

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
“МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)”

Физтех-школа радиотехники и компьютерных технологий

**Отчёт по лабораторной работе № 2.1.4
"Определение теплоемкости твердых тел"**

Выполнил:
Студент гр. Б01-305
Миннахметов Артур

Долгопрудный, 2024

1 Введение

Цель работы: 1) прямое измерение кривых нагревания $T_{heat}(t)$ и охлаждения $T_{cool}(t)$ пустого калориметра и системы «калориметр + твердое тело»; 2) определение коэффициента теплоотдачи стенок калориметра; 3) определение теплоемкости пустого калориметра и удельной теплоемкости твердого тела

В работе используются: калориметр с нагревателем и термометром сопротивления; универсальный вольтметр В7-78/3 в режиме омметра, измеритель температуры - термopара К-типа совместно с универсальным вольтметром В7-78/2, источник питания GPS-72303, универсальные вольтметры В7-78/3 (в режиме амперметра) и KEITHLEY (в режиме вольтметра) для измерения мощности нагревателя, компьютерная программа АКИП для сопряжения персонального компьютера и универсальных вольтметров В7-78/2 и В7-78/3.

В данной работе измерение теплоемкости твердых тел производится по стандартной схеме. Исследуемое тело помещается в калориметр с нагревателем мощностью P . Пусть ΔQ – количество тепла, подведенное к системе «тело + калориметр» за время Δt , а ΔT – изменение её температуры, произошедшее в результате подвода тепла ΔQ . Тогда согласно определению теплоемкость системы «тело + калориметр» будет равна:

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta T}. \quad (1)$$

Температура внутри калориметра надежно измеряется термометром (в нашем случае – термометром сопротивления). В реальных условиях $\Delta Q \neq P\Delta t$, так как часть энергии, выделенной нагревателем, уходит из калориметра благодаря теплопроводности его стенок. В результате количества тепла $\Delta Q = C\Delta T$, подведенное к системе «тело + калориметр» будет меньше $P\Delta t$ на величину тепловых потерь:

$$C\Delta T = P\Delta t - \lambda(T - T_K)\Delta t, \quad (2)$$

где λ – коэффициент теплоотдачи стенок калориметра, T – температура тела и калориметра, T_K – температура окружающего калориметр воздуха (комнатная).

Уравнение (2) является основной расчетной формулой работы. В дифференциальной форме для процессов нагревания и охлаждения ($P = 0$) соответственно оно имеет следующий вид:

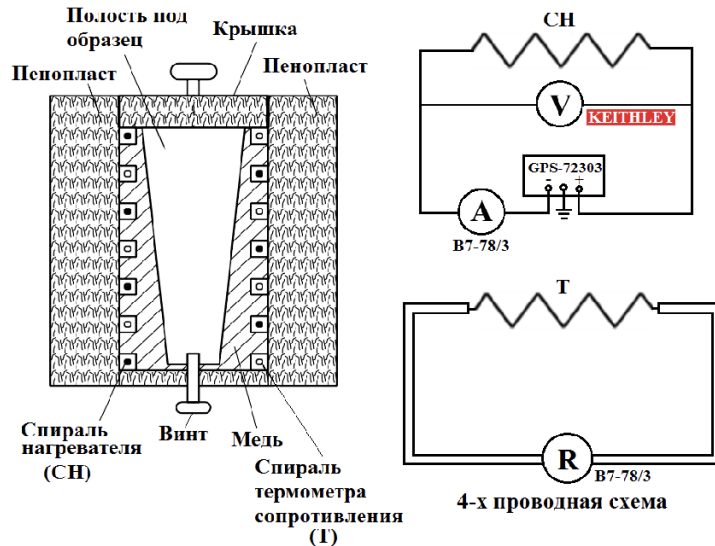
$$CdT = Pdt - \lambda[T_{heat}(t) - T_K(t)]dt, \quad (3)$$

$$Cdt = -\lambda[T_{cool}(t) - T_K(t)]dt, \quad (4)$$

где P – мощность нагревателя, λ – коэффициент теплоотдачи стенок калориметра, t – время, измеряемое от момента включения нагревателя, $T_{heat}(t)$ – температура тела в момент времени t на кривой нагревания, $T_{cool}(t)$ – температура тела в момент времени t на кривой охлаждения, $T_K(t)$ – температура окружающего калориметр воздуха (комнатная) в момент времени t , dt – время, в течение которого температура тела изменилась на dT .

1.1 Экспериментальная установка

Установка состоит из калориметра с пенопластовой изоляцией, помещенного в ящике из многослойной клееной фанеры. Внутренние стенки калориметра выполнены из материала с



высокой теплопроводностью. Надежность теплового контакта между телом и стенками обеспечивается их формой: они имеют вид усеченных конусов и плотно прилегают друг к другу.

Для выталкивания образца служит винт в доньшке внутренней стенки калориметра. В стенку калориметра вмонтированы спираль нагревателя (CH) и спираль термометра сопротивления (далее термометр или терморезистор).

Экспериментально измеряемые данные:

1. $R_{heat}(t)$ – кривая зависимости термометра сопротивления от времени при нагревании калориметра с телом при $P = const$.
2. $R_{cool}(t)$ – кривая зависимости термометра сопротивления от времени при охлаждении калориметра с телом при $P = 0$ (нагреватель выключен!).
3. $T_K(t)$ – кривая зависимости комнатной температуры от времени

Кривые $R_{heat}(t)$, $R_{cool}(t)$ и $T_K(t)$ записываются по точкам с шагом по оси времени $\Delta t = 1$ с при помощи компьютерной программы АКИП, напрямую (через USB разъем) связанную с цифровыми вольтметрами В7-78/2 и В7-78/3, работающими соответственно в режиме измерения температуры (термопара К-типа) и омметра с подключением по 4-х проводной схеме.

1.2 Методика эксперимента

Температура измеряется термометром сопротивления. Сопротивление проводника изменяется с температурой по закону

$$R_T = R_{273}(1 + \alpha(T - 273)), \quad (5)$$

где R_T – сопротивление термометра при $T^\circ C$, R_0 – его сопротивление при $0^\circ C$, α – температурный коэффициент сопротивления.

Выразим сопротивление R_{273} через измеренное значение R – сопротивление термометра при комнатной температуре. Согласно (5), имеем

$$R_{273} = \frac{R}{1 + \alpha(T_K - 273)}, \quad (6)$$

Подставляя (6) в (5), найдём:

$$T(R_T) = 273 + \frac{R_T}{\alpha R_K} [1 + \alpha(T_K - 273)] - \frac{1}{\alpha} \quad (7)$$

Формула (7) позволяет легко пересчитать кривые $R_{heat}(t)$, $R_{cool}(t)$ в кривые $T_{heat}(t)$, $T_{cool}(t)$. Входящий в формулу температурный коэффициент сопротивления меди равен $\alpha = 4.28 * 10^{-3-1}$.

Из уравнения (4) при $T_K(t) = T_K = const$:

$$CdT_{cool} = -\lambda [T_{cool} - T_K] dt \quad (8)$$

Это дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными T_{cool} и t :

$$\frac{CdT_{cool}}{-\lambda [T_{cool} - T]} = dt \quad (9)$$

После интегрирования в пределах от $t = 0$ ($T_{cool} = T$) до произвольного момента времени t :

$$\frac{-C}{\lambda} \ln \frac{T_{cool} - T_K}{T - T_K} = t \quad (10)$$

Отсюда находим явную зависимость от времени:

$$T_{cool}(t) = (T - T_K)e^{\frac{-\lambda}{C}t} + T_K \quad (11)$$

Уравнение (11) легко спрямляется в координатах $(\ln \frac{T_{cool} - T_K}{T - T_K}, t)$. Тангенс угла наклона данной прямой позволяет определить отношение искомых величин $\frac{\lambda}{C}$.

Из уравнения (3) при $T_K(t) = T_K = const$:

$$CdT_{heat} = Pdt - \lambda [T_{heat} - T_K] dt \quad (12)$$

Это дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными T_{heat} и t :

$$\frac{CdT_{heat}}{P - \lambda [T_{heat} - T]} = dt \quad (13)$$

После интегрирования в пределах от $t = 0$ ($T_{heat} = T_K$) до произвольного момента времени t :

$$\frac{-C}{\lambda} \ln \frac{P - \lambda(T_{heat} - T)}{P} = t \quad (14)$$

Отсюда находим явную зависимость от времени:

$$T_{heat}(t) = \frac{P}{\lambda}(1 - e^{-\frac{\lambda}{C}t}) + T_K \quad (15)$$

Уравнение (15) позволяет по найденному ранее из кривой охлаждения отношению $\frac{\lambda}{C}$ определить λ , а зная λ и $\frac{\lambda}{C}$ легко найти искомую теплоемкость.

Метод измерений величин C и λ рассмотренный выше, дает хорошие результаты при стабильной комнатной температуре во время проведения эксперимента и является по своей сути интегральным. C и λ определяются из уравнений (11) и (15), которые следуют из уравнений (3) и (4) после их интегрирования. При существенных колебаниях комнатной температуры ($\sim 2 - 3$ °C) интегральные уравнения (11) и (15) могут привести к достаточно большой погрешности в определении величин C и λ . В этом случае следует использовать дифференциальные методы, основанные на измерении величин $(\frac{dT}{dt})_{heat}$ и $(\frac{dT}{dt})_{cool}$ в окрестностях каких-либо «удобных» точек. К таким «удобным» точкам относится точка на кривой нагревания, при которой температура калориметра совпадает с комнатной. Действительно, дифференцируя уравнение (3) по времени при $T_{heat}(t) = T_K(t)$, получим простую и удобную формулу для определения теплоемкости:

$$C = \frac{P}{(dT_{heat}/dt)_{T=T_K}} \quad (16)$$

Она дает хорошие результаты, если ее применение никак не связано с моментом включения нагревателя. Причина проста: сразу после включения нагревателя в калориметре происходят переходные процессы формирования тепловых потоков, которые не описываются уравнением (3) и соответственно уравнением (16). Чтобы обойти данную трудность, перед включением нагревателя необходимо охладить калориметр до температуры на $\sim 2 - 5$ °C ниже комнатной. В этом случае при подходе к точке $T_{heat}(t) = T_K(t)$ все переходные процессы уже закончатся и уравнение (16) будет корректным.

Другими «удобными» точками для определения C и λ являются точки при одной и той же температуре T на кривых нагревания $T_{heat}(t)$ и охлаждения $T_{cool}(t)$ соответственно. Действительно продифференцируем уравнения (3) и (4) по времени:

$$C \left(\frac{dT}{dt} \right)_{heat} = P - \lambda [T_{heat}(t) - T_K(t)] \quad (17)$$

$$C \left(\frac{dT}{dt} \right)_{cool} = -\lambda [T_{cool}(t) - T_K(t)] \quad (18)$$

Определим $A = (\frac{dT}{dt})_{heat}$ и $B = (\frac{dT}{dt})_{cool}$ при одной и той же температуре T на кривых $heat(t)$ и $T_{cool}(t)$ соответственно. Тогда с учетом введенных обозначений, решая систему уравнений (17) и (18), получим следующие выражения для C и λ :

$$\lambda = \frac{P}{(T - T_2)(1 - \frac{A}{B}) + T_2 - T_1} \quad (19)$$

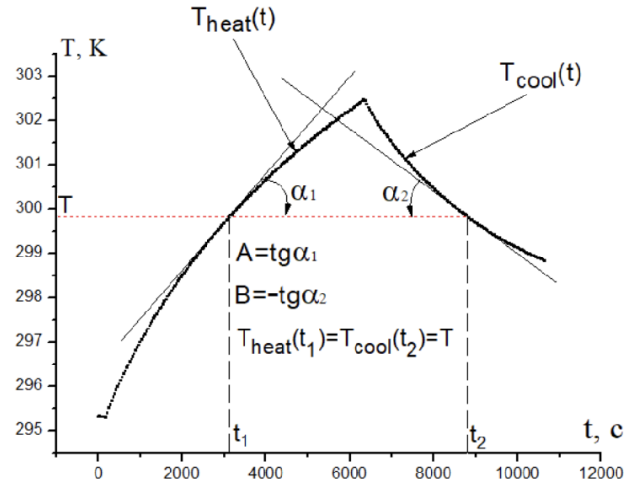
$$C = \frac{P}{A - B + A \frac{T_1 - T_2}{T - T_1}} \quad (20)$$

где T_1 и T_2 – комнатная температура в моменты времени $t = t_1$ и $t = t_2$, когда $T_{heat}(t_1) = T_{cool}(t_2) = T$.

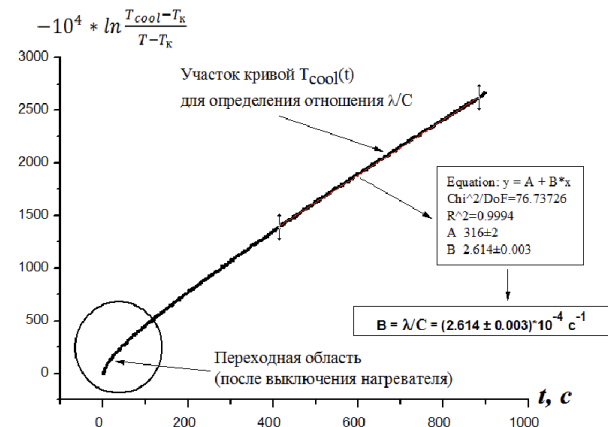
В случае равенства комнатных температур, когда $T_{K1} = T_{K2} = T_K$ формулы (19) и (20) упрощаются

$$\lambda = \frac{P}{(T - T_K)(1 - \frac{A}{B})} \quad (21)$$

$$C = \frac{P}{A - B} \quad (22)$$



Следует иметь в виду, что определение величины B на кривой охлаждения $T_{cool}(t)$ необходимо производить на участках кривой достаточно далеких от момента выключения нагревателя, после того как в калориметре закончатся переходные процессы «переполюсовки» тепловых потоков. Корректный интервал времени для определения B можно определить экспериментально из кривой $T_{cool}(t)$, спрямляя ее в координатах $(\ln \frac{T_{cool} - T_K}{T - T_K}, t)$, после чего исключить из рассмотрения начальный нелинейный участок:



2 Ход работы

2.1 Измерения

1. Некоторые данные с установки:

$$m_{\text{медь}} = 567.5 \pm 0.5 \text{ г},$$
$$m_{\text{железо}} = 814.8 \pm 0.5 \text{ г}.$$

2. График для изменения температуры в калориметре представлен в приложении на рис. 1. (По нему можно сопоставить нужные моменты времени)

2.2 Обработка

3. Для случая охлаждения построим график в осях $\ln \frac{T_{\text{cool}} - T_K}{T - T_K}$, t для пустого калориметра. В приложении на рис. 2. В таком случае получилось $\frac{\lambda}{C} = (30 \pm 5) \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}$.

4. Из уравнения (15) ясно, что λ можно найти по углу наклона прямой $T_{\text{heat}} \left(P(1 - e^{-\frac{\lambda}{C}t}) \right)$ (рис. 3). Из этой формулы $\lambda = \frac{1}{k}$.

5. Получим окончательные выражения:

$$\lambda = 0.22 \pm 0.04 \frac{\text{Дж}}{\text{К} \cdot \text{с}},$$
$$C_{\text{кал}} = 0.75 \pm 0.18 \frac{\text{кДж}}{\text{К}}.$$

6. Аналогично для железа:

$$\frac{\lambda}{C} = (20 \pm 4) \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1},$$
$$\lambda = (0.23 \pm 0.05) \frac{\text{Дж}}{\text{К} \cdot \text{с}},$$
$$C = 1 \pm 0.3 \frac{\text{кДж}}{\text{К}},$$
$$c_{\text{железо}} = \frac{C - C_{\text{кал}}}{m_{\text{железо}}} = 0.6 \pm 0.3 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}.$$

7. Аналогично для меди:

$$\frac{\lambda}{C} = (20 \pm 3) \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1},$$
$$\lambda = (0.20 \pm 0.04) \frac{\text{Дж}}{\text{К} \cdot \text{с}},$$
$$C = 1.0 \pm 0.2 \frac{\text{кДж}}{\text{К}},$$
$$c_{\text{медь}} = \frac{C - C_{\text{кал}}}{m_{\text{медь}}} = 0.4 \pm 0.2 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}.$$

8. Теплоемкость калориметра дифференциальным методом по формуле (16):

$$C_{\text{калориметр}} = 0.627 \pm 0.2 \frac{\text{кДж}}{\text{К}}$$

9. Аналогично для железа:

$$C = \frac{27.2 \cdot 0.226}{0.01} = 0.614 \pm 0.2 \frac{\text{кДж}}{\text{К}}$$
$$c_{\text{железо}} = \frac{C - C_{\text{калориметр}}}{m_{\text{железо}}} < 0,$$

10. Аналогично для меди:

$$C = \frac{27.2 \cdot 0.226}{0.0098} = 0.6 \pm 0.2 \frac{\text{кДж}}{\text{К}}$$
$$c_{\text{медь}} = \frac{C - C_{\text{калориметр}}}{m_{\text{медь}}} = 0.0 \pm 0.3 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$$

поэтому в данной ситуации посчитано неправильно.

3 Выводы

Табличные значения удельных теплоёмкостей для меди и железа:

$$c_{\text{медь}} = 0.385 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \qquad c_{\text{железо}} = 0.640 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}.$$

Заметим, что для первого случая теплоемкости попали в погрешность, несмотря на то, что она была довольно большой. В дифференциальном методе это могла исправить погрешность, так как точек графика бралось довольно мало.

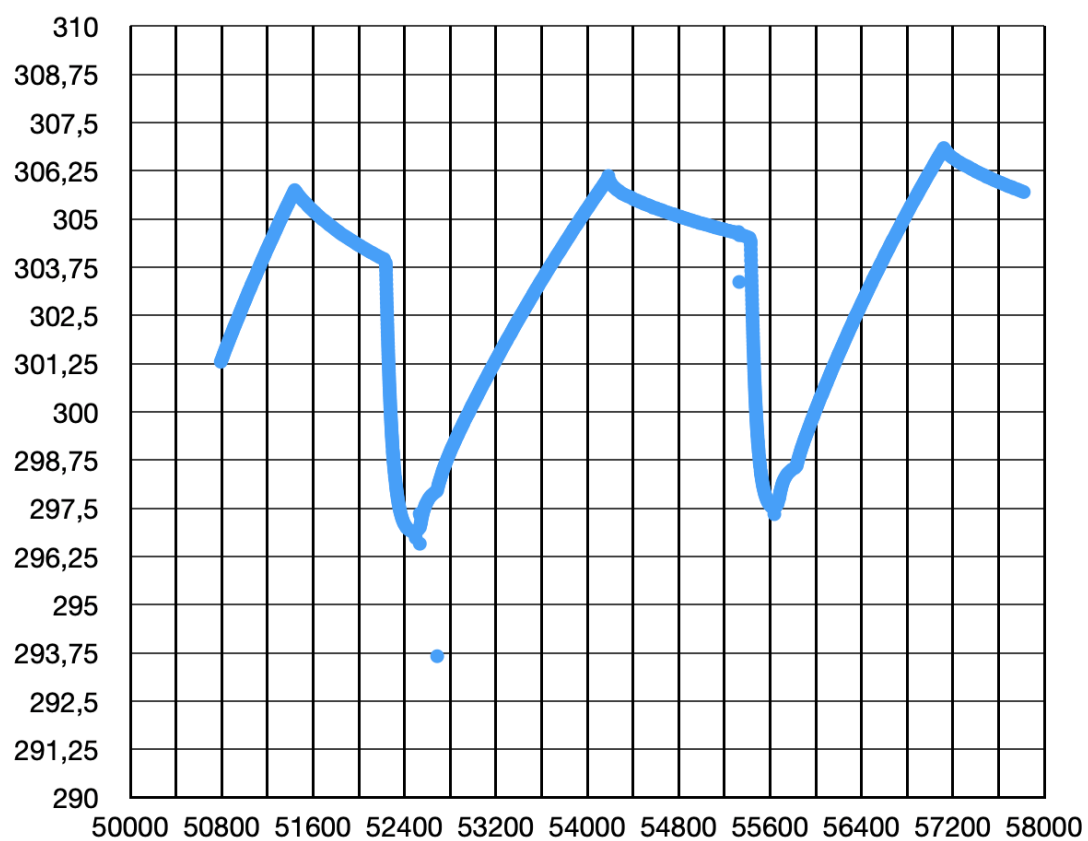


Рис. 1: Зависимость температуры от времени

Приложение

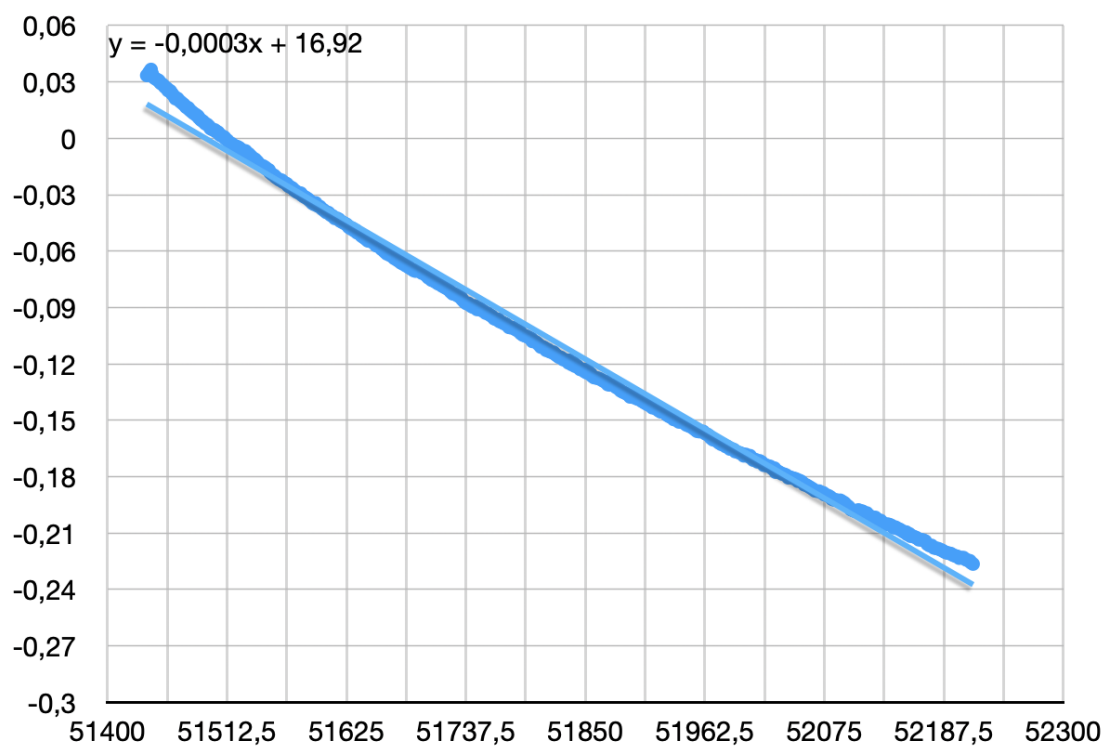


Рис. 2: $T_{cool}(t)$ для пустого калориметра

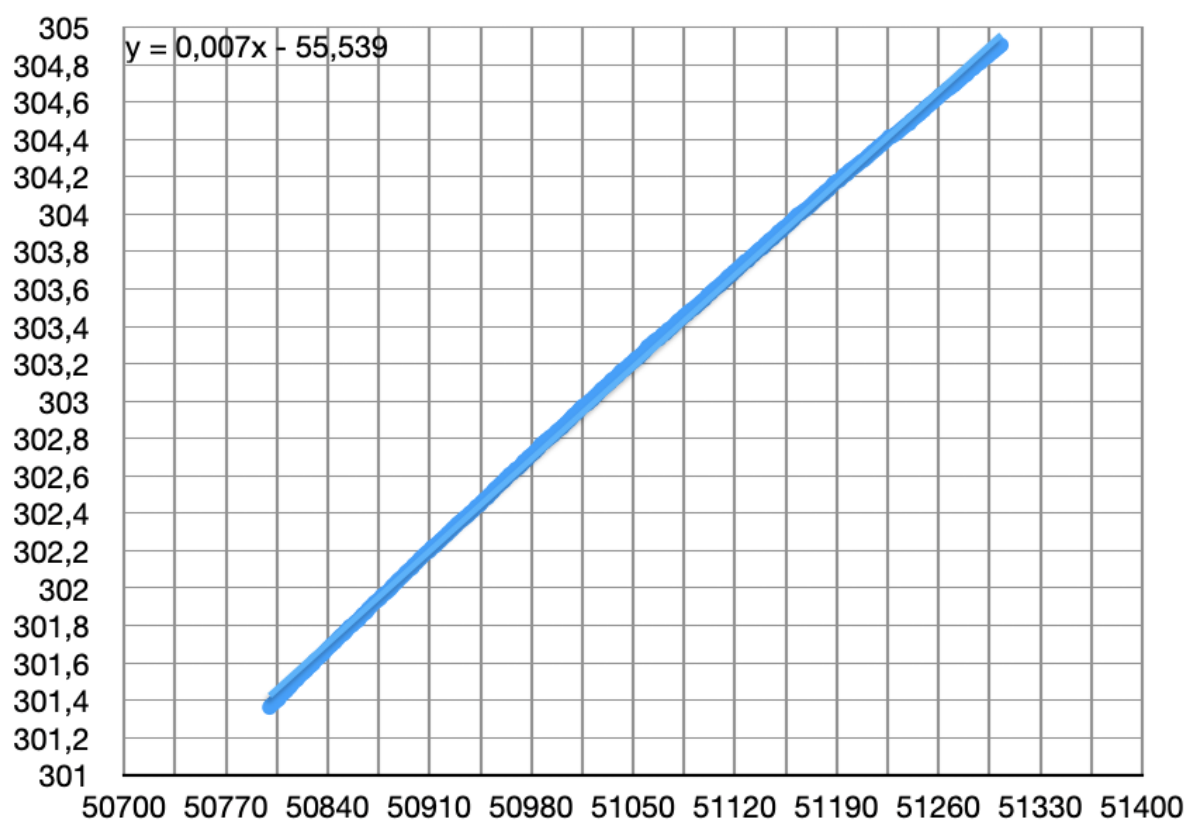


Рис. 3: $T_{heat}(t)$ для пустого калориметра

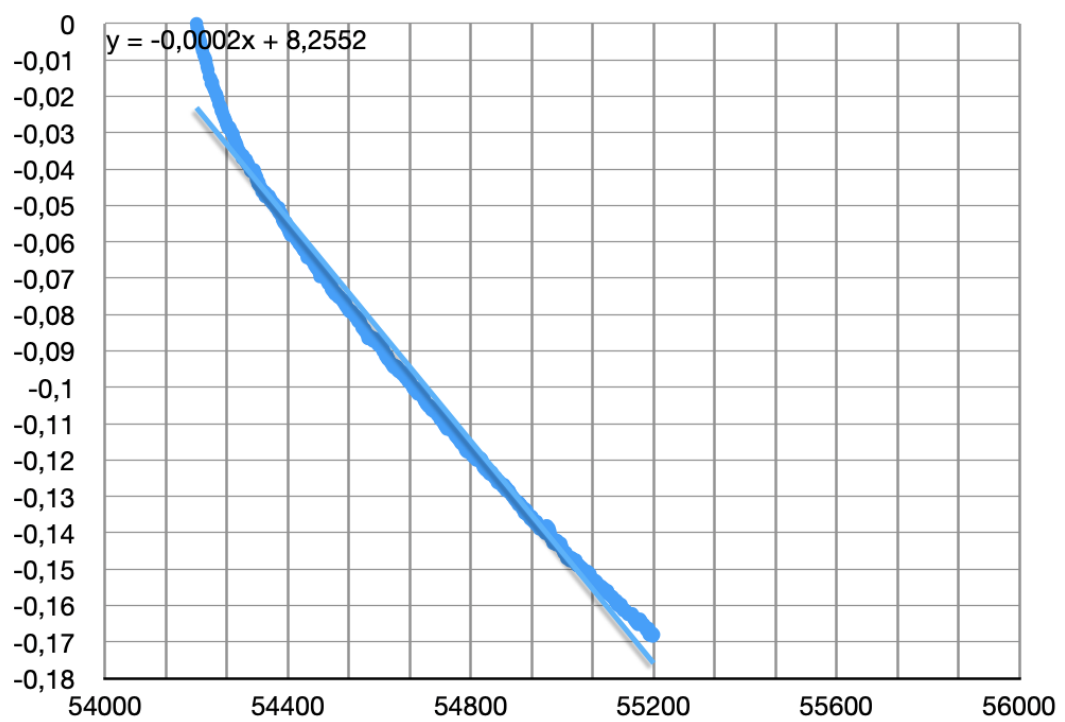


Рис. 4: $T_{cool}(t)$ для железа

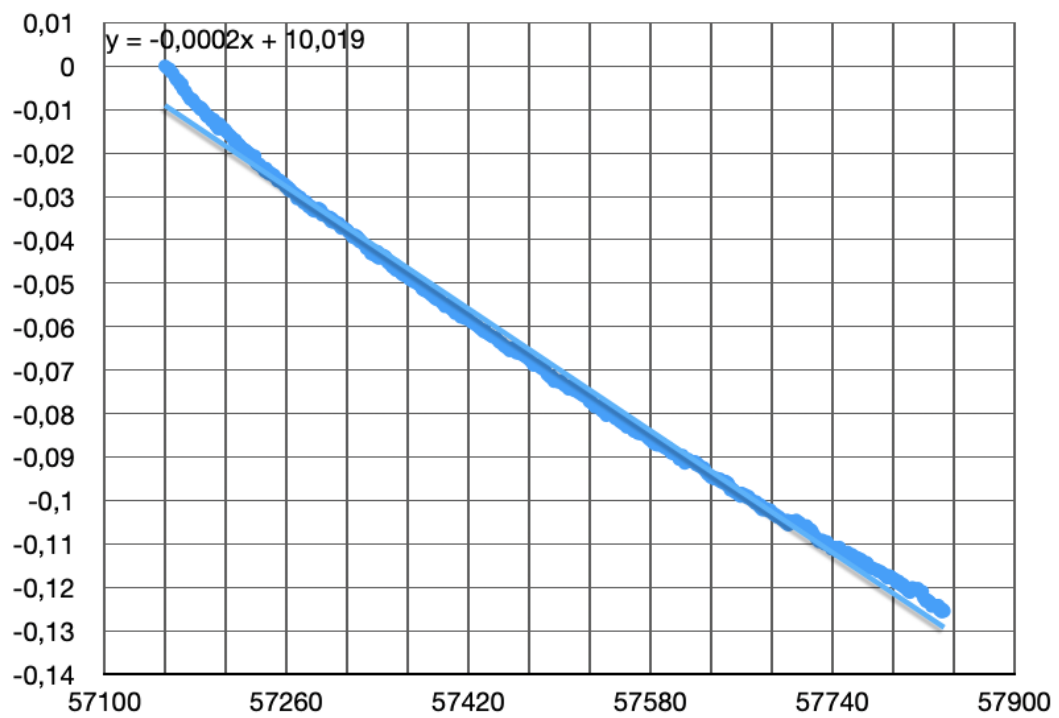


Рис. 5: $T_{cool}(t)$ для меди

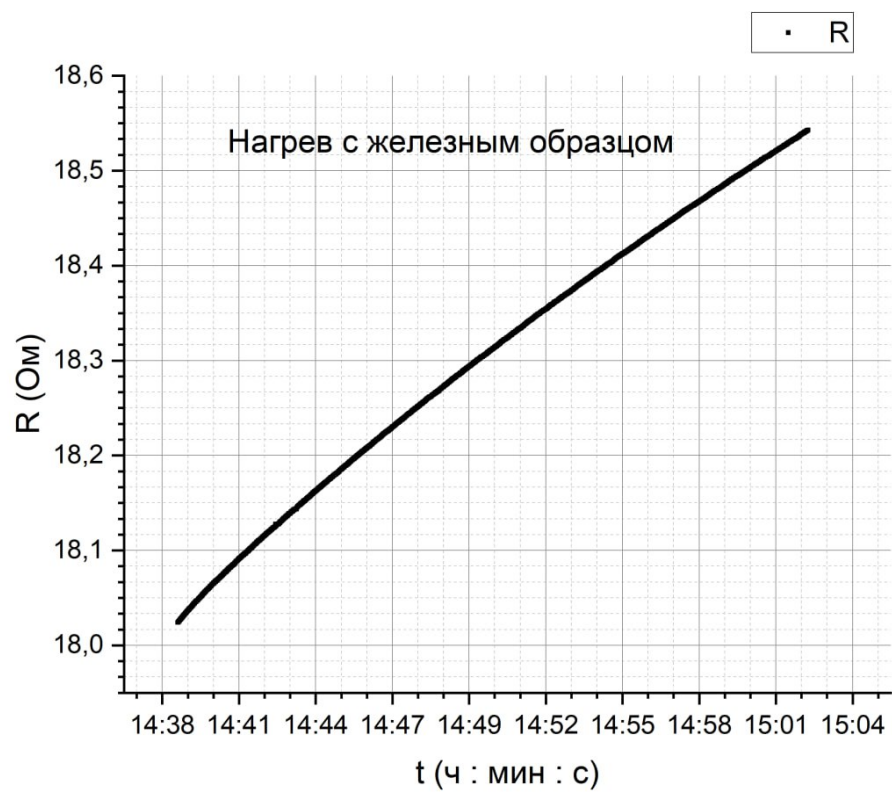


Рис. 6: $T_{heat}(t)$ для железа



Рис. 7: $T_{heat}(t)$ для меди