

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
“МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ  
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)”

Физтех-школа радиотехники и компьютерных технологий

**Отчёт по лабораторной работе № 2.1.4**  
**"Определение теплоемкости твердых тел"**

Выполнил:  
Студент гр. Б01-305  
Миннахметов Артур

Долгопрудный, 2024

# 1 Введение

**Цель работы:** 1) прямое измерение кривых нагревания  $T_{heat}(t)$  и охлаждения  $T_{cool}(t)$  пустого калориметра и системы «калориметр + твердое тело»; 2) определение коэффициента теплоотдачи стенок калориметра; 3) определение теплоемкости пустого калориметра и удельной теплоемкости твердого тела

**В работе используются:** калориметр с нагревателем и термометром сопротивления; универсальный вольтметр В7-78/3 в режиме омметра, измеритель температуры - термopара К-типа совместно с универсальным вольтметром В7-78/2, источник питания GPS-72303, универсальные вольтметры В7-78/3 (в режиме амперметра) и KEITHLEY (в режиме вольтметра) для измерения мощности нагревателя, компьютерная программа АК ИП для сопряжения персонального компьютера и универсальных вольтметров В7-78/2 и В7-78/3.

В данной работе измерение теплоемкости твердых тел производится по стандартной схеме. Исследуемое тело помещается в калориметр с нагревателем мощностью  $P$ . Пусть  $\Delta Q$  – количество тепла, подведенное к системе «телo + калориметр» за время  $\Delta t$ , а  $\Delta T$  – изменение её температуры, произошедшее в результате подвода тепла  $\Delta Q$ . Тогда согласно определению теплоемкости системы «телo + калориметр» будет равна:

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta T}. \quad (1)$$

Температура внутри калориметра надежно измеряется термометром (в нашем случае – термометром сопротивления). В реальных условиях  $\Delta Q \neq P\Delta t$ , так как часть энергии, выделенной нагревателем, уходит из калориметра благодаря теплопроводности его стенок. В результате количества тепла  $\Delta Q = C\Delta T$ , подведенное к системе «телo + калориметр» будет меньше  $P\Delta t$  на величину тепловых потерь:

$$C\Delta T = P\Delta t - \lambda(T - T_K)\Delta t, \quad (2)$$

где  $\lambda$  – коэффициент теплоотдачи стенок калориметра,  $T$  – температура тела и калориметра,  $T_K$  – температура окружающего калориметр воздуха (комнатная).

Уравнение (2) является основной расчетной формулой работы. В дифференциальной форме для процессов нагревания и охлаждения ( $P = 0$ ) соответственно оно имеет следующий вид:

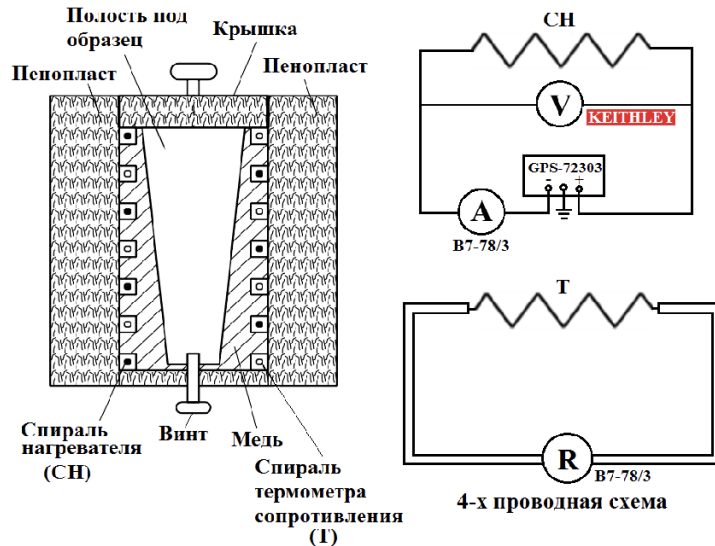
$$CdT = Pdt - \lambda[T_{heat}(t) - T_K(t)]dt, \quad (3)$$

$$Cdt = -\lambda[T_{cool}(t) - T_K(t)]dt, \quad (4)$$

где  $P$  – мощность нагревателя,  $\lambda$  – коэффициент теплоотдачи стенок калориметра,  $t$  – время, измеряемое от момента включения нагревателя,  $T_{heat}(t)$  – температура тела в момент времени  $t$  на кривой нагревания,  $T_{cool}(t)$  – температура тела в момент времени  $t$  на кривой охлаждения,  $T_K(t)$  – температура окружающего калориметр воздуха (комнатная) в момент времени  $t$ ,  $dt$  – время, в течение которого температура тела изменилась на  $dT$ .

## 1.1 Экспериментальная установка

Установка состоит из калориметра с пенопластовой изоляцией, помещенного в ящике из многослойной клееной фанеры. Внутренние стенки калориметра выполнены из материала с



высокой теплопроводностью. Надежность теплового контакта между телом и стенками обеспечивается их формой: они имеют вид усеченных конусов и плотно прилегают друг к другу.

Для выталкивания образца служит винт в доньшке внутренней стенки калориметра. В стенку калориметра вмонтированы спираль нагревателя (CH) и спираль термометра сопротивления (далее термометр или терморезистор).

Экспериментально измеряемые данные:

1.  $R_{heat}(t)$  – кривая зависимости термометра сопротивления от времени при нагревании калориметра с телом при  $P = const$ .
2.  $R_{cool}(t)$  – кривая зависимости термометра сопротивления от времени при охлаждении калориметра с телом при  $P = 0$  (нагреватель выключен!).
3.  $T_K(t)$  – кривая зависимости комнатной температуры от времени

Кривые  $R_{heat}(t)$ ,  $R_{cool}(t)$  и  $T_K(t)$  записываются по точкам с шагом по оси времени  $\Delta t = 1$  с при помощи компьютерной программы АКИП, напрямую (через USB разъем) связанную с цифровыми вольтметрами B7-78/2 и B7-78/3, работающими соответственно в режиме измерения температуры (термопара К-типа) и омметра с подключением по 4-х проводной схеме.

## 1.2 Методика эксперимента

Температура измеряется термометром сопротивления. Сопротивление проводника изменяется с температурой по закону

$$R_T = R_{273}(1 + \alpha(T - 273)), \quad (5)$$

где  $R_T$  – сопротивление термометра при  $T^\circ C$ ,  $R_0$  – его сопротивление при  $0^\circ C$ ,  $\alpha$  – температурный коэффициент сопротивления.

Выразим сопротивление  $R_{273}$  через измеренное значение  $R$  – сопротивление термометра при комнатной температуре. Согласно (5), имеем

$$R_{273} = \frac{R}{1 + \alpha(T_K - 273)}, \quad (6)$$

Подставляя (6) в (5), найдём:

$$T(R_T) = 273 + \frac{R_T}{\alpha R_K} [1 + \alpha(T_K - 273)] - \frac{1}{\alpha} \quad (7)$$

Формула (7) позволяет легко пересчитать кривые  $R_{heat}(t)$ ,  $R_{cool}(t)$  в кривые  $T_{heat}(t)$ ,  $T_{cool}(t)$ . Входящий в формулу температурный коэффициент сопротивления меди равен  $\alpha = 4.28 * 10^{-3-1}$ .

Из уравнения (4) при  $T_K(t) = T_K = const$ :

$$CdT_{cool} = -\lambda [T_{cool} - T_K] dt \quad (8)$$

Это дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными  $T_{cool}$  и  $t$ :

$$\frac{CdT_{cool}}{-\lambda [T_{cool} - T]} = dt \quad (9)$$

После интегрирования в пределах от  $t = 0$  ( $T_{cool} = T$ ) до произвольного момента времени  $t$ :

$$\frac{-C}{\lambda} \ln \frac{T_{cool} - T_K}{T - T_K} = t \quad (10)$$

Отсюда находим явную зависимость от времени:

$$T_{cool}(t) = (T - T_K)e^{\frac{-\lambda}{C}t} + T_K \quad (11)$$

Уравнение (11) легко спрямляется в координатах  $(\ln \frac{T_{cool} - T_K}{T - T_K}, t)$ . Тангенс угла наклона данной прямой позволяет определить отношение искомых величин  $\frac{\lambda}{C}$ .

Из уравнения (3) при  $T_K(t) = T_K = const$ :

$$CdT_{heat} = Pdt - \lambda [T_{heat} - T_K] dt \quad (12)$$

Это дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными  $T_{heat}$  и  $t$ :

$$\frac{CdT_{heat}}{P - \lambda [T_{heat} - T]} = dt \quad (13)$$

После интегрирования в пределах от  $t = 0$  ( $T_{heat} = T_K$ ) до произвольного момента времени  $t$ :

$$\frac{-C}{\lambda} \ln \frac{P - \lambda(T_{heat} - T)}{P} = t \quad (14)$$

Отсюда находим явную зависимость от времени:

$$T_{heat}(t) = \frac{P}{\lambda}(1 - e^{-\frac{\lambda}{C}t}) + T_K \quad (15)$$

Уравнение (15) позволяет по найденному ранее из кривой охлаждения отношению  $\frac{\lambda}{C}$  определить  $\lambda$ , а зная  $\lambda$  и  $\frac{\lambda}{C}$  легко найти искомую теплоемкость.

Метод измерений величин  $C$  и  $\lambda$  рассмотренный выше, дает хорошие результаты при стабильной комнатной температуре во время проведения эксперимента и является по своей сути интегральным.  $C$  и  $\lambda$  определяются из уравнений (11) и (15), которые следуют из уравнений (3) и (4) после их интегрирования. При существенных колебаниях комнатной температуры ( $\sim 2 - 3$  °C) интегральные уравнения (11) и (15) могут привести к достаточно большой погрешности в определении величин  $C$  и  $\lambda$ . В этом случае следует использовать дифференциальные методы, основанные на измерении величин  $(\frac{dT}{dt})_{heat}$  и  $(\frac{dT}{dt})_{cool}$  в окрестностях каких-либо «удобных» точек. К таким «удобным» точкам относится точка на кривой нагревания, при которой температура калориметра совпадает с комнатной. Действительно, дифференцируя уравнение (3) по времени при  $T_{heat}(t) = T_K(t)$ , получим простую и удобную формулу для определения теплоемкости:

$$C = \frac{P}{(dT_{heat}/dt)_{T=T_K}} \quad (16)$$

Она дает хорошие результаты, если ее применение никак не связано с моментом включения нагревателя. Причина проста: сразу после включения нагревателя в калориметре происходят переходные процессы формирования тепловых потоков, которые не описываются уравнением (3) и соответственно уравнением (16). Чтобы обойти данную трудность, перед включением нагревателя необходимо охладить калориметр до температуры на  $\sim 2 - 5$  °C ниже комнатной. В этом случае при подходе к точке  $T_{heat}(t) = T_K(t)$  все переходные процессы уже закончатся и уравнение (16) будет корректным.

Другими «удобными» точками для определения  $C$  и  $\lambda$  являются точки при одной и той же температуре  $T$  на кривых нагревания  $T_{heat}(t)$  и охлаждения  $T_{cool}(t)$  соответственно. Действительно продифференцируем уравнения (3) и (4) по времени:

$$C \left( \frac{dT}{dt} \right)_{heat} = P - \lambda [T_{heat}(t) - T_K(t)] \quad (17)$$

$$C \left( \frac{dT}{dt} \right)_{cool} = -\lambda [T_{cool}(t) - T_K(t)] \quad (18)$$

Определим  $A = (\frac{dT}{dt})_{heat}$  и  $B = (\frac{dT}{dt})_{cool}$  при одной и той же температуре  $T$  на кривых  $heat(t)$  и  $T_{cool}(t)$  соответственно. Тогда с учетом введенных обозначений, решая систему уравнений (17) и (18), получим следующие выражения для  $C$  и  $\lambda$ :

$$\lambda = \frac{P}{(T - T_2)(1 - \frac{A}{B}) + T_2 - T_1} \quad (19)$$

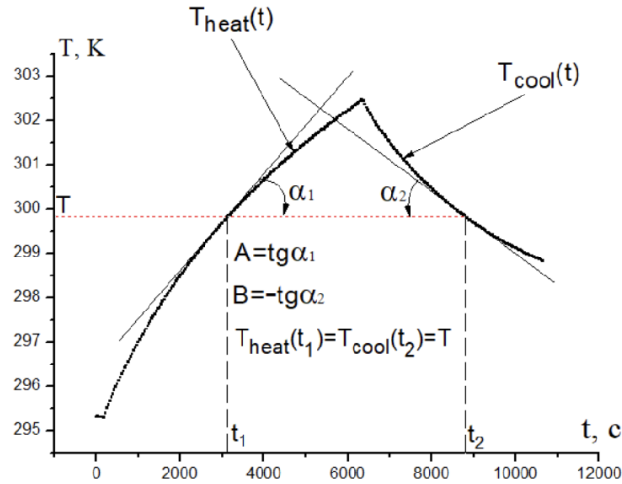
$$C = \frac{P}{A - B + A \frac{T_1 - T_2}{T - T_1}} \quad (20)$$

где  $T_1$  и  $T_2$  – комнатная температура в моменты времени  $t = t_1$  и  $t = t_2$ , когда  $T_{heat}(t_1) = T_{cool}(t_2) = T$ .

В случае равенства комнатных температур, когда  $T_{K1} = T_{K2} = T_K$  формулы (19) и (20) упрощаются

$$\lambda = \frac{P}{(T - T_K)(1 - \frac{A}{B})} \quad (21)$$

$$C = \frac{P}{A - B} \quad (22)$$



Следует иметь в виду, что определение величины  $B$  на кривой охлаждения  $T_{cool}(t)$  необходимо производить на участках кривой достаточно далеких от момента выключения нагревателя, после того как в калориметре закончатся переходные процессы «переполюсовки» тепловых потоков. Корректный интервал времени для определения  $B$  можно определить экспериментально из кривой  $T_{cool}(t)$ , спрямляя ее в координатах  $(\ln \frac{T_{cool} - T_K}{T - T_K}, t)$ , после чего исключить из рассмотрения начальный нелинейный участок:



## 2   Ход работы

### 2.1   Измерения

1. Некоторые данные с установки:

$$m_{\text{медь}} = 567.5 \pm 0.5 \text{ г},$$

$$m_{\text{железо}} = 814.8 \pm 0.5 \text{ г}.$$

2. График для изменения напряжения представлен в приложении

### 2.2   Обработка

## 3   Выводы

Бла, бла, бла...