

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
Национальный Исследовательский Университет ИТМО
Факультет Программной Инженерии и Компьютерной Техники

ИДЗ №3
Вариант: №17

Выполнил: Назин Артем Аркадьевич
Группа: Р3107
Поток: 11.3
Преподаватель: Ершов Александр Романович

Город Санкт-Петербург
2023

Содержание

1	Задание 1	2
2	Задание 4	7
3	Задание 6	12
4	Задание 7	13

Задание 1

Условие

Построить эскиз графика данной функции, используя преобразования графика соответствующей элементарной функции. Указать область определения и область значений данной функции:

1. $y = 3 \sin\left(2 + \frac{x}{2\pi}\right) - 5$

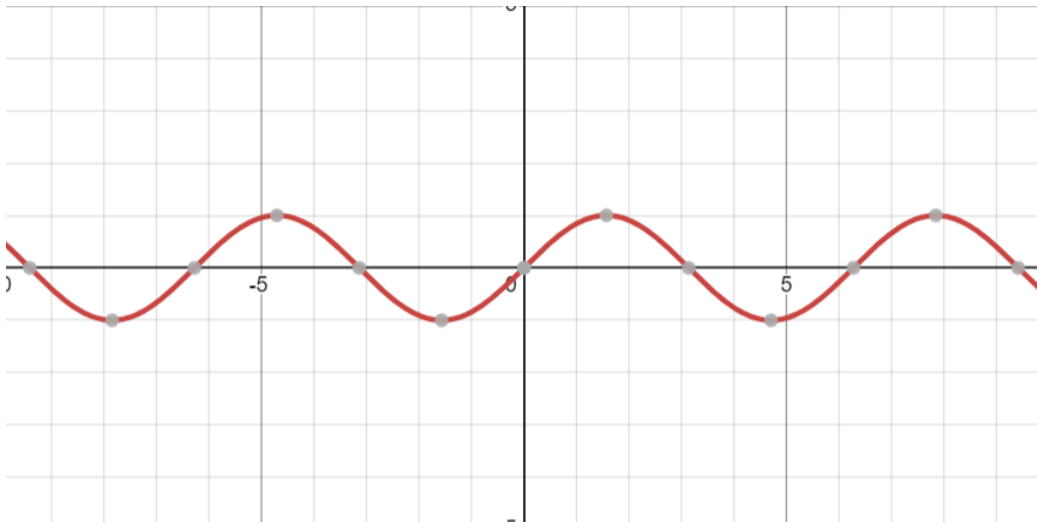
2. $y = \sqrt{\left(\frac{|6-2x|+x}{10-|5x-15|}\right)^2}$

3. $y = \log_4\left(2 + \sqrt{\frac{1}{x}}\right)$

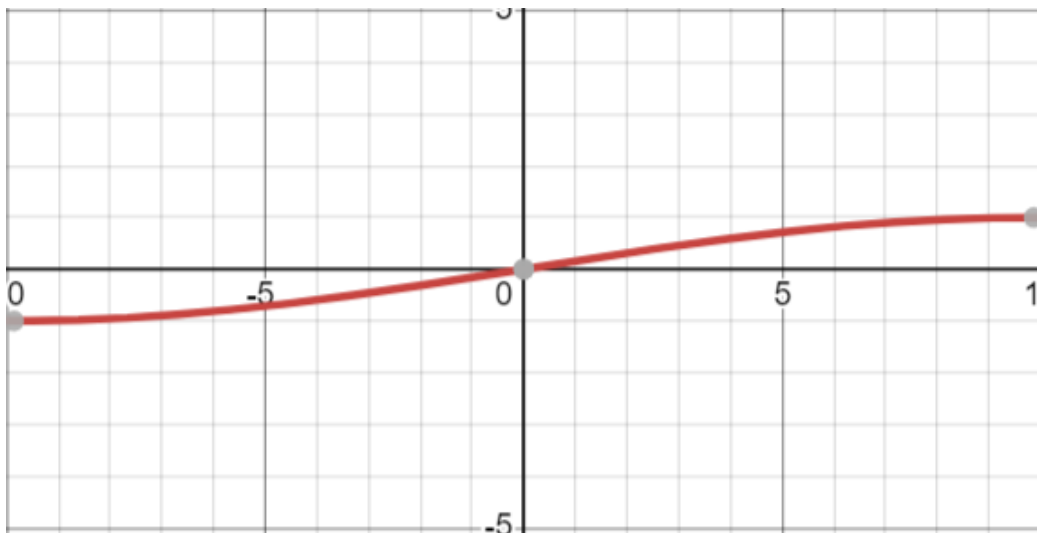
Ход решения

1. $y = 3 \sin\left(2 + \frac{x}{2\pi}\right) - 5 = 3 \sin\left(\frac{(x + 4\pi)}{2\pi}\right) - 5$

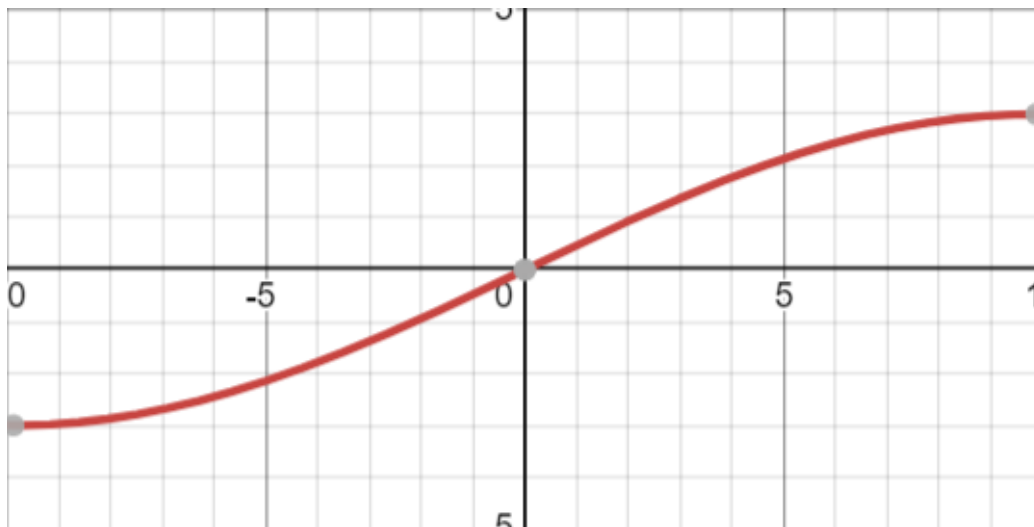
Построим базовую функцию: $y = \sin x$:



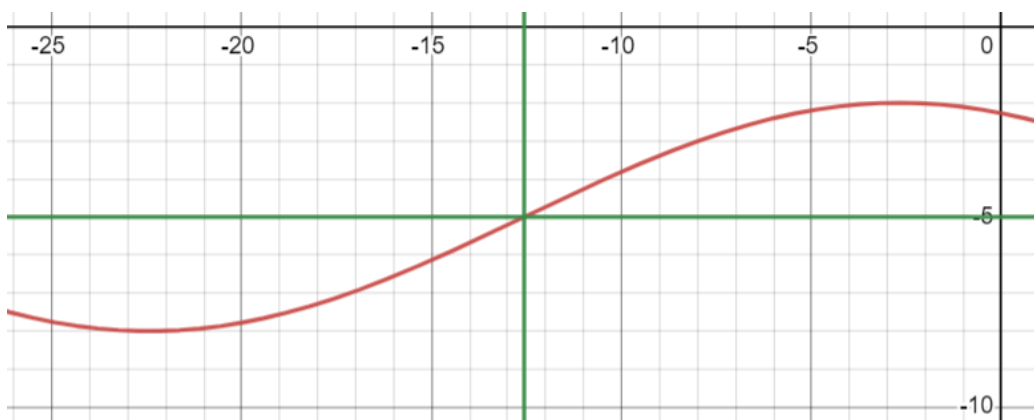
Изменим циклическую частоту: $y = \sin\left(\frac{x}{2\pi}\right)$:



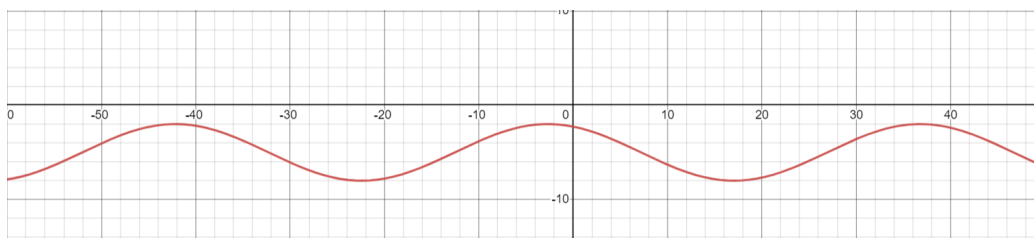
Растянем график в 3 раза по ОУ: $y = 3 \sin\left(\frac{x}{2\pi}\right)$:



Построим график относительно новых осей: $y' = y + 5$ и $x' = x + 4\pi$:



В итоге, посредством элементарных преобразований мы получили график функции $y = 3 \sin\left(2 + \frac{x}{2\pi}\right) - 5$:



$$2. \quad y = \sqrt{\left(\frac{|6-2x|+x}{10-|5x-15|}\right)^2} = \left|\left(\frac{|6-2x|+x}{10-|5x-15|}\right)\right|$$

Раскроем внутренние модули:

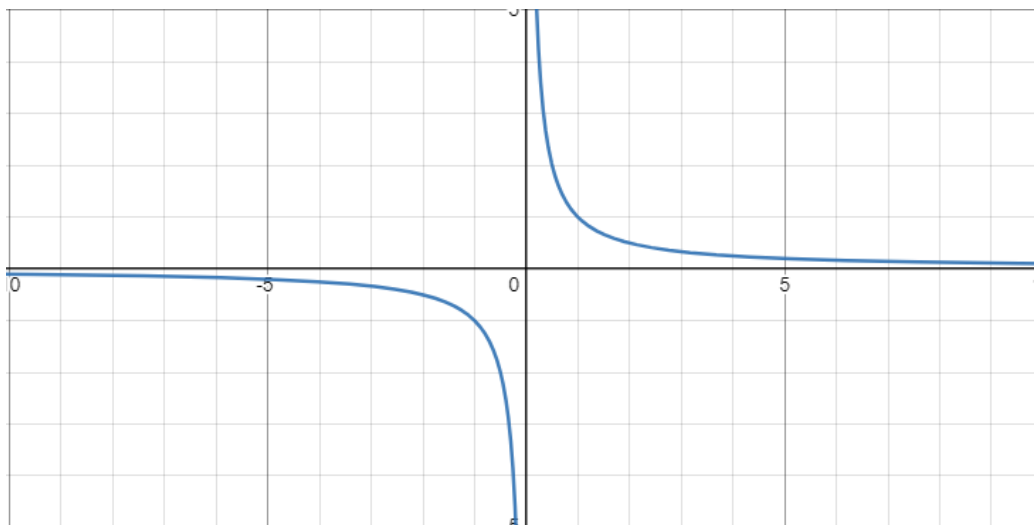
$$\begin{cases} \left|\frac{-x+6}{5x-5}\right|, x < 3 & (1) \\ \left|\frac{3x-6}{-5x+25}\right|, x \geq 3 & (2) \end{cases}$$

Теперь построим (1) и (2) без модулей:

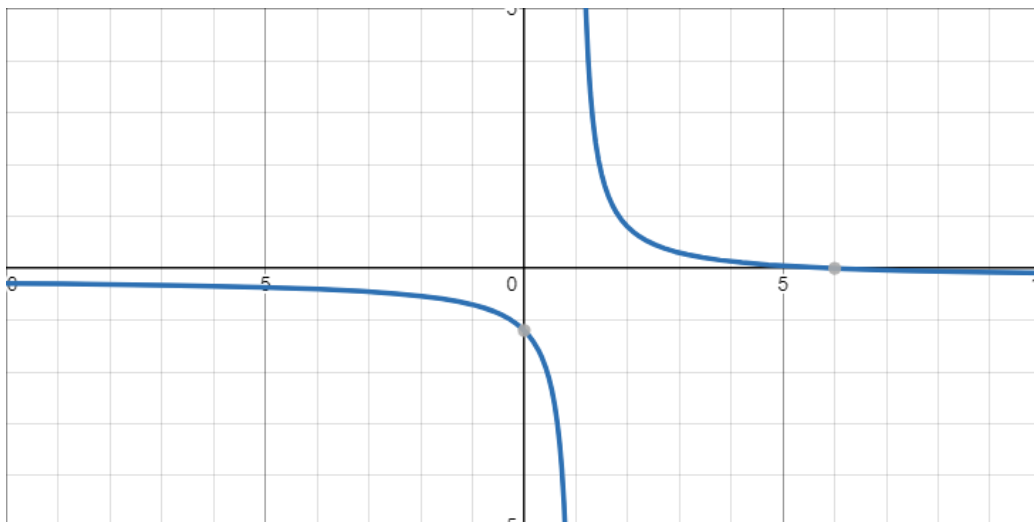
(1):

$$\frac{3x-6}{-5x+25} = -\frac{1}{5} + \frac{1}{x-1}$$

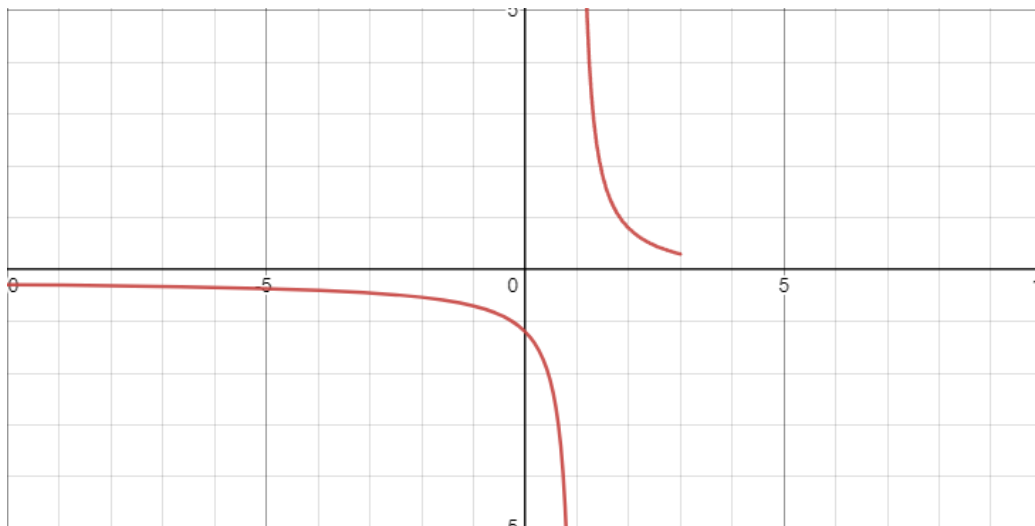
Для этого сначала построим базовый график $\frac{1}{x}$:



После сместим на +1 по x и $-\frac{1}{5}$ по y:

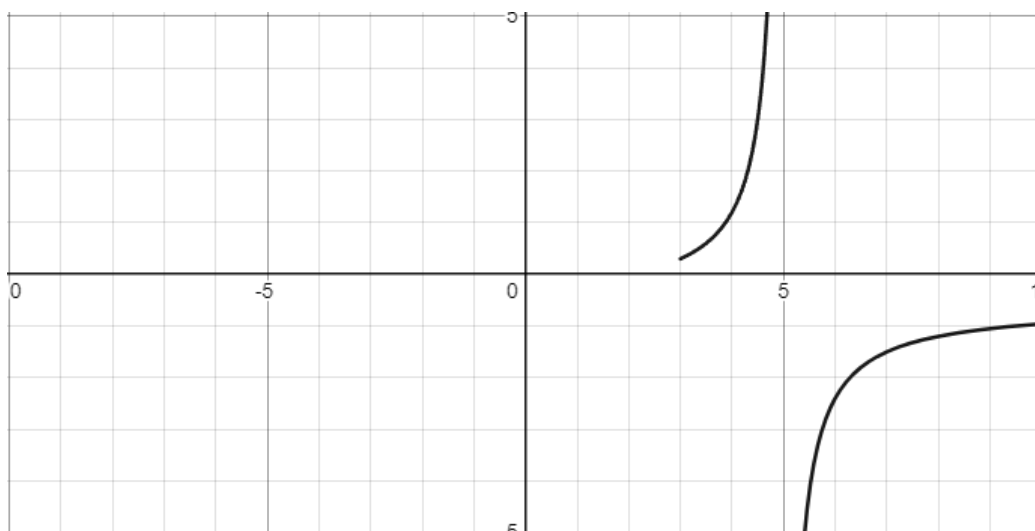


Уберем лишнее:

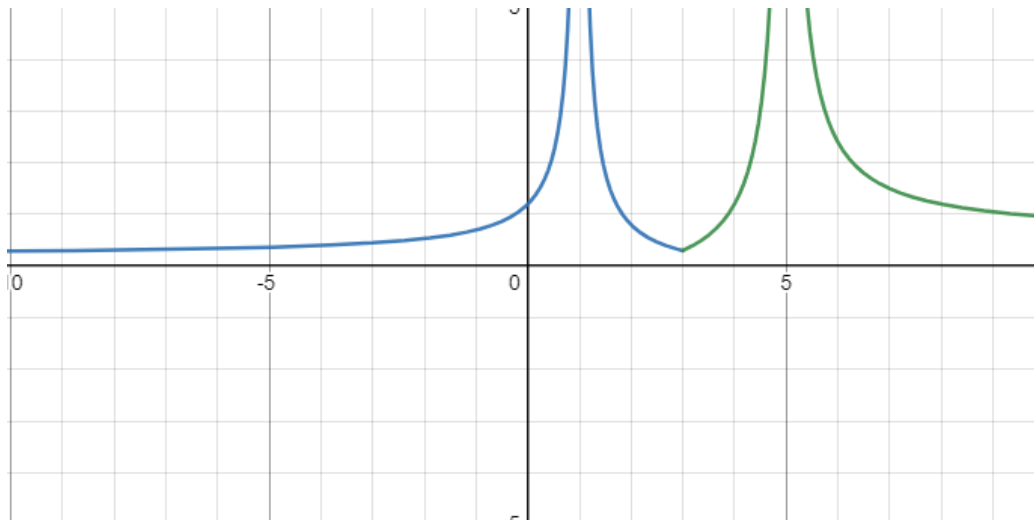


Аналогично для (2):

$$\frac{3x-6}{-5x+25} = -\frac{3}{5} + \frac{9}{-5(x-5)}$$



Совместим и отразим отрицательную часть относительно оси ОХ, то есть получим итоговый график:



$$3. \quad y = \log_4 \left(2 + \sqrt{\frac{1}{x}} \right)$$

График этой функции построим, изучив предварительно ее свойства.

Функция определена для $x > 0$ и монотонно убывает от $+\infty$ до 0.5

Построим поочередно графики. Сначала $\frac{1}{x}$ (красная линия), потом $2 + \sqrt{\frac{1}{x}}$ (синяя линия), следом $\log_4 \left(2 + \sqrt{\frac{1}{x}} \right)$ (черная линия):



Задание 4

Условие

Вычислить пределы:

1.

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{(x^2 - x - 2)^2}$$

2.

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{9x} - 3}{\sqrt{3+x} - \sqrt{2x}}$$

3.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 + \cos \pi x}{\operatorname{tg}^2 \pi x}$$

4.

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{\ln(\cos \frac{\pi x}{a} + 2)}{a^{\frac{a^2}{x^2} - \frac{a}{x}} - a^{\frac{a}{x} - 1}}$$

5.

$$\lim_{x \rightarrow 0} (2 - 5^{\arcsin x^3})^{\frac{(\operatorname{cosec}^2 x)}{x}}$$

6.

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2} \pm 0} (0.5 + \cos 3x)^{\sec x}$$

7.

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2 + \cos x \sin \frac{2}{2x - \pi}}{3 + 2x \sin x}$$

8.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\operatorname{arctg}(x^2 - 3) + \operatorname{arctg}(x^2 - 5)}{\ln(x - 1)}$$

Ход решения

1.

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{(x^2 - x - 2)^2}$$

Вид неопределенности: $\left[\frac{0}{0} \right]$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{(x^2 - x - 2)^2} &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^2 - x - 2)(x + 1)}{(x^2 - x - 2)^2} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x + 1}{x^2 - x - 2} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{t - 1 + 1}{(t - 1)^2 - (t - 1) - 2} = \\ &= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{t}{t^2 - 2t + 1 - t + 1 - 2} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{t}{t^2 - 3t} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\frac{t}{t}}{\frac{t^2}{t} - \frac{3t}{t}} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{1}{t - 3} = -\frac{1}{3} \end{aligned}$$

Ответ: $-\frac{1}{3}$

2.

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{9x} - 3}{\sqrt{3+x} - \sqrt{2x}}$$

Вид неопределенности: $\left[\frac{0}{0} \right]$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{9x} - 3}{\sqrt{3+x} - \sqrt{2x}} &= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{9t + 27} - 3}{\sqrt{t+6} - \sqrt{2t+6}} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{3\sqrt[3]{\frac{t}{3} + 1} - 3}{\sqrt{6}\sqrt{\frac{t}{6} + 1} - \sqrt{6}\sqrt{\frac{t}{3} + 1}} = \\ &= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{3(1 + \frac{t}{9} + o(t)) - 3}{\sqrt{6}(1 + \frac{t}{12} + o(t)) - \sqrt{6}(1 + \frac{t}{6} + o(t))} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\frac{t}{3} + o(t)}{\frac{\sqrt{6}t}{12} - \frac{\sqrt{6}t}{6} + o(t)} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\frac{t}{3} + o(t)}{-\frac{\sqrt{6}t}{12} + o(t)} = \\ &= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{3} + o(1)}{-\frac{\sqrt{6}}{12} + o(1)} = \frac{\frac{1}{3}}{-\frac{\sqrt{6}}{12}} = -\frac{2\sqrt{6}}{3} \end{aligned}$$

Ответ: $-\frac{2\sqrt{6}}{3}$

3.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 + \cos \pi x}{\operatorname{tg}^2 \pi x}$$

Вид неопределенности: $\left[\frac{0}{0} \right]$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 + \cos \pi x}{\operatorname{tg}^2 \pi x} &= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{1 + \cos \pi t + \pi}{\operatorname{tg}^2 \pi t + \pi} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{1 - \cos \pi t}{\operatorname{tg}^2 \pi t} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{1 - (1 - \frac{\pi^2 t^2}{2} + o(t^2))}{(\pi t + o(t))^2} = \\ &= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\frac{\pi^2 t^2}{2} + o(t^2)}{\pi^2 t^2 + o(t)\pi t + o(t^2)} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\frac{\pi^2 t^2}{2} + o(t^2)}{\pi^2 t^2 + o(t^2)} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\frac{\pi^2}{2} + o(1)}{\pi^2 + o(1)} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Ответ: $\frac{1}{2}$

4.

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{\ln(\cos \frac{\pi x}{a} + 2)}{a^{\frac{a^2}{x^2} - \frac{a}{x}} - a^{\frac{a}{x} - 1}}$$

Вид неопределенности: $\left[\frac{0}{0} \right]$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow a} \frac{\ln(\cos \frac{\pi x}{a} + 2)}{a^{\frac{a^2}{x^2} - \frac{a}{x}} - a^{\frac{a}{x} - 1}} &= \lim_{x \rightarrow a} \frac{\ln(\cos \frac{\pi x}{a} + 2)}{a^{\frac{a}{x} - 1} \left(a^{\frac{a^2}{x^2} - \frac{2a}{x} + 1} - 1 \right)} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos \frac{\pi(t+a)}{a} + 2)}{a^{\frac{a}{t+a} - 1} \left(a^{\frac{a^2}{(t+a)^2} - \frac{2a}{t+a} + 1} - 1 \right)} = \\ &= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos(\frac{\pi t}{a} + \pi) + 2)}{a^{\frac{a-t-a}{t+a}} \left(a^{\frac{a^2}{(t+a)^2} - \frac{2at+2a^2}{(t+a)^2} + \frac{(t+a)^2}{(t+a)^2} - 1 \right)} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\ln(-\cos \frac{\pi t}{a} + 2)}{a^{\frac{-t}{t+a}} \left(a^{\frac{a^2-2at-2a^2+t^2+2at+a^2}{(t+a)^2} - 1} \right)} = \\ &= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\ln(-\cos \frac{\pi t}{a} + 2)}{a^{\frac{-t}{t+a}} \left(a^{\frac{t^2}{(t+a)^2} - 1} \right)} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\ln(-(1 - \frac{\pi^2 t^2}{2a^2} + o(t^2)) + 2)}{\left(1 - \frac{t}{t+a} \ln(a) + o(t) \right) \left(\left(1 + \frac{t^2}{(t+a)^2} \ln(a) + o(t^2) \right) - 1 \right)} = \\ &= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \frac{\pi^2 t^2}{2a^2} + o(t^2))}{\left(1 - \frac{t}{t+a} \ln(a) + o(t) \right) \left(\frac{t^2}{(t+a)^2} \ln(a) + o(t^2) \right)} = \\ &= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\frac{\pi^2 t^2}{2a^2} + o(t^2) + o(\frac{\pi^2 t^2}{2a^2} + o(t^2))}{\frac{t^2}{(t+a)^2} \ln(a) + o(t^2) - \frac{t^3}{(t+a)^3} \ln^2(a) - \frac{t}{t+a} o(t^2) + \frac{t^2}{(t+a)^2} \ln(a) o(t) + o(t) o(t^2)} \end{aligned}$$

Заметим, что: $o\left(\frac{t^k}{(a+t)^n}\right) = o(t^k)$, где $k, n \in \mathbb{N}$ (ограниченная умножить на t^k)

$$\begin{aligned} \text{Откуда: } \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\frac{\pi^2 t^2}{2a^2} + o(t^2) + o(\frac{\pi^2 t^2}{2a^2} + o(t^2))}{\frac{t^2}{(t+a)^2} \ln(a) + o(t^2) - \frac{t^3}{(t+a)^3} \ln^2(a) - o(t^3) + o(t^3)} &= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\frac{\pi^2 t^2}{2a^2} + o(t^2)}{\frac{t^2}{(t+a)^2} \ln(a) + o(t^2) - \frac{t^3}{(t+a)^3} \ln^2(a)} = \\ &= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\frac{\pi^2}{2a^2} + o(1)}{\frac{1}{(t+a)^2} \ln(a) + o(1) - \frac{t}{(t+a)^3} \ln^2(a)} = \frac{\frac{\pi^2}{2a^2}}{\frac{1}{a^2} \ln(a) - 0} = \frac{\pi^2}{2 \ln(a)} \end{aligned}$$

Ответ: $\frac{\pi^2}{2 \ln(a)}$

5.

$$\lim_{x \rightarrow 0} (2 - 5^{\arcsin x^3})^{\frac{(\operatorname{cosec}^2 x)}{x}}$$

Вид неопределенности: $[1^\infty]$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} (2 - 5^{(x^3 + o(x^3))})^{\frac{1}{x \sin^2 x}} &= \lim_{x \rightarrow 0} (2 - 5^{(x^3 + o(x^3))})^{\frac{1}{x(x+o(x))^2}} = \lim_{x \rightarrow 0} (2 - (1 + (x^3 + o(x^3)) \ln 5 + o(x^3 + o(x^3))))^{\frac{1}{x^3 + o(x^3)}} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} (1 - x^3 \ln 5 + o(x^3))^{\left(\frac{1}{-x^3 \ln 5 + o(x^3)} \cdot \frac{-x^3 \ln 5 + o(x^3)}{x^3 + o(x^3)} \right)} = \lim_{x \rightarrow 0} e^{\left(\frac{-x^3 \ln 5 + o(x^3)}{x^3 + o(x^3)} \right)} = \lim_{x \rightarrow 0} e^{\left(\frac{-\ln 5 + o(1)}{1 + o(1)} \right)} = e^{-\ln 5} = \frac{1}{5} \end{aligned}$$

Ответ: $\frac{1}{5}$

6.

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2} \pm 0} (0.5 + \cos 3x)^{\sec x}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2} \pm 0} (0.5 + \cos 3x)^{\sec x} = \lim_{t \rightarrow 0 \pm} \left(0.5 + \cos \left(3t + \frac{3\pi}{2} \right) \right)^{\frac{1}{\cos \left(\frac{\pi}{2} + t \right)}} = \lim_{t \rightarrow 0 \pm} (0.5 + \sin 3t)^{\frac{1}{-\sin t}}$$

Рассмотрим отдельно при $t \rightarrow 0+$ и $t \rightarrow 0-$

$$\lim_{t \rightarrow 0-} (0.5 + \sin 3t)^{\frac{1}{-\sin t}} = \lim_{t \rightarrow 0-} (0.5 + 3t + o(t))^{\frac{1}{-(t+o(t))}} = \lim_{t \rightarrow 0-} (0.5 + 3t + o(t))^{\infty} = \lim_{t \rightarrow 0-} (0.5)^{\infty} = 0$$

$$\lim_{t \rightarrow 0+} (0.5 + \sin 3t)^{\frac{1}{-\sin t}} = \lim_{t \rightarrow 0+} (0.5 + 3t + o(t))^{\frac{1}{-(t+o(t))}} = \lim_{t \rightarrow 0+} (0.5 + 3t + o(t))^{-\infty} = \lim_{t \rightarrow 0+} (0.5)^{-\infty} = +\infty$$

Ответ для $x \rightarrow \frac{\pi}{2} - 0$: 0,

для $x \rightarrow \frac{\pi}{2} + 0$: $+\infty$

7.

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2 + \cos x \sin \frac{2}{2x-\pi}}{3 + 2x \sin x}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2 + \cos x \sin \frac{2}{2x-\pi}}{3 + 2x \sin x} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{2 + \cos \left(t + \frac{\pi}{2} \right) \sin \frac{2}{2t+\pi-\pi}}{3 + 2 \left(t + \frac{\pi}{2} \right) \sin \left(t + \frac{\pi}{2} \right)} = \frac{2 - \sin t \sin \frac{2}{2t}}{3 + 2 \left(t + \frac{\pi}{2} \right) \cos t}$$

Функция: $\sin \frac{1}{t}$ - ограниченная, а $\sin t$ - бесконечно малая

Следовательно их произведение - бесконечно малая

Откуда. подставив $t = 0$, получим:

$$\frac{2 - 0}{3 + 2 \left(0 + \frac{\pi}{2} \right) \cos (0)} = \frac{2}{3 + \pi}$$

Ответ: $\frac{2}{3+\pi}$

8.

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\operatorname{arctg}(x^2 - 3) + \operatorname{arctg}(x^2 - 5)}{\ln(x - 1)} \\ & \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\operatorname{arctg}(x^2 - 3) + \operatorname{arctg}(x^2 - 5)}{\ln(x - 1)} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg}(t^2 + 4t + 4 - 3) + \operatorname{arctg}(t^2 + 4t + 4 - 5)}{\ln(t + 1)} = \\ & = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg}(t^2 + 4t + 1) + \operatorname{arctg}(t^2 + 4t - 1)}{\ln(t + 1)} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{f_1(t) + f_2(t)}{h(t)} \end{aligned}$$

Раскроем arctg и \ln до первого порядка по формуле Тейлора, для этого посчитаем производные:

$$f_1'(t) = (\operatorname{arctg}(t^2 + 4t + 1))' = \frac{2t + 4}{1 + (t^2 + 4t + 1)^2}$$

$$f_2'(t) = (\operatorname{arctg}(t^2 + 4t - 1))' = \frac{2t + 4}{1 + (t^2 + 4t - 1)^2}$$

$$h'(t) = (\ln(t + 1))' = \frac{1}{t + 1}$$

Подставим t_0 :

$$f_1(0) = \operatorname{arctg}(0^2 + 4 * 0 + 1) = \operatorname{arctg}(1) = \frac{\pi}{4}$$

$$f_2(0) = \operatorname{arctg}(0^2 + 4 * 0 - 1) = \operatorname{arctg}(-1) = -\frac{\pi}{4}$$

$$h(0) = \ln(0 + 1) = \ln(1) = 0$$

$$f_1'(0) = \frac{2 * 0 + 4}{1 + (0^2 + 0 * t + 1)^2} = \frac{4}{1 + 1^2} = 2$$

$$f_2'(0) = \frac{2 * 0 + 4}{1 + (0^2 + 0 * t - 1)^2} = \frac{4}{1 + (-1)^2} = 2$$

$$h'(0) = \frac{1}{0 + 1} = 1$$

Откуда:

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{f_1(t) + f_2(t)}{h(t)} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\left(\frac{\pi}{4} + 2t + o(t)\right) + \left(-\frac{\pi}{4} + 2t + o(t)\right)}{0 + t + o(t)} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{4t + o(t)}{t + o(t)} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{4 + o(1)}{1 + o(1)} = 4$$

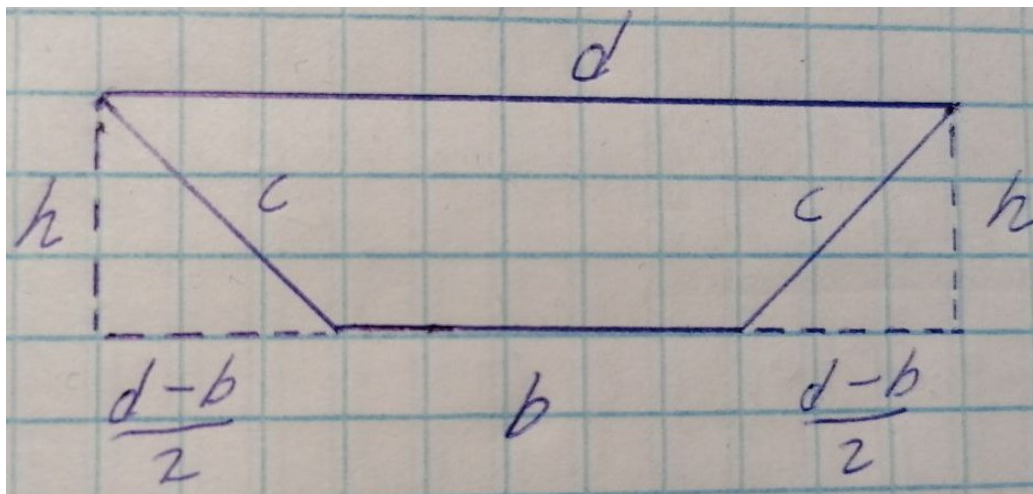
Ответ: 4

Задание 6

Условие

Из полосы жести шириной a требуется сделать открытый сверху желоб, поперечное сечение которого должно иметь форму равнобокой трапеции. Дно желоба имеет ширину b . Какова должна быть ширина желоба наверху, чтобы он вмещал наибольшее количество воды?

Ход решения



Где $c = \frac{a-b}{2}$.

По теореме Пифагора: $c^2 = h^2 + \left(\frac{d-b}{2}\right)^2 \Rightarrow \left(\frac{a-b}{2}\right)^2 = h^2 + \left(\frac{d-b}{2}\right)^2 \Rightarrow h = \sqrt{\frac{(a-b)^2 - (d-b)^2}{4}} = \sqrt{\frac{a^2 - 2ab - d^2 + 2db}{4}}$

Площадь трапеции: $S = \frac{b+d}{2} \cdot h = \frac{b+d}{2} \cdot \sqrt{\frac{a^2 - 2ab - d^2 + 2db}{4}}$

Желоб будет вмещать наибольший объем воды при фиксированной длине, если площадь сечения (трапеции) будет максимальной, найдем это максимальное значение с помощью производной:

$$S' = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{a^2 - 2ab - d^2 + 2db}{4}} + \frac{b+d}{2} \cdot \frac{-2d+2}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{a^2 - 2ab - d^2 + 2db}{4}}}$$

Из построения видно, что если $d \rightarrow a-$ то объем воды = 0. К тому же, если $d \rightarrow 0+$ то трапеция будет стремиться к треугольнику, у которого площадь явно меньше. Значит, максимальное значение $S(d)$ будет в точке локального максимума, найдем их:

Случай 1 ($S'(d)$ - не существует):

То есть $\frac{a^2 - 2ab - d^2 + 2db}{4} \leq 0 \Rightarrow -d^2 + 2db + a^2 - 2ab \leq 0 \Rightarrow -(d-a)(d+a-2b) \leq 0 \Rightarrow (d-a)(d+a-2b) \geq 0$

Откуда, по методу интервалов получим, что либо $d \geq a$, либо $d \leq 2b - a$

Ответ: e

Задание 7

Условие

Вычислить пределы с помощью формулы Тейлора:

1.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\cos x} - e^{\sqrt[3]{1-4x^2}}}{(1/x) \arcsin 2x - 2 \operatorname{ch} x^2}$$

2.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \arcsin x^3\right)^{e^x / (x \sqrt[3]{\cos x} - \sin x + \operatorname{tg}^3 x)}$$

Ход решения

1.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\cos x} - e^{\sqrt[3]{1-4x^2}}}{(1/x) \arcsin 2x - 2 \operatorname{ch} x^2}$$

Разложим по формуле Тейлора до второго (местами третьего) порядка:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\left(1 - \frac{x^2}{2} + o(x^2)\right)} - e^{\left(1 - \frac{4x^2}{3} + o(x^2)\right)}}{(1/x) \left(2x + \frac{8x^3}{6} + o(x^3)\right) - 2(1 + o(x^2))} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e \cdot e^{\left(-\frac{x^2}{2} + o(x^2)\right)} - e + \frac{4ex^2}{3} + o(x^2)}{2 + \frac{8x^2}{6} + o(x^2) - 2 + o(x^2)} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e \cdot \left(1 - \frac{x^2}{2} + o(x^2)\right) - e + \frac{4ex^2}{3} + o(x^2)}{\frac{8x^2}{6} + o(x^2)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\frac{ex^2}{2} + \frac{4ex^2}{3} + o(x^2)}{\frac{4x^2}{3} + o(x^2)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{5ex^2}{6} + o(x^2)}{\frac{4x^2}{3} + o(x^2)} = \frac{5e}{8} \end{aligned}$$

Ответ: $\frac{5e}{8}$

2.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \arcsin x^3\right)^{e^x / (x \sqrt[3]{\cos x} - \sin x + \operatorname{tg}^3 x)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \arcsin x^3\right)^{e^x / (x \sqrt[3]{\cos x} - \sin x + \operatorname{tg}^3 x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \arcsin x^3\right)^{\frac{1}{\arcsin x^3} \cdot \frac{e^x \arcsin x^3}{x \sqrt[3]{\cos x} - \sin x + \operatorname{tg}^3 x}} = \lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{e^x \arcsin x^3}{x \sqrt[3]{\cos x} - \sin x + \operatorname{tg}^3 x}}$$

Разложим по формуле Тейлора до таких порядков, чтобы получилось $o(x^3)$:

$$\lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{(1+o(1))(x^3+o(x^3))}{x \sqrt[3]{1-\frac{x^2}{2}+o(x^2)}-x+\frac{x^3}{6}+o(x^3)+x+o(x)}} = \lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{x^3+o(x^3)}{x \left(1-\frac{x^2}{6}+o(x^2)\right)-x+\frac{x^3}{6}+x^3+o(x^3)}} = \lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{x^3+o(x^3)}{x^3+o(x^3)}} = e^1 = e$$

Ответ: e