

Задание 4 “RMQ и деревья по неявному ключу”

Д е д л а й н 21 м а я 2018 г .

С с ы л к а н а к о н т е с т :

<https://contest.yandex.ru/contest/8124/enter/>

В е д о м о с т ь :

<https://drive.google.com/open?id=1MdLZz4PrPxBJUzY8pkqUCGSLVoTdz7AB7ChwrjlyBaU>

Задача 1. Вторая статистика (RMQ) (5 баллов)

Дано число N и последовательность из N целых чисел. Найти вторую порядковую статистику на заданных диапазонах.

Для решения задачи используйте структуру данных **Sparse Table**. Требуемое время обработки каждого диапазона $O(1)$. Время подготовки структуры данных $O(n \log n)$.

Формат входных данных.

- В первой строке заданы 2 числа: размер последовательности N и количество диапазонов M .
- Следующие N целых чисел задают последовательность.
- Далее вводятся M пар чисел - границ диапазонов.

Гарантируется, что каждый диапазон содержит как минимум 2 элемента.

Формат выходных данных.

Для каждого из M диапазонов напечатать элемент последовательности - 2ю порядковую статистику. По одному числу в строке.

in	out
10 3	2
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10	2
1 2	3
1 10	
2 7	

Задача 2. Дерево отрезков (5 баллов)

2_1. Система бронирования. ООО Новые Железные Дороги поручило вам разработать систему бронирования билетов на новый маршрут поезда дальнего следования. Маршрут проходит через N станций, занумерованных от 0 до $N-1$. Вместимость поезда ограничена. В систему бронирования последовательно приходят запросы от пассажиров с указанием

номера начальной и конечной станции, а также количество билетов, которые пассажир хочет приобрести. Требуемая скорость обработки каждого запроса - $O(\log N)$.

Формат входных данных.

- Первая строка содержит число N – количество станций ($1 \leq N \leq 50\,000$).
- Вторая строка содержит начальное количество проданных билетов. В примере продано по одному билету на перегонах $0 \rightarrow 1$ и $4 \rightarrow 5$.
- В третьей строке указана вместимость поезда. В четвёртой - количество запросов на бронирование.
- Далее идут непосредственно запросы в виде: номер начальной станции, номер конечной станции, количество запрашиваемых билетов.

Формат выходных данных.

Необходимо вывести номера запросов, которые не удалось выполнить из-за отсутствия свободных мест.

in	out
6	3 5
1 0 0 0 1	
5	
8	
0 2 1	
1 4 2	
2 5 1	
1 3 3	
3 5 2	
0 4 1	
0 1 3	
1 3 2	

2_2. Художник и фотограф. У художника-авангардиста есть полоска разноцветного холста. За один раз он перекрашивает некоторый отрезок полоски в некоторый цвет. После каждого перекрашивания специально обученный фотограф делает снимок части получившегося творения для музея современного искусства. Для правильного экспонирования требуется знать яркость самого темного цвета на выбранном фотографом отрезке. Напишите программу для определения яркости самого темного цвета на отрезке. Требуемая скорость определения яркости - $O(\log N)$. Цвет задается тремя числами R , G и B ($0 \leq R, G, B \leq 255$), его яркость = $R + G + B$. Цвет (R_1, G_1, B_1) темнее цвета (R_2, G_2, B_2) , если $R_1 + G_1 + B_1 < R_2 + G_2 + B_2$.

Формат входных данных.

- Первая строка содержит число N – длина отрезка (координаты $[0 \dots N-1]$).
- Затем следует N строк по 3 числа – цвета отрезка.
- Следующая строка содержит число K – количество перекрашиваний и фотографирований.
- Затем задано K строк, описывающих перекрашивание и фотографирование.

В каждой такой строке 7 натуральных чисел: C, D, R, G, B, E, F, где [C, D] – координаты перекрашиваемого отрезка, (R, G, B) – цвет покраски, [E, F] – фотографируемый отрезок.

Формат выходных данных.

Требуется вывести K строк. В каждой строке – яркость самого темного цвета на отрезке [E, F] после соответствующего окрашивания.

in	out
5	30
7 40 3	181
54 90 255	
44 230 8	
33 57 132	
17 8 5	
2	
0 3 100 40 41 2 4	
2 4 0 200 57 1 3	

Задача 3. LCA (5 баллов)

Задано дерево с корнем, содержащее n ($1 \leq n \leq 100\,000$) вершин, пронумерованных от 0 до $n-1$. Требуется ответить на m ($1 \leq m \leq 10\,000\,000$) запросов о наименьшем общем предке для пары вершин. Запросы генерируются следующим образом. Заданы числа a_1 , a_2 и числа x , y и z . Числа a_3, \dots, a_{2m} генерируются следующим образом: $a_i = (x \cdot a_{i-2} + y \cdot a_{i-1} + z) \bmod n$. Первый запрос имеет вид $\langle a_1, a_2 \rangle$. Если ответ на $i-1$ -й запрос равен v , то i -й запрос имеет вид $\langle (a_{2i-1} + v) \bmod n, a_{2i} \rangle$.

Для решения задачи можно использовать метод двоичного подъёма.

Формат входных данных.

- Первая строка содержит два числа: n и m . Корень дерева имеет номер 0.
- Вторая строка содержит $n - 1$ целых чисел, i -е из этих чисел равно номеру родителя вершины i .
- Третья строка содержит два целых числа в диапазоне от 0 до $n-1$: a_1 и a_2 .
- Четвертая строка содержит три целых числа: x , y и z , эти числа неотрицательны и не превосходят 10^9 .

Формат выходных данных.

Выведите в выходной файл сумму номеров вершин — ответов на все запросы.

in	out
3 2	2
0 1	
2 1	
1 1 0	

Задача 4. Супер-массив строк (5 баллов)

Реализуйте структуру данных “массив строк” на основе декартового дерева по неявному ключу со следующими методами:

```
// Добавление строки в позицию position.
// Все последующие строки сдвигаются на одну позицию вперед.
void InsertAt( int position, const std::string& value );
// Удаление строки из позиции position.
// Все последующие строки сдвигаются на одну позицию назад.
void DeleteAt( int position );
// Получение строки из позиции position.
std::string GetAt( int position );
```

Все методы должны работать за $O(\log n)$ в среднем, где n – текущее количество строк в массиве.

Формат входных данных.

Первая строка содержит количество команд $k \leq 10^6$.

Последующие k строк содержат описания команд:

- Команда "+ 10 hello" означает добавление строки hello в позицию 10.
- Команда "- 14" означает удаление строки из позиции 14.
- Команда "? 33" означает запрос на вывод строки из массива в позиции 33.

Формат выходных данных.

Выведите все строки, запрошенные командами "?".

in	out
6 + 0 myau + 0 krya ? 0 + 2 gav - 1 ? 1	krya gav