РГР
№5
В1

Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющему данному начальному условию:

$$xy' + y - e^x = 0 \quad , \; y(1) = -1$$

$$xy' + y - e^x = 0 \,/ : x$$

$$\boxed{y = uv; \; y' = u'v + uv'; \; u' = \frac{du}{dx}}$$

$$u'v + uv' + \frac{uv}{x} - \frac{e^x}{x} = 0$$

$$\left(u'v + \frac{uv}{x}\right) + \left(uv' - \frac{e^x}{x}\right) = 0$$

1) $u'v + \frac{uv}{x} = 0 \,/ : v$

$$u' \cancel{+} \frac{u}{x} = 0 \,/ : u \,/ \cdot dx$$

$$\frac{du}{u} = -\frac{dx}{x}$$

$$\int \frac{du}{u} = -\int \frac{dx}{x}$$

$\ln|u| + C = -\ln|x| + C$

$\ln|u| = \ln|x^{-1}|$

$u = x^{-1}$

2) $u v' - \frac{e^x}{x} = 0$

$v' x^{-1} - \frac{e^x}{x} = 0$

$\frac{v'}{x} - \frac{e^x}{x} = 0 \; | \cdot x$

$v' = e^x$

$v = e^x + C$

$y = u \cdot v = x^{-1} \cdot (e^x + C)$

$-1 = 1^{-1} \cdot (e^1 + C)$

$C = -1 - e$

Ответ: $y = x^{-1} \cdot (e^x - e - 1)$