$$

onde $\text{erf}(x)$ é a função erro. Assim, temos

$$p = \frac{1 - \text{erf}\left(\sqrt{2(S+B) \ln(1+S/B) - 2S}/\sqrt{2}\right)}{2} \quad (5.1.16)$$

Para um NC de 95%, vale a equivalência $p = 0,05$. Utilizando $B = 628,348$, equivalente ao número de eventos observados N_{obs} da Equação (5.1.1), a Equação (5.1.16) possui duas soluções para S : $-40,78$ e $41,68$. Neste caso, S representa um excesso de eventos em relação a B , onde Λ^{sup} equivale a $S + B$. Apenas o valor positivo possui significado físico, ficando bastante próximo daquele obtido usando o método da Equação (5.1.1), que fornece $B = 42,652$ eventos. Desta forma, a significância estatística corrobora o resultado obtido anteriormente com a soma sobre as distribuições de Poisson.

6 Resultados e Discussão

Este estudo se baseou na produção de amostras com o MadGraph a fim de avaliar diferentes distribuições cinemáticas de processos de colisões de partículas para análises de dados tanto na janela cinemática do CMS quanto na janela mais restritiva com a inclusão do PPS. Para este último, novos vínculos estão presentes na seleção dos dados devido a detecção adicional dos prótons intactos emergentes do processo fóton-fóton.

6.1 Limites para Eventos Anômalos

A seção de choque total calculada com o MadGraph para o processo $pp \rightarrow \gamma\gamma \rightarrow W^+W^-$ em que os bósons W sofrem os decaimentos leptônicos $W^+ \rightarrow e^+\nu_e$, $W^+ \rightarrow \mu^+\nu_\mu$, $W^- \rightarrow e^-\bar{\nu}_e$ ou $W^- \rightarrow \mu^-\bar{\nu}_\mu$ foi de $4,488 \times 10^{-3}$ pb, considerando a energia de centro de massa $\sqrt{s} = 13$ TeV. Utilizando então a Equação (5.1.8) para determinar a correspondente seção de choque superior com NC de 95% para uma luminosidade integrada $\mathcal{L} = 140$ pb $^{-1}$, obtém-se $\sigma^{\text{sup}} = 4,795 \times 10^{-3}$ pb. Este processo então foi repetido para configurações com $\sqrt{s} = 13$ TeV e $\mathcal{L} = 300$ pb $^{-1}$, e levando em conta ou não os espalhamentos semielásticos. Os resultados estão exibidos na Tabela 1.

Com os valores obtidos para a seção de choque superior, uma busca pelos valores dos acoplamentos anômalos capazes de produzir tal σ^{sup} pode ser realizada utilizando o MadGraph. Os resultados possíveis não são únicos, uma vez que diferentes combinações de a_0^W/Λ^2 e a_c^W/Λ^2 podem resultar na mesma seção de choque. Por este motivo, a busca é realizada com apenas um dos parâmetros anômalos sendo não-nulo, com seu valor sendo variado até obter a seção de choque σ^{sup} . O módulo do valor do parâmetro obtido com este procedimento fornece o limite superior dentro do limite de confiança estabelecido para o acoplamento anômalo. Como neste caso apenas um dos parâmetros atua para modificar a Lagrangiana do MP, o limite é dito unidimensional. Os resultados obtidos utilizando este procedimento, com as diferentes configurações de energia e luminosidades consideradas, estão reunidos na Tabela 1. Os valores obtidos são similares aos observados em demais estudos realizados sobre acoplamentos quânticos anômalos [139].

Conforme discutido na subseção 3.4.1, a distribuição de valores de acoplamentos anômalos que dá origem a uma dada seção de choque efetiva do processo $\gamma\gamma \rightarrow W^+W^- \rightarrow \mu^\pm e^\mp$ corresponde, no plano $(a_0^W/\Lambda^2, a_c^W/\Lambda^2)$, a uma elipse, cujas dimensões são tão grandes quanto maior for a seção de choque anômala em relação à seção de choque do processo no MP. Com o valor máximo da seção de choque fixada, os valores dos acoplamentos anômalos são variados até que se obtenha a seção de choque definida. Com os valores de acoplamentos obtidos desta maneira, um ajuste de mínimos quadrados é realizado para

	σ^{MP} (pb)	σ^{sup} (pb)	$\left \frac{a_0^W}{\Lambda^2} \right \leq$	$\left \frac{a_C^W}{\Lambda^2} \right \leq$
13 TeV 140 fb^{-1} E	$4,488 \times 10^{-3}$	$4,795 \times 10^{-3}$	$3,3143 \times 10^{-6}$	$1,2230 \times 10^{-5}$
13 TeV 140 fb^{-1} E + SE	$1,571 \times 10^{-2}$	$1,627 \times 10^{-2}$	$2,3959 \times 10^{-6}$	$8,8420 \times 10^{-6}$
14 TeV 300 fb^{-1} E	$4,933 \times 10^{-3}$	$5,148 \times 10^{-3}$	$2,6013 \times 10^{-6}$	$9,6062 \times 10^{-6}$
14 TeV 300 fb^{-1} E + SE	$1,727 \times 10^{-2}$	$1,766 \times 10^{-2}$	$1,8927 \times 10^{-6}$	$6,9877 \times 10^{-6}$

Tabela 1 – Limites superiores para a seção de choque do processo $\gamma\gamma \rightarrow WW$ obtidos utilizando a Equação (5.1.8), bem como os correspondentes limites unidimensionais do módulo dos parâmetros de acoplamento anômalos a_0^W/Λ^2 e a_C^W/Λ^2 calculados utilizando o MadGraph.

obter a elipse do limite de exclusão dos acoplamentos anômalos.

Embora a Lagrangiana do Modelo utilizado [Equação (3.4.1)] não contasse com o acoplamento quârtico do MP, estes graus de liberdade (correspondentes aos parâmetros D' e E' na Equação (3.4.11)) foram considerados no ajuste da elipse. A função de ajuste utilizada foi:

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_{\text{eff}} - \sigma_{MP}}{\sigma_{\text{eff}} - \sigma_{MP}} &= \frac{1}{\sigma_{\text{eff}} - \sigma_{MP}} \left[A' \left(\frac{a_0^W}{\Lambda^2} \right)^2 + B' \frac{a_0^W}{\Lambda^2} \frac{a_C^W}{\Lambda^2} + C' \left(\frac{a_C^W}{\Lambda^2} \right)^2 + D' \frac{a_0^W}{\Lambda^2} + E' \frac{a_C^W}{\Lambda^2} \right] = \\ 1 &= A \left(\frac{a_0^W}{\Lambda^2} \right)^2 + B \frac{a_0^W}{\Lambda^2} \frac{a_C^W}{\Lambda^2} + C \left(\frac{a_C^W}{\Lambda^2} \right)^2 + D \frac{a_0^W}{\Lambda^2} + E \frac{a_C^W}{\Lambda^2}, \end{aligned} \quad (6.1.1)$$

onde assume-se que os acoplamentos anômalos possuem uma contribuição não-nula na seção de choque total, de forma que $\sigma_{\text{eff}} > \sigma_{MP}$.

Os resultados dos ajustes são apresentados na Tabela 2, onde os parâmetros da Equação (6.1.1) são exibidos, bem como na Figura 6.1.1, onde a distribuição de pontos é exibida juntamente com o contorno obtido. Nesta figura estão exibidos os resultados dos ajustes realizados sobre os pontos obtidos nas quatro situações analisadas: com energias de centro de massa de $\sqrt{s} = 13$ TeV ou $\sqrt{s} = 14$ TeV, e incluindo ou não os processos semielásticos ou considerando apenas os elásticos. A Figura 6.1.2 mostra uma sobreposição dos resultados obtidos sobre todas as configurações consideradas, com valores de energia de $\sqrt{s} = 13$ TeV e luminosidade de 140 fb^{-1} , ou $\sqrt{s} = 14$ TeV com luminosidade de 300 fb^{-1} , e considerando casos elástico apenas ou elástico com semielástico.

	A	B	C	D	E
13 TeV 140 fb^{-1} E	$9,1 \times 10^{10}$	$4,55 \times 10^{10}$	$6,68 \times 10^9$	$-3,45 \times 10^{-8}$	$-8,94 \times 10^{-8}$
13 TeV 140 fb^{-1} E + SE	$1,74 \times 10^{11}$	$8,71 \times 10^{10}$	$1,28 \times 10^{10}$	$-2,69 \times 10^{-6}$	$1,43 \times 10^{-6}$
14 TeV 300 fb^{-1} E	$1,48 \times 10^{11}$	$7,39 \times 10^{10}$	$1,08 \times 10^{10}$	$1,94 \times 10^{-10}$	$3,96 \times 10^{-11}$
14 TeV 300 fb^{-1} E + SE	$2,79 \times 10^{11}$	$1,4 \times 10^{11}$	$2,05 \times 10^{10}$	$-1,39 \times 10^{-6}$	$-1,91 \times 10^{-6}$

Tabela 2 – Valores dos parâmetros da Equação (6.1.1) determinados via ajuste de mínimos quadrados realizado sobre os pontos obtidos com o MadGraph, para os casos elástico apenas (E) e elástico com semielástico (E + SE).

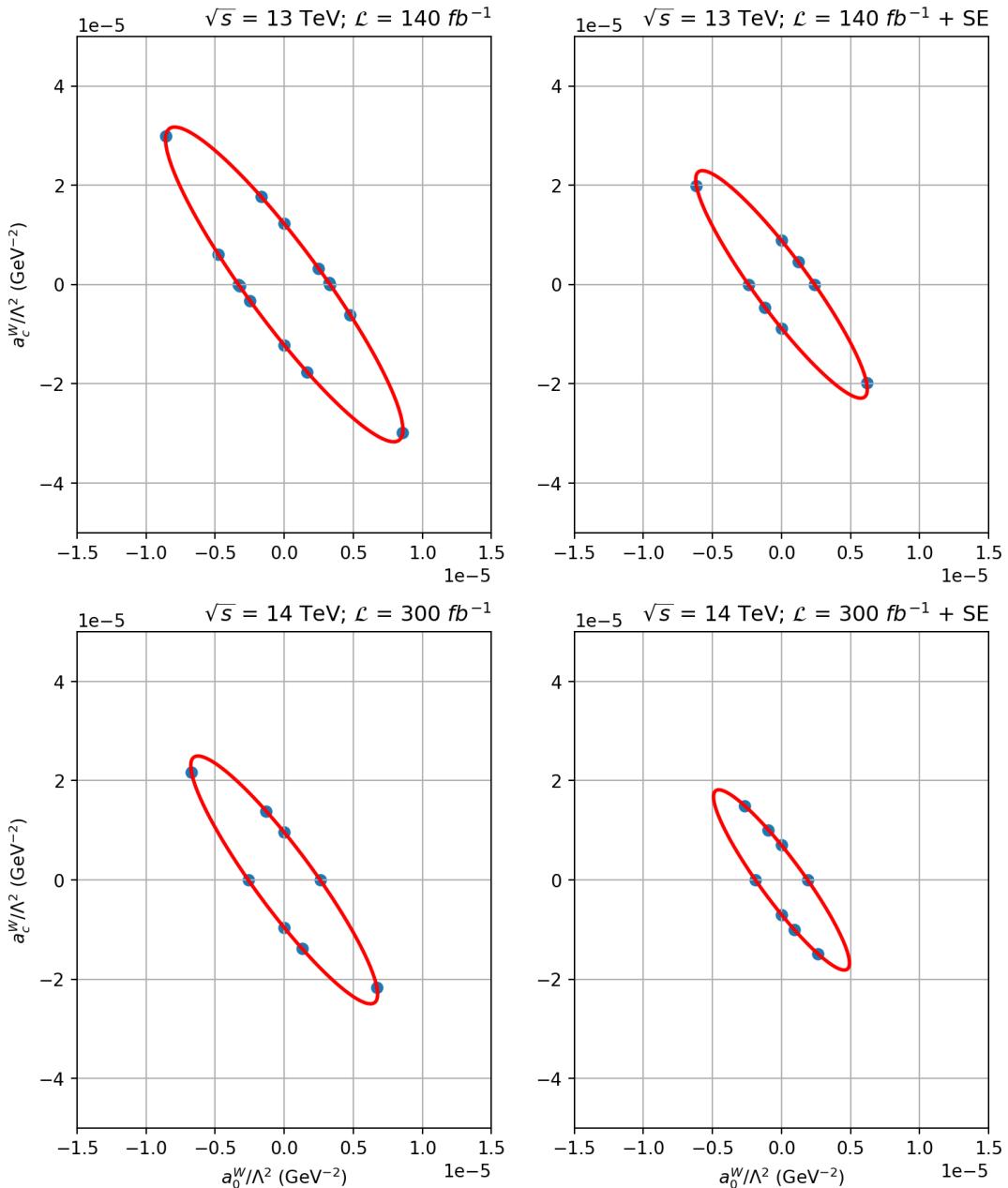


Figura 6.1.1 – Distribuição de pontos obtidos através do MadGraph e utilizados no ajuste por mínimos quadrados - contorno em vermelho - sobre o limite de acoplamentos anômalos.

Nota-se que a inclusão dos processos semielásticos provoca uma importante redução na região de exclusão. Uma redução menos significativa também ocorre ao aumentar a energia de centro de massa de $\sqrt{s} = 13 \text{ TeV}$ ou $\sqrt{s} = 14 \text{ TeV}$ e da luminosidade integrada de 140 fb^{-1} para 300 fb^{-1} . Com a inclusão dos processos semielásticos com energia $\sqrt{s} = 14 \text{ TeV}$ e luminosidade 300 fb^{-1} , obtemos a maior sensibilidade para os acoplamentos anômalos dentre as configurações consideradas. O conjunto de todas os contornos de exclusão obtidos é exibido na Figura 6.1.2.

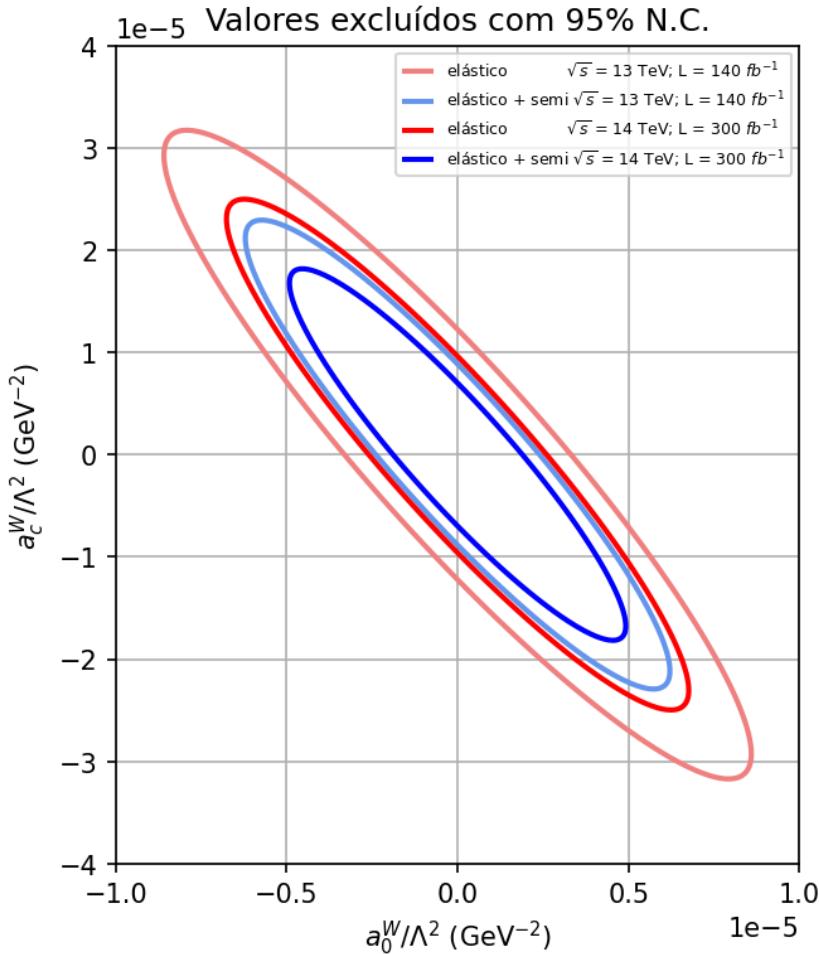


Figura 6.1.2 – Contornos indicando o limite máximo a 95% de NC dos valores de acoplamentos anômalos. Os limites de exclusão formam figuras de elipses, com pontos em seus interiores indicando valores de acoplamentos que não podem ser descartados considerando o NC selecionado.

6.2 Resultados dos Cortes Cinemáticos

Os eventos de *background* considerados neste estudo possuem seções de choque muito superiores aos eventos de sinal, tanto da sua componente prevista pelo MP, quanto da contribuição anômala. A Tabela 3 detalha todos os processos de *background* considerados, fornecendo as suas seções de choque conforme calculadas com o gerador de eventos MadGraph, bem como um dos possíveis diagramas de Feynman com o propósito de ilustrar cada processo.

As maiores fontes de *background* de produção de $\ell^+\ell^-$ são os processos de Drell-Yan e a produção de $\gamma\gamma \rightarrow \ell^+\ell^-$ em que ambos os prótons se dissociam [108]. Outros *backgrounds* considerados incluem a produção de bósons W^+W^- , $W^\pm Z$ e ZZ com decaimento leptônico, bem como a produção do par de quarks $t\bar{t}$ decaindo em quarks $b\bar{b}$ e pares de léptons.

Os pares de léptons considerados nesta análise foram $\ell^\pm = e^\pm, \mu^\pm$, com o lépton τ

sendo ignorado devido ao seu curto tempo de vida médio [$\tau_\tau = (290,3 \pm 0,5) \times 10^{-15}$ s [35]]. Por possuir um tempo de vida médio tão curto, o lépton τ não é detectado diretamente, mas os produtos de seu decaimento são utilizados para detectá-lo indiretamente. Por outro lado, os léptons e e μ possuem tempo médio de vida consideravelmente mais longos, com $\tau_e > 6,6 \times 10^{28}$ anos e [$\tau_\mu = (2,1969811 \pm 0,0000022) \times 10^{-6}$ s] [35], o que permite a detecção direta.

Todos estes processos de *background* possuem seção de choque muito superior às do sinal anômalo e do MP, como mostra a Tabela 4. Estes valores de seção de choque foram calculados utilizando o MadGraph, tanto para o caso que considera apenas colisões elásticas no sinal $\gamma\gamma \rightarrow W^+W^- \rightarrow \ell^+\ell^-$, quanto para o caso em que se consideram também colisões semielásticas, onde foi considerado um fator de 3,5 sobre a seção de choque apenas elástica [43, 44].

Parte considerável deste *background* pode, no entanto, ser descartada utilizando seleções apropriadas de regiões cinemáticas sem que isso se reflita em uma perda significativa do sinal do processo que se deseja observar. A sequência de seleções cinemáticas pode ser organizada em um fluxo de cortes (ou *cutflow*) aplicados de forma cumulativa, onde o número de eventos observáveis em cada processo tende a diminuir com cada corte aplicado. O objetivo, portanto, é aplicar seleções que consigam minimizar o número de eventos de *background* e que ao mesmo tempo não causem grande diminuição no número de eventos de sinal, a fim de facilitar a sua busca em experimentos de colisões.

Para a realização do *cutflow*, foi desenvolvido um programa baseado nos eventos gerados e na seção de choque σ_0 calculada pelo MadGraph para os processos de sinal e *background* considerados. Para cada processo, foi utilizado um arquivo *LHE* [98] contendo um número fixo de eventos. A partir destes arquivos, as distribuições cinemáticas dos processos podem ser obtidas com as bibliotecas do ROOT, uma ferramenta utilizada para processamento de dados, desenvolvida no CERN e muito utilizado para análises ligadas aos experimentos [178]. Os histogramas de distribuições cinemáticas apresentados como resultados neste estudo foram também desenvolvidos utilizando o ROOT.

Durante a sequência de cortes aplicados no *cutflow*, o programa contava o número de eventos N que passava por cada critério de seleção, e então comparava este número com o número de eventos originais no arquivo, N_0 . Os números de eventos contidos nos arquivos eram de 350 mil para o sinal, e até 3,5 milhões para o *background*. Como cada evento foi gerado de forma não-ponderada, todos possuem a mesma probabilidade de ocorrer, de forma que a seção de choque total após a aplicação do corte, σ , equivale à razão do número de eventos selecionados pelo corte, N/N_0 , multiplicado pela seção de choque sem cortes, σ_0 :

Diagrama	Processo	Seção de Choque (pb)
	$\gamma\gamma \rightarrow \ell^+\ell^-$	107260 ± 43
	$pp \rightarrow Z^0 \rightarrow \ell^+\ell^-$ $pp \rightarrow \gamma \rightarrow \ell^+\ell^-$	$4,840 \times 10^5 \pm 3 \times 10^2$
	$pp \rightarrow ZZ,$ $Z \rightarrow \ell^+\ell^-, \quad Z \rightarrow \ell^+\ell^-$	$3,7811 \times 10^{-2} \pm 1,1 \times 10^{-5}$
	$pp \rightarrow W^+W^-,$ $W^+ \rightarrow \ell^+\nu_\ell,$ $W^- \rightarrow \ell^-\bar{\nu}_\ell$	$2,8064 \pm 1,7 \times 10^{-3}$
	$pp \rightarrow W^\pm Z,$ $W^\pm \rightarrow \ell^\pm \nu_\ell,$ $Z \rightarrow \ell^+\ell^-$	$3,2799 \times 10^{-1} \pm 1,5 \times 10^{-4}$
	$pp \rightarrow t\bar{t},$ $t \rightarrow W^+ b,$ $\bar{t} \rightarrow W^- \bar{b},$ $W^+ \rightarrow \ell^+\bar{\nu}_\ell,$ $W^- \rightarrow \ell^-\nu_\ell$	$2,0355 \times 10^1 \pm 1,2 \times 10^{-2}$

Tabela 3 – Processos de *background* considerados na análise, com correspondente exemplo de diagrama de Feynman e seções de choque total calculadas utilizando MadGraph.

	Elástico (pb)	Elástico + Inelástico (pb)
Modelo Padrão	$4,4882 \times 10^{-3} \pm 1,3 \times 10^{-6}$	$1,5701 \times 10^{-3} \pm 4,4 \times 10^{-6}$
$a_{0,\max}^W$	$3,0657 \times 10^{-4} \pm 1,9 \times 10^{-7}$	$5,6105 \times 10^{-4} \pm 3,9 \times 10^{-7}$

Tabela 4 – Valores da seção de choque calculadas utilizando o gerador de eventos MadGraph para o sinal do MP e para os eventos anômalos utilizando o maior valor do acoplamento a_0^W/Λ^2 esperado dentro do limite de 95% de NC.

$$\sigma = \frac{N}{N_0} \sigma_0. \quad (6.2.1)$$

O número de eventos N_{yield} que poderão ser efetivamente observados é então obtido multiplicando o valor da seção de choque σ por uma dada luminosidade integrada \mathcal{L} : $N_{\text{yield}} = \sigma \mathcal{L}$.

A sequência de cortes cinemáticos aplicados, de forma cumulativa, para selecionar a região do espaço de fase onde é possível observar os pares de léptons carregados com os detectores do CMS e que simultaneamente favoreçam o sinal de $\gamma\gamma \rightarrow WW \rightarrow \ell^+\ell^-\nu\bar{\nu}$ em detrimento dos eventos de *background* foram os seguintes:

- Seleção de pares de léptons centrais por meio de um corte no valor absoluto da pseudorapidez $|\eta| < 2,4$.
- Limite inferior para o momentum transverso $p_T > 30$ GeV. Estes dois primeiros cortes são considerados uma pré-seleção.
- Massa invariante superior a 200 GeV.
- Massa invariante inferior a 2600 GeV.
- Seleção de pares de léptons carregados formados apenas por sabores distintos, $\ell^+\ell^- \rightarrow e^\pm\mu^\mp$.
- Massa invariante superior a 500 GeV.
- Distribuição da diferença no ângulo azimutal tal que $1 - \Delta\phi(e^\pm\mu^\mp)/\pi < 0,1$ (também denominada de *acoplanaridade* [179]).
- *Single tagging* na região de fração de momentum perdido $0,015 \leq \xi \leq 0,2$.
- *Double tagging* na região de fração de momentum perdido $0,015 \leq \xi \leq 0,2$.
- Momentum tranverso entre $100 \text{ GeV} < p_T < 450 \text{ GeV}$.

Os dois primeiros cortes aplicados, limitando os valores da pseudorapidez a $|\eta| < 2,4$, e o momentum transverso a $p_T > 30$ GeV constituem uma pré-seleção. No caso da pseudorapidez, isto se deve à geometria do detector central, uma vez que, em relação ao

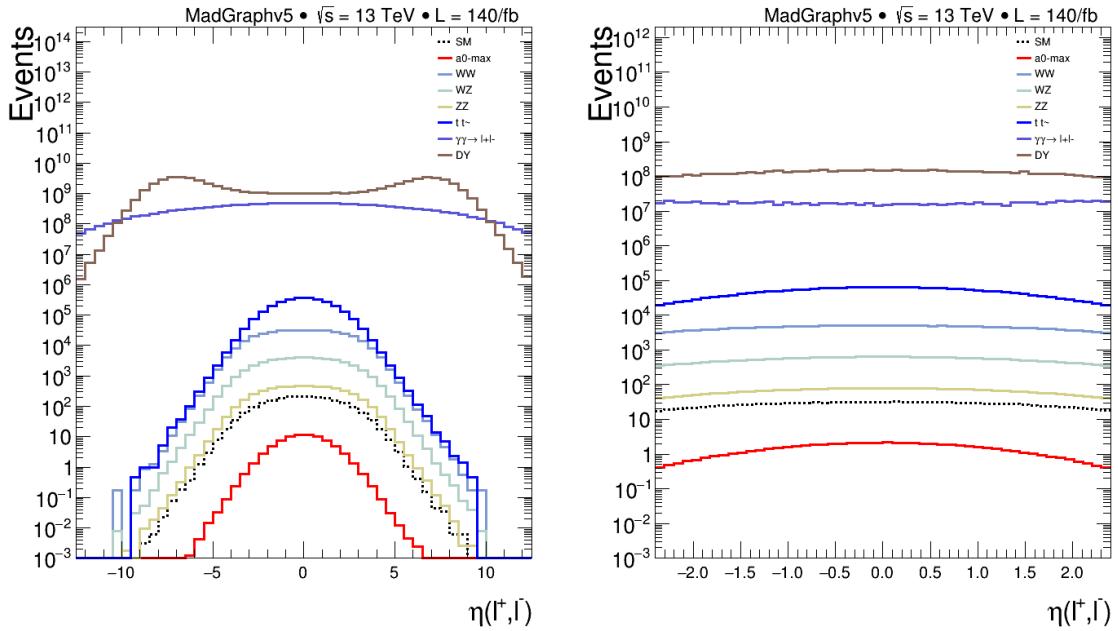


Figura 6.2.1 – Distribuições do número de eventos em função da pseudo pseudorapidez $\eta(\ell^+, \ell^-)$ dos léptons carregados. A figura à esquerda mostra a distribuição sem cortes cinemáticos, enquanto à direita exibe apenas a região observada pelo CMS.

ponto de interação, não há cobertura de detectores em ângulos superiores a $|\eta| < 2,4$. Este corte provoca uma forte redução no número de eventos de Drell-Yan e $\gamma\gamma \rightarrow \ell^+\ell^-$, uma vez que esses processos possuem uma distribuição bastante ampla em η , como mostra a Figura 6.2.1. Em especial, este corte remove os eventos mais energéticos de Drell-Yan e $\gamma\gamma \rightarrow \ell^+\ell^-$, mantendo apenas aqueles cujos pares de léptons carregados possuem energias $E_{DY} \lesssim 400$ GeV e $E_{\gamma\gamma\ell\ell} \lesssim 100$ GeV, respectivamente. A queda no número de eventos também é mais notável na cauda da distribuição de acoplanaridade, indicando uma relação entre a pseudorapidez elevada dos léptons com uma maior energia de centro de massa e menor diferença no ângulo azimutal.

Tipicamente em análises realizadas no CMS, o corte no momentum transverso aplicado como pré-seleção é de $p_T > 20$ GeV, coincidindo com o limiar de momentum transverso do *trigger* dos detectores [40, 139]. Neste estudo, no entanto, optou-se por um corte um pouco mais elevado, de $p_T > 30$ GeV, uma vez que a cauda longa em p_T na distribuição do número de eventos anômalos favorece a observação do sinal em regiões de p_T maior, relativamente ao número de eventos de *background*. A aplicação deste corte também provoca a eliminação do *background* de $\gamma\gamma \rightarrow \ell^+\ell^-$, bem como uma queda geral no número de eventos, tanto de sinal, quanto de *background*, para valores elevados de acoplanaridade.

Considerando que a região acessível do detector frontal do CMS esteja situada

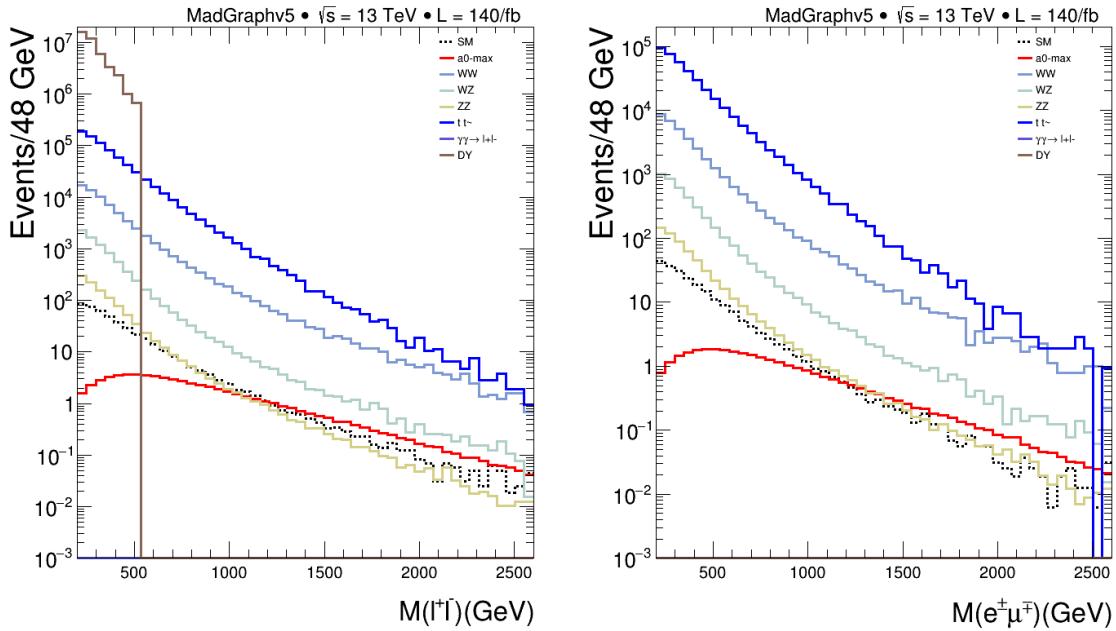


Figura 6.2.2 – Distribuições do número de eventos em função da massa invariante $M(\ell^+\ell^-)$ do par de léptons carregados, com cortes selecionando a região $200 < M < 2600$ GeV. O intenso *background* de Drell-Yan visto à esquerda é completamente eliminado com a seleção de léptons de sabores distintos, aplicados na figura à direita. O pico na distribuição de massa do sinal anômalo ocorre em $M \sim 500$ GeV, o que é uma consequência da escala de corte Λ_{cutoff} utilizada no fator de forma.

entre os valores de fração de momentum perdido $0,015 \leq \xi \leq 0,2$, isto equivale a uma massa invariante do sistema central $M_X \sim \sqrt{s\xi_1\xi_2}$ entre $195 < M_X < 2600$ GeV. O corte aplicado para remover os eventos com pares de léptons carregados com massa acima de $M > 2600$ GeV foi utilizado para obter apenas os eventos que estivessem dentro da região onde é possível realizar *proton tagging*. Uma consequência deste corte é a remoção de eventos com p_T muito altos. E ainda que os neutrinos carreguem consigo parte da massa invariante, um corte para remover eventos com pares de léptons carregados de massa $M < 200$ GeV foi aplicado porque isto permite remover uma fração considerável do *background*, principalmente eventos de Drell-Yan na região central de η , e do *background* inclusivo de W^+W^- . O valor deste corte se situa pouco acima do dobro da massa de casca do bóson W , o que, além de descartar regiões de baixa massa onde sinais de nova física, em geral, são menos prováveis, também produz uma redução menos significativa no número de eventos anômalos, devido à cauda longa na distribuição de massa desse processo.

O *background* pode ser ainda mais reduzido ao impor que os pares de léptons possuam sabores diferentes, isto é, que se considere apenas pares de $e^\pm\mu^\mp$. Isto é suficiente para remover *backgrounds* inclusivos [125] como o de Drell-Yan, ao mesmo tempo que reduz fortemente o número de eventos de produção inclusiva dos pares WZ e ZZ , especialmente

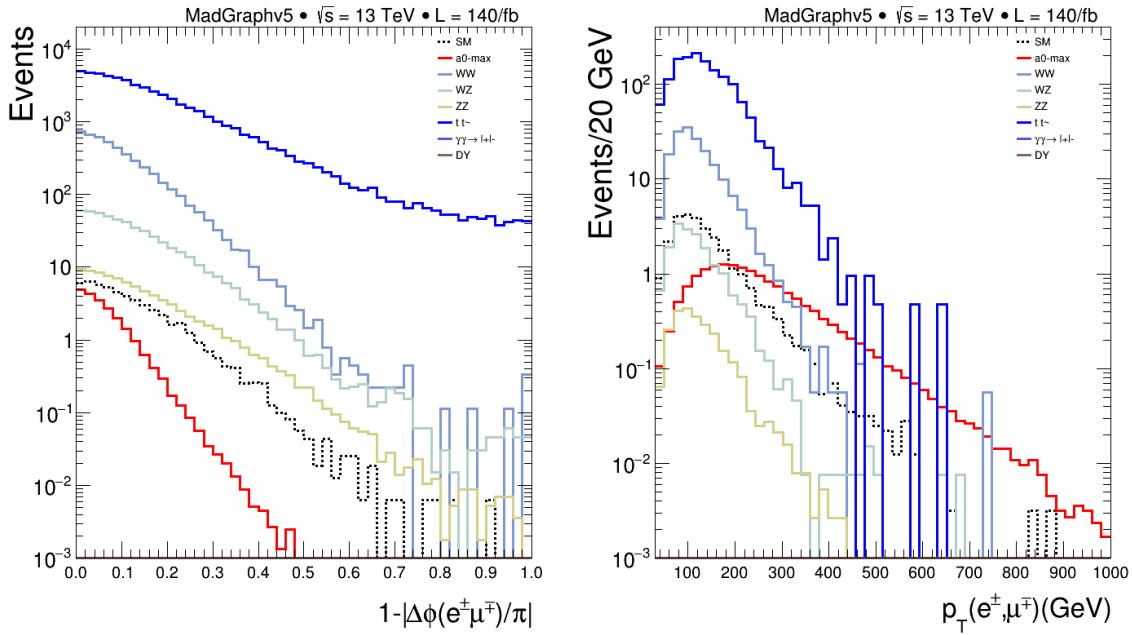


Figura 6.2.3 – Distribuições do número de eventos em função da acoplanaridade antes de aplicar o corte $1 - \Delta\phi(e^\pm \mu^\mp)/\pi < 0,1$ (à esquerda), e do momentum transverso, antes do corte $100 < p_T < 450$ GeV (à direita). Após tantos cortes, a distribuição de eventos apresenta falhas devido ao baixo número de eventos sobreviventes, especialmente para valores altos de p_T .

para pares com p_T elevado. Este corte remove aproximadamente metade do número de eventos até aqui selecionados e também afeta o sinal anômalo, removendo a maior parte dos eventos com $1 - \Delta\phi(e^\pm \mu^\mp)/\pi < 0,7$. De toda forma, a redução no número de eventos de *background* é muito maior, compensando esta perda de sinal.

Um aspecto que distingue o sinal de acoplamentos anômalos dos *backgrounds* é uma cauda mais alongada na distribuição de massa invariante, como mostra a Figura 6.2.2. Por esse motivo, foi aplicado um corte removendo pares de léptons com $M < 500$ GeV. Este valor é conveniente, pois remove significante parte do *background*, enquanto que o sinal é relativamente menos afetado. Este valor de massa fica próximo ao pico da distribuição do eventos anômalos, o que é um efeito do fator de forma utilizado, onde considerou-se uma escala de corte $\Lambda_{\text{cutoff}} = 500$ GeV. Por outro lado, os picos nas distribuições dos *backgrounds* se situam em massas menores. Portanto, a remoção desta região de massa é favorável ao sinal, embora ela provoque uma queda geral nos eventos de Δp_T e energias pequenas, em todos os processos. A região central de η sofre uma redução no número de eventos, principalmente entre os processos de *background*, com os sinais sendo menos afetados. Entre os eventos anômalos, sobrevivem aqueles com acoplanaridade $1 - \Delta\phi(e^\pm \mu^\mp)/\pi \lesssim 0,5$.

O corte na acoplanaridade $1 - \Delta\phi(e^\pm \mu^\mp)/\pi < 0,1$ faz parte da chamada *seleção elástica*, muito utilizada em análises do CMS [180]. Este corte na acoplanaridade é vantajoso para esta análise, uma vez que reduz o número de eventos de *background* muito mais que os

de sinal, como mostra a Figura 6.2.3. Isto ocorre porque a distribuição da acoplanaridade do sinal anômalo não possui uma cauda tão longa quanto os demais processos. Em particular, este corte causa uma importante redução no número de eventos do *background* $t\bar{t}$ para valores baixos de energia. No entanto, a seleção elástica se aplica ao processo $\gamma\gamma \rightarrow \ell^+\ell^-$, onde não há a presença de neutrinos. Nesta seleção, duas variáveis de interesse permitem a separação entre as componentes elásticas e inelásticas do sinal $\gamma\gamma \rightarrow \ell^+\ell^-$: além da condição na acoplanaridade, os eventos elásticos requerem um balanço apropriado no momentum transverso, tal que $\Delta p_T < 1$ GeV. Entretanto, a presença de neutrinos no processo envolvendo o acoplamento de bósons WW resulta em uma distribuição muito mais dispersa em Δp_T , de forma que esta componente da seleção elástica não é vantajosa para reduzir o *background* no *cutflow*.

Os cortes envolvendo *single proton tagging* requerem que haja ao menos um próton detectado em um dos lados nos detectores frontais do PPS. No *double proton tagging* é necessário que haja ao menos um próton de cada lado. Neste tipo de seleção, cada próton deve estar na região observável pelo detector, isto é, a sua fração de momentum perdido deve estar no intervalo $0,015 \leq \xi \leq 0,2$. No programa desenvolvido, os eventos inclusivos de *background* são sempre acompanhados por um *pileup* de prótons, cujo tamanho segue a distribuição de Poisson, com média de 50 colisões, e para cada colisão há uma chance de 1,16% de haver um próton sobrevivente no estado final com $0,015 \leq \xi \leq 0,2$, conforme a simulação discutida na Seção 4.4.2.

Além disso, conforme discutido na Seção 4.4.3, a fração de momentum perdido pelos prótons coincidiria com as dos léptons apenas se não houvesse a também a emissão de neutrinos no processo. Isto resulta em que o ξ_p medido diretamente com os prótons no detector frontal ao valor máximo do ξ_ℓ que pode ser obtido na medida indireta com os léptons carregados no detector central. Por esse motivo, o critério de seleção também exige que $\xi_\ell \leq \xi_p$.

Por fim, foi aplicado um corte no momentum transverso que observa a região entre $100 < p_T < 450$ GeV. Isto porque uma característica importante do sinal com acoplamentos anômalos é a cauda longa na distribuição do número de eventos em função do momentum transverso, então a remoção da região com $p_T < 100$ GeV favorece a busca por este sinal, como mostra a Figura 6.2.3. Por outro lado, a estatística dos eventos de *background* com $p_T > 450$ GeV produzidos com o gerador de eventos MadGraph para este estudo não está suficientemente confiável, pois não foi possível produzir eventos em grande número nesta região. Por este motivo, ainda que fosse possível obter um corte ainda mais favorável ao sinal utilizando p_T ainda mais elevados, optou-se por restringir a análise a uma região de p_T que estivesse suficientemente populada pela amostra de eventos obtidas com o MadGraph. A Figura 6.2.4 mostra o resultado na distribuição final de eventos após a aplicação de todos os cortes.

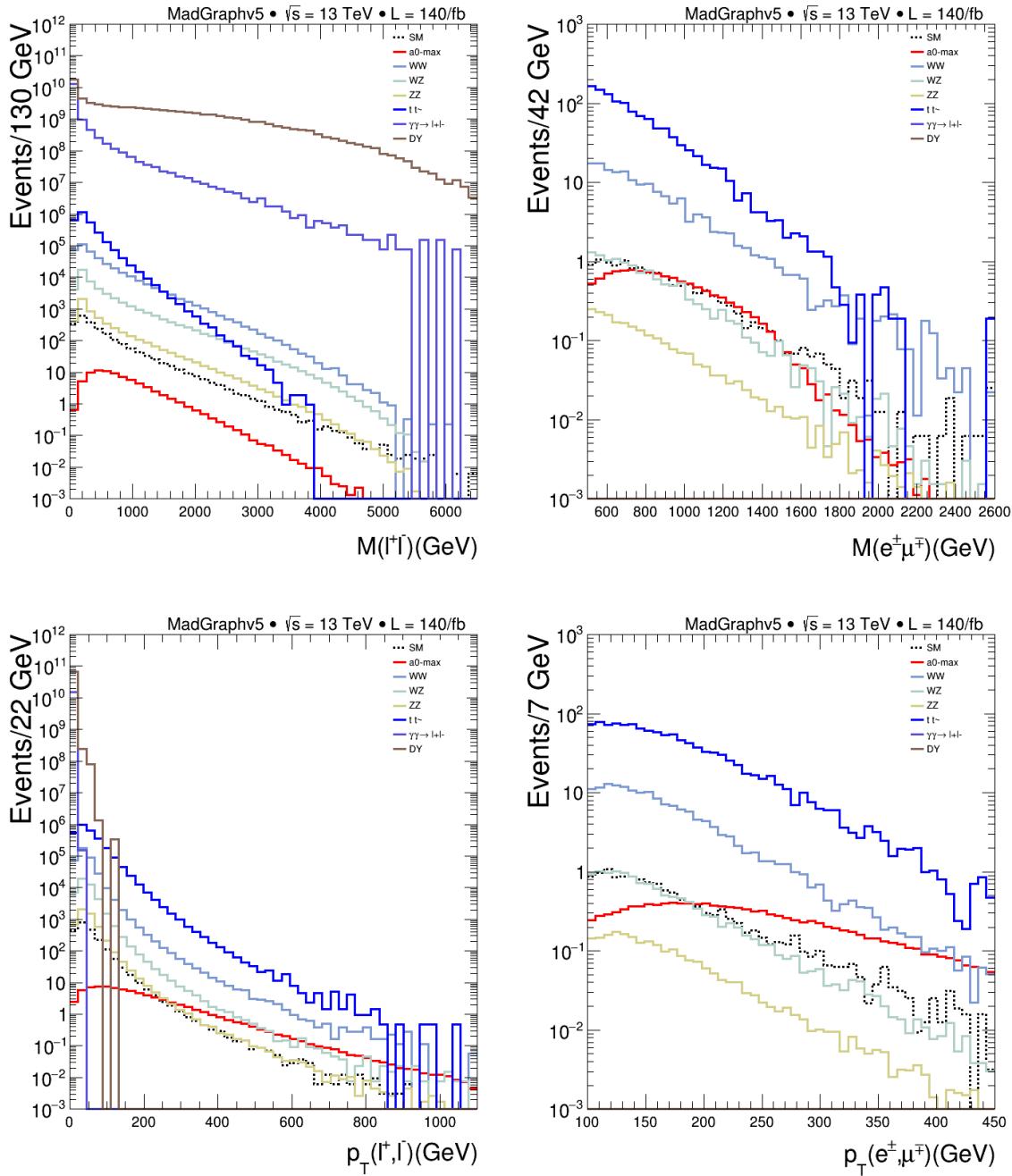


Figura 6.2.4 – Distribuições da massa invariante do par de léptons e do momentum transverso antes e depois da aplicação de todos os cortes cinemáticos.

6.2.1 Considerações Sobre a Incerteza no *Cutflow*

A seção de choque original, σ_0 , foi determinada utilizando o MadGraph, que também foi responsável por gerar um número N_0 de eventos sem cortes cinemáticos. A incerteza na seção de choque é calculada apenas para σ_0 , mas pode ser estimada para os demais casos com base no número de eventos N que sobrevivem aos cortes.

No caso dos *backgrounds* que envolviam os pares de bósons WW , WZ e ZZ , bem como os quarks $t\bar{t}$, o cálculo da seção de choque σ_0 antes de qualquer corte foi realizado

múltiplas vezes utilizando o *MadGraph*. O valor médio foi então tomado como referência e o desvio padrão da média amostral foi tomado como a incerteza da seção de choque, onde se assumiu que a média possui uma distribuição normal pelo Teorema do Limite Central.

Um ponto importante a se considerar é que, na seleção de eventos onde ocorre a exigência da detecção de um próton em um dos detectores frontais do PPS, o modelo estocástico utilizado para simular a distribuição da fração ξ de momentum perdido introduz consigo uma incerteza. Isto ocorre não apenas porque o número de colisões de prótons em um *bunch crossing*, ou porque os valores ξ variam, mas também porque, caso haja um próton de *pileup* detectado, o seu valor de ξ precisa ser compatível com os léptons carregados observados no detector central. Para calcular a incerteza na seção de choque neste caso, para cada corte envolvendo a simulação de distribuição de prótons de *pileup*, o código foi rodado uma dezena de vezes, tomando-se a média das seções de choque obtidas e o desvio padrão como incerteza.

A seção de choque total σ_0 , calculada utilizando o *MadGraph*, está relacionada com o número de eventos N_0 na amostra por

$$\sigma_0 = WN_0, \quad (6.2.2)$$

onde a constante de proporcionalidade W é a mesma que relaciona as seções de choque após os cortes com o número N de eventos sobreviventes na amostra original,

$$\sigma = WN, \quad W = \frac{\sigma_0}{N_0}. \quad (6.2.3)$$

Como o valor de N_0 é fixo, a incerteza em σ_0 e a incerteza em ΔW estão relacionados por

$$\Delta\sigma_0 = N_0\Delta W, \quad (6.2.4)$$

e, supondo que o número de eventos N selecionados em um determinado corte não varie, a incerteza na seção de choque após o corte fica

$$\Delta\sigma = N\Delta W. \quad (6.2.5)$$

O número efetivo N_{yield} de eventos esperados (ou *yield*) na medição de um experimento de colisor de partículas é dado pela seção de choque total σ multiplicada pela luminosidade integrada \mathcal{L} :

$$N_{\text{yield}} = \mathcal{L}\sigma = \mathcal{L}WN = \mathcal{L}\sigma_0\frac{N}{N_0}. \quad (6.2.6)$$

A incerteza neste número é dada por

$$\Delta N_{\text{yield}} = \mathcal{L}\Delta\sigma = \mathcal{L}N\Delta W = \mathcal{L}\Delta\sigma_0\frac{N}{N_0}, \quad (6.2.7)$$

onde a luminosidade integrada \mathcal{L} foi considerada constante. Escrita desta maneira, a razão entre o valor esperado de eventos e a sua incerteza permanece constante para todos os cortes:

$$\frac{N_{\text{yield}}}{\Delta N_{\text{yield}}} = \frac{\Delta\sigma_0}{\sigma_0}. \quad (6.2.8)$$

No caso dos cortes que envolvem a seleção de prótons com base na sua fração de momentum perdido, a natureza estocástica do modelo utilizado para simular a distribuição de ξ também contribui para a incerteza de N_{yield} , uma vez que N pode variar após o corte. Neste caso, a incerteza fica

$$\Delta N_{\text{yield}} = \frac{\mathcal{L}}{N_0} (\Delta\sigma_0 N + \sigma_0 \Delta N), \quad (6.2.9)$$

onde, novamente, a luminosidade integrada \mathcal{L} foi considerada constante. Este foi o valor da incerteza considerado na construção das Tabelas 5 e 6 que apresentam os resultados do *cutflow*, onde o número de algarismos significativos utilizado coincide com a grandeza da incerteza.

Este tipo de consideração sobre a incerteza não leva em conta, no entanto, a propagação da incerteza que ocorreria ao recalcular a seção de choque em uma parte menor do espaço de fase, que foi potencialmente pouco povoada por eventos no cálculo original. Por isso, é importante salientar que os resultados exibidos nas Tabelas 5 e 6 podem diferir de um cálculo dedicado às regiões cinemáticas indicadas, especialmente para os últimos cortes, onde poucos dos eventos originais sobrevivem. Por se tratar de um método de Monte Carlo, o erro na seção de choque diminui com $1/\sqrt{N_0}$, conforme discutido no Anexo A. Como o número de eventos sobrevidentes após os cortes diminui sucessivamente, o erro associado no valor da seção de choque, $\Delta\sigma$, pode ser estimado como

$$\Delta'\sigma = \Delta\sigma_0 \sqrt{\frac{N_0}{N}}, \quad (6.2.10)$$

onde $\Delta\sigma_0$ é a incerteza na seção de choque original calculada pelo MadGraph. Por outro lado, o número efetivo N_{yield} de eventos esperados (ou *yield*) na medição de um experimento de colisor de partículas é dado pela seção de choque total σ multiplicada pela luminosidade integrada \mathcal{L} . Assumindo um valor constante para a luminosidade, a incerteza no número efetivo N_{yield} é dada por

$$\Delta'N_{\text{yield}} = \mathcal{L}\Delta'\sigma = \Delta\sigma_0 \sqrt{\frac{N_0}{N}}, \quad (6.2.11)$$

onde a Equação (6.2.10) foi utilizada para evidenciar a relação da incerteza com o decrescente número de eventos N . Esta é uma informação importante, pois a incerteza pode crescer a ponto de se tornar maior que o próprio número esperado de eventos:

$$\Delta'N_{\text{yield}} = \frac{\Delta\sigma_0}{\sigma_0} N_{\text{yield}} \left(\frac{N_0}{N} \right)^{3/2}, \quad (6.2.12)$$

isto é, quando $N \leq N_0(\Delta\sigma_0/\sigma_0)^{2/3}$, a incerteza passa a ser maior que o próprio valor esperado. Este seria o caso para a última linha das Tabelas 5 e 6, mas este tipo de incerteza não foi utilizado.

6.2.2 Tabelas de *Cutflow* para o Caso Elástico e Elástico + Semielástico

Os resultados obtidos com o *cutflow* considerando apenas as colisões elásticas estão sintetizados na Tabela 5, onde estão exibidos os números esperados $N = \mathcal{L}\sigma$ de eventos (ou *yield*) correspondentes aos processos de sinal e *background*, considerando uma luminosidade integrada $\mathcal{L} = 140 \text{ fb}^{-1}$. Cada linha da tabela indica o número de eventos sobreviventes após a aplicação dos sucessivos cortes cinemáticos, que são feitos de forma cumulativa para selecionar regiões do espaço de fase que favoreçam os eventos de sinal em detrimento dos eventos de *background*.

A inclusão de colisões semielásticas efetivamente aumenta a seção de choque dos eventos de sinal por um fator de 3,5 [43, 44]. Em princípio, prótons de *pileup* podem interferir na reconstrução dos eventos semielásticos de sinal, sendo incorretamente identificados como elásticos caso um próton espúrio seja detectado no PPS com ξ compatível com o do elétron carregado correspondente. Este efeito, no entanto, não foi abordado nesta análise. A Tabela 6 mostra o número esperado de eventos com a inclusão dos processos semielásticos, isto é, no caso em que apenas um dos prótons mantém-se intacto após o espalhamento com fótons virtuais. Os números de eventos sobreviventes não sofrem alterações em relação ao caso apenas elástico, exceto para os processos de *background*, onde a aleatoriedade do modelo utilizado para vetá-los acarreta em flutuações em seus valores após a exigência de *proton-tagging*.

Conforme discutido na Seção 5.1.1, se o número de eventos do processo no MP aumenta por um fator k , seja devido a uma ampliação da luminosidade integrada, ou, neste caso, da incorporação de eventos semielásticos, ocorre um aumento na sensibilidade do parâmetro anômalo que é proporcional à raiz quadrada do fator k . Isto pode ser constatado ao comparar a Tabela 6, onde foram considerados eventos elásticos e semielásticos, com a Tabela 5, que tratou de eventos elásticos apenas.

Cortes cumulativos	Número Efetivo de Eventos (<i>yield</i>) - Caso Elástico							
	MP	$a_{0\max}$	WW	WZ	ZZ	$t\bar{t}$	$\gamma\gamma \rightarrow \ell\ell$	Drell-Yan
Nenhum corte	628,3	42,92	$3,92891 \times 10^5$	$4,5919 \times 10^4$	$5,2936 \times 10^3$	$2,8496 \times 10^6$	$1,50164 \times 10^{10}$	$6,776 \times 10^{10}$
$ \eta < 2,4$	383,4	37,22	$2,19236 \times 10^5$	$2,6304 \times 10^4$	$3,2346 \times 10^3$	$2,2785 \times 10^6$	$8,460 \times 10^8$	$6,487 \times 10^9$
$p_T > 30 \text{ GeV}$	174,33	34,60	$1,03514 \times 10^5$	$1,3924 \times 10^4$	$1,8885 \times 10^3$	$1,1429 \times 10^6$	0	$1,3619 \times 10^8$
$M > 200 \text{ GeV}$	129,55	34,02	$6,7052 \times 10^4$	$7,732 \times 10^3$	$1,04978 \times 10^3$	$7,6075 \times 10^5$	0	$4,133 \times 10^7$
$M > 2600 \text{ GeV}$	129,49	33,82	$6,7044 \times 10^4$	$7,731 \times 10^3$	$1,04970 \times 10^3$	$7,6075 \times 10^5$	0	$4,133 \times 10^7$
$e^\pm \mu^\mp$ apenas	64,36	16,929	$3,3579 \times 10^4$	$4,0135 \times 10^3$	583,95	$3,7993 \times 10^5$	0	0
$M > 500 \text{ GeV}$	14,942	11,936	$4,711 \times 10^3$	530,27	84,04	$5,3798 \times 10^4$	0	0
$1 - \Delta\phi(e^\pm \mu^\mp)/\pi < 0,1$	8,000	9,594	$2,9704 \times 10^3$	269,25	41,35	$2,2598 \times 10^4$	0	0
$0,015 \leq \xi \leq 0,2$ <i>single tagging</i>	8,000	9,594	$1,6444 \times 10^3$	150,8	22,7	$1,284 \times 10^4$	0	0
$0,015 \leq \xi \leq 0,2$ <i>double tagging</i>	7,860	8,979	318	28,8	4,4	$2,45 \times 10^3$	0	0
$100 \text{ GeV} < p_T < 450 \text{ GeV}$	3,863	6,563	162	12,2	2,23	$1,17 \times 10^3$	0	0

Tabela 5 – Número esperado de eventos - *yield* (seção de choque efetiva multiplicado pela luminosidade integrada) do processo do MP $\gamma\gamma \rightarrow WW \rightarrow \ell^+\ell^-\mu\bar{\mu}$ e do processo com acoplamento anômalo com valor máximo de $a_{0\max}$ dentro do NC de 95%, bem como processos de background. Considerou-se uma luminosidade integrada de $\mathcal{L} = 140 \text{ fb}^{-1}$. O número de algarismos significativos em cada processo corresponde ao obtido no cálculo da seção de choque pelo MadGraph.

Cortes cumulativos	Número Efetivo de Eventos (<i>yield</i>) - Caso com Semielástico							
	MP	$a_{0\max}$	WW	WZ	ZZ	$t\bar{t}$	$\gamma\gamma \rightarrow \ell\ell$	Drell-Yan
Nenhum corte	$2,1993 \times 10^3$	78,54	$3,92891 \times 10^5$	$4,5919 \times 10^4$	$5,2935 \times 10^3$	$2,8496 \times 10^6$	$1,5016 \times 10^{10}$	$6,776 \times 10^{10}$
$ \eta < 2,4$	$1,3421 \times 10^3$	68,12	$2,19236 \times 10^5$	$2,6304 \times 10^4$	$3,2346 \times 10^3$	$2,2785 \times 10^6$	$8,46 \times 10^8$	$6,487 \times 10^9$
$p_T > 30 \text{ GeV}$	610,18	63,31	$1,03514 \times 10^5$	$1,3924 \times 10^4$	$1,8885 \times 10^3$	$1,1429 \times 10^6$	0	$1,3619 \times 10^8$
$M > 200 \text{ GeV}$	453,44	62,25	$6,7052 \times 10^4$	$7,732 \times 10^3$	$1,04978 \times 10^3$	$7,6076 \times 10^5$	0	$4,133 \times 10^7$
$M > 2600 \text{ GeV}$	453,24	61,89	$6,7044 \times 10^4$	$7,731 \times 10^3$	$1,04970 \times 10^3$	$7,6075 \times 10^5$	0	$4,133 \times 10^7$
$e^\pm \mu^\mp$ apenas	225,27	30,98	$3,3579 \times 10^4$	$4,0135 \times 10^3$	583,95	$3,7993 \times 10^5$	0	0
$M > 500 \text{ GeV}$	52,30	21,84	$4,7109 \times 10^3$	530,27	84,04	$5,3798 \times 10^4$	0	0
$1 - \Delta\phi(e^\pm \mu^\mp)/\pi < 0,1$	28,000	17,56	$2,9704 \times 10^3$	269,25	41,353	$2,2598 \times 10^4$	0	0
$0,015 \leq \xi \leq 0,2$ <i>single tagging</i>	28,000	17,56	$1,647 \times 10^3$	151	22,65	$1,285 \times 10^4$	0	0
$0,015 \leq \xi \leq 0,2$ <i>double tagging</i>	27,510	16,43	320,1	28,8	4,40	$2,46 \times 10^3$	0	0
$100 \text{ GeV} < p_T < 450 \text{ GeV}$	13,522	12,010	162,0	12,6	2,25	1170	0	0

Tabela 6 – Número esperado de eventos - *yield* (seção de choque efetiva multiplicado pela luminosidade integrada), com a inclusão de processos semielásticos, do processo do MP $\gamma\gamma \rightarrow WW \rightarrow \ell^+\ell^-\mu\bar{\mu}$ e do processo com acoplamento anômalo com valor máximo de $a_{0\max}$, dentro do NC de 95%, bem como processos de background. Considerou-se uma luminosidade integrada de $\mathcal{L} = 140 \text{ fb}^{-1}$. A inclusão dos processos semielásticos aumenta o sinal do MP por um fator 3,5, e dos acoplamentos anômalos por um fator $\sqrt{3,5}$.

	Número Efetivo de Eventos (<i>yield</i>) - Caso com Semielástico							
	MP	$a_{0\max}$	WW	WZ	ZZ	$t\bar{t}$	$\gamma\gamma \rightarrow \ell\ell$	Drell-Yan
Todos os cortes + Tempo de Voo	13,522	12,010	4,1	0,3	0,06	29	0	0

Tabela 7 – Número esperado de eventos - *yield* após todos os cortes com a inclusão de requerimento de tempo de voo, suprimindo o *background* por um fator 40. Foram considerados processos elásticos e semielásticos para o sinal.

Com a adição dos eventos semielásticos, o número de eventos esperados para o sinal do MP aumenta por um fator 3,5, e o do sinal anômalo aumenta por um fator de aproximadamente $\sqrt{3,5}$ em relação ao caso elástico apenas.

A eficiência ϵ do procedimento de seleção em que n eventos de sinal sobrevivem a todos os cortes, dado que a amostra original continha N_0 eventos, pode ser medida por [181]

$$\epsilon = \frac{n}{N_0} \pm \frac{1}{\sqrt{N_0}} \sqrt{\frac{1}{N_0} \left(1 - \frac{n}{N_0}\right)}, \quad (6.2.13)$$

onde a estatística assume uma distribuição binomial. Neste caso, a eficiência para o sinal do MP no caso elástico é de $0,61\% \pm 0,01\%$, e para o sinal anômalo de $15,29\% \pm 0,06\%$. Além disso, a eficiência da seleção com a inclusão de colisões semielásticas é a mesma que a do caso elástico, com $0,61\% \pm 0,01\%$ para o sinal do MP, e para o sinal anômalo de $15,29\% \pm 0,06\%$. Isto porque a distribuição de eventos para o MP é a mesma nos dois casos, e a do sinal anômalo não difere suficientemente uma da outra para causar mudar o valor da eficiência.

Embora não tenha sido abordado neste estudo, a redução do *background* poderia ser melhorada aplicando requerimentos de tempo de voo para a correta identificação dos vértices em meio ao *pileup* de prótons, o que poderia suprimir o *background* de *pileup* por um fator de até 40 considerando uma média de 50 interações de *pileup* por *bunch crossing* com uma resolução temporal de $\sigma(t) = 20$ ps [40, 23]. Neste caso, a Tabela 7 apresenta os resultados que seriam obtidos ao final de todos os cortes, tomando o *cutflow* que considera eventos semielásticos.

6.2.3 Evolução da Razão Sinal/*Background* com os Cortes

A evolução do *yield* de eventos após cada corte pode ser melhor visualizada com os gráficos da Figura 6.2.5. O gráfico do topo à esquerda mostra a evolução do número de eventos de sinal a cada corte, o que inclui tanto os eventos do processo no MP, quanto os provenientes de acoplamento quântico anômalo. Em ambos os casos, estão consideradas colisões elásticas e semielásticas. O gráfico do topo à direita mostra o número de eventos dos processos de *background*, descriminados por cores. Por se tratar de um gráfico em escala logarítmica, o tamanho das barras pode ser enganador: o número de eventos dos processos de Drell-Yan e $\gamma\gamma \rightarrow \ell^+\ell^-$ é no começo muito superior aos demais, desaparecendo após

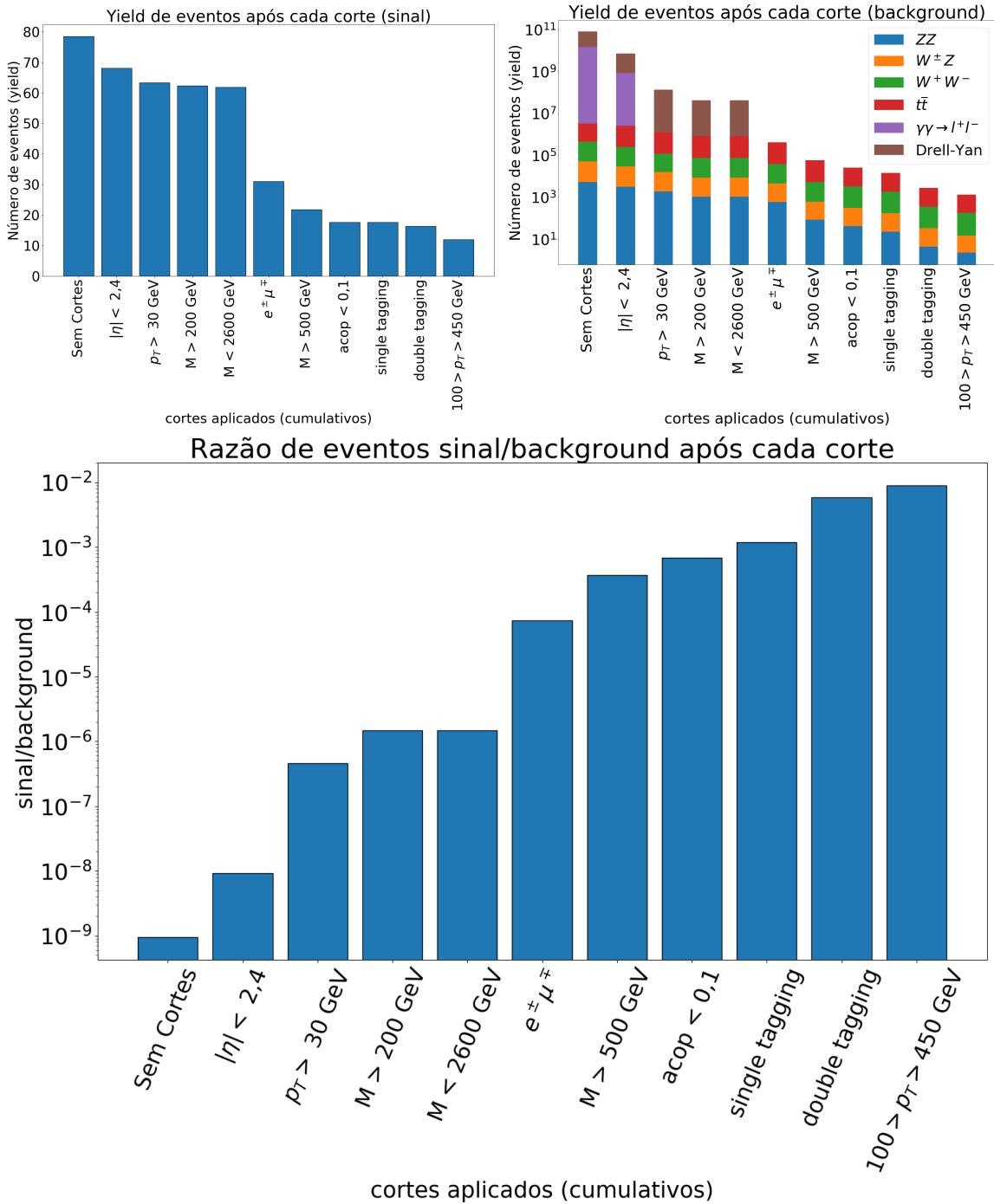


Figura 6.2.5 – Gráficos de barras mostrando o número de eventos de sinal (apenas anômalos) para o caso com semielástico, no canto superior esquerdo; o número de eventos de *background* discriminado por processo, no canto superior direito; e a razão entre o número de eventos de sinal e de *background*, abaixo.

a seleção de léptons de sabores distintos. O gráfico abaixo desses dois apresenta a razão entre o número de eventos de sinal e a soma de todos os *backgrounds* para cada corte.

Conforme as seleções são sucessivamente aplicadas, o valor da razão sinal/*background* aumenta, representando uma melhoria na viabilidade de se observar os processos de sinal em um experimento de colisor. Considerando apenas os cortes cinemáticos antes da utili-

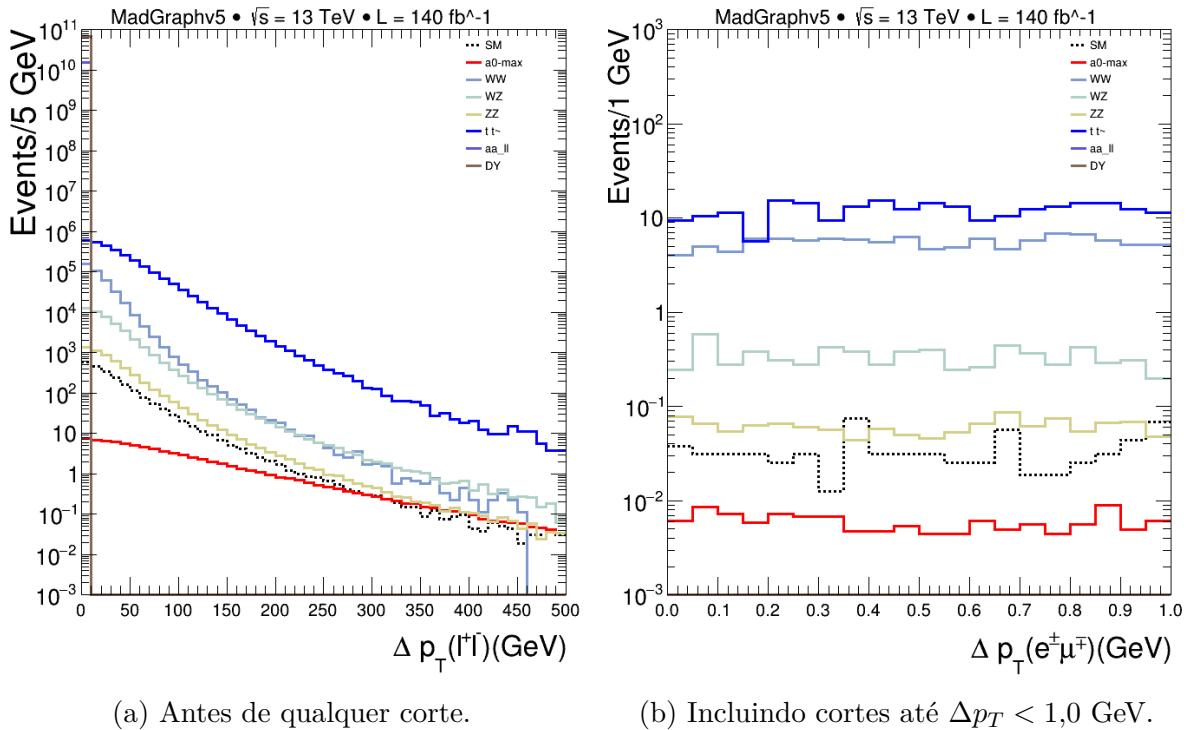


Figura 6.2.6 – Distribuições de Δp_T dos pares de léptons antes de qualquer corte e após os cumulativos cortes até $\Delta p_T < 1,0$ GeV. Nota-se que para valores baixos de Δp_T as distribuições são aproximadamente constantes, mas caem para valores muito grandes. A queda no caso dos acoplamentos anômalos ocorre mais lentamente.

zação do *proton tagging*, a razão sinal/*background* sofre um aprimoramento da ordem de magnitude de 10^6 . Ao final de todos os cortes, esta razão sofreu uma melhoria da ordem de 10^7 .

6.2.4 Caso do Δp_T

Uma possível maneira de descartar o *background* além do uso de *proton tagging* seria através de um corte adequado em Δp_T , uma vez que a distribuição cinemática do sinal possui concentração maior para valores pequenos desta grandeza. No entanto, este corte não é tão efetivo quanto o *proton tagging* porque os processos de *background* também possuem um forte espectro para Δp_T pequeno.

Um corte deste tipo também afetaria fortemente o número esperado de eventos, como mostra a Tabela 8.

Cortes cumulativos	Número de eventos sobreviventes aos cortes - semielástico							
	MP	$a_{0\max}$	WW	WZ	ZZ	$t\bar{t}$	$\gamma\gamma \rightarrow \ell\ell$	Drell-Yan
Nenhum corte	2199.218	150.299	392890.820	45918.950	5293.568	2849645.400	15016400000.000	67755604000.000
$ \eta < 2,4$	1342.063	130.350	219236.445	26304.380	3234.647	2278528.018	846023976.000	6486921526.960
$p_T > 20$ GeV	963.339	126.192	164577.811	21090.191	2716.987	1701148.065	0.000	163629783.660
$e^\pm \mu^\mp$ apenas	481.026	63.195	82343.068	9550.055	1316.904	850435.825	0.000	0.000
$M > 200$ GeV	286.294	61.405	40792.058	5107.320	706.046	460803.809	0.000	0.000
$M < 2000$ GeV	285.942	59.959	40769.607	5105.269	705.689	460762.014	0.000	0.000
$M > 500$ GeV	55.031	41.014	4769.695	550.920	87.487	56898.870	0.000	0.000
$p_T < 500$ GeV	54.792	38.320	4762.286	550.186	87.197	56809.581	0.000	0.000
$1 - \Delta\phi(e^\pm \mu^\mp)/\pi < 0,1$	27.817	29.924	2957.233	270.080	41.207	22847.507	0.000	0.000
$\Delta p_T < 1.0$ GeV	0.685	0.227	110.346	6.735	1.214	240.320	0.000	0.000
$0,015 \leq \xi \leq 0,2$ (<i>single tagging</i>)	0.685	0.227	59.607	3.490	0.582	126.334	0.000	0.000
$0,015 \leq \xi \leq 0,2$ (<i>double tagging</i>)	0.685	0.220	5.949	0.413	0.092	14.248	0.000	0.000

Tabela 8 – Número efetivo de eventos - *yield* (seção de choque efetiva vezes a luminosidade integrada) do processo do MP $\gamma\gamma \rightarrow WW\ell^+\ell^-$ e com o valor máximo de $a_{0\max}$ dentro do NC de 95%, bem como processos de background. Considerou-se uma luminosidade integrada de $\mathcal{L} = 140$ fb $^{-1}$. O corte em Δp_T precede o *proton tagging* e provoca uma grande redução no número de eventos observados.

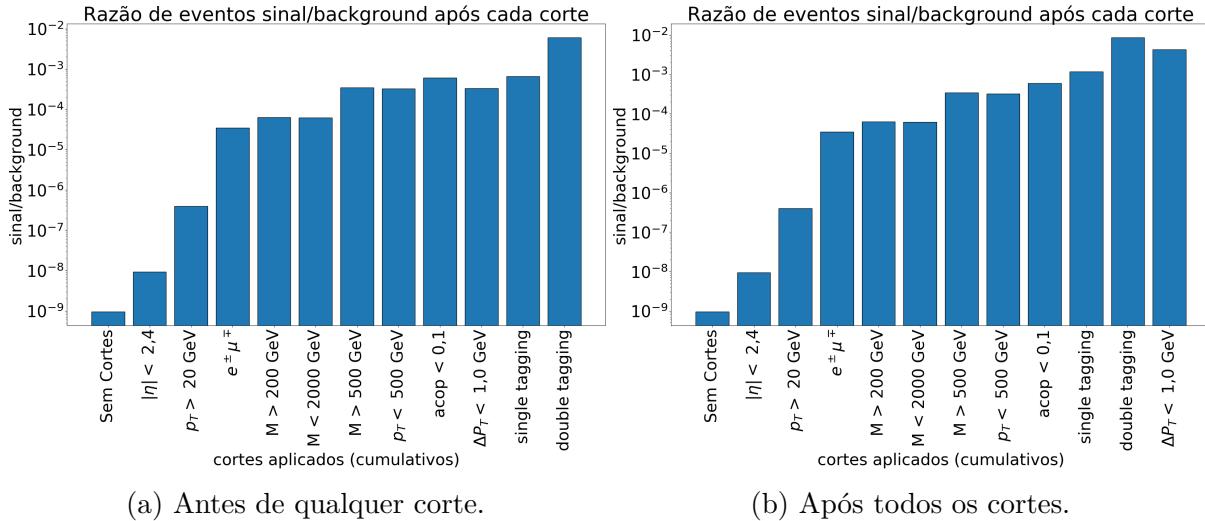


Figura 6.2.7 – Razão entre seção de choque medida do sinal e *background* incluindo colisões semielásticas. Para efeito de comparação, o corte em Δp_T é mostrado tanto antes quanto após o *proton tagging*.

O efeito do corte em $\Delta p_T < 1,0 \text{ GeV}$ pode ser comparado com o produzido pelo *proton tagging* ao analisar os gráficos de barra da Figura 6.2.7, que mostra a razão entre seção de choque medida do sinal e *background* incluindo colisões semielásticas. A redução do *background* produzida por cada corte é mostrada pela Figura 6.2.8, onde o tipo de processo que contribui para o *background* foi discriminado.

Evidentemente, manter o corte em Δp_T para realizar a seleção elástica não seria adequado neste caso, e apenas prejudicaria a detecção do sinal, uma vez que em ambos os casos a razão sinal/*background* sofre uma redução. Além disso, o *yield* de eventos de sinal sofre uma drástica diminuição.

6.3 Impacto do Fator de Forma

Uma questão interessante a se considerar em meio aos resultados obtidos é o que mudaria caso o fator de forma não tivesse sido utilizado. Por exemplo, o fator de forma do tipo dipolo causa uma supressão nos eventos conforme a energia do processo aumenta. Isso significa que, estatisticamente, valores maiores de parâmetros anômalos podem ser atingidos dentro de um dado NC, especialmente para valores pequenos de $\Lambda_{\text{cutoff}}^2$.

Utilizando o MadGraph para determinar o parâmetro de acoplamento anômalo a_0^W/Λ^2 no caso elástico sem fator de forma, variando o valor do parâmetro e calculando a seção de choque correspondente até que ela iguale o limite superior com 95% de NC, obtém-se

$$\frac{a_0^W}{\Lambda^2} \leq 1,14 \times 10^{-6} \quad (6.3.1)$$

Este valor é menor inclusive do que o obtido no caso elástico com semielástico com energia

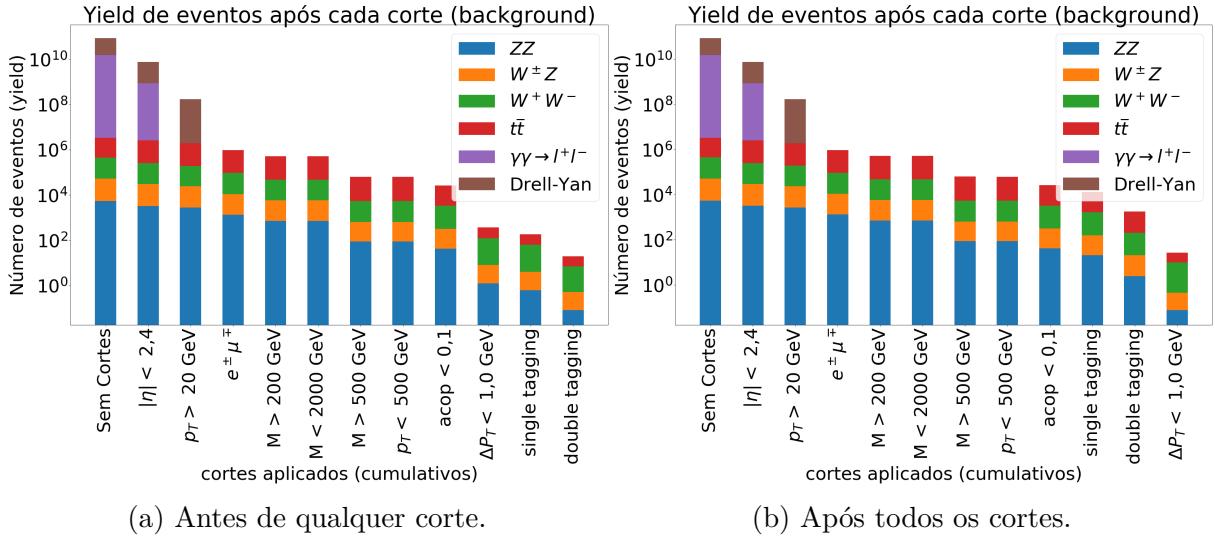


Figura 6.2.8 – *Yield* de eventos de *background*. Para efeito de compara o, o corte em Δp_T  mostrado tanto antes quanto após o *proton tagging*.

mais alta de $\sqrt{s} = 14$ TeV e Luminosidade integrada melhorada de $\mathcal{L} = 300 \text{ fb}^{-1}$ (Tabela 1), pois a se o de choque aumenta consideravelmente quando o fator de forma  removido, assim o valor do acoplamento precisa ser reduzido de forma correspondente.

A inclusão do fator de forma altera consideravelmente as distribui es cinemáticas. Sem o fator de forma, o número de eventos cai lentamente conforme a massa invariante ou o momentum transverso dos l ptonos aumenta, como mostra a Figura 6.3.1. Este gráfico compara a distribui o do processo elástico do MP com os eventos de acoplamentos anômalos, com e sem fator de forma. Os parâmetros anômalos foram escolhidos de tal forma que a se o de choque total dos processos anômalos fosse a mesma. Desta forma, com o fator de forma utilizou-se $a_0^W/\Lambda^2 = 3,3143 \times 10^{-6}$, e sem o fator de forma $a_0^W/\Lambda^2 = 1,14 \times 10^{-6}$, obtendo-se nos dois casos a se o de choque total de $\sigma = 3,0656 \times 10^{-4} \text{ pb}$. Esta igualdade nas se es de choque  util para poder comparar as diferenças nas distribui es cinemáticas, sem que haja qualquer diferença na escala do número total de eventos. A grande quantidade de eventos para M e p_T grandes pode provocar, a depender do valor dos parâmetros anômalos adotados no modelo, uma viola o da unitariedade, conforme discutido na Se o 3.5.

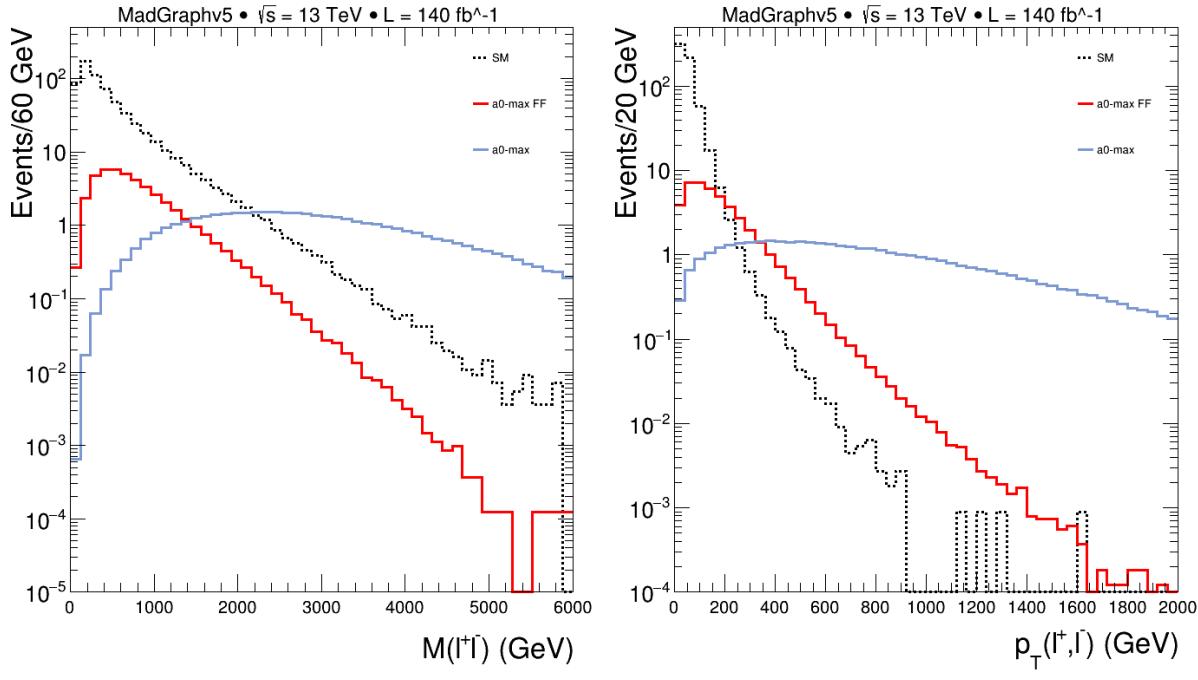


Figura 6.3.1 – Distribuições cinemáticas do *Yield* de eventos elásticos. Em pontilhado preto, a distribuição do sinal no MP. Em vermelho, a distribuição dos eventos com acoplamento anômalo, providos de um fator de forma do tipo dipolo com $\Lambda_{\text{cutoff}} = 500$ GeV. Em azul, a distribuição correspondente sem fator de forma.

7 Conclusão

Este foi um estudo a respeito da busca por sinais de nova física no Run-2 do LHC. Em particular, a análise explorou a sensibilidade para acoplamentos quârticos anômalos na produção exclusiva e semiexclusiva de $\gamma\gamma \rightarrow W^+W^-$ em colisões próton-próton no LHC, usando o canal totalmente leptônico.

O objetivo era averiguar a viabilidade de observar este processo no CMS, considerando que este processo possui uma seção de choque muito baixa, ou seja, o número de eventos que espera-se observar nas condições de luminosidade típicas do LHC é muito baixo. Por outro lado, processos de *background* possuem seções de choque muito mais elevadas, o que é um fator que dificulta a observação de sinais de nova física. Neste contexto, diversos procedimentos podem ser adotados para suprimir o *background* e proporcionar melhores condições de investigar os sinais de nova física.

Primeiramente, se além dos eventos elásticos do processo $\gamma\gamma \rightarrow W^+W^-$ forem considerados também os eventos semielásticos, a seção de choque total aumenta por um fator de cerca de 3,5 com relação ao processo elástico apenas. Esta é uma consideração que ainda não foi utilizada na literatura, e propicia uma importante vantagem na busca por este sinal. Além disso, parte considerável deste *background* pode ser descartada utilizando seleções apropriadas de regiões cinemáticas, sem que isso se reflita em uma perda significativa do sinal do processo que se deseja observar. Uma sequência de seleções cinemáticas foi aplicada de forma cumulativa e organizada em um fluxo de cortes (ou *cutflow*). Isto foi realizado utilizando como base eventos gerados pelo *MadGraph*. Os cortes cinemáticos sozinhos são capazes de melhorar a razão entre o número de eventos de sinal e de *background* por um fator da ordem de magnitude de 10^6 .

Um outro instrumento utilizado para suprimir o *background* é a utilização do Espectrômetro Preciso de Prótons (PPS) do CMS, que é capaz de detectar os prótons sobreviventes em eventos de produção exclusiva. A fração de momentum perdido pelos prótons na colisão deve ser compatível com a cinemática dos léptons produzidos, de forma que a comparação entre os dois (*proton tagging*) é capaz de descartar parte considerável do *background* de *pileup* de prótons. Um modelo foi desenvolvido para simular o *proton tagging* utilizando os eventos gerados pelo *MadGraph*. Apesar de a colisão produzir neutrinos que carregam consigo parte do momentum perdido pelos prótons, o *proton tagging* é capaz de reduzir o *background* por um fator 10 além dos cortes cinemáticos já aplicados.

A redução do *background* pode sofrer um realce ainda maior aplicando requerimentos de tempo de voo para a correta identificação dos vértices em meio ao *pileup* de prótons, o que poderia suprimir o *background* de *pileup* por um fator de até 40 considerando uma

média de 50 interações de *pileup* por *bunch crossing* com uma resolução temporal de $\sigma(t) = 20$ ps.

Limites para os valores dos acoplamentos anômalos foram obtidos assumindo que, para uma determinada energia \sqrt{s} e luminosidade \mathcal{L} , um excesso no número de eventos observados não deve a um simples desvio estatístico do valor esperado para o sinal do MP, dado um NC de 95%. Um fator de forma do tipo dipolo com $\Lambda_{\text{cutoff}} = 500$ GeV foi utilizado para preservar a unitariedade, caso contrário ela seria violada para fótons com energia de centro de massa $W_{\gamma\gamma}$ tão pequenos quanto 1880 GeV. Os limites obtidos para as diferentes configurações de luminosidade e de energia considerados estão sintetizados na Tabela 9, com contornos de exclusão apresentados na Figura 6.1.2.

	σ^{MP} (pb)	σ^{sup} (pb)	$\left \frac{a_0^W}{\Lambda^2} \right \leq$	$\left \frac{a_C^W}{\Lambda^2} \right \leq$
13 TeV 140 fb^{-1} E	$4,488 \times 10^{-3}$	$4,795 \times 10^{-3}$	$3,3143 \times 10^{-6}$	$1,2230 \times 10^{-5}$
13 TeV 140 fb^{-1} E + SE	$1,571 \times 10^{-2}$	$1,627 \times 10^{-2}$	$2,3959 \times 10^{-6}$	$8,8420 \times 10^{-6}$
14 TeV 300 fb^{-1} E	$4,933 \times 10^{-3}$	$5,148 \times 10^{-3}$	$2,6013 \times 10^{-6}$	$9,6062 \times 10^{-6}$
14 TeV 300 fb^{-1} E + SE	$1,727 \times 10^{-2}$	$1,766 \times 10^{-2}$	$1,8927 \times 10^{-6}$	$6,9877 \times 10^{-6}$

Tabela 9 – Limites superiores da seção de choque do processo $\gamma\gamma \rightarrow WW$ obtidos utilizando a Equação (5.1.8), bem como os correspondentes limites unidimensionais do módulo dos parâmetros de acoplamento anômalo a_0^W/Λ^2 e a_C^W/Λ^2 calculados utilizando o MadGraph.

Ainda com relação aos limites para os acoplamentos, conforme discutido na Seção 5.1.1, se o número de eventos do processo no MP aumenta por um fator k , seja devido a uma ampliação da luminosidade integrada, ou, neste caso, da incorporação de eventos semielásticos, ocorre um aumento na sensibilidade do parâmetro anômalo que é proporcional à raiz quadrada do fator k . Isto se reflete, no número de eventos do sinal anômalo, em um aumento por um fator de aproximadamente $\sqrt{3,5}$ em relação ao caso elástico apenas.

Ao adotar todos estes procedimentos para filtrar o *background*, o número de eventos de sinal que se espera observar fica na mesma ordem de grandeza que o *background*, com algumas dezenas para cada, considerando uma luminosidade integrada $\mathcal{L} = 140 \text{ fb}^{-1}$. Isto significa que o estudo da produção exclusiva e semiexclusiva de $\gamma\gamma \rightarrow W^+W^-$, utilizando o sistema de detectores do PPS, se configura como um excelente canal para a busca de sinais de nova física, neste caso caracterizados como acoplamentos quárticos anômalos.

Referências

- [1] S. Braibant, G. Giacomelli, and M. Spurio, “Particles and fundamental interactions: an introduction to particle physics”. Undergraduate lecture notes in physics. Springer, Dordrecht ; New York, 2012. OCLC: ocn751805724. Citado na página 23.
- [2] D. Griffiths, “Introduction to elementary particles”. Wiley-VCH, Weinheim, 2004. Citado 4 vezes nas páginas 23, 29, 64 e 73.
- [3] L. Evans, “The Large Hadron Collider”, *Annual Review of Nuclear and Particle Science* **61** (2011), no. 1, 435–466, [doi:10.1146/annurev-nucl-102010-130438](https://doi.org/10.1146/annurev-nucl-102010-130438), [arXiv:https://doi.org/10.1146/annurev-nucl-102010-130438](https://arxiv.org/abs/https://doi.org/10.1146/annurev-nucl-102010-130438). Citado 2 vezes nas páginas 23 e 81.
- [4] O. S. Brüning et al., “LHC Design Report”. CERN Yellow Reports: Monographs. CERN, Geneva, 2004. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 81.
- [5] M. Kaku, “Quantum field theory : a modern introduction”. Oxford University Press, New York, 1993. Citado 4 vezes nas páginas 23, 29, 30 e 31.
- [6] M. Peskin, “An introduction to quantum field theory”. CRC Press, Boca Raton, 2019. Citado 7 vezes nas páginas 23, 29, 30, 31, 32, 35 e 37.
- [7] T. S. Virdee, “Beyond the standard model of particle physics”, *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* **374** (August, 2016) 20150259, [doi:10.1098/rsta.2015.0259](https://doi.org/10.1098/rsta.2015.0259). Citado na página 23.
- [8] “Catching hadronic vector boson decays with a finer net”. <https://atlas.cern/updates/physics-briefing/vector-boson-decays>. Acessado em: 05 de janeiro de 2022. Citado na página 23.
- [9] “Stronger together: combining searches for new heavy resonances”. <https://atlas.cern/updates/physics-briefing/stronger-together-combining-searches>. Acessado em: 05 de janeiro de 2022. Citado na página 23.
- [10] O. J. P. Éboli and M. C. Gonzalez-Garcia, “Classifying the bosonic quartic couplings”, *Physical Review D* **93** (May, 2016) [doi:10.1103/physrevd.93.093013](https://doi.org/10.1103/physrevd.93.093013). Citado 4 vezes nas páginas 24, 25, 69 e 71.
- [11] H. Georgi and S. L. Glashow, “Unity of All Elementary-Particle Forces”, *Phys. Rev. Lett.* **32** (Feb, 1974) 438–441, [doi:10.1103/PhysRevLett.32.438](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.32.438). Citado na página 24.

- [12] A. Buras, J. Ellis, M. Gaillard, and D. Nanopoulos, “Aspects of the grand unification of strong, weak and electromagnetic interactions”, *Nuclear Physics B* **135** (1978), no. 1, 66–92,
[doi:`https://doi.org/10.1016/0550-3213\(78\)90214-6`](https://doi.org/10.1016/0550-3213(78)90214-6). Citado na página 24.
- [13] J.-L. Gervais and B. Sakita, “Field theory interpretation of supergauges in dual models”, *Nuclear Physics B* **34** (1971), no. 2, 632–639,
[doi:`https://doi.org/10.1016/0550-3213\(71\)90351-8`](https://doi.org/10.1016/0550-3213(71)90351-8). Citado na página 24.
- [14] D. V. Volkov and V. P. Akulov, “Possible universal neutrino interaction”, *JETP Lett.* **16** (1972) 438–440. Citado na página 24.
- [15] T. G. Rizzo, “Pedagogical Introduction to Extra Dimensions”, 2004.
[doi:`10.48550/ARXIV.HEP-PH/0409309`](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0409309). Citado na página 24.
- [16] L. Randall and R. Sundrum, “Large Mass Hierarchy from a Small Extra Dimension”, *Physical Review Letters* **83** (oct, 1999) 3370–3373,
[doi:`10.1103/physrevlett.83.3370`](https://doi.org/10.1103/physrevlett.83.3370). Citado na página 24.
- [17] S. Fichet and G. von Gersdorff, “Anomalous gauge couplings from composite Higgs and warped extra dimensions”, *Journal of High Energy Physics* **2014** (mar, 2014)
[doi:`10.1007/jhep03\(2014\)102`](https://doi.org/10.1007/jhep03(2014)102). Citado na página 24.
- [18] M. J. Dugan, H. Georgi, and D. B. Kaplan, “Anatomy of a Composite Higgs Model”, *Nucl. Phys. B* **254** (1985) 299–326,
[doi:`10.1016/0550-3213\(85\)90221-4`](https://doi.org/10.1016/0550-3213(85)90221-4). Citado na página 24.
- [19] O. Witzel, “Review on Composite Higgs Models”, 2019.
[doi:`10.48550/ARXIV.1901.08216`](https://arxiv.org/abs/1901.08216). Citado na página 24.
- [20] R. Penco, “An Introduction to Effective Field Theories”, 2020.
[doi:`10.48550/ARXIV.2006.16285`](https://arxiv.org/abs/2006.16285). Citado 2 vezes nas páginas 24 e 68.
- [21] C. Arzt, M. Einhorn, and J. Wudka, “Patterns of deviation from the standard model”, *Nuclear Physics B* **433** (jan, 1995) 41–66,
[doi:`10.1016/0550-3213\(94\)00336-d`](https://doi.org/10.1016/0550-3213(94)00336-d). Citado 3 vezes nas páginas 24, 67 e 68.
- [22] W. Buchmuller and D. Wyler, “Effective Lagrangian Analysis of New Interactions and Flavor Conservation”, *Nucl. Phys. B* **268** (1986) 621–653,
[doi:`10.1016/0550-3213\(86\)90262-2`](https://doi.org/10.1016/0550-3213(86)90262-2). Citado 3 vezes nas páginas 24, 67 e 69.
- [23] C. Baldenegro, G. Biagi, G. Legras, and C. Royon, “Central exclusive production of W boson pairs in pp collisions at the LHC in hadronic and semi-leptonic final states”, *JHEP* **12** (2020) 165, [doi:`10.1007/JHEP12\(2020\)165`](https://doi.org/10.1007/JHEP12(2020)165),
[arXiv:`2009.08331`](https://arxiv.org/abs/2009.08331). Citado 6 vezes nas páginas 24, 26, 94, 95, 97 e 128.

- [24] B. Grzadkowski, M. Iskrzyński, M. Misiak, and J. Rosiek, “Dimension-six terms in the Standard Model Lagrangian”, *Journal of High Energy Physics* **2010** (oct, 2010) [doi:10.1007/jhep10\(2010\)085](https://doi.org/10.1007/jhep10(2010)085). Citado 3 vezes nas páginas 24, 67 e 69.
- [25] R. L. Delgado, A. Dobado, M. J. Herrero, and J. J. Sanz-Cillero, “One-loop $\gamma\gamma \rightarrow W_L^+W_L^-$ and $\gamma\gamma \rightarrow Z_L^+Z_L^-$ from the Electroweak Chiral Lagrangian with a light Higgs-like scalar”, *Journal of High Energy Physics* **2014** (jul, 2014) [doi:10.1007/jhep07\(2014\)149](https://doi.org/10.1007/jhep07(2014)149). Citado na página 24.
- [26] D. Espriu and F. Mescia, “Unitarity and causality constraints in composite Higgs models”, *Physical Review D* **90** (jul, 2014) [doi:10.1103/physrevd.90.015035](https://doi.org/10.1103/physrevd.90.015035). Citado na página 24.
- [27] V. Budnev, I. Ginzburg, G. Meledin, and V. Serbo, “The two-photon particle production mechanism. Physical problems. Applications. Equivalent photon approximation”, *Physics Reports* **15** (January, 1975) 181–282, [doi:10.1016/0370-1573\(75\)90009-5](https://doi.org/10.1016/0370-1573(75)90009-5). Citado 3 vezes nas páginas 24, 57 e 59.
- [28] M. Klein and R. Yoshida, “Collider physics at HERA”, *Progress in Particle and Nuclear Physics* **61** (oct, 2008) 343–393, [doi:10.1016/j.ppnp.2008.05.002](https://doi.org/10.1016/j.ppnp.2008.05.002). Citado 2 vezes nas páginas 25 e 37.
- [29] “LEP design report”. CERN, Geneva, 1984. Copies shelved as reports in LEP, PS and SPS libraries. Citado na página 25.
- [30] J. d. F. de Jeneret et al., “High energy photon interactions at the LHC”, 2009. [doi:10.48550/ARXIV.0908.2020](https://arxiv.org/abs/1008.2020). Citado na página 25.
- [31] CMS Collaboration, “Evidence for exclusive $\gamma\gamma \rightarrow W^+W^-$ production and constraints on anomalous quartic gauge couplings in pp collisions at $\sqrt{s} = 7$ and 8 TeV”, *JHEP* **08** (2016) 119, [doi:10.1007/JHEP08\(2016\)119](https://doi.org/10.1007/JHEP08(2016)119), [arXiv:1604.04464](https://arxiv.org/abs/1604.04464). Citado 8 vezes nas páginas 25, 69, 70, 72, 75, 76, 88 e 93.
- [32] S. Godfrey, “Quartic gauge boson coupling”, in *AIP Conference Proceedings*. AIP, 1995. [doi:10.1063/1.49305](https://doi.org/10.1063/1.49305). Citado 3 vezes nas páginas 25, 69 e 70.
- [33] H. T. Edwards, “The Tevatron Energy Doubler: A Superconducting Accelerator”, *Annual Review of Nuclear and Particle Science* **35** (December, 1985) 605–660, [doi:10.1146/annurev.ns.35.120185.003133](https://doi.org/10.1146/annurev.ns.35.120185.003133). Citado 2 vezes nas páginas 25 e 37.
- [34] E. Chapon, C. Royon, and O. Kepka, “Anomalous quartic $WW\gamma\gamma$, $ZZ\gamma\gamma$, and trilinear $WW\gamma$ couplings in two-photon processes at high luminosity at the LHC”, *Physical Review D* **81** (apr, 2010) [doi:10.1103/physrevd.81.074003](https://doi.org/10.1103/physrevd.81.074003). Citado 5 vezes nas páginas 25, 68, 69, 70 e 77.

- [35] Particle Data Group Collaboration, “Review of Particle Physics”, *PTEP* **2020** (2020), no. 8, 083C01, [doi:10.1093/ptep/ptaa104](https://doi.org/10.1093/ptep/ptaa104). Citado 4 vezes nas páginas 25, 46, 81 e 115.
- [36] S. D. Drell and T.-M. Yan, “Massive Lepton-Pair Production in Hadron-Hadron Collisions at High Energies”, *Phys. Rev. Lett.* **25** (Aug, 1970) 316–320, [doi:10.1103/PhysRevLett.25.316](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.25.316). Citado 2 vezes nas páginas 26 e 42.
- [37] ATLAS Collaboration, “Measurement of the low-mass Drell-Yan differential cross section at $\sqrt{s} = 7$ TeV using the ATLAS detector”, *JHEP* **06** (2014) 112, [doi:10.1007/JHEP06\(2014\)112](https://doi.org/10.1007/JHEP06(2014)112), [arXiv:1404.1212](https://arxiv.org/abs/1404.1212). Citado 3 vezes nas páginas 26, 45 e 46.
- [38] G. Aad et al., “Measurement of exclusive $\gamma\gamma \rightarrow \ell^+\ell^-$ production in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV at the ATLAS detector”, *Physics Letters B* **749** (oct, 2015) 242–261, [doi:10.1016/j.physletb.2015.07.069](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2015.07.069). Citado na página 26.
- [39] and S. Chatrchyan et al., “Exclusive $\gamma\gamma \rightarrow \mu^+\mu^-$ production in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV”, *Journal of High Energy Physics* **2012** (jan, 2012) [doi:10.1007/jhep01\(2012\)052](https://doi.org/10.1007/jhep01(2012)052). Citado na página 26.
- [40] M. Albrow et al., “CMS-TOTEM Precision Proton Spectrometer”, technical report, Sep, 2014. Citado 9 vezes nas páginas 26, 57, 89, 91, 92, 93, 94, 118 e 128.
- [41] K. Piotrzkowski, “Tagging two-photon production at the CERN Large Hadron Collider”, *Phys. Rev. D* **63** (Mar, 2001) 071502, [doi:10.1103/PhysRevD.63.071502](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.63.071502). Citado na página 26.
- [42] S. Fichet et al., “Probing new physics in diphoton production with proton tagging at the Large Hadron Collider”, *Physical Review D* **89** (jun, 2014) [doi:10.1103/physrevd.89.114004](https://doi.org/10.1103/physrevd.89.114004). Citado na página 26.
- [43] G. G. da Silveira, V. Gonçalves, and G. V. Veronez, “Nonexclusive particle production by $\gamma\gamma$ interactions in pp collisions at the LHC”, *Physical Review D* **103** (apr, 2021) [doi:10.1103/physrevd.103.074021](https://doi.org/10.1103/physrevd.103.074021). Citado 4 vezes nas páginas 26, 95, 115 e 125.
- [44] G. G. da Silveira. Comunicação privada. Citado 3 vezes nas páginas 26, 115 e 125.
- [45] J. Alwall et al., “MadGraph 5: going beyond”, *Journal of High Energy Physics* **2011** (Jun, 2011) [doi:10.1007/jhep06\(2011\)128](https://doi.org/10.1007/jhep06(2011)128). Citado 7 vezes nas páginas 27, 51, 70, 71, 72, 73 e 95.
- [46] S. Weinberg, “A Model of Leptons”, *Phys. Rev. Lett.* **19** (Nov, 1967) 1264–1266, [doi:10.1103/PhysRevLett.19.1264](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.19.1264). Citado 2 vezes nas páginas 30 e 63.

- [47] A. Salam and J. Ward, “Electromagnetic and weak interactions”, *Physics Letters* **13** (1964), no. 2, 168–171, [doi:`https://doi.org/10.1016/0031-9163\(64\)90711-5`](https://doi.org/10.1016/0031-9163(64)90711-5). Citado na página 30.
- [48] N. Svartholm, “Elementary Particle Theory: Relativistic Groups and Analyticity. Proceedings of the Eighth Nobel Symposium Held May 19-25, 1968 at Aspenäsgården, Lerum in the County of Älvborg, Sweden”. Nobel symposium. Interscience, 1968. Citado na página 30.
- [49] P. W. Higgs, “Broken symmetries, massless particles and gauge fields”, *Phys. Lett.* **12** (1964) 132–133, [doi:`10.1016/0031-9163\(64\)91136-9`](https://doi.org/10.1016/0031-9163(64)91136-9). Citado na página 31.
- [50] “Standard Model of Elementary Particles”.
https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Standard_Model_of_Elementary_Particles-pt-br.svg. Wikimedia Commons - Acessado em: 14 de setembro de 2022. Citado na página 31.
- [51] S. Mandelstam, “Determination of the pion - nucleon scattering amplitude from dispersion relations and unitarity. General theory”, *Phys. Rev.* **112** (1958) 1344–1360, [doi:`10.1103/PhysRev.112.1344`](https://doi.org/10.1103/PhysRev.112.1344). Citado na página 33.
- [52] C. G. Callan and D. J. Gross, “High-Energy Electroproduction and the Constitution of the Electric Current”, *Physical Review Letters* **22** (January, 1969) 156–159, [doi:`10.1103/physrevlett.22.156`](https://doi.org/10.1103/physrevlett.22.156). Citado na página 35.
- [53] J. D. Bjorken, “Asymptotic Sum Rules at Infinite Momentum”, *Phys. Rev.* **179** (1969) 1547–1553, [doi:`10.1103/PhysRev.179.1547`](https://doi.org/10.1103/PhysRev.179.1547). Citado 3 vezes nas páginas 35, 41 e 54.
- [54] V. Barone, “High-energy particle diffraction”. Springer, Berlin New York, 2002. Citado 3 vezes nas páginas 35, 55 e 56.
- [55] J. D. et. al., “The asymmetry of antimatter in the proton”, *Nature* **590** (February, 2021) 561–565, [doi:`10.1038/s41586-021-03282-z`](https://doi.org/10.1038/s41586-021-03282-z). Citado na página 37.
- [56] L. A. Harland-Lang, A. D. Martin, P. Motylinski, and R. S. Thorne, “Parton distributions in the LHC era: MMHT 2014 PDFs”, *The European Physical Journal C* **75** (may, 2015) [doi:`10.1140/epjc/s10052-015-3397-6`](https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-015-3397-6). Citado 2 vezes nas páginas 37 e 38.
- [57] T.-J. Hou et al., “New CTEQ global analysis of quantum chromodynamics with high-precision data from the LHC”, *Phys. Rev. D* **103** (2021), no. 1, 014013, [doi:`10.1103/PhysRevD.103.014013`](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.103.014013), arXiv:`1912.10053`. Citado na página 37.

- [58] S. Dulat et al., “New parton distribution functions from a global analysis of quantum chromodynamics”, *Physical Review D* **93** (feb, 2016) [doi:10.1103/physrevd.93.033006](https://doi.org/10.1103/physrevd.93.033006). Citado 2 vezes nas páginas 37 e 47.
- [59] S. Carrazza, J. Cruz-Martinez, and R. Stegeman, “A data-based parametrization of parton distribution functions”, *The European Physical Journal C* **82** (feb, 2022) [doi:10.1140/epjc/s10052-022-10136-z](https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-022-10136-z). Citado 2 vezes nas páginas 37 e 48.
- [60] The NNPDF Collaboration et al., “Unbiased global determination of parton distributions and their uncertainties at NNLO and at LO”, 2011. [doi:10.48550/ARXIV.1107.2652](https://doi.org/10.48550/ARXIV.1107.2652). Citado na página 38.
- [61] M. Arneodo et al., “Accurate measurement of F2d/F2p and Rd - Rp”, *Nuclear Physics B* **487** (mar, 1997) 3–26, [doi:10.1016/s0550-3213\(96\)00673-6](https://doi.org/10.1016/s0550-3213(96)00673-6). Citado na página 38.
- [62] BCDMS Collaboration, “A High Statistics Measurement of the Proton Structure Functions $F(2)$ (x, Q^{**2}) and R from Deep Inelastic Muon Scattering at High Q^{**2} ”, *Phys. Lett. B* **223** (1989) 485–489, [doi:10.1016/0370-2693\(89\)91637-7](https://doi.org/10.1016/0370-2693(89)91637-7). Citado na página 38.
- [63] CHORUS Collaboration, “Measurement of nucleon structure functions in neutrino scattering”, *Phys. Lett. B* **632** (2006) 65–75, [doi:10.1016/j.physletb.2005.10.062](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2005.10.062). Citado na página 38.
- [64] M. Goncharov et al., “Precise measurement of dimuon production cross sections in ν_μ Fe and $\bar{\nu}_\mu$ Fe deep inelastic scattering at the Fermilab Tevatron”, *Physical Review D* **64** (nov, 2001) [doi:10.1103/physrevd.64.112006](https://doi.org/10.1103/physrevd.64.112006). Citado na página 38.
- [65] G. Moreno et al., “Dimuon production in proton - copper collisions at $\sqrt{s} = 38.8\text{-GeV}$ ”, *Phys. Rev. D* **43** (1991) 2815–2836, [doi:10.1103/PhysRevD.43.2815](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.43.2815). Citado na página 38.
- [66] NuSea Collaboration et al., “Absolute Drell-Yan Dimuon Cross Sections in 800 GeV/c pp and pd Collisions”, 2003. [doi:10.48550/ARXIV.HEP-EX/0302019](https://doi.org/10.48550/ARXIV.HEP-EX/0302019). Citado na página 38.
- [67] The CDF Collaboration and T. Aaltonen, “Measurement of $d\sigma/dy$ of Drell-Yan e^+e^- pairs in the Z Mass Region from $p\bar{p}$ Collisions at $\sqrt{s} = 1.96$ TeV”, [doi:10.48550/ARXIV.0908.3914](https://doi.org/10.48550/ARXIV.0908.3914). Citado na página 38.
- [68] D0 Collaboration and V. Abazov, “Measurement of the shape of the boson rapidity distribution for $p\bar{p} \rightarrow Z/\gamma^* \rightarrow e^+e^- + X$ events produced at \sqrt{s} of 1.96 TeV”, [doi:10.48550/ARXIV.HEP-EX/0702025](https://doi.org/10.48550/ARXIV.HEP-EX/0702025). Citado na página 38.

- [69] M. Wing, “Final combined deep inelastic scattering cross sections at HERA”, 2016. [doi:10.48550/ARXIV.1607.00790](https://doi.org/10.48550/ARXIV.1607.00790). Citado na página 38.
- [70] H.-L. Lai et al., “New parton distributions for collider physics”, *Phys. Rev. D* **82** (Oct, 2010) 074024, [doi:10.1103/PhysRevD.82.074024](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.82.074024). Citado na página 38.
- [71] R. D. Ball et al., “Parton distributions for the LHC run II”, *Journal of High Energy Physics* **2015** (apr, 2015) [doi:10.1007/jhep04\(2015\)040](https://doi.org/10.1007/jhep04(2015)040). Citado na página 38.
- [72] H1 and Z. Collaborations, “Combination of Measurements of Inclusive Deep Inelastic $e^\pm p$ Scattering Cross Sections and QCD Analysis of HERA Data”, 2015. [doi:10.48550/ARXIV.1506.06042](https://doi.org/10.48550/ARXIV.1506.06042). Citado na página 39.
- [73] J. M. Butterworth, G. Dissertori, and G. P. Salam, “Hard Processes in Proton-Proton Collisions at the Large Hadron Collider”, *Annual Review of Nuclear and Particle Science* **62** (nov, 2012) 387–405, [doi:10.1146/annurev-nucl-102711-094913](https://doi.org/10.1146/annurev-nucl-102711-094913). Citado na página 39.
- [74] J. Collins, “Foundations of perturbative QCD”. Cambridge University Press, Cambridge New York, 2011. Citado na página 40.
- [75] J. R. Forshaw, M. H. Seymour, and A. Siódmok, “On the breaking of collinear factorization in QCD”, *Journal of High Energy Physics* **2012** (nov, 2012) [doi:10.1007/jhep11\(2012\)066](https://doi.org/10.1007/jhep11(2012)066). Citado na página 40.
- [76] A. D. Martin, “Proton structure, Partons, QCD, DGLAP and beyond”, [doi:10.48550/ARXIV.0802.0161](https://doi.org/10.48550/ARXIV.0802.0161). Citado na página 40.
- [77] Y. L. Dokshitzer, “Calculation of the Structure Functions for Deep Inelastic Scattering and e+ e- Annihilation by Perturbation Theory in Quantum Chromodynamics.”, *Sov. Phys. JETP* **46** (1977) 641–653. Citado na página 40.
- [78] V. N. Gribov and L. N. Lipatov, “Deep inelastic e p scattering in perturbation theory”, *Sov. J. Nucl. Phys.* **15** (1972) 438–450. Citado na página 40.
- [79] G. Altarelli and G. Parisi, “Asymptotic Freedom in Parton Language”, *Nucl. Phys. B* **126** (1977) 298–318, [doi:10.1016/0550-3213\(77\)90384-4](https://doi.org/10.1016/0550-3213(77)90384-4). Citado na página 40.
- [80] H. D. Politzer, “Reliable Perturbative Results for Strong Interactions?”, *Phys. Rev. Lett.* **30** (1973) 1346–1349, [doi:10.1103/PhysRevLett.30.1346](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.30.1346). Citado na página 40.
- [81] D. J. Gross and F. Wilczek, “Ultraviolet Behavior of Non-Abelian Gauge Theories”, *Phys. Rev. Lett.* **30** (Jun, 1973) 1343–1346, [doi:10.1103/PhysRevLett.30.1343](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.30.1343). Citado na página 40.

- [82] O. Nachtmann, “Elementary Particle Physics”. Springer Berlin Heidelberg, 1990. Citado na página 41.
- [83] R. P. Feynman, “Very high-energy collisions of hadrons”, *Phys. Rev. Lett.* **23** (1969) 1415–1417, [doi:10.1103/PhysRevLett.23.1415](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.23.1415). Citado na página 41.
- [84] R. P. Feynman, “Photon hadron interactions”. Advanced book classics. Addison-Wesley, Reading, Mass, 1. printing edition, 1998. Citado na página 41.
- [85] S. D. Drell and T.-M. Yan, “Partons and their Applications at High-Energies”, *Annals Phys.* **66** (1971) 578, [doi:10.1016/0003-4916\(71\)90071-6](https://doi.org/10.1016/0003-4916(71)90071-6). Citado na página 41.
- [86] P. V. Landshoff, J. C. Polkinghorne, and R. D. Short, “a Nonperturbative parton model of current interactions”, *Nucl. Phys. B* **28** (1971) 225–239, [doi:10.1016/0550-3213\(71\)90375-0](https://doi.org/10.1016/0550-3213(71)90375-0). Citado na página 41.
- [87] P. V. Landshoff and J. C. Polkinghorne, “Partons and duality in deep inelastic lepton scattering”, *Nucl. Phys. B* **28** (1971) 240–252, [doi:10.1016/0550-3213\(71\)90376-2](https://doi.org/10.1016/0550-3213(71)90376-2). Citado na página 41.
- [88] R. D. Field, “Applications of perturbative QCD”. Addison-Wesley, The Advanced Book Program, Redwood City, Calif, 1989. Citado 2 vezes nas páginas 41 e 42.
- [89] I. R. Kenyon, “The Drell-Yan process”, *Reports on Progress in Physics* **45** (November, 1982) 1261–1315, [doi:10.1088/0034-4885/45/11/002](https://doi.org/10.1088/0034-4885/45/11/002). Citado 2 vezes nas páginas 41 e 54.
- [90] J. H. Christenson et al., “Observation of massive muon pairs in hadron collisions”, *Phys. Rev. Lett.* **25** (1970) 1523–1526, [doi:10.1103/PhysRevLett.25.1523](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.25.1523). Citado na página 45.
- [91] R. A. Beth and C. Lasky, “The Brookhaven Alternating Gradient Synchrotron”, *Science* **128** (December, 1958) 1393–1401, [doi:10.1126/science.128.3336.1393](https://doi.org/10.1126/science.128.3336.1393). Citado na página 45.
- [92] R. Gavin, Y. Li, F. Petriello, and S. Quackenbush, “FEWZ 2.0: A code for hadronic Z production at next-to-next-to-leading order”, *Computer Physics Communications* **182** (nov, 2011) 2388–2403, [doi:10.1016/j.cpc.2011.06.008](https://doi.org/10.1016/j.cpc.2011.06.008). Citado na página 45.
- [93] S. Frixione, P. Nason, and C. Oleari, “Matching NLO QCD computations with Parton Shower simulations: the POWHEG method”, *JHEP* **11** (2007) 070, [doi:10.1088/1126-6708/2007/11/070](https://doi.org/10.1088/1126-6708/2007/11/070), [arXiv:0709.2092](https://arxiv.org/abs/0709.2092). Citado na página 45.

- [94] A. Buckley et al., “LHAPDF6: parton density access in the LHC precision era”, *The European Physical Journal C* **75** (mar, 2015) doi:[10.1140/epjc/s10052-015-3318-8](https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-015-3318-8). Citado na página 46.
- [95] M. L. Mangano and T. J. Stelzer, “TOOLS FOR THE SIMULATION OF HARD HADRONIC COLLISIONS”, *Annual Review of Nuclear and Particle Science* **55** (December, 2005) 555–588, doi:[10.1146/annurev.nucl.55.090704.151505](https://doi.org/10.1146/annurev.nucl.55.090704.151505). Citado na página 50.
- [96] M. A. Dobbs et al., “Les Houches Guidebook to Monte Carlo Generators for Hadron Collider Physics”, 2004, arXiv:[hep-ph/0403045](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0403045). Citado na página 50.
- [97] J. Alwall et al., “A Standard format for Les Houches event files”, *Comput. Phys. Commun.* **176** (2007) 300–304, doi:[10.1016/j.cpc.2006.11.010](https://doi.org/10.1016/j.cpc.2006.11.010), arXiv:[hep-ph/0609017](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0609017). Citado na página 51.
- [98] E. Boos et al., “Generic User Process Interface for Event Generators”, in *2nd Les Houches Workshop on Physics at TeV Colliders*. 9, 2001. arXiv:[hep-ph/0109068](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0109068). Citado 2 vezes nas páginas 51 e 115.
- [99] P. de Aquino et al., “ALOHA: Automatic libraries of helicity amplitudes for Feynman diagram computations”, *Computer Physics Communications* **183** (Oct, 2012) 2254–2263, doi:[10.1016/j.cpc.2012.05.004](https://doi.org/10.1016/j.cpc.2012.05.004). Citado na página 52.
- [100] H. Murayama, I. Watanabe, and K. Hagiwara, “HELAS: HELicity amplitude subroutines for Feynman diagram evaluations”,. Citado na página 52.
- [101] D. Antreasyan et al., “Measurement of Dimuon Production at $s^{\frac{1}{2}} = 62$ GeV”, *Phys. Rev. Lett.* **45** (Sep, 1980) 863–866, doi:[10.1103/PhysRevLett.45.863](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.45.863). Citado na página 54.
- [102] A. S. Ito et al., “Measurement of the continuum of dimuons produced in high-energy proton-nucleus collisions”, *Phys. Rev. D* **23** (Feb, 1981) 604–633, doi:[10.1103/PhysRevD.23.604](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.23.604). Citado na página 54.
- [103] J. G. H. de Groot et al., “Inclusive Interactions of High-Energy Neutrinos and anti-neutrinos in Iron”, *Z. Phys. C* **1** (1979) 143, doi:[10.1007/BF01445406](https://doi.org/10.1007/BF01445406). Citado na página 54.
- [104] G. Matthiae, “Dilepton production in hadronic collisions”, *La Rivista del Nuovo Cimento* **4** (March, 1981) 1–58, doi:[10.1007/bf02739844](https://doi.org/10.1007/bf02739844). Citado na página 54.
- [105] H. Boggild and T. Ferbel, “Inclusive Reactions”, *Annual Review of Nuclear Science* **24** (December, 1974) 451–514, doi:[10.1146/annurev.ns.24.120174.002315](https://doi.org/10.1146/annurev.ns.24.120174.002315). Citado na página 55.

- [106] A. Sirunyan et al., “Study of central exclusive $\pi^+\pi^-$ production in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 5.02$ and 13 TeV”, *European Physical Journal C* **80** (August, 2020) [doi:10.1140/epjc/s10052-020-8166-5](https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-020-8166-5). Citado na página 56.
- [107] G. Ingelman and P. E. Schlein, “Jet Structure in High Mass Diffractive Scattering”, *Phys. Lett. B* **152** (1985) 256–260, [doi:10.1016/0370-2693\(85\)91181-5](https://doi.org/10.1016/0370-2693(85)91181-5).
Citado na página 56.
- [108] A. M. Sirunyan et al., “Observation of proton-tagged, central (semi)exclusive production of high-mass lepton pairs in pp collisions at 13 TeV with the CMS-TOTEM precision proton spectrometer”, *Journal of High Energy Physics* **2018** (July, 2018) [doi:10.1007/jhep07\(2018\)153](https://doi.org/10.1007/jhep07(2018)153). Citado 5 vezes nas páginas 57, 89, 90, 91 e 114.
- [109] E. Fermi, “Über die Theorie des Stoßes zwischen Atomen und elektrisch geladenen Teilchen”, *Zeitschrift für Physik* **29** (December, 1924) 315–327, [doi:10.1007/bf03184853](https://doi.org/10.1007/bf03184853). Citado na página 57.
- [110] C. F. von Weizsäcker, “Radiation emitted in collisions of very fast electrons”, *Z. Phys.* **88** (1934) 612–625, [doi:10.1007/BF01333110](https://doi.org/10.1007/BF01333110). Citado na página 58.
- [111] E. J. Williams, “Correlation of certain collision problems with radiation theory”, *Kong. Dan. Vid. Sel. Mat. Fys. Medd.* **13N4** (1935), no. 4, 1–50. Citado na página 58.
- [112] FP420 R&D Collaboration, “The FP420 R&D Project: Higgs and New Physics with forward protons at the LHC”, *JINST* **4** (2009) T10001, [doi:10.1088/1748-0221/4/10/T10001](https://doi.org/10.1088/1748-0221/4/10/T10001), [arXiv:0806.0302](https://arxiv.org/abs/0806.0302). Citado 2 vezes nas páginas 58 e 59.
- [113] J. D. Jackson, “Classical electrodynamics”. Wiley, New York, 3rd ed edition, 1999.
Citado 2 vezes nas páginas 58 e 59.
- [114] F. Caruso, “Sobre o Método de Weizsäcker-Williams e suas Primeiras Aplicações”, 2009. Citado na página 58.
- [115] LHC Forward Physics Working Group Collaboration, “LHC Forward Physics”, *J. Phys. G* **43** (2016) 110201, [doi:10.1088/0954-3899/43/11/110201](https://doi.org/10.1088/0954-3899/43/11/110201), [arXiv:1611.05079](https://arxiv.org/abs/1611.05079). Citado 2 vezes nas páginas 59 e 61.
- [116] D. d’Enterria and J.-P. Lansberg, “Study of Higgs boson production and its b anti-b decay in gamma-gamma processes in proton-nucleus collisions at the LHC”, *Phys. Rev. D* **81** (2010) 014004, [doi:10.1103/PhysRevD.81.014004](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.81.014004), [arXiv:0909.3047](https://arxiv.org/abs/0909.3047). Citado 2 vezes nas páginas 60 e 61.

- [117] S. L. Glashow, “Partial-symmetries of weak interactions”, *Nuclear Physics* **22** (1961), no. 4, 579–588, [doi:
https://doi.org/10.1016/0029-5582\(61\)90469-2](https://doi.org/10.1016/0029-5582(61)90469-2). Citado na página 63.
- [118] A. Salam, “Weak and Electromagnetic Interactions”, *Conf. Proc. C* **680519** (1968) 367–377, [doi:10.1142/9789812795915_0034](https://doi.org/10.1142/9789812795915_0034). Citado na página 63.
- [119] W. Greiner, “Gauge theory of weak interactions”. Springer, Heidelberg New York, 2009. Citado 2 vezes nas páginas 66 e 73.
- [120] L. Di Lella and C. Rubbia, “The Discovery of the W and Z Particles”, *Adv. Ser. Dir. High Energy Phys.* **23** (2015) 137–163, [doi:10.1142/9789814644150_0006](https://doi.org/10.1142/9789814644150_0006). Citado na página 67.
- [121] G. P. Salam, L.-T. Wang, and G. Zanderighi, “The Higgs boson turns ten”, *Nature* **607** (July, 2022) 41–47, [doi:10.1038/s41586-022-04899-4](https://doi.org/10.1038/s41586-022-04899-4). Citado na página 67.
- [122] J. Wudka, “The meaning of anomalous couplings”, [doi:10.48550/ARXIV.HEP-PH/9606478](https://arxiv.org/abs/1906.0478). Citado na página 68.
- [123] I. Brivio and M. Trott, “The standard model as an effective field theory”, *Physics Reports* **793** (feb, 2019) 1–98, [doi:10.1016/j.physrep.2018.11.002](https://doi.org/10.1016/j.physrep.2018.11.002). Citado na página 68.
- [124] O. J. P. Éboli, M. C. Gonzalez-García, S. M. Lietti, and S. F. Novaes, “Anomalous quartic gauge boson couplings at hadron colliders”, *Physical Review D* **63** (mar, 2001) [doi:10.1103/physrevd.63.075008](https://doi.org/10.1103/physrevd.63.075008). Citado 4 vezes nas páginas 68, 69, 70 e 77.
- [125] S. Chatrchyan et al., “Study of exclusive two-photon production of W^+W^- in pp collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV and constraints on anomalous quartic gauge couplings”, *Journal of High Energy Physics* **2013** (Jul, 2013) [doi:10.1007/jhep07\(2013\)116](https://doi.org/10.1007/jhep07(2013)116). Citado 7 vezes nas páginas 69, 73, 76, 88, 93, 108 e 119.
- [126] G. Belanger and F. Boudjema, “Probing quartic couplings of weak bosons through three vectors production at a 500-GeV NLC”, *Phys. Lett. B* **288** (1992) 201–209, [doi:10.1016/0370-2693\(92\)91978-I](https://doi.org/10.1016/0370-2693(92)91978-I). Citado 2 vezes nas páginas 69 e 71.
- [127] C. Baldenegro, S. Fichet, G. von Gersdorff, and C. Royon, “Probing the anomalous $\gamma\gamma\gamma Z$ coupling at the LHC with proton tagging”, *JHEP* **06** (2017) 142, [doi:10.1007/JHEP06\(2017\)142](https://doi.org/10.1007/JHEP06(2017)142), [arXiv:1703.10600](https://arxiv.org/abs/1703.10600). Citado na página 70.
- [128] M. Baillargeon and F. Boudjema, “Contribution of the bosonic loops to the three photon decay of the Z”, *Phys. Lett. B* **272** (1991) 158–162, [doi:10.1016/0370-2693\(91\)91029-U](https://doi.org/10.1016/0370-2693(91)91029-U). Citado na página 70.

- [129] G. Aad et al., “Observation of photon-induced W^+W^- production in pp collisions at $\sqrt{s} = 13$ TeV using the ATLAS detector”, *Physics Letters B* **816** (may, 2021) 136190, [doi:10.1016/j.physletb.2021.136190](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2021.136190). Citado na página 70.
- [130] O. J. P. Éboli, M. C. Gonzalez-Garcia, and J. K. Mizukoshi, “ $pp \rightarrow jj e^\pm \mu^\pm \nu \bar{\nu}$ and $jje^\pm \mu^\pm \nu \bar{\nu}$ at $O(\alpha_{\text{em}}^6)$ and $O(\alpha_{\text{em}}^4 \alpha_s^2)$ for the study of the quartic electroweak gauge boson vertex at LHC”, *Physical Review D* **74** (oct, 2006) [doi:10.1103/physrevd.74.073005](https://doi.org/10.1103/physrevd.74.073005). Citado na página 71.
- [131] A. Alloul et al., “FeynRules 2.0 — A complete toolbox for tree-level phenomenology”, *Computer Physics Communications* **185** (Aug, 2014) 2250–2300, [doi:10.1016/j.cpc.2014.04.012](https://doi.org/10.1016/j.cpc.2014.04.012). Citado na página 72.
- [132] N. D. Christensen and C. Duhr, “FeynRules – Feynman rules made easy”, *Computer Physics Communications* **180** (Sep, 2009) 1614–1641, [doi:10.1016/j.cpc.2009.02.018](https://doi.org/10.1016/j.cpc.2009.02.018). Citado na página 72.
- [133] C. Degrande et al., “UFO – The Universal FeynRules Output”, *Computer Physics Communications* **183** (2012), no. 6, 1201–1214, [doi:https://doi.org/10.1016/j.cpc.2012.01.022](https://doi.org/10.1016/j.cpc.2012.01.022). Citado na página 72.
- [134] V. M. A. et. al., “Search for anomalous quartic $WW\gamma\gamma$ couplings in dielectron and missing energy final states in $p\bar{p}$ collisions at $\sqrt{s} = 1.96$ TeV”, *Physical Review D* **88** (jul, 2013) [doi:10.1103/physrevd.88.012005](https://doi.org/10.1103/physrevd.88.012005). Citado 2 vezes nas páginas 73 e 91.
- [135] S. C. et. al., “A search for $WW\gamma$ and $WZ\gamma$ production and constraints on anomalous quartic gauge couplings in pp collisions at $\sqrt{s} = 8$ TeV”, *Physical Review D* **90** (aug, 2014) [doi:10.1103/physrevd.90.032008](https://doi.org/10.1103/physrevd.90.032008). Citado na página 73.
- [136] G. Bélanger et al., “Bosonic quartic couplings at LEP2”, *The European Physical Journal C* **13** (mar, 2000) 283–293, [doi:10.1007/s100520000305](https://doi.org/10.1007/s100520000305). Citado 2 vezes nas páginas 74 e 91.
- [137] T. Pierzchała and K. Piotrzkowski, “Sensitivity to anomalous quartic gauge couplings in photon-photon interactions at the LHC”, *Nuclear Physics B - Proceedings Supplements* **179-180** (Aug, 2008) 257–264, [doi:10.1016/j.nuclphysbps.2008.07.032](https://doi.org/10.1016/j.nuclphysbps.2008.07.032). Citado 6 vezes nas páginas 74, 77, 78, 79, 105 e 107.
- [138] “FormFactors - MadGraph”. <https://cp3.irmp.ucl.ac.be/projects/madgraph/wiki/FormFactors>. Acessado em: 25 de agosto de 2022. Citado na página 77.

- [139] CMS Collaboration, “Search for exclusive $\gamma\gamma \rightarrow WW$ and $\gamma\gamma \rightarrow ZZ$ production in final states with jets and forward protons”, *CMS-PAS-SMP-21-014* (2022). Citado 4 vezes nas páginas 79, 94, 111 e 118.
- [140] X. Rouby, “Tagging photon interactions at the lhc”, *Nuclear Physics B - Proceedings Supplements* **179-180** (aug, 2008) 202–210, [doi:10.1016/j.nuclphysbps.2008.07.025](https://doi.org/10.1016/j.nuclphysbps.2008.07.025). Citado na página 79.
- [141] V. Balagura, “Van der Meer scan luminosity measurement and beam-beam correction”, *The European Physical Journal C* **81** (jan, 2021) [doi:10.1140/epjc/s10052-021-08837-y](https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-021-08837-y). Citado na página 81.
- [142] I. Belyaev et al., “The history of LHCb”, *The European Physical Journal H* **46** (Mar, 2021) [doi:10.1140/epjh/s13129-021-00002-z](https://doi.org/10.1140/epjh/s13129-021-00002-z). Citado na página 82.
- [143] W. Kienzle et al., “Total cross section: elastic scattering and diffraction dissociation at the LHC”, technical report, CERN, 1997. Citado na página 82.
- [144] “CERN - The TOTEM Experiment at the LHC”.
<https://totem-experiment.web.cern.ch/>. Acessado em: 11 de julho de 2022. Citado na página 82.
- [145] TOTEM Collaboration CollaborationV. Berardi, et al., “Total cross-section, elastic scattering and diffraction dissociation at the Large Hadron Collider at CERN: TOTEM Technical Design Report”. Technical design report. TOTEM. CERN, Geneva, 2004. Citado na página 82.
- [146] “A new schedule for the LHC and its successor”. <https://home.cern/news/news/accelerators/new-schedule-lhc-and-its-successor>. Acessado em: 05 de janeiro de 2022. Citado na página 83.
- [147] “Longer term LHC schedule”.
<https://lhc-commissioning.web.cern.ch/schedule/LHC-long-term.htm>. Acessado em: 05 de janeiro de 2022. Citado na página 83.
- [148] CMS Collaboration, “CMS technical design report, volume II: Physics performance”, *J. Phys. G* **34** (2007), no. 6, 995–1579, [doi:10.1088/0954-3899/34/6/S01](https://doi.org/10.1088/0954-3899/34/6/S01). Citado na página 83.
- [149] CMS Collaboration CollaborationG. L. Bayatian, et al., “CMS Physics: Technical Design Report Volume 1: Detector Performance and Software”. Technical design report. CMS. CERN, Geneva, 2006. There is an error on cover due to a technical problem for some items. Citado na página 83.

- [150] on behalf of the CMS Collaboration Collaboration, “CMS reconstruction improvement for the muon tracking by the RPC chambers”, *PoS RPC2012* (Sep, 2012) 045. 9 p, [doi:10.1088/1748-0221/8/03/T03001](https://doi.org/10.1088/1748-0221/8/03/T03001), [arXiv:1209.2646](https://arxiv.org/abs/1209.2646). Presented by Minsuk Kim at the XI workshop on Resistive Plate Chambers and Related Detectors - RPC2012, INFN Laboratori Nazionali di Frascati Italy, February 5-10, 2012. Citado na página 84.
- [151] D. Barney, “CMS Detector Slice”, (Jan, 2016). CMS Collection. Citado na página 85.
- [152] CMS Collaboration Collaboration, “NANOAOD: a new compact event data format in CMS”, technical report, CERN, Geneva, Feb, 2020. Citado na página 85.
- [153] A. Sirunyan et al., “Pileup mitigation at CMS in 13 TeV data”, *Journal of Instrumentation* **15** (sep, 2020) P09018–P09018, [doi:10.1088/1748-0221/15/09/p09018](https://doi.org/10.1088/1748-0221/15/09/p09018). Citado na página 86.
- [154] C. Fangmeier, “Measurement of the Production Cross Section of Four Top Quarks in Proton-Proton Collisions at 13 TeV”, 2019. Citado na página 86.
- [155] V. Khachatryan et al., “The CMS trigger system”, *Journal of Instrumentation* **12** (jan, 2017) P01020–P01020, [doi:10.1088/1748-0221/12/01/p01020](https://doi.org/10.1088/1748-0221/12/01/p01020). Citado na página 86.
- [156] C. Collaboration and T. Mc Cauley, “Collisions recorded by the CMS detector on 14 Oct 2016 during the high pile-up fill”, (Nov, 2016). CMS Collection. Citado na página 86.
- [157] C. Martin Perez, “The CMS Experiment at the LHC”, pp. 41–84. Springer International Publishing, Cham, 2022. [doi:10.1007/978-3-030-90206-3_3](https://doi.org/10.1007/978-3-030-90206-3_3). Citado na página 87.
- [158] CMS Collaboration Collaboration, “The CMS experiment at the CERN LHC. The Compact Muon Solenoid experiment”, *JINST* **3** (2008) S08004. 361 p, [doi:10.1088/1748-0221/3/08/S08004](https://doi.org/10.1088/1748-0221/3/08/S08004). Also published by CERN Geneva in 2010. Citado na página 87.
- [159] “(Izaak Neutelings) CMS coordinate system - tikZ.net”. https://tikz.net/axis3d_cms/. Acessado em: 16 de julho de 2022. Citado na página 88.
- [160] CMS Collaboration, “Exclusive photon-photon production of muon pairs in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV”, *JHEP* **01** (2012) 052, [doi:10.1007/JHEP01\(2012\)052](https://doi.org/10.1007/JHEP01(2012)052), [arXiv:1111.5536](https://arxiv.org/abs/1111.5536). Citado na página 87.

- [161] S. P. Baranov, O. Duenger, H. Shooshtari, and J. A. M. Vermaseren, “LPAIR: A generator for lepton pair production”, in *Workshop on Physics at HERA*. 1991. Citado 2 vezes nas páginas [87](#) e [101](#).
- [162] CMS Collaboration, “Search for Exclusive or Semi-Exclusive Photon Pair Production and Observation of Exclusive and Semi-Exclusive Electron Pair Production in pp Collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV”, *JHEP* **11** (2012) 080, [doi:10.1007/JHEP11\(2012\)080](https://doi.org/10.1007/JHEP11(2012)080), [arXiv:1209.1666](https://arxiv.org/abs/1209.1666). Citado na página [87](#).
- [163] TOTEM Collaboration, “TOTEM: Technical design report. Total cross section, elastic scattering and diffraction dissociation at the Large Hadron Collider at CERN”,. Citado na página [90](#).
- [164] H. Niewiadomski, “Reconstruction of Protons in the TOTEM Roman Pot Detectors at the LHC”, 2008. Presented on 11 Sep 2008. Citado na página [90](#).
- [165] The CMS and TOTEM diffractive and forward physics working group Collaboration, “Prospects for Diffractive and Forward Physics at the LHC”, technical report, CERN, Geneva, Dec, 2006. revised version submitted on 2007-01-25 14:50:19. Citado na página [92](#).
- [166] L. Schoeffel et al., “Photon–photon physics at the LHC and laser beam experiments, present and future”, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **120** (Oct, 2020) 103889. 56 p, [doi:10.1016/j.ppnp.2021.103889](https://doi.org/10.1016/j.ppnp.2021.103889), [arXiv:2010.07855](https://arxiv.org/abs/2010.07855). 56 pages, 35 figures, lecture notes. Citado na página [92](#).
- [167] K. Piotrzkowski, “Tagging two-photon production at the CERN Large Hadron Collider”, *Physical Review D* **63** (mar, 2001) [doi:10.1103/physrevd.63.071502](https://doi.org/10.1103/physrevd.63.071502). Citado na página [92](#).
- [168] M. Boonekamp et al., “FPMC: a generator for forward physics”, 2011. Citado 2 vezes nas páginas [95](#) e [100](#).
- [169] T. Sjöstrand et al., “An introduction to PYTHIA 8.2”, *Computer Physics Communications* **191** (Jun, 2015) 159–177, [doi:10.1016/j.cpc.2015.01.024](https://doi.org/10.1016/j.cpc.2015.01.024). Citado 2 vezes nas páginas [95](#) e [97](#).
- [170] G. Breit and J. A. Wheeler, “Collision of Two Light Quanta”, *Phys. Rev.* **46** (Dec, 1934) 1087–1091, [doi:10.1103/PhysRev.46.1087](https://doi.org/10.1103/PhysRev.46.1087). Citado na página [95](#).
- [171] G. Zech, “Upper limits in experiments with background or measurement errors”, [doi:10.1016/0168-9002\(89\)90795-x](https://doi.org/10.1016/0168-9002(89)90795-x). Citado na página [105](#).

- [172] A. Yilmaz, “Search for the limits on anomalous neutral triple gauge couplings via ZZ production in the $\ell\ell\nu\nu$ channel at FCC-hh”, *Nuclear Physics B* **969** (Aug, 2021) 115471, [doi:10.1016/j.nuclphysb.2021.115471](https://doi.org/10.1016/j.nuclphysb.2021.115471). Citado na página 108.
- [173] S. C. İnan and A. V. Kisseelev, “Probing anomalous $\gamma\gamma\gamma Z$ couplings through γZ production in $\gamma\gamma$ collisions at the CLIC”, *Journal of High Energy Physics* **2021** (Oct, 2021) [doi:10.1007/jhep10\(2021\)121](https://doi.org/10.1007/jhep10(2021)121). Citado na página 108.
- [174] G. J. Feldman and R. D. Cousins, “Unified approach to the classical statistical analysis of small signals”, *Physical Review D* **57** (Apr, 1998) 3873–3889, [doi:10.1103/physrevd.57.3873](https://doi.org/10.1103/physrevd.57.3873). Citado na página 108.
- [175] R. D. Cousins and V. L. Highland, “Incorporating systematic uncertainties into an upper limit”, *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* **320** (1992), no. 1, 331–335, [doi:https://doi.org/10.1016/0168-9002\(92\)90794-5](https://doi.org/10.1016/0168-9002(92)90794-5). Citado na página 108.
- [176] A. L. Read, “Presentation of search results: the CLs technique”, [doi:10.1088/0954-3899/28/10/313](https://doi.org/10.1088/0954-3899/28/10/313). Citado na página 108.
- [177] O. Behnke, “Data Analysis in High Energy Physics : a Practical Guide to Statistical Methods”. Wiley, Hoboken, 2013. Citado na página 108.
- [178] I. Antcheva et al., “ROOT: A C++ framework for petabyte data storage, statistical analysis and visualization”, *Comput. Phys. Commun.* **182** (2011) 1384–1385, [doi:10.1016/j.cpc.2011.02.008](https://doi.org/10.1016/j.cpc.2011.02.008). Citado na página 115.
- [179] A. Sirunyan et al., “Observation of Forward Neutron Multiplicity Dependence of Dimuon Acoplanarity in Ultraperipheral Pb-Pb Collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ TeV”, *Physical Review Letters* **127** (sep, 2021) [doi:10.1103/physrevlett.127.122001](https://doi.org/10.1103/physrevlett.127.122001). Citado na página 117.
- [180] L. Forthomme, “Measurement of exclusive two-photon processes with dilepton final states in pp collisions at the LHC”, 2016. [doi:2078.1/174068](https://doi.org/10.21468/SciPostPhys.10.1.206). Citado na página 120.
- [181] C. Bini, “Data analysis in Particle Physics”. https://www.roma1.infn.it/~bini/StatEPP_new.pdf. Citado na página 128.
- [182] J. M. Hammersley, “Monte Carlo methods”. Methuen Wiley, London New York, 1964. Citado na página 157.
- [183] J. Gentle, “Random number generation and Monte Carlo methods”. Springer, New York, 2003. Citado na página 157.

- [184] A. Johansen, “Monte Carlo Methods”, in *International Encyclopedia of Education (Third Edition)*, P. Peterson, E. Baker, and B. McGaw, eds., pp. 296–303. Elsevier, Oxford, third edition edition, 2010.
[doi:
https://doi.org/10.1016/B978-0-08-044894-7.01543-8](https://doi.org/10.1016/B978-0-08-044894-7.01543-8). Citado na página 157.
- [185] N. Metropolis, “The beginning of the Monte Carlo method”, *Los Alamos Science* (1987), no. 15, 125–130. Citado na página 157.
- [186] N. Metropolis et al., “Equation of State Calculations by Fast Computing Machines”, *The Journal of Chemical Physics* **21** (jun, 1953) 1087–1092,
[doi:10.1063/1.1699114](https://doi.org/10.1063/1.1699114). Citado na página 157.
- [187] R. Carmona, P. Del Moral, P. Hu, and N. Oudjane, “Numerical methods in finance: Bordeaux, June 2010”. Number 12 in Springer Proceedings in Mathematics. Springer Berlin Heidelberg Springer e-books, Berlin, Heidelberg, 2012. Citado na página 157.
- [188] W. Press, “Numerical recipes : the art of scientific computing”. Cambridge University Press, Cambridge, UK New York, 2007. Citado na página 158.
- [189] G. Peter Lepage, “A new algorithm for adaptive multidimensional integration”, *Journal of Computational Physics* **27** (1978), no. 2, 192–203,
[doi:
https://doi.org/10.1016/0021-9991\(78\)90004-9](https://doi.org/10.1016/0021-9991(78)90004-9). Citado 2 vezes nas páginas 159 e 164.

Apêndices

APÊNDICE A – Sobre Métodos de Monte Carlo

Ao longo deste trabalho foram utilizados muitos programas que se baseiam em métodos de Monte Carlo para avaliar numericamente expressões matemáticas, seja no caso dos geradores de eventos, seja quando foram realizados cálculos numéricos. Por este motivo, é importante realizar uma análise neste trabalho do que se tratam e como funcionam estes métodos.

São denominados Métodos de Monte Carlo os experimentos que utilizam como base números aleatórios, compreendendo um ramo da matemática experimental [182]. Simulações com números aleatórios possibilitam determinar o resultado de expressões matemáticas, como integrais definidas, sistemas de equações, ou modelos matemáticos mais complexos [183]. Apesar do uso de amostras de números aleatórios para a solução de problemas matemáticos ter uma origem muito mais antiga, foi a partir da década de 1940 que esta técnica ganhou força [184]. Nesta época, o lançamento do computador eletrônico facilitou profundamente a utilização de geradores de números aleatórios, o que logo despertou interesse em uma abordagem estatística para resolver o problema de difusão de nêutrons em material físsil pelos físicos de Los Alamos. Foi lá que o método recebeu o seu nome, em referência aos jogos de azar dos cassinos de Monte Carlo [185]. Desde então muitos problemas receberam este tipo de abordagem, e, atualmente, as aplicações dos métodos de Monte Carlo são muitas, sendo amplamente empregados na simulação de sistemas físicos, químicos [186], biológicos [184] e até em finanças [187].

A.1 Métodos de Monte Carlo para Solução de Integrais

No âmbito da resolução de integrais utilizando números aleatórios, o método de Monte Carlo é uma técnica que consiste em realizar a seguinte substituição:

$$\int_{x_0}^{x_f} f(x') dx' \equiv I = (x_f - x_0) E[f(x)], \quad (\text{A.1.1})$$

onde $E[f(x)]$ é o valor esperado da função $f(x)$ no intervalo de integração $[x_0, x_f]$. A determinação do valor esperado pode ser realizada com o emprego de diferentes estratégias, algumas das quais estão descritas a seguir.

A.1.1 Região Retangular

Este é um método intuitivo, que permite ilustrar como números aleatórios permitem determinar a integral de uma dada função. Considere uma função $f(x)$ conhecida na qual se deseja calcular sua integral dentro do intervalo $[x_0, x_f]$. Considere agora que definimos dois valores de y : y_{min} , que deve ser menor ou igual ao valor mínimo de $f(x)$ dentro do intervalo $[x_0, x_f]$, e y_{max} , que deve ser maior ou igual ao valor máximo de $f(x)$ no mesmo intervalo. Desta maneira, os pontos (x_0, y_{max}) , (x_f, y_{max}) , (x_f, y_{min}) e (x_0, y_{min}) , formam uma região retangular na qual $f(x)$ está contida. Considere agora que são sorteados N pontos dentro da região retangular, cada ponto possuindo coordenadas (x_i, y_i) . Para cada ponto gerado, verifica-se se o mesmo se encontra na região entre $f(x)$ e o eixo das coordenadas, de tal forma que dos N pontos gerados, um total de S se encontram nesta região. Desta maneira, a razão S/N tende a ser próxima da razão entre a área do integrando e a área da região retangular, ou seja, podemos usar S e N para determinar o valor da integral:

$$\int_{x_0}^{x_f} f(x') dx' = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{S}{N} [(x_f - x_0)(y_{max} - y_{min})]. \quad (\text{A.1.2})$$

O erro σ embutido neste método pode ser estimado[188] como

$$\sigma = (x_f - x_0) \sqrt{\frac{\langle f^2 \rangle - \langle f \rangle^2}{N}}, \quad (\text{A.1.3})$$

onde os brackets denotam a média aritmética tomada sobre uma amostra de N pontos,

$$\langle f^2 \rangle \equiv \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f^2(x_i), \quad \langle f \rangle \equiv \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f(x_i), \quad (\text{A.1.4})$$

e o termo da raiz quadrada representa a variância de $f(\mathbf{x})$ dividida por N , porque estamos calculando a variância do valor médio de f calculado com N pontos sorteados isto é,

$$\begin{aligned} \sigma^2(\langle f \rangle) &= \sigma^2 \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f(x_i) \right) = \frac{1}{N^2} \sigma^2 \left(\sum_{i=1}^N f(x_i) \right) = \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \sigma^2(f(x_i)) \\ &= \frac{N}{N^2} \sigma^2(f(x_i)) = \frac{1}{N} \sigma^2(f(x_i)). \end{aligned} \quad (\text{A.1.5})$$

Esta é uma estimativa de erro de um desvio padrão para a integral, e não deve ser interpretada como um limite rigoroso. Bem como, não há garantias de que o erro possua distribuição Gaussiana, assim σ deve ser tomado apenas como uma indicação rudimentar do erro.

A.1.2 Monte Carlo e o Valor Médio do Integrando

No caso mais geral, temos a seguinte situação[188]: Considerando a integral de uma função de n variáveis $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$ sobre um volume Ω :

$$I = \int_{\Omega} d\mathbf{x} f(\mathbf{x}). \quad (\text{A.1.6})$$

Se N pontos (\mathbf{x}) são sorteados de uma distribuição de pontos em Ω com densidade $p(\mathbf{x})$, podemos obter uma aproximação de I ao calcularmos uma média ponderada pela distribuição $p(\mathbf{x})$ do valor de $f(\mathbf{x})$ em Ω , e multiplicar esta média pelo tamanho do volume Ω , ou seja,

$$S^{(1)} = \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{x}} \frac{f(\mathbf{x})}{p(\mathbf{x})}, \quad (\text{A.1.7})$$

onde a função densidade de probabilidade, $p(\mathbf{x})$ deve estar normalizada a unidade:

$$\int_{\Omega} d\mathbf{x} p(\mathbf{x}) = 1. \quad (\text{A.1.8})$$

O valor de $S^{(1)}$ se aproxima de I na medida em que o número de pontos sorteados N aumenta, ou seja,

$$I = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{x}} \frac{f(\mathbf{x})}{p(\mathbf{x})}. \quad (\text{A.1.9})$$

Todavia, para diferentes conjuntos finitos de N pontos sorteados, o valor de $S^{(1)}$ tende a flutuar acerca do real valor da integral. Similarmente ao cálculo da Eq. (A.1.3), podemos calcular a variância desta flutuação como

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \left[\left\langle \frac{f^2(\mathbf{x})}{p^2(\mathbf{x})} \right\rangle - \left\langle \frac{f(\mathbf{x})}{p(\mathbf{x})} \right\rangle^2 \right] \quad (\text{A.1.10})$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \left[\int_{\Omega} d\mathbf{x} p(\mathbf{x}) \frac{f^2(\mathbf{x})}{p^2(\mathbf{x})} - \left(\int_{\Omega} d\mathbf{x} p(\mathbf{x}) \frac{f(\mathbf{x})}{p(\mathbf{x})} \right)^2 \right]. \quad (\text{A.1.11})$$

Para N grande, esta quantidade vale aproximadamente

$$\sigma^2 \approx \frac{S^{(2)} - (S^{(1)})^2}{N - 1}, \quad (\text{A.1.12})$$

onde

$$S^{(2)} = \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{x}} \left(\frac{f(\mathbf{x})}{p(\mathbf{x})} \right)^2. \quad (\text{A.1.13})$$

O desvio padrão σ indica a acurácia de $S^{(1)}$ como uma estimativa de I . Existem diferentes técnicas para se reduzir a variância σ^2 para um N fixo, como algoritmos que utilizam amostragens seletivas, estratificadas, ou que utilizem iterações para corrigir de forma adaptativa a amostragem de números aleatórios [189].

A.1.3 Amostragem Seletiva

Com o objetivo de diminuir a variância σ^2 , devemos escolher uma função densidade de probabilidade apropriada. O ideal é escolher uma função $p(\mathbf{x})$ que tenha uma concentração de pontos maior nas regiões do integrando que possuem maior magnitude. Desta

maneira, os pontos são sorteados em maior número nas regiões que possuem maior contribuição no valor da integral, em detrimento das partes que possuem menor contribuição.

Intuitivamente, isto equivale a escolher uma função $p(\mathbf{x})$ tal que a razão $h(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x})/p(\mathbf{x})$ seja tão próxima de alguma constante quanto possível. Matematicamente, queremos encontrar $p(\mathbf{x})$ que minimize a Equação (A.1.11) sujeita a restrição de normalização (Equação (A.1.8)):

$$0 = \frac{\delta}{\delta p} \left(\frac{1}{N} \left[\int_{\Omega} d\mathbf{x} \frac{f^2(\mathbf{x})}{p(\mathbf{x})} - \left(\int_{\Omega} d\mathbf{x} f(\mathbf{x}) \right)^2 \right] + \lambda \int_{\Omega} p(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \right) \quad (\text{A.1.14})$$

onde λ é um multiplicador de Lagrange. O termo no meio não possui dependência de $p(\mathbf{x})$, então

$$0 = \int_{\Omega} \left(-\frac{1}{N} \frac{f^2(\mathbf{x})}{p^2(\mathbf{x})} + \lambda \right) d\mathbf{x}. \quad (\text{A.1.15})$$

A integral se anula com a anulação do integrando, ou seja, $0 = -1f^2(\mathbf{x})/(Np^2(\mathbf{x})) + \lambda$, ou,

$$p(\mathbf{x}) = \frac{1}{\sqrt{N}} \frac{|f(\mathbf{x})|}{\sqrt{\lambda}}. \quad (\text{A.1.16})$$

Claramente, a função $p(\mathbf{x})$ que minimiza a variância σ^2 (Equação (A.1.11)) da integral I (Equação (A.1.6)) é proporcional ao valor absoluto do integrando $f(\mathbf{x})$. Caso pudéssemos escolher uma função $p(\mathbf{x}) \propto |f(\mathbf{x})|$, a variância resultante seria (a partir das Equações (A.1.16) e (A.1.11)):

$$\sigma_{otimizada}^2 = \int_{\Omega} d\mathbf{x} \frac{f^2(\mathbf{x})}{|f(\mathbf{x})|} \sqrt{\lambda} \sqrt{N} - \left(\int_{\Omega} d\mathbf{x} f(\mathbf{x}) \right)^2 \quad (\text{A.1.17})$$

Mas, como a função $p(\mathbf{x})$ precisa ser normalizada (Equação (A.1.8)), a Equação (A.1.16) fornece

$$\sqrt{N} \sqrt{\lambda} = \int_{\Omega} d\mathbf{x} |f(\mathbf{x})|, \quad (\text{A.1.18})$$

tal que a variância otimizada fica

$$\sigma_{otimizada}^2 = \int_{\Omega} d\mathbf{x} |f(\mathbf{x})| \int_{\Omega} d\mathbf{x} |f(\mathbf{x})| - \left(\int_{\Omega} d\mathbf{x} f(\mathbf{x}) \right)^2. \quad (\text{A.1.19})$$

Então, se $f(\mathbf{x})$ for positiva definida (ou se for levada a ser, adicionando-se alguma constante), a escolha ótima de $p(\mathbf{x})$ sempre resultará em uma variância nula, uma integração perfeita. Claro que, neste caso, o conhecimento de $p(\mathbf{x})$ requer que se conheça $\int_{\Omega} d\mathbf{x} |f(\mathbf{x})|$, o que equivale a já conhecer o resultado da integral que se quer calcular.

A.1.4 Amostragem Estratificada

Para reduzir a variância, o volume de integração pode ser subdividido em subvolumes menores. Para explicar a estratégia da amostragem estratificada, e como ela difere da

amostragem seletiva, vamos começar introduzindo uma notação em que $\mu(f)$ denota a verdadeira média da função $f(\mathbf{x})$ no volume Ω (ou seja, a integral dividida por Ω), enquanto $\langle f(\mathbf{x}) \rangle$ denota, como na Equação (A.1.4), o mais simples estimador por Monte Carlo desta média:

$$\mu(f) \equiv \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} f(\mathbf{x}) d\Omega \quad \langle f(\mathbf{x}) \rangle \equiv \frac{1}{N} \sum_i f(\mathbf{x}_i) \quad (\text{A.1.20})$$

A variância do estimador, $\text{Var}\langle f(\mathbf{x}) \rangle$, que mede o quadrado do erro da integração por Monte Carlo, está assintoticamente relacionada (para N grande) à variância da função $\text{Var}(f(\mathbf{x})) \equiv \mu(f^2) - \mu^2(f)$, pela relação

$$\text{Var}(\langle f(\mathbf{x}) \rangle) = \frac{\text{Var}(f(\mathbf{x}))}{N} \quad (\text{A.1.21})$$

Esta expressão equivale à Equação (A.1.5), mas aqui estamos tomando a verdadeira variância da função $f(\mathbf{x})$, ao invés daquela calculada por meio dos estimadores de Monte Carlo.

Suponha que o volume de integração Ω seja dividido em dois subvolumes disjuntos e de igual tamanho, denotados a e b , e que $N/2$ pontos sejam sorteados em cada subvolume. Então, um outro estimador para $\mu(f(\mathbf{x}))$, diferente daquele da Equação (A.1.20), que denotamos como $\langle f \rangle'$ é

$$\langle f \rangle' \equiv \frac{1}{2}(\langle f \rangle_a + \langle f \rangle_b). \quad (\text{A.1.22})$$

A média tomada pelo novo estimador é a média aritmética do valor médio da função nas duas regiões. A variância desta média é dada por:

$$\begin{aligned} \sigma^2(\langle f \rangle') &= \frac{1}{4}[\sigma^2(\langle f \rangle_a) + \sigma^2(\langle f \rangle_b)] \\ &= \frac{1}{4} \left[\frac{\sigma_a^2(f(\mathbf{x}))}{N/2} + \frac{\sigma_b^2(f(\mathbf{x}))}{N/2} \right] \\ &= \frac{1}{2N}[\sigma_a^2(f(\mathbf{x})) + \sigma_b^2(f(\mathbf{x)))], \end{aligned} \quad (\text{A.1.23})$$

onde $\sigma_a^2(f(\mathbf{x}))$ denota a variância na sub-região a , ou seja, $\mu(f^2) - \mu^2(f)$. Para saber qual o impacto de se dividir a região de integração no valor da variância da média calculada de f , consideremos o seguinte:

$$\mu(f) = \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} f d\Omega = \frac{1}{\Omega} \left[\int_{\Omega_a} f d\Omega_a + \int_{\Omega_b} f d\Omega_b \right] = \frac{1}{2}(\mu_a(f) + \mu_b(f)), \quad (\text{A.1.24})$$

onde Ω_a e Ω_b são as duas sub-regiões que compõem Ω , isto é, $\Omega_a \cup \Omega_b = \Omega$. Ainda, para o segundo momento de f temos:

$$\mu(f^2) = \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} f^2 d\Omega = \frac{1}{\Omega} \left[\int_{\Omega_a} f^2 d\Omega_a + \int_{\Omega_b} f^2 d\Omega_b \right] = \frac{1}{2}(\mu_a(f^2) + \mu_b(f^2)). \quad (\text{A.1.25})$$

Ou seja, o valor médio de f é a média das médias das duas sub-regiões, e o segundo momento de f é a média dos segundos momentos das duas sub-regiões. Olhando para uma

sub-região apenas, e assumindo ainda que os dois subvolumes possuem o mesmo tamanho ($\Omega_a = \Omega/2$), temos que sua variância vale:

$$\begin{aligned}\sigma_a^2 &= \mu_a(f^2) - \mu_a^2(f) = \frac{1}{\Omega/2} \int_{\Omega_a} f^2 d\Omega_a - \left(\frac{1}{\Omega/2} \int_{\Omega_a} f d\Omega_a \right)^2 \\ &= \frac{2}{\Omega} \left[\int_{\Omega_a} f^2 d\Omega_a - 2 \left(\int_{\Omega_a} f d\Omega_a \right)^2 \right].\end{aligned}\quad (\text{A.1.26})$$

Por outro lado, usando as Equações (A.1.24) e (A.1.25), a variância global de f fornece

$$\begin{aligned}\sigma^2(f) &= \mu(f^2) - \mu^2(f) = \frac{\mu_a(f^2) + \mu_b(f^2)}{2} - \frac{(\mu_a(f) + \mu_b(f))^2}{4} \\ &= \frac{\mu_a(f^2) + \mu_b(f^2)}{2} - \frac{\mu_a^2(f)}{2} + \frac{2\mu_a^2(f)}{4} - \frac{\mu_b^2(f)}{2} + \frac{2\mu_b^2(f)}{4} - \frac{(\mu_a(f) + \mu_b(f))^2}{4} \\ &= \frac{1}{2}(\sigma_a^2(f) + \sigma_b^2(f)) + \frac{2\mu_a^2(f)}{4} + \frac{2\mu_b^2(f)}{4} - \frac{\mu_a^2(f) + \mu_b^2(f) + 2\mu_a(f)\mu_b(f)}{4} \\ &= \frac{1}{2}(\sigma_a^2(f) + \sigma_b^2(f)) + \frac{\mu_a^2(f) + \mu_b^2(f) - 2\mu_a(f)\mu_b(f)}{4} \\ &= \frac{1}{2}(\sigma_a^2(f) + \sigma_b^2(f)) + \frac{1}{4}(\mu_a(f) - \mu_b(f))^2.\end{aligned}\quad (\text{A.1.27})$$

Juntando esta expressão com as equações (A.1.23) e (A.1.21), obtemos que a variância do novo estimador do valor médio de f é tal que

$$\sigma^2(\langle f \rangle') = \sigma^2(\langle f \rangle) - \frac{1}{4N}(\mu_a(f) - \mu_b(f))^2. \quad (\text{A.1.28})$$

Ou seja, a variância obtida com este método é ao menos igual àquela do método de Monte Carlo simples, e menor sempre que o valor médio da função for diferente em cada região. De acordo com a Equação (A.1.27), essas médias são iguais se e somente se $\sigma_a^2(f) = \sigma_b^2(f) = \sigma^2(f)$.

Até agora, assumimos que o número de pontos sorteados em cada região é o mesmo. Mas se quiséssemos distribuir um número diferente de pontos, N_a na região a , e $N_b = N - N_a$ na região b , a variância do nosso estimador $\sigma^2(\langle f \rangle')$ se tornaria

$$\sigma^2(\langle f \rangle') = \frac{1}{4} \left[\frac{\sigma_a^2(f(\mathbf{x}))}{N_a} + \frac{\sigma_b^2(f(\mathbf{x}))}{N - N_a} \right]. \quad (\text{A.1.29})$$

Para N fixo, podemos obter o valor de N_a que minimiza esta variância através da derivada

$$\frac{d\sigma^2(\langle f \rangle')}{dN_a} = \frac{1}{4} \left[-\frac{\sigma_a^2(f(\mathbf{x}))}{N_a^2} + \frac{\sigma_b^2(f(\mathbf{x}))}{(N - N_a)^2} \right] = 0. \quad (\text{A.1.30})$$

A expressão entre colchetes se anula quando

$$\frac{N_a}{N} = \frac{\sigma_a(f(\mathbf{x}))}{\sigma_a(f(\mathbf{x})) + \sigma_b(f(\mathbf{x}))}. \quad (\text{A.1.31})$$

Substituindo esta expressão na Equação (A.1.29), obtemos a variância para a melhor escolha de N_a possível, em termos de minimização do erro:

$$\sigma^2(\langle f \rangle') = \frac{(\sigma_a(f(\mathbf{x})) + \sigma_b(f(\mathbf{x})))^2}{4N} \quad (\text{A.1.32})$$

Deve-se notar, contudo, que caso $\sigma_a^2(f(\mathbf{x})) = \sigma_b^2(f(\mathbf{x})) = \sigma^2(f(\mathbf{x}))$, a Equação (A.1.32) se reduz à Equação (A.1.21), de forma que a estratificação da amostra não apresenta nenhuma vantagem. Ainda, caso estas variâncias possuam o mesmo valor, então de acordo com a Equação (A.1.27), o valor médio da função nas regiões a e b é o mesmo, $\mu_a(f) = \mu_b(f)$, o que leva a variância obtida ao dividir o volume Ω em dois (Equação (A.1.22)) ao caso da variação do método de Monte Carlo simples.

Até aqui o método da estratificação de amostra foi analisado aplicando apenas uma divisão em duas regiões de igual tamanho no volume de integração. Todavia, o método pode ser generalizado para o caso em que Ω é dividido em mais partes, com o resultado sendo que a melhor alocação dos pontos em cada região é em número proporcional à variância da função em sua respectiva região. Contudo, deve-se levar em conta a dimensionalidade de Ω . Dividir espaços de grande dimensão pode não ser algo muito prático, visto que em um espaço de d dimensões, dividir Ω em K segmentos produziria K^d subvolumes, que pode se tornar um número grande demais quando se deseja calcular a variância de cada região.

A.1.5 Estratégia Mista

As estratégias de Amostragem Seletiva e Amostragem Estratificada podem parecer inconsistentes uma com a outra, afinal, a primeira delas nos diz que devemos concentrar os pontos sorteados nas regiões onde $|f(\mathbf{x})|$ é maior, enquanto segundo a outra estratégia, deveríamos focar mais pontos nas regiões com maior variância.

Na verdade, estas estratégias apontam para direções diferentes porque elas pressupõe que tenhamos informação de quantidades diferentes: a Amostragem Seletiva exige que saibamos alguma boa aproximação para a integral que tentamos resolver, a fim de se obter uma função densidade de probabilidade $p(\mathbf{x})$ que gere pontos aleatórios de maneira mais eficiente. Caso esta função não seja ideal nas regiões em que $f(\mathbf{x})$ varia mais rapidamente, ou nas regiões onde possui valor absoluto maior, então a razão $h(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x})/p(\mathbf{x})$ fica longe de ser uma constante, e o erro da integração diminui apenas com $1/\sqrt{N}$.

A Amostragem Estratificada, por outro lado, não exige que se saiba algo sobre a $f(\mathbf{x})$. Esta estratégia promove a diminuição da flutuação de pontos sorteados em cada região. O interessante é que mesmo empregando uma simples estratégia de estratificação às cegas, em que o volume Ω é dividido em N subvolumes, cada um recebendo um único número sorteado, o erro já diminui assintoticamente com $1/N$, consideravelmente mais rápido que $1/\sqrt{N}$: se na Equação (A.1.22) tomarmos a média em N valores ao invés de dois, a variância do estimador, pela Equação (A.1.23) se torna

$$\sigma^2(\langle f \rangle') = \frac{1}{N^2} \sum_{i=0}^N \sigma^2(\langle f \rangle_i) = \frac{1}{N^2} \sum_{i=0}^N \sigma^2(f(\mathbf{x})), \quad (\text{A.1.33})$$

onde i denota as diferentes regiões de integração. Não obstante, é preciso tomar cuidado

com esta diminuição "assintótica": caso o integrando possua valor desprezível em quase todos os subvolumes, sendo mais intenso em uma região concentrada, então esta estratégia de sortear um ponto em cada subvolume se torna inútil, e ter alguma informação sobre a localização com maior valor absoluto tornaria a Amostragem Seletiva uma escolha mais sábia.

Na prática, as duas estratégias de amostragem não são incompatíveis, pois em muitos casos o integrando é pequeno em vários pontos em Ω , com exceção de uma região onde (\mathbf{x}) possui maiores valores absolutos. Nessas regiões, a magnitude de $|f(\mathbf{x})|$ fica proporcional a $\sigma((\mathbf{x}))$, de forma que ambas as técnicas irão concentrar pontos de maneira semelhante.

A.1.6 VEGAS

O algoritmo VEGAS, desenvolvido por P. Lapage [189], é baseado principalmente na Amostragem Seletiva, mas também emprega Amostragem Estratificada caso a dimensão d seja pequena suficiente para evitar o problema de K^d se tornar demasiadamente grande. A essência da amostragem por importânci no algoritmo VEGAS é a geração de uma função peso multidimensional g que seja separável,

$$p \propto g(x, y, z, \dots) = g_x(x)g_y(y)g_z(z)\dots \quad (\text{A.1.34})$$

Uma função separável deste tipo ajuda a solucionar o problema de K^d se tornar muito grande porque o computador pode armazenar d funções unidimensionais, cada uma com K segmentos, o que se traduz em uma fragmentação em apenas $K \times d$ partes, ao invés de K^d . Além disso, o sorteio dos pontos pode ser realizado por d sorteios consecutivos, um para cada componente do vetor de coordenadas (x, y, z, \dots) .

Pode-se mostrar que a função peso ideal é separada por partes como

$$g_x(x) \propto \left[\int dy \int dz \dots \frac{f^2(\mathbf{x})}{g_y(y)g_z(z)\dots} \right]^{1/2} \quad (\text{A.1.35})$$

Em uma dimensão, ficamos com $g(x) \propto |f(x)|$, recaindo no caso da Equação (A.1.16). O algoritmo VEGAS tradicional utiliza sub-regiões de tamanhos variados.

O algoritmo pode realizar iterações para melhorar a precisão do resultado. Para o caso de uma função unidimensional, inicialmente uma integração por Monte Carlo simples usando N pontos é realizada com densidade de probabilidade uniforme. Com a informação obtida por esta integração, temos uma estimativa para a integral e do possível erro, mas também as medidas realizadas permitem construir uma função densidade de probabilidade aprimorada para a próxima integração (também com N pontos). Com isso, a variância pode ser reduzida gradualmente, conforme o processo é repetido várias vezes. Consideremos a seguinte integral:

$$I = \int_0^1 f(x)dx. \quad (\text{A.1.36})$$

Neste caso, utilizamos uma função em degraus (*step function*) com B degraus. A probabilidade de um número ser escolhido em um dado degrau é, por escolha, uma igual a $1/B$ para todos os degraus. Estes degraus possuem largura $\Delta x_i = x_i - x_{i-1}$, com $0 = x_0 < \dots < x_B = 1$ para $i = 1, \dots, B$. Desta forma, a função densidade $p(x)$ para um ponto x no intervalo entre $x_i - \Delta x_i \leq x < x_i$, $i = 1, \dots, B$ fica

$$p(x) = \frac{1}{B\Delta x_i}, \quad (\text{A.1.37})$$

onde a soma de todos as larguras dos degraus deve igualar o intervalo de integração:

$$\sum_{i=1}^N \Delta x_i = 1. \quad (\text{A.1.38})$$

Assim, a função de densidade de probabilidade é adaptada para cada integrando apenas ao ajustar a largura dos Δx_i degraus.

Para N números sorteados, a distribuição de probabilidade, ou, equivalentemente, os incrementos da densidade, são refinados ao subdividir cada incremento Δx_i em $m_i + 1$ subincrementos, onde

$$m_i = K \frac{\bar{f}_i \Delta x_i}{\sum_j \bar{f}_j \Delta x_j} \quad (\text{A.1.39})$$

e

$$\bar{f}_i \equiv \sum_{x \in x_i - \Delta x_i}^{x_i} |f(x)| \propto \frac{1}{\Delta x_i} \int_{x_i - \Delta x_i}^{x_i} dx |f(x)|. \quad (\text{A.1.40})$$

Portanto, cada incremento é subdividido em $(K + 1)$ subincrementos, cada qual contribuindo para a função de densidade de maneira proporcional a sua contribuição ao módulo do integrando $|f(x)|$, como é o caso da amostragem seletiva.

Uma estimativa cumulativa da integral e o seu erro podem ser realizadas com o uso de cada medida tomada do integrando:

$$I = \sigma_I^2 \sum_i \frac{I_i}{\sigma_i^2}, \quad (\text{A.1.41})$$

onde

$$\sigma_I = \sqrt{\sum_i \frac{1}{\sigma_i^2}}. \quad (\text{A.1.42})$$

Aqui, I_i e σ_i^2 são as estimativas para a integral e sua variância, tomadas pelas Equações (A.1.7) e (A.1.12), respectivamente.

O algoritmo pode realizar diversas iterações para melhorar a estimativa da integral, cada vez adaptando as larguras dos passos para se adequar melhor ao integrando. O número de interações e o de pontos sorteados a cada iteração dependem da complexidade do integrando e da acurácia desejada. Em geral, o ideal é sortear apenas a quantidade de pontos necessária para a convergência do algoritmo na busca pelas melhores larguras de integração. Desta maneira, este algoritmo é capaz de calcular integrais numéricas com grande precisão sem prejudicar a sua eficiência.