

Формальная постановка задачи оптимизации расписания с использованием алгоритма имитации отжига

Осипчук А.А. 421 группа

18 ноября 2025 г.

1 Формальная постановка задачи

Дано:

- Пусть $J = \{j_1, j_2, \dots, j_N\}$ - множество N независимых работ, где N - количество работ;
- Пусть $T = \{t_1, t_2, \dots, t_N\}$ - множество времён выполнения каждой из работ, где время t_i соответствует работе j_i .
- Пусть $P = \{p_1, p_2, \dots, p_M\}$ - множество процессоров, на которых выполняются работы, где M - количество процессоров.

Требуется:

- Построить расписание выполнения работ без прерываний на M процессорах, где расписанием является булева матрица $S^{N \times M}$, в которой $s_{ij} \in \{0, 1\}$, где $i \in 1, \dots, N$, а $j \in 1, \dots, M$. Значение $s_{ij} = 1$ означает, что задание i выполняется на процессоре j , а $s_{ij} = 0$ - что задание i не выполняется на процессоре j , где $i \in 1, \dots, N$ и $j \in 1, \dots, M$.
- Найти такое расписание выполнения работ, на которым должно достигаться минимальное значение критерия $K2$: суммарное время ожидания. (т.е. сумма, по всем работам в расписании, времён завершения работ). У каждой работы имеется время начала работы t_i^{start} и время завершения работы $t_i^{end} = t_i^{start} + t_i$. $K2 = \sum_i t_i^{end}$; $K2 \rightarrow \min$.

Ограничения:

- Каждый процессор $p_j \in P$ в любой момент времени может выполнять не более одной работы; $\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M s_{ij} = N$; $\sum_{i=1}^N s_{ij} = 1$; $\sum_{j=1}^M s_{ij} = 1$;
- Процессору не требуется время на переключение между работами;
- Во время выполнения работ процессором, не возникает прерываний;
- Время выполнения $t_i \in T$ фиксированно;
- $t_i^{start} < t_i^{end}$.

1.1 Пояснение к критерию

Пояснение к критерию (показаны оси времени процессоров; слева номер процессора; выполняются четыре работы А, Б, В, Г; каждая буква - 1 единица времени выполнения соответствующей работы):

0: АААББ 1: ГВВВВВВВВВ

Значение критерия $K2$: $20=3+5+1+11$ (сумма времен завершения работ А, Б, В, Г; эти времена считаются не от стартов работ, а от начала расписания)