

# Jogo de Pratos

Prova Fase 3 – OBI2024



Depois de perder tudo no Jogo do Poder, só resta uma coisa para Jonathan: *O Jogo de Pratos*. O objetivo do jogo é muito simples: obter a maior quantidade de pratos possível. Entretanto, para atingir esse objetivo será necessário muito planejamento.

A principal maneira de obter mais pratos no jogo é através de “efeitos”. Cada efeito pode ser representado por um par de inteiros  $(a, b)$ . Se o jogador possui  $x$  pratos antes de um efeito entrar em ação, ele passa a possuir  $a \cdot x + b$  pratos depois do efeito. Dizemos que  $a$  é o fator multiplicativo do efeito e  $b$  é o fator aditivo do efeito.

Existem dois tipos de efeitos: feitiços e refeições. Jonathan possui  $N$  feitiços e  $M$  refeições. Cada feitiço pode ser usado quantas vezes o Jonathan quiser, mas ele só tem mana para usar feitiços  $K$  vezes no total. Enquanto isso, refeições podem ser usadas uma vez cada, mas Jonathan pode escolher a ordem que elas são utilizadas. Note que tanto feitiços quanto refeições são efeitos, e portanto funcionam da maneira descrita acima quando ativados.

A fim de obter uma quantidade insana de pratos, Jonathan irá fazer um “combo”, combinando vários desses efeitos. Sendo assim, Jonathan irá utilizar todos os feitiços que decidir e logo depois usará todas as refeições em certa ordem.

Por exemplo, se os feitiços disponíveis forem  $(2, 0)$ ,  $(3, 0)$ ,  $(1, 2)$ ,  $(2, 1)$ , as refeições disponíveis forem  $(2, 3)$ ,  $(4, 2)$ ,  $(7, 1)$  e Jonathan pode usar 3 feitiços, ele poderia escolher utilizar os feitiços 4, 2, 4 e depois usar as refeições 2, 1, 3. Sendo assim, caso ele começasse com 1 prato, esse seria o processo que sua quantidade de pratos passaria:

- Jonathan começa com 1 prato. Ao usar o feitiço 4 representado por  $(2, 1)$  ele fica com  $2 \cdot 1 + 1 = 3$  pratos.
- Jonathan está com 3 pratos. Ao usar o feitiço 2 representado por  $(3, 0)$  ele fica com  $3 \cdot 3 + 0 = 9$  pratos.
- Jonathan está com 9 pratos. Ao usar o feitiço 4 representado por  $(2, 1)$  ele fica com  $2 \cdot 9 + 1 = 19$  pratos.
- Jonathan está com 19 pratos. Ao usar a refeição 2 representada por  $(4, 2)$  ele fica com  $4 \cdot 19 + 2 = 78$  pratos.
- Jonathan está com 78 pratos. Ao usar a refeição 1 representada por  $(2, 3)$  ele fica com  $2 \cdot 78 + 3 = 159$  pratos.
- Jonathan está com 159 pratos. Ao usar a refeição 3 representada por  $(7, 1)$  ele fica com  $7 \cdot 159 + 1 = 1114$  pratos.

Sendo assim, Jonathan termina com 1114 pratos. Note que essa não necessariamente é a decisão que maximiza a quantidade de pratos.

Como há muitas possibilidades de cumprir sua tarefa, Jonathan pediu sua ajuda! Ele te fará  $Q$  perguntas, e em cada uma delas ele quer saber qual é o maior número de pratos alcançável a partir de alguma estratégia válida ao começar com uma quantidade  $x$  de pratos. Lembre-se que em uma estratégia válida, Jonathan usará refeições apenas **depois** dos feitiços. Como essa resposta pode ser muito grande, imprima ela módulo  $10^9 + 7$ .

**IMPORTANTE:** A resposta não é o maior módulo possível, e sim o módulo do maior número de pratos. Ou seja, o maximização deve ocorrer **antes** de considerar o módulo.

## Entrada

A primeira linha de entrada possui 3 inteiros  $N, M$  e  $K$ , o número de feitiços, o número de refeições e a quantidade de feitiços que Jonathan pode utilizar.

A segunda linha de entrada possui  $N$  inteiros:  $a_1, a_2, \dots, a_N$ , os fatores multiplicativos dos feitiços.

A terceira linha de entrada possui  $N$  inteiros:  $b_1, b_2, \dots, b_N$ , os fatores aditivos dos feitiços.

A quarta linha de entrada possui  $M$  inteiros:  $a'_1, a'_2, \dots, a'_M$ , os fatores multiplicativos das refeições.

A quinta linha de entrada possui  $M$  inteiros:  $b'_1, b'_2, \dots, b'_M$ , os fatores aditivos das refeições.

A sexta linha de entrada possui um único inteiro  $Q$ , o número de perguntas que Jonathan fará para você.

A sétima linha de entrada possui  $Q$  inteiros  $x_1, x_2, \dots, x_Q$ , a quantidade de pratos inicial para cada pergunta.

## Saída

Seu programa deve imprimir  $Q$  linhas, cada uma com um único inteiro: a resposta para cada uma das perguntas de Jonathan, módulo  $10^9 + 7$ .

## Restrições

- $1 \leq N \leq 10^5$
- $1 \leq M \leq 10^5$
- $1 \leq K \leq 10^9$
- $1 \leq a_i, a'_i \leq 10^9$
- $0 \leq b_i, b'_i \leq 10^9$
- $a_i + b_i > 1, a'_i + b'_i > 1$ , ou seja, nunca haverá um efeito representado por  $(1, 0)$
- $1 \leq Q \leq 10^5$
- $1 \leq x_i \leq 10^9$

## Informações sobre a pontuação

A tarefa vale 100 pontos. Estes pontos estão distribuídos em subtarefas, cada uma com suas **restrições adicionais** às definidas acima.

- **Subtarefa 1 (0 pontos):** Esta subtarefa é composta apenas pelos exemplos mostrados abaixo. Ela não vale pontos, serve apenas para que você verifique se o seu programa imprime o resultado correto para os exemplos.
- **Subtarefa 2 (7 pontos):**  $N = M = K = 2$
- **Subtarefa 3 (13 pontos):**  $M = 1, Q = 1$ , é garantido que a quantidade final de pratos da resposta será menor que  $10^9 + 7$ , ou seja, a resposta não será grande o suficiente para que seja necessário considerar o módulo.
- **Subtarefa 4 (15 pontos):**  $N, Q, K \leq 500, M = 1$ .
- **Subtarefa 5 (24 pontos):**  $N, Q, K, M \leq 500$ .

- **Subtarefa 6 (19 pontos):**  $N, Q \leq 3000$
- **Subtarefa 7 (22 pontos):** Sem restrições adicionais.

## Exemplos

Exemplo de entrada 1	Exemplo de saída 1
2 2 2 2 3 3 2 5 2 5 2 1 1	185

*Explicação do exemplo 1:* Os feitiços disponíveis são (2, 3) e (3, 2), enquanto as refeições são (5, 5) e (2, 2).

Há duas possíveis soluções ótimas nesse caso:

- Usar os feitiços na ordem 1, 2 e as refeições na ordem 2, 1, totalizando  $((1 \cdot 2 + 3) \cdot 3 + 2) \cdot 2 + 2) \cdot 5 + 5 = 185$  pratos.
- Usar os feitiços na ordem 2, 2 e as refeições na ordem 2, 1, totalizando  $((1 \cdot 3 + 2) \cdot 3 + 2) \cdot 2 + 2) \cdot 5 + 5 = 185$  pratos.

Note que esse exemplo satisfaz a subtarefa 2.

Exemplo de entrada 2	Exemplo de saída 2
5 1 1000000000 1 1 1 1 1 5 4 3 2 1 1 35 4 1 100 200000001 200000002	1 100 200000001 200000002

*Explicação do exemplo 2:* A resposta para a primeira pergunta consiste em usar o feitiço 1 todas as  $10^9$  vezes, e logo depois usar a refeição 1. Com essa estratégia, Jonathan consegue 5000000036 pratos.

Note que 5000000036 módulo  $10^9 + 7$  é igual a 1, pois o resto da divisão de 5000000036 por  $10^9 + 7$  é 1.

Exemplo de entrada 3	Exemplo de saída 3
4 3 3 2 3 1 2 0 0 2 1 2 4 7 3 2 1 4 1 2 10000 3	1611 3123 15120099 4635

*Explicação do exemplo 3:* Este é o exemplo mostrado no enunciado, com algumas perguntas adicionais.

Exemplo de entrada 4	Exemplo de saída 4
2 2 2 1000000 2000000 32 57 32 32 5 9 5 1 2 3 4 5	707385849 678713849 650041849 621369849 592697849

*Explicação do exemplo 4:* Esse exemplo satisfaz a subtarefa 2.

Exemplo de entrada 5	Exemplo de saída 5
5 4 1000 807989 325717 452373 639688 388457 524139 933016 888648 755670 919486 647772 75628 922474 745349 379795 828349 203942 120165 5 1 2 3 4 5	843013087 329815085 987387086 644959080 302531074