

Задание 4 “Длинная арифметика и игры”

Д е д л а й н 12:00 21 д е к а б р я 2017 г.

С с ы л к а н а к о н т е с т :

<https://contest.yandex.ru/contest/11106/>

В е д о м о с т ь :

https://drive.google.com/open?id=129E7aoaeum_3wPxNaeUIAmWjn_MQ51Ob_P_qItb7jrQ

Задача 1. BigInteger. (6 баллов)

А. В этой задаче разрешается подключать `<iostream>`, `<vector>` и `<string>` и только их. Напишите класс `BigInteger` для работы с длинными целыми числами. Должны поддерживаться операции:

- сложение, вычитание, умножение, деление, остаток по модулю, работающие так же, как и для `int`; составное присваивание с этими операциями;
- унарный минус, префиксный и постфиксный инкремент и декремент,
- операторы сравнения `==` `!=` `<` `>` `<=` `>=`
- вывод в поток и ввод из потока;
- метод `toString()`, возвращающий строковое представление числа;
- конструирование из `int` (в том числе неявное преобразование, когда это надо);
- неявное преобразование в `bool`, когда это надо (должно работать в условных выражениях).

Асимптотические ограничения на время работы операторов в контексте не проверяются, но реализация должна работать за:

- Сложение, вычитание, унарный минус, операторы сравнения – $O(n)$,
- Умножение, деление, остаток по модулю – $O(n^2)$,

где n – количество разрядов большего числа (по модулю).

В вашем файле должна отсутствовать функция `main()`, а сам файл должен называться `biginteger.h` (маленькими буквами). В качестве компилятора необходимо указывать `Make`. Ваш код будет вставлен посредством команды `#include<biginteger.h>` в программу, содержащую тесты; вследствие этого, код необходимо отправлять в файле со строго соответствующим именем!

Формат ввода.

Не требуется считывать ввод.

Формат вывода.

Не требуется выводить.

Задача 2 “Преобразование Фурье” (6 баллов)

1. Установите Jupyter и Python.
2. Для функции f на диапазоне $[0, 10]$ с частотой дискретизации 100 изготовьте код для построения графика f . Используйте `matplotlib`.
3. Реализуйте прямое и обратное дискретное преобразование Фурье FFT и FFTReverse на питоне за $O(n \log n)$.
4. Подготовьте дискретизацию f на отрезке $[0, T]$ - набор значений $f_i = f(x_i)$ в точках x_i , равномерно расположенных на отрезке $[0, T]$.
5. По функции $f = (f_0, \dots, f_{m-1})$ вычислите $g = \text{FFT}(f)$.
6. Вычислите $f2 = \text{FFTReverse}(g)$.
7. Постройте график $f2$.
8. Обнулите некоторую долю D последних коэффициентов g . Обновите $f2$ и ее график. Попробуйте несколько различных значений D .
9. Проведите эксперименты с функциями $f = x, x^2, \sin x, \sin x^2, \sin x / x$. Для каждой функции найдите долю D , для которой разница f и $f2$ видна невооруженным глазом.

Задача 3. “Эндшпиль” (5 баллов)

В. На шахматной доске стоит три фигуры: белый король KW, белый ферзь QW, черный король KB. KW стоит на поле C3. Положение двух других фигур задается на входе программы. Предполагается, что в заданной позиции ход белых. Определите, можно ли поставить мат, выполняя ходы только белым ферзем QW. Если поставить мат нельзя, выведите “IMPOSSIBLE”. Если поставить мат можно, выведите минимальное число ходов до мата. Считаются ходы как белых, так и черных.

Формат ввода.

Вначале задается позиция QW, затем KB.

Формат вывода.

Если поставить мат нельзя, выведите “IMPOSSIBLE”. Если поставить мат можно, выведите минимальное число ходов до мата.

stdin	stdout
a8 c1	1

c8 b1	3
h3 a3	3
f3 e1	3
g3 f1	5
g1 e2	7
g2 e1	7