UPV - Mecánica de los medios continuos

2023-05-27 (Saturday) | 21:20
Type: #notebook
Main: Topic - Physics
Tags: #fisica #UPV
Relates: UPV - PINNS
Status:

About

- Book: Elasticdad Canelas FING

Contenido

Sobre los esfuerzos internos:

zos locales en cada uno de los puntos internos, aunque tales esfuerzos se pueden apreciar sólo *de manera indirecta, a través de las deformaciones producidas*. En efecto, vale la pena recordar que cuando una fuerza no se puede medir haciendo desaparecer sus efectos mediante la aplicación de otra fuerza igual y contraria, cuya intensidad se conoce (que es el caso de la balanza), hay que medirla *calibrando deformaciones:* es sobre este principio que se basa, por ejemplo, el funcionamiento del dinamómetro. Ahora bien, como es imposible utilizar el primer proceso en el interior de un medio continuo sin destruir su continuidad, es evidente que hay que renunciar a la esperanza de medir a los esfuerzos internos directamente.

He aquí, dicho sea de paso, una de las tareas de la mecánica del medio continuo, cuyo objetivo principal, como ya se mencionó, es determinar las relaciones entre las deformaciones producidas y los esfuerzos que las producen; es decir, ofrecer el medio de cuantificar un estado de esfuerzos, en cuanto se haya determinado, por medición directa, al estado de deformaciones.

También da una buena definición de la M. de los M. Continuos

Summary of Basic Equations of Elasticity

The equilibrium equations for a continuum have been shown to have the form $\sigma^{ij}_{,j} + \varrho b^i = 0$, where b^i are the body forces per unit mass and σ^{ij} is the stress tensor. In addition to the above equations we have the constitutive equations $\sigma_{ij} = \lambda e_{kk}\delta_{ij} + 2\mu e_{ij}$ which is a generalized Hooke's law relating stress to strain for a linear elastic isotropic material. The strain tensor is related to the displacement field u_i by the strain equations $e_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i})$. These equations can be combined to obtain the Navier equations $\mu u_{i,jj} + (\lambda + \mu)u_{j,ji} + \varrho b_i = 0$.

The above equations must be satisfied at all interior points of the material body. A boundary value problem results when conditions on the displacement of the boundary are specified. That is, the Navier equations must be solved subject to the prescribed displacement boundary conditions. If conditions on the stress at the boundary are specified, then these prescribed stresses are called surface tractions and must satisfy the relations $t^{i\,(n)} = \sigma^{ij} n_j$, where n_i is a unit outward normal vector to the boundary. For surface tractions, we need to use the compatibility equations combined with the constitutive equations and equilibrium equations. This gives rise to the Beltrami-Michell equations of compatibility

$$\sigma_{ij,kk} + \frac{1}{1+\nu}\sigma_{kk,ij} + \varrho(b_{i,j} + b_{j,i}) + \frac{\nu}{1-\nu}\varrho b_{k,k} = 0.$$

Here we must solve for the stress components throughout the continuum where the above equations hold subject to the surface traction boundary conditions. Note that if an elasticity problem is formed in terms of the displacement functions, then the compatibility equations can be ignored.

For mixed boundary value problems we must solve a system of equations consisting of the equilibrium equations, constitutive equations, and strain displacement equations. We must solve these equations subject to conditions where the displacements u_i are prescribed on some portion(s) of the boundary and stresses are prescribed on the remaining portion(s) of the boundary. Mixed boundary value problems are more difficult to solve.

For elastodynamic problems, the equilibrium equations are replaced by equations of motion. In this case we need a set of initial conditions as well as boundary conditions before attempting to solve our basic system of equations.

Centrado en FEM

No es es lo mismo estudiar elasticidad, que elasticidad enfocada a los elementos finitos.
La formulación usual de un problema de elasticidad esta basado en métodos variacionales.
La energía potencial del sistema es la energía almacenada en la estructura deformada, menos la energía de las fuerzas que actúan sobre este. Es decir, imagina que un elemento elástico tiene un peso encima, tenemos una energía potencial almacenada en el sistema positiva, porque esta deformado y quiere volver a su posición, pero el peso que tiene encima, ha realizado esa misma cantidad de trabajo para deformarlo. Entonces yo diría que la energía potencial del sitema es 0, pero capaz que no.
El principio de usar los Metodos variacionales es que la energía Π_P será mínima en el equilibrio, dando lugar a un particular campo de desplazamientos u que satisfará las ecuaciones diferenciales del sistema y las condiciones de contorno. Si ese punto encontrado es mínimo, entonces

encontraremos que:

$$\frac{\partial \Pi_p(u_i)}{\partial u_i} = 0$$

La deformación de posiciones nos viene data por un tensor de gradientes de deformación, el cual nos indica como varían las posiciones.
Tendremos 3 direcciones principales de deformación, y podemos expresar ese tensor de gradientes de deformación en función de estas.

$$F = \sum_{\alpha=1}^{3} \lambda_\alpha n_\alpha \otimes N_\alpha$$

Con las lambda las elongaciones en las 3 direcciones principales: $\lambda = 1 + \frac{dL}{L}$, N son los vectores material, y n son los vectores espaciales.

Por un lado tenemos el vector *Chauchy Green deformation tensor* -> **B** que nos indicará las deformaciones, y por otro tenemos el tensor de esfuerzos/tensiones/estress, Cauchy -> **T**
, que nos describirá las tensiones. Y las relaciones son las siguientes:

$$\mathbf{B} = \mathbf{F}\mathbf{F}^T = \sum_{\alpha=1}^{3} \lambda_\alpha^2 \mathbf{n}_\alpha \otimes \mathbf{n}_\alpha \tag{5}$$

$$\mathbf{T} = -p\mathbf{1} + 2\frac{\delta W}{\delta I_1}\mathbf{B} - 2\frac{\delta W}{\delta I_2}\mathbf{B}^{-1} \tag{6}$$

where:

$$I_1 = tr\mathbf{B} \tag{7}$$

$$I_2 = \frac{1}{2}[(tr\mathbf{B})^2 - tr(\mathbf{B}\mathbf{B})] \tag{8}$$

$$I_3 = det\mathbf{B} \tag{9}$$

Note

Under the assumption of isotropic behavior, the strain
energy density function Ws can be expressed as a function of the
strain invariants (Rivlin, 1948a; 1948b):
Ws = Ws (I1 , I2 , I3)
Alternatively, Ws can also be expressed directly as a function of
the three principal stretches (Valanis & Landel, 1967), namely λ1 ,
λ2 and λ3 .

Elasticidad Lineal

The elastic modulus of a material is not the same as the stiffness of a component made from that material. Elastic modulus is a property of the constituent material; stiffness is a property of a structure or component of a structure, and hence it is dependent upon various physical dimensions that describe that component. That is, the modulus is an intensive property of the material; stiffness, on the other hand, is an extensive property of the solid body that is dependent on the material *and* its shape and boundary conditions. For example, for an element in tension or compression, the axial stiffness is

$$k = E \cdot \frac{A}{L}$$

where

- E is the (tensile) elastic modulus (or Young's modulus),
- A is the cross-sectional area,
- L is the length of the element.

Similarly, the torsional stiffness of a straight section is

$$k = G \cdot \frac{J}{L}$$

where

- G is the rigidity modulus of the material,
- J is the torsion constant for the section.

Note that the torsional stiffness has dimensions [force] * [length] / [angle], so that its SI units are N*m/rad.

For the special case of unconstrained uniaxial tension or compression, Young's modulus *can* be thought of as a measure of the stiffness of a structure.

Esto siguiendo un libro que es Introducción a la elasticidad lineal, que es la ostia.

Esto lo sigo en el articulo de elasticidad Physics - Elasticidad y hiperelasticidad

Gradiente de deformación:

https://www.continuummechanics.org/deformationgradient.html

Recursos

Libros

Mecánica de los medios continuos

6. L.I. Sedov, A course in Continuum Mechanics, Ed. Walter/Noordhoff, 1971.
7. H. Heinbockel, Introduction to Tensor Calculus and Continuum Mechanics, Department of Mathematics and Statistics, Old Dominion University, 1996
8. E. Levy, Elementos de mecánica del medio continuo, Ed. Limusa-Wiley, 1971.
9. S.C. Hunter, Mechanics of Continuous Media, Ed. Ellis Horwood/John Wiley, 1983.
10. T.J. Chung, Continuum Mechanics, Rd. Prentice-Hall Inc., 1988.
11. I.S. Sokolnikoff, Análisis tensorial, Index-Prial, 1971.
12. I.S. Sokolnikoff, Mathematical Theory of Elasticity, McGraw Hill, 1956.

Web

Esta página está super bien porque pone ejemplo bastante concretos: ->
https://www.continuummechanics.org/