

Матрицы

Найти обратную матрицу для матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & 0 & 3 \\ -2 & 1 & -3 \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 5 & 3 & 4 \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 5 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Вычислить $A \cdot B$, где $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Найти значение матричного многочлена $F(A)$, если

$$F(X) = 2X^2 + 3X + 5, \text{ где } A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}. \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 4 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Найти обратную матрицу для матрицы $\begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}$; $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & 0 & 3 \\ -2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$

Решить уравнение $X \cdot A = B$, где

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ -4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решить матричное уравнение:

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$$

Решить матричное уравнение

$$X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Выполнить действия:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ -1 & 1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Вычислить ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 5 & 4 & 3 & 1 \\ 2 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 4 & -2 & 4 & -2 & 0 \end{pmatrix}$; $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 2 & 6 & 8 \\ 1 & 2 & 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$; $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 6 \\ 2 & 3 & 1 & 6 \\ 3 & -1 & 2 & 6 \end{pmatrix}$

Привести матрицу к каноническому виду с помощью элементарных преобразований

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & -2 & 4 \\ 4 & -2 & 5 & 1 & 7 \\ 2 & -1 & 1 & 8 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 14 \\ 3 & 2 & 1 & 10 \\ 1 & 1 & 1 & 6 \\ 2 & 3 & -1 & 5 \end{pmatrix}$$

Системы

4. Исследовать и найти решение системы:

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 0 \\ 2x_1 - 4x_2 + 6x_3 - 2x_4 = 0 \\ -x_1 + 2x_2 - 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - 6x_2 + 9x_3 - 3x_4 = 0 \end{cases}$$

Исследовать и решить систему:

$$\begin{cases} 2x - y + 4z = 15 \\ 3x - y + z = 8 \\ -2x + y + z = 0 \end{cases} \cdot \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11 \end{cases}$$

Исследовать систему и в случае совместности найти решение

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 + 2x_5 = 3 \\ -x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 + x_5 = 5 \\ x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 11 \\ 2x_1 + 4x_2 + 8x_3 + 5x_4 + 7x_5 = 14 \end{cases} \cdot$$

Исследовать систему и найти общее решение

$$\begin{cases} 3x + y - 5z = 0 \\ x - 2y + z = 0 \\ 2x + 3y - 4z = 0 \\ x + 5y - 3z = 0 \end{cases} \begin{cases} 5x + 3y - 2z = 0 \\ 3x + 7y + 4z = 0 \\ 4x + 5y + z = 0 \end{cases}$$

Векторы

Найти острый угол между диагоналями параллелограмма, построенного на векторах

$$\vec{a}\{2, 1, 0\}, \quad \vec{b}\{0, -1, 1\}.$$

Найти $(\overline{BC} - 2\overline{CA}) \times (2\overline{AB} - \overline{BC})$, где $A(2; -1; 2)$, $B(1; 2; -1)$ и $C(3; 2; 1)$.

Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a} = \vec{p} + 2\vec{q}$ и $\vec{b} = 2\vec{p} + \vec{q}$,

$$\text{если } |\vec{p}| = |\vec{q}| = 1, (\vec{p}, \vec{q}) = \frac{\pi}{3}.$$

Найти площадь треугольника ABC, если $\overline{AB} = 2\vec{a} + \vec{b}$; $\overline{AC} = \vec{a} - \vec{b}$; $|\vec{a}| = 2$; $|\vec{b}| = 4$;

$$\angle(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\pi}{6}.$$

Найти $|(3\vec{a} - \vec{b}) \times (\vec{a} - 2\vec{b})|$, если $\vec{a} \perp \vec{b}$, $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 4$

Даны векторы $\vec{a} = \{2; -3; 1\}$, $\vec{b} = \{-3; 1; 2\}$, $\vec{c} = \{1; 2; 3\}$.

Найти вектор: $\vec{u} = (\vec{a} \times \vec{b}) \times (\vec{a} \times \vec{c})$.

Найти $|3\vec{a} + 2\vec{b}|$, если $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 3$, $|\vec{a}, \vec{b}| = \frac{\pi}{3}$.

Доказать, что векторы $\vec{a} \{1; 2; -2\}$, $\vec{b} \{2; 1; -1\}$, $\vec{c} \{3; 1; 4\}$

образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} \{2; 1; -1\}$ в этом базисе.

Разложить вектор $\vec{a} = (1, -5)$ по базису $\vec{p} = (-3, 1)$ и $\vec{q} = (-1, -2)$.

Вычислить $(\vec{a} + \vec{b})^2$, если $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 4$, $\angle \vec{a}, \vec{b} = \frac{2\pi}{3}$.

Найти модуль вектора $\vec{c} = 3\vec{a} + 2\vec{b}$, если $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 4$, $\angle \vec{a}, \vec{b} = 120^\circ$.

Найти векторное произведение $\vec{AB} \times \vec{CD}$, где $A(-1; 1; 3)$, $B(2; 0; 1)$, $C(1; 1; 0)$, $D(3; 1; 2)$.

АнГеоПлоск

Найти проекцию т. $M_0(-8; 12)$ на прямую, проходящую через точки $A(2; -3)$, $B(-5; 1)$.

Найти длину высоты, опущенной из вершины B в ΔABC ,

если $A(-2; 1)$, $B(2; 3)$, $C(-4; 2)$.

Найти точку пересечения прямой, отсекающей на осях координат отрезки 2 и -3 и прямой, проходящей через точки $(-1; 1)$ и $(0; 3)$.

Через точку пересечения прямых $2x - 5y - 1 = 0$ и $x + 4y - 7 = 0$ провести прямую, делящую отрезок AB , где $A(4; 3)$, $B(0; 1)$, пополам.

Даны вершины четырехугольника $A(-9; 0)$, $B(-3; 6)$, $C(3; 4)$ и $D(6; -3)$. Найти точку пересечения его диагоналей и вычислить угол между ними.

Даны две вершины треугольника $A(-6; 2)$, $B(2; -2)$ и точка пересечения его высот $H(1; 2)$.

Вычислить координаты третьей вершины.

АнГеоПростр

Исследовать взаимное расположение прямых (параллельны, пересекаются или скрещиваются) и найти угол между ними.

$$\begin{cases} x - y + 2z - 1 = 0 \\ 2x + y - z + 2 = 0 \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} x + y + z = 0 \\ 2x - 3z = 0 \end{cases}$$

Исследовать взаимное положение прямых (пересечение, скрещивание, параллельность)

$$\begin{cases} x + y - z + 4 = 0 \\ 2x - 3y - z - 5 = 0 \end{cases} \quad \text{и} \quad \frac{x+3}{4} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-1}{2}$$

Написать уравнение плоскости, проходящей через начало координат и

перпендикулярной к прямой $\frac{x-6}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{4}$.

Доказать, что данные точки лежат в одной плоскости.

$A(1; 0; 7)$, $B(-1; -1; 2)$, $C(2; -2; 2)$, $D(0; 1; 9)$.

Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(2; -3; 5)$ перпендикулярно прямой

$$\begin{cases} 2x + y - 2z + 1 = 0 \\ x + y + z - 5 = 0 \end{cases}$$

Найти точку пересечения прямой и плоскости и угол между ними

$$\frac{x-7}{5} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-5}{4} \quad 3x - y + 2z - 5 = 0.$$

Провести плоскость через прямую $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+1}{-1}$ и точку $M_0 (2; 0; -1)$.

Найти уравнение плоскости, проходящей через прямую $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{3}$ параллельно

прямой $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-2}{-5}$.

Найти проекцию точки $A (5; 2; -1)$ на плоскость $2x - y + 3z + 23 = 0$.

Найти уравнение плоскости, проходящей через прямые

$$\frac{x+1}{-2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+2}{-1} \quad \text{и} \quad \frac{x-2}{2} = \frac{y+3}{-3} = \frac{z}{1}.$$

Кривые

Найти уравнение линии центров окружностей:

$$x^2 + y^2 + 2x - 2y - 23 = 0 \quad x^2 + y^2 - 6x + 12y - 36 = 0$$

Действительная полуось гиперболы равна 5, эксцентриситет $e = 1,4$. Найти уравнение гиперболы, построить.

Найти расстояние от точки $A(5; 3)$ до фокусов эллипса, если большая полуось его равна 10, а эксцентриситет 0,8.

Малая полуось эллипса равна 3, эксцентриситет $e = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Найти уравнение эллипса.

Привести уравнение кривой к простейшему виду, построить

$$y^2 - 2x + 4y + 2 = 0$$

$$9x^2 + 4y^2 + 18x - 8y - 49 = 0$$

$$x^2 - y^2 - 4x + 6y - 9 = 0$$

$$xy = 4$$

$$4x^2 + 3y^2 - 8x + 12y - 32 = 0$$

Найти уравнение гиперболы и построить ее, если асимптоты гиперболы имеют

уравнения $y = \pm \frac{5}{3}x$, а фокусы находятся в точках $F_{1,2}(\pm\sqrt{17}, 0)$.

Через точку $A (2; -5)$ провести прямые, параллельные асимптотам гиперболы

$$x^2 - 4y^2 = 4.$$

Найти уравнение параболы с вершиной в начале координат, если парабола симметрична относительно оси Ox и проходит через точку $A (-1; 3)$.

Найти координаты фокусов эллипса, если его малая полуось равна 5, а эксцентриситет равен $12/13$.

Найти уравнения асимптот гиперболы, если её действительная полуось равна 8, а эксцентриситет равен $1,25$.