Willkommen in der guten Stube :D

Aufgabe

Für alle $x, y \in \mathbb{R}$ zeige man die Abschätzung:

$$(x + y)^2 \leq 2 \cdot \left(x^2 + y^2\right).$$

Beweis: Erster Ansatz

Beweis: Erster Ansatz

Seien $x, y \in \mathbb{R}$ zwei beliebige reelle Zahlen.

Beweis: Erster Ansatz

Seien $x, y \in \mathbb{R}$ zwei beliebige reelle Zahlen. Dann gilt:

Beweis: Erster Ansatz

Seien $x, y \in \mathbb{R}$ zwei beliebige reelle Zahlen. Dann gilt:

$$(x+y)^2$$

Beweis: Erster Ansatz

Seien $x, y \in \mathbb{R}$ zwei beliebige reelle Zahlen. Dann gilt:

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

Beweis: Erster Ansatz

Seien $x, y \in \mathbb{R}$ zwei beliebige reelle Zahlen. Dann gilt:

$$\begin{aligned}(x+y)^2 &= x^2 + 2xy + y^2 \\ &= x^2 + x^2 - x^2 + 2xy + y^2\end{aligned}$$

Beweis: Erster Ansatz

Seien $x, y \in \mathbb{R}$ zwei beliebige reelle Zahlen. Dann gilt:

$$\begin{aligned}(x+y)^2 &= x^2 + 2xy + y^2 \\ &= x^2 + x^2 - x^2 + 2xy + y^2 \\ &= x^2 + x^2 - x^2 + 2xy + y^2 + y^2 - y^2\end{aligned}$$

Beweis: Erster Ansatz

Seien $x, y \in \mathbb{R}$ zwei beliebige reelle Zahlen. Dann gilt:

$$\begin{aligned}
(x+y)^2 &= x^2 + 2xy + y^2 \\
&= x^2 + x^2 - x^2 + 2xy + y^2 \\
&= x^2 + x^2 - x^2 + 2xy + y^2 + y^2 - y^2 \\
&= 2x^2 - x^2 + 2xy + 2y^2 - y^2
\end{aligned}$$

Beweis: Erster Ansatz

Seien $x, y \in \mathbb{R}$ zwei beliebige reelle Zahlen. Dann gilt:

$$\begin{aligned}
(x+y)^2 &= x^2 + 2xy + y^2 \\
&= x^2 + x^2 - x^2 + 2xy + y^2 \\
&= x^2 + x^2 - x^2 + 2xy + y^2 + y^2 - y^2 \\
&= 2x^2 - x^2 + 2xy + 2y^2 - y^2 \\
&= 2x^2 + 2y^2 - \left(x^2 - 2xy + y^2\right)
\end{aligned}$$

Beweis: Erster Ansatz

Seien $x, y \in \mathbb{R}$ zwei beliebige reelle Zahlen. Dann gilt:

$$\begin{aligned}
(x+y)^2 &= x^2 + 2xy + y^2 \\
&= x^2 + x^2 - x^2 + 2xy + y^2 \\
&= x^2 + x^2 - x^2 + 2xy + y^2 + y^2 - y^2 \\
&= 2x^2 - x^2 + 2xy + 2y^2 - y^2 \\
&= 2x^2 + 2y^2 - \left(x^2 - 2xy + y^2\right) \\
&= 2x^2 + 2y^2 - (x-y)^2
\end{aligned}$$

Beweis: Erster Ansatz

Seien $x, y \in \mathbb{R}$ zwei beliebige reelle Zahlen. Dann gilt:

$$
\begin{aligned}
(x+y)^2 &= x^2 + 2xy + y^2 \\
&= x^2 + x^2 - x^2 + 2xy + y^2 \\
&= x^2 + x^2 - x^2 + 2xy + y^2 + y^2 - y^2 \\
&= 2x^2 - x^2 + 2xy + 2y^2 - y^2 \\
&= 2x^2 + 2y^2 - \left(x^2 - 2xy + y^2\right) \\
&= 2x^2 + 2y^2 - (x-y)^2 \\
&\leq 2x^2 + 2y^2.
\end{aligned}
$$

Beweis: Erster Ansatz

Seien $x, y \in \mathbb{R}$ zwei beliebige reelle Zahlen. Dann gilt:

$$\begin{aligned}
(x+y)^2 &= x^2 + 2xy + y^2 \\
&= x^2 + x^2 - x^2 + 2xy + y^2 \\
&= x^2 + x^2 - x^2 + 2xy + y^2 + y^2 - y^2 \\
&= 2x^2 - x^2 + 2xy + 2y^2 - y^2 \\
&= 2x^2 + 2y^2 - \left(x^2 - 2xy + y^2\right) \\
&= 2x^2 + 2y^2 - (x-y)^2 \\
&\leq 2x^2 + 2y^2 \\
&= 2 \cdot \left(x^2 + y^2\right).
\end{aligned}$$

Beweis: Zweiter Ansatz

Beweis: Zweiter Ansatz

Für alle $\tilde{x}, \tilde{y} \in \mathbb{R}$ gilt die Abschätzung:

Beweis: Zweiter Ansatz

Für alle $\tilde{x}, \tilde{y} \in \mathbb{R}$ gilt die Abschätzung:

$$2\tilde{x}\tilde{y} \leq \tilde{x}^2 + \tilde{y}^2.$$

Beweis: Zweiter Ansatz

Für alle $\tilde{x}, \tilde{y} \in \mathbb{R}$ gilt die Abschätzung:

$$2\tilde{x}\tilde{y} \leq \tilde{x}^2 + \tilde{y}^2.$$

Seien nun $x, y \in \mathbb{R}$ zwei beliebige reelle Zahlen.

Beweis: Zweiter Ansatz

Für alle $\tilde{x}, \tilde{y} \in \mathbb{R}$ gilt die Abschätzung:

$$2\tilde{x}\tilde{y} \leq \tilde{x}^2 + \tilde{y}^2.$$

Seien nun $x, y \in \mathbb{R}$ zwei beliebige reelle Zahlen. Dann folgt:

Beweis: Zweiter Ansatz

Für alle $\tilde{x}, \tilde{y} \in \mathbb{R}$ gilt die Abschätzung:

$$2\tilde{x}\tilde{y} \leq \tilde{x}^2 + \tilde{y}^2.$$

Seien nun $x, y \in \mathbb{R}$ zwei beliebige reelle Zahlen. Dann folgt:

$$(x + y)^2$$

Beweis: Zweiter Ansatz

Für alle $\tilde{x}, \tilde{y} \in \mathbb{R}$ gilt die Abschätzung:

$$2\tilde{x}\tilde{y} \leq \tilde{x}^2 + \tilde{y}^2.$$

Seien nun $x, y \in \mathbb{R}$ zwei beliebige reelle Zahlen. Dann folgt:

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

Beweis: Zweiter Ansatz

Für alle $\tilde{x}, \tilde{y} \in \mathbb{R}$ gilt die Abschätzung:

$$2\tilde{x}\tilde{y} \leq \tilde{x}^2 + \tilde{y}^2.$$

Seien nun $x, y \in \mathbb{R}$ zwei beliebige reelle Zahlen. Dann folgt:

$$\begin{aligned}(x+y)^2 &= x^2 + 2xy + y^2 \\ &\leq x^2 + x^2 + y^2 + y^2\end{aligned}$$

Beweis: Zweiter Ansatz

Für alle $\tilde{x}, \tilde{y} \in \mathbb{R}$ gilt die Abschätzung:

$$2\tilde{x}\tilde{y} \leq \tilde{x}^2 + \tilde{y}^2.$$

Seien nun $x, y \in \mathbb{R}$ zwei beliebige reelle Zahlen. Dann folgt:

$$\begin{aligned}(x+y)^2 &= x^2 + 2xy + y^2 \\ &\leq x^2 + x^2 + y^2 + y^2 \\ &= 2x^2 + 2y^2.\end{aligned}$$

Beweis: Zweiter Ansatz

Für alle $\tilde{x}, \tilde{y} \in \mathbb{R}$ gilt die Abschätzung:

$$2\tilde{x}\tilde{y} \leq \tilde{x}^2 + \tilde{y}^2.$$

Seien nun $x, y \in \mathbb{R}$ zwei beliebige reelle Zahlen. Dann folgt:

$$\begin{aligned}
(x+y)^2 &= x^2 + 2xy + y^2 \\
&\leq x^2 + x^2 + y^2 + y^2 \\
&= 2x^2 + 2y^2 \\
&= 2 \cdot \left(x^2 + y^2\right).
\end{aligned}$$