

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
“МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)”

Физтех-школа радиотехники и компьютерных технологий

Отчёт по лабораторной работе № 1.2.1
"Определение скорости полета пули при помощи
баллистического маятника"

Выполнил:
Студент гр. Б01-305
Миннахметов Артур

Долгопрудный, 2023

Содержание

1	Введение	3
1.1	Баллистический маятник, совершающий поступательное движение	4
1.2	Крутильный маятник	5
2	Ход работы	7
2.1	Баллистический маятник, совершающий поступательное движение	7
2.1.1	Измерения	7
2.1.2	Обработка	8
2.2	Крутильный маятник	10
2.2.1	Измерения	10
2.2.2	Обработка	10
3	Выводы	12

1 Введение

Цель работы: определить скорость полета пули, применяя законы сохранения и используя баллистические маятники.

В работе используются: духовое ружье на штативе, осветитель, оптическая система для измерения отклонений маятника, измерительная линейка, пули и весы для их взвешивания, а также баллистические маятники.

Скорость вылета пули из духового ружья 150-200 м/с, из боевой винтовки 1000 м/с.

Это скорости большие по сравнению, скажем, со скоростью пешехода (2 м/с) или даже автомобиля (20 м/с). Поскольку размер лабораторной установки обычно порядка нескольких метров, время пролета пули составляет величину порядка $10^{-2} - 10^{-3}$ с. Для измерения таких величин необходима дорогостоящая аппаратура, регистрирующая быстропеременные процессы. Дешевле определить скорость пули по импульсу, передаваемому ею некоторому телу при неупругом соударении. В отсутствие внешних сил, а при кратковременном ударе даже и при действии внешних сил, импульс системы пуля-тело сохраняется. Если масса тела значительно больше массы пули, то скорость тела с застрявшей в нем пулей будет значительно меньше скорости пули, и ее легче измерить. Длительность неупругого соударения пули и тела, измеряемая с момента их соприкосновения до прекращения относительного движения, зависит от сопротивления, которое испытывает пуля при движении внутри тела. Оценить ее можно по глубине проникновения пули в тело, предполагая силу сопротивления постоянной.

Если при скорости 200 м/с глубина проникновения 1 см, то время соударения 10^{-4} с. За это время даже тело только в 100 раз более тяжелое, чем пуля, сдвинется всего на 0,1 мм. При малых временах соударения внешние силы конечной величины сообщают импульс, намного меньший импульса пули.

В ходе работы будут применены законы сохранения импульса:

$$\sum \vec{p} = \sum \vec{p}'$$

и закон сохранения момента импульса:

$$\sum \vec{L} = \sum \vec{L}'.$$

1.1 Баллистический маятник, совершающий поступательное движение

Используемый в этой работе баллистический маятник представляет собой тяжелый цилиндр, подвешенный на четырех нитях одинаковой длины. Он изображен на рис. 1 вместе с измерительной системой. Важной особенностью используемой системы подвески маятника является то, что при колебаниях ось цилиндра перемещается параллельно самой себе без вращения. Колебания происходят так, как будто вся масса маятника сосредоточена в его центре масс. Любая точка цилиндра при колебаниях маятника движется по дуге окружности, радиус которой равен расстоянию по вертикали между уровнями верхнего и нижнего концов нитей подвеса.

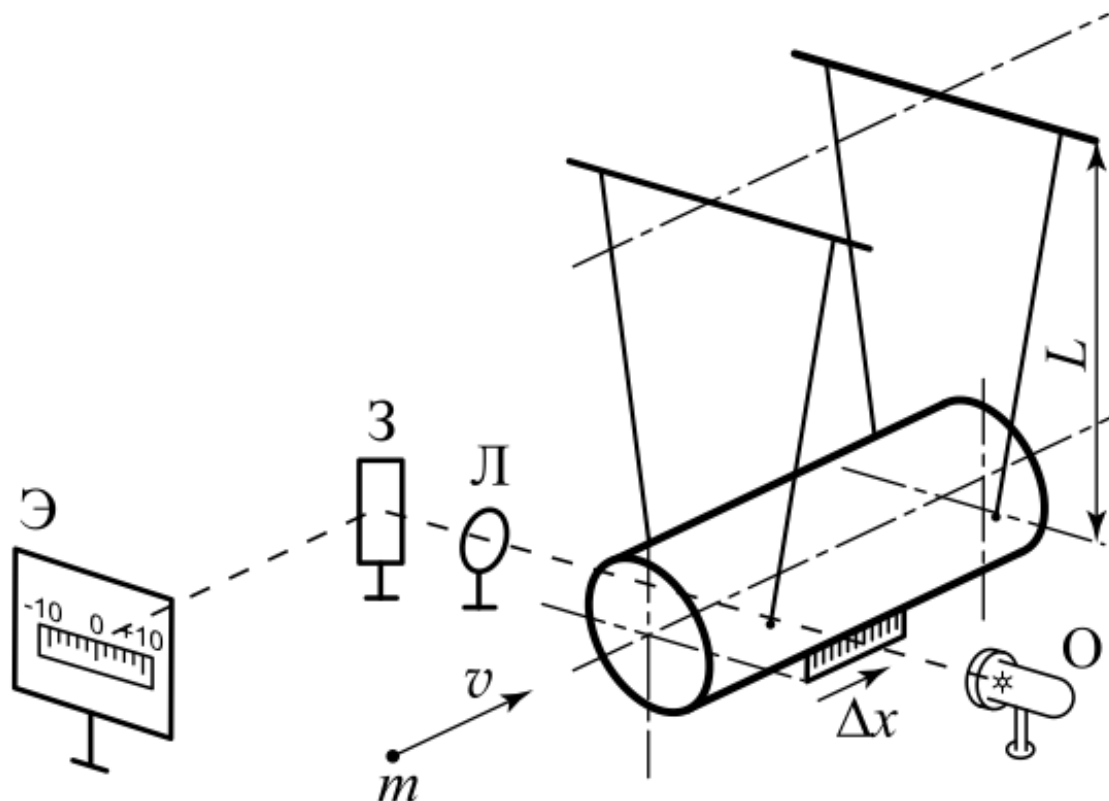


Рис. 1: Схема установки для измерения скорости полета пули с баллистическим маятником, совершающем поступательное движение

Связь между максимальным отклонением маятника и начальной скоростью, полученной им в результате толчка, описывается законом сохранения механической энергии, если потери энергии за период значительно меньше энергии его колебаний. По начальному максимальному отклонению маятника определяются импульс и скорость пули.

1.2 Крутильный маятник

Схема эксперимента изображена на рис. 2. Пуля массой m попадает в мишень, укрепленную на стержне aa , который вместе с грузами и проволокой Π образует крутильный маятник. Считая удар пули о мишень неупругим, для определения скорости и полета пули непосредственно перед ударом воспользуемся законом сохранения момента импульса в виде

$$mur = I\Omega.$$

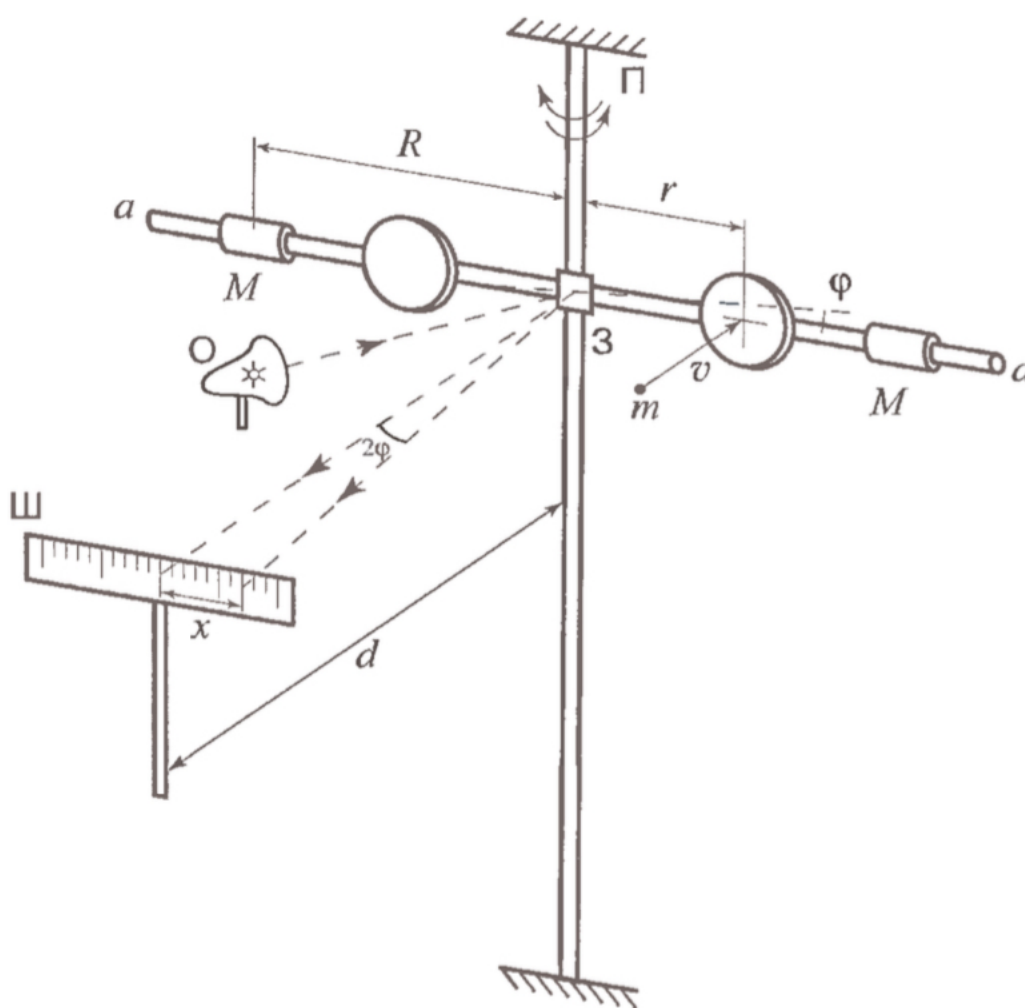


Рис. 2: Схема установки для измерения скорости пули с крутильным баллистическим маятником

Здесь r — расстояние от линии полета пули до оси вращения маятника (до проволоки Π), I — момент инерции маятника, Ω — его угловая скорость непосредственно после удара.

Законом сохранения момента импульса можно воспользоваться, если время соударения пули с мишенью значительно меньше периода малых ко-

лебаний маятника. Поворот маятника за время соударения мал по сравнению с максимальным поворотом маятника при колебаниях. Соответственно мал момент кручения, возникающий при этом в проволоке, по сравнению с моментом при максимальном повороте, который всегда, имеет конечную величину. Но главное - мало произведение момента кручения в проволоке на время соударения по сравнению с моментом импульса, которым обладала пуля перед ударом.

Начальная кинетическая энергия вращения маятника переходит в потенциальную — упругую энергию закручивания проволоки и расходуется на необратимые потери - в первую очередь на трение о воздух. Роль потерь можно оценить по изменению амплитуды колебаний за 10 периодов. Если амплитуда уменьшается менее чем наполовину, то затухание колебаний считаем малым, то есть потери энергии за период колебаний значительно меньше энергии колебаний. Пренебрегая потерями, закон сохранения энергии при колебаниях записываем следующим образом:

$$k \frac{\varphi^2}{2} = I \frac{\Omega^2}{2}.$$

Здесь k — модуль кручения проволоки Π , а φ — максимальный угол поворота маятника.

Из ЗСЭ и ЗСМИ получаем:

$$u = \varphi \frac{\sqrt{kI}}{mr}$$

Период колебаний с грузами и без них:

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{I}{k}},$$

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{I - (M_1 + M_2) R^2}{k}}.$$

Следовательно,

$$\sqrt{kI} = \frac{2\pi (M_1 + M_2) R^2 T_1}{T_1^2 - T_2^2}.$$

2 Ход работы

1. Для начала измерены веса всех пуль (в граммах):

$$m_1 = 0,507$$

$$m_2 = 0,506$$

$$m_3 = 0,516$$

$$m_4 = 0,512$$

$$m_5 = 0,512$$

$$m_6 = 0,510$$

$$m_7 = 0,508$$

$$m_8 = 0,503$$

$$m_9 = 0,508$$

$$m_{10} = 0,500.$$

Погрешность измерения $\Delta m = 0,001$ г.

2.1 Баллистический маятник, совершающий поступательное движение

2.1.1 Измерения

2. Основные измерения для маятника:

масса маятника $M_1 = (2905 \pm 5)$ г,

длина нити маятника $L = (221 \pm 1)$ см.

3. Измерения амплитуды колебаний в мм (индекс массы элемента соответствует индексу амплитуды):

$$l_1 = 11,5$$

$$l_2 = 11,5$$

$$l_3 = 12,0$$

$$l_4 = 11,25$$

$$l_5 = 11,25.$$

Погрешность измерений $\Delta l = 0,25$ мм.

2.1.2 Обработка

4. Закон сохранения импульса для пули и маятника, считая, что масса маятника много больше массы пули:

$$mV = Mu,$$

$$V = \frac{Mu}{m}.$$

5. Закон сохранения энергии для маятника, где h – максимальная высота, на которую поднимется груз:

$$\frac{Mu^2}{2} = Mgh,$$

$$u^2 = 2gh.$$

6. Высота подъема маятника выражается через угол α наибольшего отклонения от вертикали:

$$h = L(1 - \cos \alpha) = 2L \left(\sin^2 \frac{\alpha}{2} \right), \text{ где } \sin \alpha = \frac{l}{L}.$$

7. Итого из 4, 5, 6 получаем:

$$V = \frac{M}{m} \sqrt{\frac{g}{L}} l.$$

8. Посчитаем скорости для каждой массы:

$$V_1 = 138,827144 \text{ м/с},$$

$$V_2 = 139,101506 \text{ м/с},$$

$$V_3 = 142,336425 \text{ м/с},$$

$$V_4 = 134,482902 \text{ м/с},$$

$$V_5 = 134,482902 \text{ м/с}.$$

9. Посчитаем погрешность:

$$\Delta V = \sqrt{\left(\frac{\partial V}{\partial M}\right)^2 \cdot (\Delta M)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial m}\right)^2 \cdot (\Delta m)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial L}\right)^2 \cdot (\Delta L)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial l}\right)^2 \cdot (\Delta l)^2}$$

Для каждого измерения получилась погрешность $\Delta V \approx 3,4 \text{ м/с}$.

10. Итоговый результат:

$$V_1 = (138,8 \pm 3,4) \text{ м/с},$$

$$V_2 = (139,1 \pm 3,4) \text{ м/с},$$

$$V_3 = (142,3 \pm 3,4) \text{ м/с},$$

$$V_4 = (134,5 \pm 3,4) \text{ м/с},$$

$$V_5 = (134,5 \pm 3,4) \text{ м/с},$$

11. Теперь сделаем вид, что все пули одинаковой массы. Вычислим скорость как среднее арифметическое:

$$V_{mid} = 137,8 \text{ м/с},$$

случайную погрешность как среднее квадратичное:

$$\delta V = \sqrt{\frac{1}{4.5} \sum (V_{mid} - V_i)^2} = 1,5 \text{ м/с},$$

полную погрешность:

$$\Delta V_{mid} = \sqrt{\delta V^2 + \Delta V^2} = 3,7 \text{ м/с},$$

ИТОГ:

$$V = (137,8 \pm 3,7) \text{ м/с}.$$

2.2 Крутильный маятник

2.2.1 Измерения

12. Измерим все, что нужно в эксперименте:

расстояние от подвеса до линейки $d = (126 \pm 1)$ см,

расстояние от оси до места попадания пули $r = (21 \pm 0, 1)$ см,

масса первого груза $M_1 = (713, 5 \pm 0, 1)$ г,

масса второго груза $M_2 = (730, 6 \pm 0, 1)$ г,

расстояние от точки подвеса до грузов $R = (33, 5 \pm 0, 1)$ см,

период малых колебаний с грузами $T_1 = \frac{60}{19} = 6, 3$ с,

период малых колебаний без грузов $T_2 = \frac{60}{25} = 4, 8$ с.

13. Измерим амплитуду колебаний для разных грузов (индекс амплитуды соответствует индексу массы):

$$x_6 = 41 \text{ мм},$$

$$x_7 = 38 \text{ мм},$$

$$x_8 = 35 \text{ мм},$$

$$x_9 = 41 \text{ мм},$$

$$x_{10} = 41 \text{ мм}.$$

Погрешность измерений $\sigma = 1$ мм.

2.2.2 Обработка

14. При малых углах верно $\varphi \approx \frac{x}{2d}$, поэтому получаем формулу

$$u = \frac{x\sqrt{kI}}{2dmr} = \frac{2\pi (M_1 + M_2) R^2 T_1}{T_1^2 - T_2^2} \cdot \frac{x}{2dmr}.$$

15. Посчитаем $M_1 + M_2$:

$$\Delta M = \sqrt{\Delta M_1^2 + \Delta M_2^2} = 0,14 \text{ г},$$

$$M = (1444,1 \pm 0,1) \text{ г}.$$

16. Формула погрешности получается:

$$\Delta u_i = \sqrt{\left(\frac{\partial V}{\partial M}\right)^2 \cdot \Delta M^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial R}\right)^2 \cdot \Delta R^2 + \dots}$$

17. Итоговые измерения скорости (индекс скорости соответствует индексу массы):

$$u_6 = (174.7 \pm 4.6) \text{ м/с},$$

$$u_7 = (162.6 \pm 4.6) \text{ м/с},$$

$$u_8 = (151.2 \pm 4.6) \text{ м/с},$$

$$u_9 = (175.4 \pm 4.6) \text{ м/с},$$

$$u_{10} = (178.2 \pm 4.7) \text{ м/с}.$$

18. Пренебрегая тем, что пули имеют разную массу, а систематическая погрешность практически одинаковая $\approx 4,6$ м/с, посчитаем скорость пули, используя метод наименьших квадратов:

$$u_{mid} = \frac{\sum u_i}{n} = 168,4 \text{ м/с},$$

$$\delta u = \sqrt{\frac{1}{4.5} \sum_{i=6}^{10} (u_{mid} - u_i)^2} = 5,1 \text{ м/с},$$

$$\Delta u = \sqrt{\delta u^2 + \delta u_{sist}^2} = 6,9 \text{ м/с},$$

$$u = (168,4 \pm 6,9) \text{ м/с}.$$

3 Выводы

Удалось измерить скорость пули при выстреле из разного оружия. Так как не проводился анализ причин ошибок, невозможно сказать, что внесло самую большую погрешность в измерения.

Виктор Р