

## Задачи для подготовки к квизу #2

---

7 октября 2020 г.

### Задача 1.

Найдите дивергенцию Кульбака-Лейблера

- a) из экспоненциального с  $\lambda = 2$  в нормальное  $\mathcal{N}(0, 1)$ .
- b) из нормального  $\mathcal{N}(0, 1)$  в экспоненциальное с  $\lambda = 2$ .
- c) из равномерного на  $0, 1, 2$  в Пуассона с  $\lambda = 1$ .
- d) из Пуассона с  $\lambda = 1$  в равномерное на  $0, 1, 2$ .
- e) из нормального  $\mathcal{N}(0, a)$  в нормальное  $\mathcal{N}(0, \sigma^2)$ .
- f) из равномерного  $\mathcal{U}[0, a]$  в экспоненциальное с  $\lambda = 4$ .
- g) из экспоненциального с  $\lambda = 4$  в равномерное  $\mathcal{U}[0, a]$ .
- h) из биномиального  $\text{Bin}(n = 1, p = 1/2)$  в Бернулли  $\text{Bern}(p = 1/3)$ .
- i) из биномиального  $\text{Bin}(n = 2, p = 1/10)$  в равномерное на  $0, 1, 2$ .
- j) из равномерного на  $0, 1, 2$  в биномиальное  $\text{Bin}(n = 2, p = 1/10)$ .
- k) из биномиального  $\text{Bin}(n = 2, p = 1/10)$  в биномиальное  $\text{Bin}(n = 2, p = 1/5)$ .

### Задача 2.

Пусть  $X_1, \dots, X_n$  – выборка независимых случайных величин, каждая из которых принадлежит к одному из двух кластеров. В  $k$ -ом кластере наблюдения распределены с функцией вероятности или функцией плотности  $p_k(x|\theta_k)$ , где  $\theta_k$  – вектор неизвестных параметров. Пусть вероятность того, что наблюдение принадлежит первому кластеру, равна  $\gamma$ .

Обозначим за  $\theta$  вектор, в который последовательно собраны неизвестные параметры для каждого из кластеров, а также  $\gamma$ :

$$\theta := (-\theta_1 - \quad -\theta_2 - \quad \gamma)$$

Введите подходящие латентные переменные и выведите формулы для шагов ЕМ-алгоритма, если

- a)  $p_k$  – функция плотности нормального распределения  $\mathcal{N}(\mu_k, \sigma_k^2)$ .
- b)  $p_k$  – функция вероятности распределения Бернулли  $\text{Bern}(\alpha_k)$ .
- c)  $p_k$  – функция плотности распределения Рэлея  $\text{Ray}(\sigma_k^2)$ .
- d)  $p_k$  – функция вероятности биномиального распределения  $\text{Bin}(3, \alpha_k)$ .
- e)  $p_k$  – функция плотности экспоненциального распределения  $\exp(\lambda_k)$ .

- 
- f)  $p_k$  – функция плотности распределения Коши  $C(\alpha_k, \beta_k)$ .
- g)  $p_k$  – функция вероятности распределения Пуассона  $Pois(\lambda_k)$ .
- h)  $p_k$  – функция вероятности геометрического распределения  $Geom(\alpha_k)$ .