

KPF 2018Z

SZTUCZNA INTELIGENCJA W METAFIZYCE

Próby przeprowadzenia dowodu na istnienie Boga za pomocą komputera



Artur M. Brodzki

6 stycznia 2019

1 WSTĘP

Spory o możliwość racjonalnego udowodnienia istnienia Boga (lub bogów) toczą się co najmniej od czasów starożytnych, do dnia dzisiejszego nie znalazły zadowalającego wszystkich rozwiązania – i nie zanoszą się na to, by udało się je zakończyć w przyszłości. Kontrowersje przynajmniej częściowo wynikają z różnych sposobów rozumienia i definiowania samego pojęcia Boga w różnych tradycjach filozoficznych. Starożytnym Grekom znane było pojęcie Absolutu, czyli – w dużym uproszczeniu – bytu podstawowego, z którego wszystko inne się wywodzi. Tak rozumiany Absolut bywa utożsamiany z Bogiem w rozumieniu kultury chrześcijańskiej, chociaż zachodzą tutaj istotne różnice – Absolut jest bowiem bytem całkowicie bezosobowym, natomiast chrześcijański Bóg posiada własną samoświadomość i wchodzi w osobową relację ze światem stworzonym. Obie tradycje starano się łączyć ze sobą w średniowiecznej scholastyce; z tego okresu pochodzi klasyczny zestaw 5 dowodów na istnienie Boga autorstwa św. Tomasza z Akwinu.

O ile jednak starożytni i średniowieczni autorzy mieli do dyspozycji jedynie siłę swej własnej intuicji i naturalnej inteligencji, to my – ludzie XXI wieku – możemy już wykorzystać do analizy problemu inteligencję sztuczną. Szczególnie interesujące wydają się próby przeprowadzenia dowodu na istnienie Boga (nieważne na tę chwilę, w jakiej konkretnej tradycji) za pomocą komputerowych

systemów automatycznego dowodzenia. Aby to było możliwe, należy jednak wpierw uściślić i sformalizować samo pojęcie Boga i jego podstawowych własności w języku nowoczesnej matematyki. Okazuje się, że zadanie to zostało wykonane jeszcze w erze przedkomputerowej, przez niemieckiego matematyka i logika Kurta Gödla. Opierając się na znanym, lecz odrzuconym jeszcze w średniowieczu, dowodzie ontologicznym Anzelm z Canterbury, stworzył on własny dowód zapisany w formalizmie współczesnej logiki modalnej, znany powszechnie jako dowód ontologiczny Gödla. Jakkolwiek wykazuje on swoje własne problemy, to jego forma jest na tyle zmatematyzowana, że nadaje się on do komputerowej analizy. Rola i status tego dowodu, jak również jego modyfikacje i możliwość uniknięcia problemów, pozostają nadal problemem otwartym.

W następnych rozdziałach opiszę pokrótce kształt Gödla dowodu, wychodząc od – prostszego do zrozumienia – dowodu Anzelm. Następnie opiszę próby weryfikacji dowodu za pomocą komputera, a na koniec – możliwe modyfikacje i perspektywy na przyszłość.

2 DOWÓD ANZELMA

Anzelm zaczyna swój dowód od uściślenia samego pojęcia boskości. Najpierw jednak czyni pewne założenia wstępne:

Aksjomat 1. *Wszystkim istniejącym bytom można przypisać cechę doskonałości. Różne*

byty posiadają cechę doskonałości w różnym stopniu.

Aksjomat 2. *Byt istniejący obiektywnie jest bardziej doskonały, niż identyczny byt, ale istniejący tylko w ludzkim umyśle.*

W tak zdefiniowanym aparacie pojęciowym widoczne jest echo średniowiecznego sporu o uniwersalia – tj. o to, czy byty abstrakcyjne istnieją w obiektywnej rzeczywistości, czy też jedynie w ludzkim umyśle, jako użyteczne kategorie. Natomiast doskonałość można tutaj rozumieć zarówno w sensie moralnym, jak i jako piękno czy użyteczność. Dokładny sposób wartościowania obiektów pod względem tej cechy nie jest jednak dla Anzelm istotny; mając już bowiem ustalone podstawowe definicje, mógł Anzelm przystąpić do zdefiniowania samego pojęcia Boga:

Definicja 1. *Bóg jest to byt, od którego nie ma (wręcz nie można sobie wyobrazić) żadnego bytu bardziej doskonałego.*

Na bazie tak sformułowanej definicji, daje się już udowodnić twierdzenie:

Twierdzenie 1. *Bóg jest bytem istniejącym realnie, poza ludzkim umysłem.*

Dowód. Dowód twierdzenia odbywa się przez zaprzeczenie. Załóżmy, że Bóg istnieje tylko jako wytwór myśli człowieka. Wynika z tego, że nie jest to idea najdoskonalsza ze wszystkich, można bowiem wyobrazić sobie Boga bardziej doskonałego: takiego, który istnieje w realnej rzeczywistości. Wniosek ten

jest jednak sprzeczny z przyjętą Definicją 1. Uznając założenie początkowe za prawdziwe, otrzymujemy sprzeczność – a zatem Bóg musi być bytem istniejącym realnie. \square

Dowód Anzelm spotkał się z krytyką i to niemal natychmiast po opublikowaniu; powrócimy do tego w następnych rozdziałach. Przede wszystkim jednak jest to dowód bardzo nowoczesny w formie i okazuje się, że można go łatwo przełożyć na język współczesnej matematyki. Dokonał tego Kurt Gödel w 1941 roku, jakkolwiek – z przyczyn kulturowych, a mianowicie obaw Gödla o reakcję środowiska naukowego – prace na ten temat zostały opublikowane dopiero 9 lat po jego śmierci [Gödel, 1995].

3 DOWÓD GÖDLA

Pełna postać dowodu Gödla jest skomplikowana i nie będę jej tutaj szczegółowo przytaczał. Przedstawię jedynie podstawowe aksjomaty, definicje i twierdzenia pośrednie – dla zobrazowania ogólnej koncepcji i zilustrowania faktu, że treści metafizyczne dają się zapisać w języku dzisiejszej logiki.

Dowód Gödla wykorzystuje aparat matematyczny logiki modalnej, należącej do tzw. logik nieklasycznych i będącej w zasadzie rozszerzeniem klasycznego rachunku zdań o dwa dodatkowe spójniki, tzw. spójniki modalne: spójnik możliwości $\Diamond p$, czytany jako „jest możliwe, że p ” oraz spójnik konieczności $\Box p$, czytany jako „koniecznie p ”. Za pomocą

logiki modalnej można wyrażać stwierdzenia charakteryzujące się różnym stopniem pewności: *Jutro nie musi padać. Możliwe, że ustawa zostanie uchwalona. Z pewnością poniesie on tego konsekwencje.*

Gödel wykorzystuje logikę modalną do pokazania, że przy dość ogólnym zbiorze założeń wstępnych prawdziwe jest stwierdzenie, że „Bóg istnieje w sposób konieczny”.

Opiszę teraz pokrótce samą postać dowodu. Zakładamy najpierw - podobnie jak Anzelm - że obiekty x posiadają różne cechy, tj. predykaty $\varphi(x), \psi(x), \xi(x)$ w sensie logicznym – i że te cechy dają się opisać jako „pozytywne” $P(\varphi)$ lub „negatywne” $\neg P(\psi)$. Wprowadzamy również symboliczne oznaczenie cechy boskości $G : G(x)$ oznacza zatem, że x jest Bogiem. Na początek przyjmujemy kilka podstawowych aksjomatów dotyczących cech pozytywnych i negatywnych.

Aksjomat 1. *Brak dobra jest zły i vice versa:*

$$\neg P(\varphi) \Leftrightarrow P(\neg\varphi)$$

Aksjomat 2. *Z dobra nie może wynikać zło (dobre implikuje dobro):*

$$(P(\varphi) \wedge \Box \forall x : \varphi(x) \Rightarrow \psi(x)) \Rightarrow P(\psi)$$

Aksjomat 3. *Dobro jest absolutne (cechy dobre są zawsze, dobre w każdym możliwym świecie):*

$$P(\varphi) \Rightarrow \Box P(\varphi)$$

Powyższe aksjomaty oddają intuicje dotyczące cech dobrych (pozytywnych) i złych

(negatywnych), przyjmowane zazwyczaj mniej lub bardziej świadomie przez większość ludzi. Ich dość ogólny charakter decyduje o sile dowodu ontologicznego, jednak również o jego słabościach, o czym szczegółowo opowiem w następnych rozdziałach. Następnie Gödel definiuje pojęcie Boga $G(x)$:

Definicja 1. *Bóg to obiekt posiadający wszystkie cechy pozytywne:*

$$G(x) \Leftrightarrow \forall \varphi (P(\varphi) \Leftrightarrow \varphi(x))$$

Mogłoby się wydawać oczywiste, że predykat G jest pozytywny, jednak – zaskakująco – $P(G)$ nie wynika z aksjomatów 1 - 3. Jest tak dlatego, że G definiuje się poprzez kwantyfikację po predykatach, a zatem G jest predykatem rzędu wyższego o 1 od pozytywnych cech, które z siebie zawiera. Wprowadzamy zatem dodatkowy

Aksjomat 4. $P(G)$

Z tak zdefiniowanych założeń możemy już wyprowadzić kilka interesujących wyników. Przede wszystkim okazuje się, że dla każdej pozytywnej własności φ możemy znaleźć przynajmniej jeden obiekt, który tę własność posiada. Mówimy, że każda pozytywna własność jest “potencjalnie egzemplifikowana” (ang. *possibly exemplified*).

Twierdzenie 1. $P(\varphi) \Rightarrow \Diamond \exists x : \varphi(x)$

Na podstawie Twierdzenia 1 możemy wykazać, że istnienie Boga jest faktem możliwym:

Twierdzenie 2. $\Diamond \exists x : G(x)$

Zależy nam jednak na pokazaniu, że istnienie Boga jest faktem koniecznym. Potrzebujemy do tego kolejnej definicji. Gödel był pod wielkim wrażeniem filozofii Leibniza i uwidacznia się to w jego dowodzie ontologicznym. Definiuje on formalnie pojęcie esencji:

Definicja 2. *Predykat φ jest esencją x , gdy wynikają z niego wszystkie własności obiektu x :*

$$\begin{aligned}\varphi \text{ ess } x &\Leftrightarrow \varphi(x) \wedge \forall \psi : \\ \psi(x) &\Rightarrow \Box \forall y : (\varphi(y) \Rightarrow \psi(y))\end{aligned}$$

Czytelnik mający nieco praktyki w logice formalnej może się już domyślać zachodzenia następującego faktu:

Fakt 1. $G(x) \Rightarrow G \text{ ess } x$

Należy teraz sformalizować kluczową części dowodu Anzelma, czyli założenie, że obiekt istniejący realnie jest bardziej doskonały od identycznego obiektu, ale istniejącego tylko w ludzkim umyśle:

Definicja 3. *Obiekt x istnieje w sposób konieczny $E(x)$, jeśli dla każdej esencji ψ obiektu x istnieje co najmniej jeden obiekt posiadający cechę ψ :*

$$E(x) \Leftrightarrow \forall \psi : (\psi \text{ ess } x \Rightarrow \Box \exists x : \psi(x))$$

Zgodnie z rozumowaniem Anzelma, wprowadzamy aksjomat, że E jest cechą pozytywną:

Aksjomat 5. $P(E)$

Ponieważ $E(x)$ jest cechą pozytywną, a G jest jedyną esencją Boga, to – w połączeniu z twierdzeniem 1 – uzyskujemy natychmiastowy wniosek:

Twierdzenie 3. $\Box \exists x : G(x)$

Udowodniliśmy, że Bóg istnieje w świecie w sposób konieczny.

4 KOMPUTEROWA ANALIZA DOWODU

5 PODSUMOWANIE

LITERAURA

[Anderson, 1990] Anderson, C. A. (1990). Some emendations of Gödel's ontological proof. *Faith and Philosophy*, str. 291–303. Dostęp zdalny (PDF): <https://appearedtoblogly.files.wordpress.com/2011/05/anderson-anthony-c-22\some-emendations-of-gc3b6dels-\ontological-proof22.pdf> (aby link był poprawny, należy usunąć z niego oba ukośniki „\”).

[Anderson, 1996] Anderson, Curtis Anthony; Geetings, M. (1996). Gödel's ontological proof revisited. *Lecture Notes in Logic*, str. 167–172. Dostęp zdalny (PDF): https://projecteuclid.org/download/pdf_1/euclid.lnl/1235417020

[Benzmüller, 2014] Benzmüller, Ch; Paleo, Bruno W. (2014). Automating Gödel's Ontological Proof of God's Existence with Higher-order Automated Theorem Provers. *European Conference on Artificial Intelligence*. IOS Press, str. 93–98. Dostęp zdalny (PDF): <http://page.mi.fu-berlin.de/cbenzmueller/papers/C40.pdf>

[//page.mi.fu-berlin.de/cbenzmueller/papers/C40.pdf](http://page.mi.fu-berlin.de/cbenzmueller/papers/C40.pdf)

[Benzmüller, 2016] Benzmüller, Ch; Paleo, Bruno W. (2016). The Inconsistency in Gödel's Ontological Argument: A Success Story for AI in Metaphysics. *International Joint Conference on Artificial Intelligence*. AAAI Press, str. 936. Dostęp zdalny (PDF): <https://www.ijcai.org/Proceedings/16/Papers/137.pdf>

[Gödel, 1995] Gödel, K. (1995). Texts relating to the ontological proof. W: *Unpublished Essays and Lectures*, str. 429–437. Oxford University Press.

[Sobel, 1987] Sobel, J. H. (1987). Gödel's ontological proof. W: *On Being and Saying: Essays for Richard Catwright*. str. 241–261. MIT Press, Oxford/MA

[Sobel, 2004] Sobel, J. H. (2004). Logic and Theism: Arguments for and Against Beliefs in God. Cambridge U. Press, 2004.